

POLITECHNIKA POZNAŃSKA
WYDZIAŁ AUTOMATYKI, ROBOTYKI
I ELEKTROTECHNIKI



Rozprawa doktorska

Analiza wpływu struktury modelu i metod strojenia obserwatora w kontekście poprawy działania technik ADRC w środowiskach deterministycznych i stochastycznych

mgr inż. Jacek Michalski

Promotor: dr hab. inż. Stefan Brock, prof. PP

Poznań 2024

Chciałbym serdecznie podziękować Promotorowi, **Panu dr. hab. inż. Steafnowi Brockowi, prof. PP**, za motywację oraz pomoc w przygotowaniu niniejszej rozprawy.

Dziękuję również **Panu dr. hab. inż. Dariuszowi Pazderskiemu, prof. PP** oraz **Kol. inż. Mikołajowi Mrotkowi** za wsparcie merytoryczne, a także współpracownikom z instytutu, **mgr. inż. Markowi Retingerowi, mgr. inż. Piotrowi Kozierskiemu i dr. hab. inż. Pawłowi Drapikowskiemu, prof. PP**, za konsultacje podczas powstawania pracy. Dziękuję też Kolegom, **Marcinowi i Maciejowi**, za ich pomoc osobistą, bez której również ta praca nie wyglądałaby tak, jak teraz.

Chciałbym również podziękować **moim Studentom**, których pytania i zaangażowanie podczas zajęć były dla mnie źródłem cennej inspiracji. Dzięki nim miałem okazję poszerzać swoją wiedzę oraz doświadczenie dydaktyczne, a ich pozytywny odbiór zajęć był dla mnie ważnym motywatorem.

Pracę dedykuję **moim Rodzicom** ze szczególnym podziękowaniem za wsparcie przez całą moją edukację.

Streszczenie

W niniejszej rozprawie została rozważona metoda regulacji z aktywną kompensacją zakłóceń ADRC (ang. Active Disturbance Rejection Control), zakładająca w podstawowej formie uproszczenie obiektu regulacji do postaci wielokrotnego integratora. Algorytm ADRC składa się z rozszerzonego obserwatora stanu ESO (ang. Extended State Observer) oraz algorytmu regulacji bazującego na estymowanym sprzężeniu od stanu. Uproszczenie modelu możliwe jest dzięki odprzęgnięciu jego wewnętrznej dynamiki (lub jej części) jako funkcji zaburzenia. Rozpatrzona została także wersja uogólniona GADRC (ang. Generalized ADRC), zakładająca włączenie informacji o liniowej części obiektu (współczynnikach wielomianu charakterystycznego) do algorytmu sterowania. Dodatkowo wprowadzono strukturę ADRC uogólnionego do funkcji nieliniowych. Zaproponowane zostały modyfikacje algorytmu pozwalające poprawić jakość estymacji i sterowania w warunkach deterministycznych oraz stochastycznych dla pewnej klasy obiektów mechanicznych. Przedstawiono opis transmitancyjny algorytmu regulacji oraz układu zamkniętego wraz z określeniem wpływu parametrów projektowych na jego działanie. Metoda uogólniona ADRC została rozszerzona o rekursywną identyfikację parametrów pozwalającą poprawić jakość regulacji w warunkach niepełnej znajomości modelu oraz w przypadku zmian parametrów. W następnej kolejności zaproponowano algorytm wykorzystujący zamiennie metody estymacji stanu (filtr Kalmana, filtr cząsteczkowy) zamiast klasycznego obserwatora ESO. Na koniec przedstawiona została alternatywna metoda strojenia obserwatora stanu, bazująca na wzmocnieniach stanu ustalonego filtra Kalmana. Wszystkie modyfikacje zostały przedstawione w odniesieniu do podejścia ADRC podstawowego oraz uogólnionego. Badania zostały przeprowadzone na symulacyjnym modelu drugiego rzędu oraz na rzeczywistych mechatronicznych zestawach laboratoryjnych. Pierwszy z nich to silnik prądu stałego, dwa pozostałe stanowią nieliniowe obiekty regulacji – stół balansujący kulką i wahadło reakcyjne. W wyniku przeprowadzonych prac osiągnięta została poprawa jakości regulacji przez zastosowanie zaproponowanych modyfikacji ADRC. Przede wszystkim zbadano wpływ współczynników modelu na zasadność stosowania podejścia GADRC, wskazano wpływ parametrów projektowych algorytmu na budowę transmitancji układu zamkniętego. Zaproponowano zasady upraszczania rzędu algorytmu przez pomijanie biegunów niedominujących. Zaimplementowano podejście adaptacyjne ADRC poprawiające jakość regulacji w warunkach niepewności parametrycznych. Zaobserwowano także poprawę zbieżności estymatora w warunkach występowania niepomiernalnych szumów pomiarowych dzięki zastosowaniu obserwatora bazującego na filtracji Kalmana.

Słowa kluczowe: ADRC, układ stochastyczny, analiza transmitancyjna, identyfikacja parametrów, filtr Kalmana, filtr cząsteczkowy, stół balansujący kulką, wahadło reakcyjne

Abstract

The dissertation considers an ADRC (Active Disturbance Rejection Control) algorithm, which assumes, in its basic form, to simplify the control plant into a multiple integrator. The algorithm consists of the Extended State Observer (ESO) and a control law based on the estimated state feedback. The simplification of the model is possible by decoupling its internal dynamics (or part of it) as a function of the total disturbance. A generalized version of ADRC (Generalized ADRC – GADRC) was also considered, assuming the inclusion of information about the linear part of the object (characteristic polynomial coefficients) in the control algorithm. Additionally, a generalized ADRC structure for nonlinear functions is introduced. Modifications of the algorithm have been proposed to improve the quality of estimation and control in deterministic and stochastic conditions for a certain class of mechanical plants. A transfer function description of the control algorithm and the entire closed-loop system is presented, along with determining the influence of design parameters on its operation. The generalized ADRC method has been extended with recursive parameter identification, which allows to improve the control quality under conditions of incomplete knowledge of the model and also in the case of parameter changes. Then, an algorithm was proposed that uses alternative state estimation methods (Kalman filter, particle filter) instead of the classic ESO observer. In the end, an alternative method for tuning the state observer, based on the steady-state gains of the Kalman filter, is introduced. All modifications are presented in relation to the basic and generalized ADRC approaches. The research was carried out on a second-order simulation model and on real mechatronic laboratory stands. The first one is a DC motor, the other two are nonlinear control objects – ball balancing table and reaction pendulum. As a result of the work carried out, the control quality was improved by applying the proposed ADRC modifications. First, the influence of model coefficients on the validity of using the GADRC approach was examined, and the influence of the algorithm's design parameters on the closed-loop system transfer function structure was indicated. Principles for simplifying the order of the algorithm by omitting non-dominant poles were proposed. An adaptive ADRC approach was implemented to improve the quality of control under parametric uncertainty conditions. An improvement in the convergence of the estimator was observed in the presence of non-negligible measurement noise, thanks to the use of an observer based on the Kalman filtration.

Keywords: *ADRC, stochastic system, transfer function analysis, parameter identification, Kalman filter, particle filter, ball balancing table, reaction pendulum*

Title: *Analysis of the Impact of Model Structure and Observer Tuning in the Context of Improving the Performance of ADRC Techniques in Deterministic and Stochastic Environments*

Spis treści

1	Wprowadzenie	11
1.1	Rys historyczny	11
1.2	Przegląd aktualnego stanu wiedzy	15
1.3	Tezy i struktura pracy	24
2	Zasada działania algorytmu regulacji z aktywną kompensacją zakłóceń	27
2.1	Podstawy działania algorytmu regulacji ADRC	27
2.2	Podejście uogólnione ADRC	34
2.3	Dobór nastaw algorytmu	39
2.4	Synteza układu regulacji dla obiektu II rzędu	41
2.5	Podsumowanie	51
3	Zaproponowane rozwiązania i modyfikacje ADRC	53
3.1	Opis transmitancyjny algorytmu i układu zamkniętego	53
3.2	Sterowanie adaptacyjne z identyfikacją parametrów metodą RLS	66
3.3	Zastosowanie dyskretnego filtra Kalmana jako estymatora stanu	73
3.4	Zastosowanie dyskretnego filtra cząsteczkowego jako estymatora stanu	83
3.5	Metoda strojenia obserwatora ESO oparta na wzmocnieniach stanu ustalonego filtra Kalmana	92
3.6	Podsumowanie	97
4	Badania symulacyjne i eksperymentalne zaproponowanych metod sterowania	99
4.1	Silnik prądu stałego	100
4.1.1	Model matematyczny	101
4.1.2	Wyniki eksperymentalne	103
4.1.3	Podsumowanie	111
4.2	Stół balansujący kulką	111
4.2.1	Model matematyczny	111
4.2.2	Aproksymacja parametrów obiektu	114
4.2.3	Wyniki eksperymentalne	115
4.2.4	Podsumowanie	128
4.3	Wahadło reakcyjne	129

Analiza wpływu struktury modelu i metod strojenia obserwatora w kontekście poprawy działania technik ADRC w środowiskach deterministycznych i stochastycznych

4.3.1	Model matematyczny	129
4.3.2	Transmitancje obiektu regulacji	133
4.3.3	Układ regulacji kąta obrotu z podejściem podstawowym i uogólnionym ADRC	133
4.3.4	Proponowana struktura układu regulacji kąta obrotu z kompensacją różniczkowania sygnału sterującego	135
4.3.5	Proponowana struktura układu regulacji kąta obrotu dla dwóch sygnałów wyjściowych	137
4.3.6	Analiza transmitancyjna rozpatrywanych podejść	141
4.3.7	Wyniki ekperymentalne	143
4.3.8	Podsumowanie	149
5	Podsumowanie i wnioski	151
A	Wykaz dorobku naukowego	155
	Spis tabel	159
	Spis rysunków	161

Wprowadzenie

W niniejszym rozdziale został przedstawiony przegląd literatury dotyczący metody sterowania ADRC, będącej przedmiotem rozprawy. W pierwszej kolejności zostało przytoczone tło historyczne i pierwsze podejścia do syntezy sterowania, zapoczątkowane jeszcze w XIX wieku. W kolejnej części przedstawiono aplikacje oraz najpopularniejsze odmiany rozpatrywanego algorytmu regulacji. W ostatniej części rozdziału wskazano postawione tezy i opisano strukturę pracy.

Najważniejsze symbole używane w rozprawie zostały zebrane w tab. 1.1, a lista najistotniejszych akronimów znajduje się w tab. 1.2.

1.1 Rys historyczny

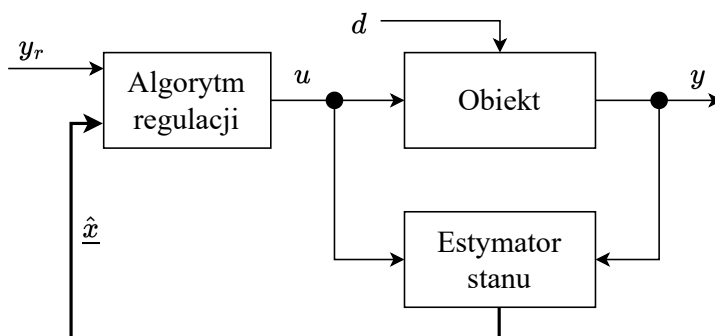
Koncepcję algorytmu regulacji z aktywną kompensacją zakłóceń ADRC (ang. *Active Disturbance Rejection Control*) zaproponował w 1995 roku Han w pracy [38], a w kolejnych latach przeanalizował ją także w [39, 40]. Metoda zakłada występowanie dwóch pętli – wewnętrznej do estymacji stanu i zaburzenia za pomocą rozszerzonego obserwatora stanu ESO (ang. *Extended State Observer*) oraz zewnętrznej, realizującej prawo sterowania – rys. 1.1. W pierwotnej formie zakładano uproszczenie dynamiki obiektu do postaci wielokrotnego integratora. Pozostała część dynamiki wewnętrznej pętli regulacji traktowana była jako część całkowitego zaburzenia, obok zakłóceń zewnętrznych. W algorytmie nie uwzględniano szczególnej struktury procesu takich jak parametry modelu liniowego oraz występowanie efektów nieliniowych, bazowano jedynie na wzmocnieniu z toru wymuszenia (lub jego estymacie). Była to idea bliska sterowaniu bezmodelowemu MFC (ang. *Model-Free Control*) opisanemu w [6]. Zakładając przykładowo system sterowania temperaturą w piecu przemysłowym, zakłócenia mogą pochodzić z wielu różnych źródeł. Mogą być to trudne do zamodelowania nieliniowe komponenty, zmiany temperatury otoczenia, wahania napięcia zasilania, czy zmiany wynikające ze zużycia elementów. Stosowany w ADRC rozszerzony obserwator stanu ma za zadanie estymować i dynamicznie kompensować wymienione czynniki, zapewniając utrzymanie zadanej temperatury.

Tabela 1.1: Wyjaśnienia najważniejszych symboli używanych w rozprawie.

Symbol	Opis
$\underline{x}(t) = \underline{x}$	wektor stanu w czasie ciągłym t
$\hat{\underline{x}}$	estymata wektora stanu
y	wyjście (sygnał pomiarowy) obiektu
u	wymuszenie (sygnał sterujący) obiektu
y_r	sygnał referencyjny
$f(\cdot)$	funkcja całkowitego zaburzenia systemu
$\hat{f} = \hat{x}_{n+1}$	estymata funkcji całkowitego zaburzenia
b_0	wzmocnienie toru wejścia obiektu
\hat{b}_0	estymata wzmacnienia toru wejścia obiektu
a_i	i -ty współczynnik wielomianu charakterystycznego obiektu
\hat{a}_i	estymata i -tego współczynnika wielomianu charakterystycznego obiektu
$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$	pierwsza pochodna po czasie sygnału y
$y^{(n)} = \frac{d^n y}{dt^n}$	n -ta pochodna po czasie sygnału y
n_p	rzęd obiektu regulacji
n	rzęd algorytmu ADRC (przyjmowany rzęd modelu)
$\underline{\theta}$	wektor parametrów
$\hat{\underline{\theta}}$	wektor estymat parametrów
$\underline{\theta}_e$	rozszerzony wektor estymat parametrów
$\underline{\varphi}$	wektor regresji
\mathbf{A}	macierz stanu
\underline{b}	wektor wymuszeń
\underline{c}	wektor wyjść
\mathbf{I}_n	macierz jednostkowa o rozmiarach $n \times n$
$\underline{k}, \underline{l}$	wektor wzmacnień sprzężenia od stanu i obserwatora
ω_c, ω_o	szerokości pasma przenoszenia dla regulatora i obserwatora
λ	wariancja szumu wewnętrznego (parametr projektowy dla algorytmu KF)
t_{final}	czas trwania eksperymentu
U_{sat}	wartość ograniczenia (symetrycznego) sygnału sterującego
$\mathcal{U}[p, r]$	rozkład równomierny z przedziału wartości $[p, r]$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	rozkład normalny o wartości oczekiwanej μ i wariancji σ^2
$\mathbf{1}(t)$	funkcja Heaveside'a (skok jednostkowy)

Tabela 1.2: Zestawienie najważniejszych akronimów użytych w rozprawie.

Akronim	Wyjaśnienie
ADRC	sterowanie z aktywną kompensacją zakłóceń, ang. <i>Active Disturbance Rejection Control</i>
BPF	algorytm Bootstrap, ang. <i>Bootstrap Particle Filter</i>
BBT	stół balansujący kulka, ang. <i>Ball Balancing Table</i>
DC	prąd stały, ang. <i>Direct Current</i>
EKF	rozszerzony filtr Kalmana, ang. <i>Extended Kalman Filter</i>
ESO	rozszerzony obserwator stanu, ang. <i>Extended State Observer</i>
GADRC	uogólnione sterowanie z aktywną kompensacją zakłóceń, ang. <i>Generalized Active Disturbance Rejection Control</i>
KF	filtr Kalmana, ang. <i>Kalman Filter</i>
KBF	filtr Kalmana-Bucy'ego, <i>Kalman-Bucy Filter</i>
LQE	estymator liniowo-kwadratowy, ang. <i>Linear-Quadratic Estimator</i>
LQR	regulator liniowo-kwadratowy, ang. <i>Linear-Quadratic Regulator</i>
mbADRC	ADRC modelowe, ang. <i>model-based ADRC</i>
mfADRC	ADRC bezmodelowe, ang. <i>model-free ADRC</i>
MFC	sterowanie bezmodelowe, ang. <i>Model-Free Control</i>
MIAC	sterowanie z identyfikacją parametrów, ang. <i>Model Identification Adaptive Control</i>
MIMO	wiele wejść i wiele wyjść, ang. <i>Multiple Input Multiple Output</i>
MRAS	sterowanie z modelem odniesienia, ang. <i>Model Reference Adaptive System</i>
PDF	rozkład gęstości prawdopodobieństwa, ang. <i>Probability Density Function</i>
PID	algorytm proporcjonalno-całkująco-różniczkujący, ang. <i>Proportional-Integral-Derivative</i>
PF	filtr cząsteczkowy, ang. <i>Particle Filter</i>
PP	lokowanie biegunów, ang. <i>Pole-Placement</i>
RLS	rekursywna metoda najmniejszych kwadratów, ang. <i>Recursive Least Squares</i>
RWP	wahadło reakcyjne, ang. <i>Reaction Wheel Pendulum</i>
SISO	jedno wejście i jedno wyjście, ang. <i>Single Input Single Output</i>
SVF	filtr zmiennych stanu, ang. <i>State Variable Filter</i>
TF	transmitancja, ang. <i>Transfer Function</i>
ZOH	ekstrapolator zerowego rzędu, ang. <i>Zero Order Hold</i>



Rysunek 1.1: Schemat blokowy algorytmu ADRC.

Rozszerzony obserwator stanu miał początkowo formę nieliniową NESO (ang. *Nonlinear Extended State Observer*). W kolejnym stuleciu (2003 r.) Gao zaproponował bardziej klasyczną liniową wersję algorytmu – obserwator stanu został nazwany LESO (ang. *Linear Extended State Observer*) [28]. Przedstawione zostały metody strojenia algorytmu dla przykładowych obiektów drugiego rzędu, bazujące na częstotliwości granicznej pasma przenoszenia. Za pomocą metody lokowania biegunów autor przytoczonej publikacji przedstawił sposób kształtowania charakterystyk częstotliwościowych zamkniętego układu regulacji. Popularyzacja metody regulacji ADRC nastąpiła po opublikowaniu [29], gdzie ponownie Gao przedstawił dowód na zbieżność algorytmu w układzie zamkniętym, podając warunki jakie musi spełniać funkcja zaburzenia systemu oraz jej przyrost.

W artykule [37] wspomniana została potrzeba szerszego rozpowszechnienia algorytmu regulacji ADRC również w zastosowaniach przemysłowych, w których już od poprzedniego stulecia dominuje wykorzystanie klasycznego regulatora proporcjonalno-całkująco-różniczkującego PID (ang. *Proportional-Integral-Derivative*). Wskazane zostały aspekty regulacji ADRC, które są dziedziczone z algorytmu PID. Zaliczono do nich możliwość sterowania bez konieczności wykorzystania informacji na temat parametrów modelu matematycznego (możliwość empirycznego strojenia) oraz oparcie prawa sterowania na uchybie regulacji. Zaznaczono jednak pewne fundamentalne różnice oraz rozwiązana dostarczane przez współczesną teorię sterowania, jak obecność obserwatora stanu, rozszerzalność algorytmu bazującego na wektorze stanu ze względu na rząd modelu czy brak negatywnych konsekwencji występowania członu całkującego. Wymienione możliwości zostały zweryfikowane obliczeniowo dla modelu symulacyjnego drugiego rzędu. Jako konkluzję pracy wskazano na potencjał szerokiego wykorzystania algorytmu ADRC przez inżynierów praktyków w różnych dziedzinach przemysłu.

1.2 Przegląd aktualnego stanu wiedzy

Algorytm regulacji ADRC jest obecnie przedmiotem badań wielu naukowców, ze względu na jego uniwersalność oraz prostotę użycia i niedużą liczbę parametrów projektowych. Zaznacza się także możliwość intuicyjnego kształtowania pasma przeniesienia i szybkości układu. Prostota tego algorytmu może również stanowić podstawę do jego większego rozpowszechnienia w przyszłości w zastosowaniach przemysłowych, w których nadal pierwsze miejsce zajmuje regulator PID. Powstają także cały czas kolejne odmiany ADRC mające na celu poprawę jakości działania układu regulacji dla różnego rodzaju obiektów. Poniżej opisano wybrane zastosowania tej metody oraz główne nurty jej rozwoju na przestrzeni ostatnich lat. Warto tutaj zauważyć, że dominująca część wyników w przedstawionych w literaturze odwołuje się do różnych zastosowań tej metody, przedstawionych w dalszej części rozdziału.

Autorzy pracy [121] przedstawili przegląd zastosowań algorytmu regulacji ADRC dla systemów energetycznych, wskazując korzyści względem regulatora PID o stałych nastawach w obecności zakłóceń albo niepewności parametrycznych. Przedstawiono analizę częstotliwościową oraz sposoby strojenia algorytmu dla typowych aplikacji energetycznych. W szczególności przeanalizowano zachowanie obiektów z opóźnieniem transportowym w zamkniętym układzie regulacji. Przeanalizowane zostały różne metody strojenia ADRC, jak np. bazujące na nastawach PID, optymalizujące wybrane kryterium, czy wykorzystujące charakterystyki częstotliwościowe obiektu regulacji. W podsumowaniu wskazano praktyczne problemy implementacyjne, jak ograniczenia sygnału sterującego, stanowiące w niektórych przypadkach wciąż otwarty problem badawczy. Inne możliwe zastosowania ADRC opisane w literaturze stanowią sterowanie egzoszkieletem [14] oraz implementacja algorytmu wspomagająca przetwarzanie obrazów [143], gdzie zaproponowano sposób strojenia algorytmu w sterowaniu platformą latającą.

Popularne jest także zastosowanie regulacji ADRC w robotyce, jak pokazano w pracy przeglądowej [25]. Wymienione i przeanalizowane zostały najnowsze trendy w sterowaniu robotami latającymi, manipulacyjnymi czy mobilnymi [13]. Dla wymienionych obiektów zostały przeanalizowane liniowe oraz nieliniowe odmiany algorytmu ADRC. Na koniec zaimplementowano sterowanie dla robota manipulacyjnego z dwoma przegubami obrotowymi, porównując podejście liniowe z nieliniowym. Omawiany algorytm regulacji wykorzystywany jest także do sterowania robotami latającymi UAV (ang. *Unmanned Aerial Vehicles*). Regulacja ADRC wysokości dla konfiguracji robota latającego z trzepoczącymi skrzydłami FWMAV (ang. *Flapping Wings Micro Aerial Vehicle*) została przedstawiona w [88]. Do pomiaru pozycji został wykorzystany system przechwytywania ruchu MoCap (ang. *Motion Capture*) – VI-CON. Zastosowano uproszczony model obiektu zakładając trzepotanie skrzydeł jako źródło liniowego tarcia. Wykonano testy porównawcze z układem bazującym w pełni na algorytmach PD i PID. Dla metody ADRC obserwowano krótszy czas narastania oraz mniejsze wartości przeregulowań. Wykonane zostały eksperymenty w obecności zakłóceń wewnętrznych i zewnętrznych. W pierwszej części przetestowano dołączenie dodatkowych ładunków (o różnej masie) a w drugiej – jednoczesne sterowanie z po-

ziomu pilota w innym stopniu swobody (ruch poziomy). W obu przypadkach możliwa była skuteczna kompensacja zakłóceń przez algorytm ADRC, podczas gdy regulacja PID znacznie zmieniała własności układu regulacji przy zachowaniu stałych nastaw.

Popularną modyfikacją algorytmu ADRC jest jego postać uchybowa eADRC (ang. *error-based ADRC*), której koncepcja nakreślona została po raz pierwszy w [48] jako możliwość syntezy obserwatora nie tylko na podstawie wyjścia pomiarowego, lecz bazując na sygnale uchybu regulacji. Podejście eADRC stanowiło również bazę do tworzenia kolejnych modyfikacji algorytmu regulacji. Zostało ono zastosowane w [85], w którym zaproponowano algorytm eADRC z modyfikacją obserwatora stanu umożliwiającą estymację wyższych pochodnych sygnału uchybu w realizacji śledzenia trajektorii. Podejście pozwoliło na skuteczną realizację sprzężenia wyprzedzającego bez znajomości pochodnych sygnału zadanego oraz bez konieczności ich numerycznego różniczkowania, a sprzężenie od stanu projektuje się jak dla regulacji stałowartościowej – uchyb jest estymowany już na poziomie wektora stanu. Przeprowadzone eksperymenty na modelu symulacyjnym oraz na rzeczywistym obiekcie (emulatorze HILSys) wykazały wyższą skuteczność proponowanej metody względem algorytmu bez estymacji wyższych pochodnych sygnału dla zadanej trajektorii wykładniczej oraz sinusoidalnej. Metodę eADRC wykorzystali następnie Madoński i in. w pracy [74], w której został zaproponowany regulator o dwóch stopniach swobody dla przetwornicy prądu stałego (ang. *DC-DC buck converter*). Wyprowadzone zostały równania stanu oraz przeprowadzono syntezę układu regulacji, zbadano wpływ parametrów projektowych na działanie układu. Algorytm został zapisany jako kompaktowa struktura w postaci bloku transmitancyjnego w wersji ciągłej i dyskretniej (tutaj po przekształceniu Tustina), a jego strukturę określono jako analogiczną do regulatora PID.

Podejście uchybowe zostało przedstawione także w [120]. Autorzy wykonali analizę porównawczą eADRC względem algorytmu bazującego wyłącznie na sygnale wyjścia z obiektu w wektorze stanu. W zaproponowanej pierwotnie formie eADRC nie zakładano wykorzystania pochodnych sygnału referencyjnego, jednak zadanie regulacji nadszerej możliwe jest tutaj dzięki estymacji pochodnych uchybu regulacji (zatem także pochodnych sygnału zadanego) za pomocą ESO. Dla zadania regulacji stałowartościowej podejście eADRC może także cechować się lepszą odpornością. Omawiana odmiana algorytmu wykorzystana została także dla układu mechanicznego o trzech stopniach swobody w celu zredukowania jego wibracji [73, 75]. Zaproponowany został tutaj rezonansowy rozszerzony obserwator stanu RESO (ang. *Resonant Extended State Observer*) dedykowany dla systemów o zakłóceniach harmonicznym, który uwzględniał częstotliwość rezonansową układu jako parametr projektowy włączany do prawa sterowania. W artykule [10] zostało zaproponowane podejście eADRC w połączeniu ze zredukowanym obserwatorem stanu do estymacji rozszerzonego stanu układu dla mechanicznego układu teleskopu. Porównana została jakość śledzenia zadanej trajektorii dla eADRC z obserwatorami pełnego i zredukowanego rzędu RESO¹

¹Zauważyć można niejednoznaczność akronimów występujących w literaturze – przez RESO oznacza się zarówno rezonansowy rozszerzony obserwator stanu, jak i ESO zredukowanego rzędu. Akronimy dla odmian ESO i ADRC zebrane zostały na końcu tego rozdziału.

(ang. *Reduced-Order ESO*). Własności obu obserwatorów porównano z wykorzystaniem charakterystyk częstotliwościowych modułu dla znormalizowanej częstotliwości. Analiza teoretyczna eADRC z dokładnym opisem zasad syntezy układu znajduje się także w pracy [71], w której zostały wyprowadzone dokładne struktury regulatorów dla układów pierwszego i drugiego rzędu.

Ważnym zagadnieniem z praktycznego punktu widzenia jest dyskretna implementacja algorytmu, w którym występują operacje dynamiczne (jak całkowanie, czy różniczkowanie). W rzeczywistych warunkach istnieje konieczność dyskretyzacji algorytmu sterowania w celu możliwości jego zaprogramowania na urządzeniu obliczeniowym, jak mikrokontroler, czy sterownik PLC. Autorzy pracy [86] pokazują metody dyskretyzacji równań rozszerzonego obserwatora stanu. Różne metody (jak np. Eulera i skokowo-inwariantna) porównane zostały z realizacją ciągłą. Przykładowe wyniki zostały przedstawione dla obiektu symulacyjnego drugiego rzędu. Metody dyskretnej implementacji algorytmu ADRC zostały również bardzo szeroko opisane w [43], gdzie autor przeanalizował dogłębnie wpływ parametrów obiektu symulacyjnego pierwszego i drugiego rzędu (wzmocnienie, stałe czasowe, czas opóźnienia transportowego) na jakość regulacji przy różnych wartościach okresu próbkowania, także w warunkach ograniczeń sygnału sterującego. Przedstawiona została dyskretyzacja z ekstrapolatorem zerowego rzędu ZOH (ang. *Zero Order Hold*). W porównaniu do metod przybliżonych, cechowała się ona dokładnym odwzorowaniem sygnału ciągłego przez algorytm dla znaczących okresów próbkowania w stosunku do zadanej pulsacji granicznej. Oprócz klasycznego obserwatora Luenbergera, przytoczono także obserwator dwuetapowy (krok predykcji i filtracji) jako ekwiwalent do dwuetapowego algorytmu filtru Kalmana KF (ang. *Kalman Filter*). W dyskretnej implementacji taka realizacja może poprawić warunki stabilności regulacji. Autorzy pracy [45] zinterpretowali ogólny schemat dyskretnej regulacji ADRC w zestawieniu ze schematem ciągłym oraz porównali algorytmy strojenia i wyniki symulacyjne. Zbadany został wpływ przyjętej pulsacji granicznej układu zamkniętego na wartości wzmocnień sprzężenia od stanu w wersji ciągłej i dyskretnej, a także wpływ okresu próbkowania na przebiegi sygnałów w układzie. Przedstawione zostały dyskretne struktury transmitancyjne dla obiektów pierwszego i drugiego rzędu oraz wskazane ograniczenia stosowania przybliżonych metod dyskretyzacji. Potwierdzeniem rozważań teoretycznych były wyniki eksperymentalne dla przetwornicy prądu stałego.

Autorzy pracy [126] zaproponowali syntezę układu regulacji w czasie dyskretnym, stosując dyskretny rozszerzony obserwator stanu DESO (ang. *Discrete-Time ESO*). Synteza układu przeprowadzona została dla dyskretnej wersji modelu silnika typu PMSM, sprowadzając model obiektu do postaci ciągu opóźnień. Przedstawiona została analiza stabilności i odporności na zakłócenia w dziedzinie dyskretnej, a także sposób doboru wzmocnień algorytmu. Eksperymenty na rzeczywistym systemie potwierdziły poprawność analiz teoretycznych, a także pokazały poprawę jakości regulacji względem algorytmu PI. Wykazano odporność na zakłócenia stało- i zmiennoprądowe. Podobne podejście zastosowali autorzy [68], nazywając zaproponowane podejście EDTR-ADRC (ang. *Embedded Discrete-Time Repetitive ADRC*). Przeprowadzono badania eksperymentalne dla silnika PMSM, wskazując możliwości odrzucania

sygnałów zakłócających o różnych częstotliwościach.

Herbst w pracy [44] zaproponował zwarty opis algorytmu regulacji w formie transmitancyjnej, w której zawarte zostały elementy macierzy algorytmu oraz nastawy obserwatora i regulatora. Po przekształceniu Laplace'a z równań algorytmu oraz wyznaczeniu zależności pomiędzy odpowiednimi sygnałami, prawo sterowania zostało podzielone na filtr wstępny sygnału zadanego G_{PF} (ang. *prefilter*), sprzężenie zwrotne G_{FB} (ang. *feedback*) oraz sprzężenie wyprzedzające G_{FF} (ang. *feedforward*). Do wyznaczenia nastaw ESO i sprzężenia od stanu zastosowano klasyczną metodę lokowania biegunów. Zostały przedstawione struktury wymienionych transmitancji oraz wartości ich współczynników dla algorytmów regulacji pierwszego i drugiego rzędu. Zaproponowana forma opisu pozwoliła na łatwiejszą analizę struktur regulacji i porównanie współczynników transmitancji do nastaw regulatora PID. Przeprowadzona została również analiza częstotliwościowa pod kątem oscylacyjności czy szerokości pasma przenoszenia w zależności od parametrów projektowych. Proponowane podejście było rozwijane i stosowane również w innych pracach. Artykuł [74] zawiera opis w formie transmitancji algorytmu ADRC dla podejścia uchybowego eADRC oraz porównuje taką formę z klasycznym ADRC, w którym obserwator bazuje na sygnale wyjściowym. Autorzy wskazali na kompaktową strukturę takiego regulatora oraz łatwość implementacji często pożądaną w przemysłowych zastosowaniach. Jako wadę takiego podejścia wskazano w podanej formie asymptotycznej zbieżności w przypadku śledzenia zmiennej w czasie trajektorii, spowodowany przez nieuwzględnienie pochodnych sygnału zadanego w prawie sterowania.

Chociaż podstawowe podejście ADRC zakładało przy syntezie uproszczenie obiektu regulacji do postaci wielokrotnego integratora (o zadanym rzędzie) ze wzmocnieniem, autorzy pracy [33] zwrócili uwagę na problem niepewności modelowania i jego wpływ na pogorszenie jakości regulacji. Praca traktuje o syntezy algorytmu regulacji w warunkach niepewności współczynnika skalującego w torze wymuszenia, przyjmując sygnał wymuszający jako dodatkową zmienną stanu ESO. W kontekście poprawy jakości działania układu pojawia się także zagadnienie doboru rzędu algorytmu regulacji [48, 91, 140]. Wymienione prace porównują własności dynamiczne układów regulacji z algorytmami ADRC oraz PID pod kątem rzędu układu zamkniętego.

Zhou i in. w [142] wskazali potrzebę uwzględnienia w szczególnych przypadkach także innych informacji na temat obiektu. W przytoczonym artykule przedstawione zostało po raz pierwszy podejście uogólnione GADRC (ang. *Generalized ADRC*), którego wykorzystanie sugerowano szczególnie w przypadku liniowych obiektów „o trudnym modelu” – nieminimalnofazowych lub niestabilnych. W zaproponowanym algorytmie opis równań stanu został wyznaczony w postaci kanonicznej sterowalnej, uwzględniając współczynniki licznika i mianownika transmitancji w macierzach. Następnie, podobnie jak w podstawowym ADRC, rozszerzono opis układu o dodatkową zmienną stanu – funkcję całkowitego zaburzenia, zwiększając rozmiary poszczególnych macierzy i wektorów. Na przykładzie kilku modeli symulacyjnych (o charakterze stabilnym i niestabilnym, całkowitym, nieminimalnofazowym) wskazano przesłanki do stosowania podejścia GADRC. W szczególnych przypadkach uwzględnienie

dodatkowych informacji o modelu pozwala na zniwelowanie oscylacji lub nawet zapewnia stabilizację układu regulacji w pewnych przypadkach, gdy nie pozwala na to podejście podstawowe. Kontynuację badań nad metodą GADRC zamieszczono w [27], gdzie pojawiła się propozycja metody strojenia ADRC bazująca na informacji z modelu. Porównane zostały wartości wzmocnień sprzężenia od stanu dla wymienionych podejść i zaproponowano strojenie podstawowego ADRC pozwalające na uzyskanie własności układu jak najbardziej zbliżonych do działania GADRC. Metoda ta stanowi jednak przybliżenie GADRC i ma pewne ograniczenia pod kątem uzyskanej jakości regulacji.

Uogólniona forma ADRC stała się przedmiotem rozważań wielu innych prac badawczych. Hote i in. w [47] przedstawili przegląd aplikacji i zastosowań dla wspomnianego podejścia, a także dalsze wyzwania wskazane jako potencjalne obszary do rozwoju badawczego. Podejście GADRC zestawione zostało z metodą IMC (ang. *Internal Model Control*), czy sterowaniem odpornym typu H_∞ dla różnych rodzajów obiektów, np. napędów elektrycznych. Wskazano możliwości śledzenia trajektorii oraz kompensacji zakłóceń względem wymienionych metod oraz klasycznego, liniowego ADRC. Artykuł [41] przedstawia regulację temperatury z kompensatorem zjawiska windup oraz wykorzystaniem podejścia GADRC z uwzględnieniem znanej informacji na temat modelu. Dzięki zastosowaniu dodatkowej funkcji uwzględniającej informacje na temat ograniczeń (górnego i dolnego) sygnału sterującego otrzymano poprawę jakości regulacji w warunkach nasycenia sygnału sterującego. Przedstawiona struktura może zostać zaimplementowana również dla układów o wielu wejściach i wyjściach [89]. W przytoczonej pracy Mrotek i in. zastosowali GADRC dla wielowymiarowego obiektu mechanicznego w obecności zakłóceń pomiarowych.

W pracy [96] przedstawiono podejście o nazwie uogólnionego rozszerzonego obserwatora stanu GESO (ang. *Generalized Extended State Observer*) w wersji nieliniowej. Przeprowadzona została teoretyczna analiza stabilności układu o zaproponowanej strukturze (wykazano spełnienie warunku Lipschitza), a działanie zostało zasymulowane dla modelu układu mechanicznego w ruchu postępowym o dwóch stopniach swobody. Uwzględnienie informacji o parametrach obiektu także pozwoliło na uzyskanie skutecznego śledzenia trajektorii względem podejścia podstawowego. Podobne podejście z zastosowaniem GESO rozpatrywane było także w pracach [65, 128] dla układów mechanicznych o wielu wyjściach, gdzie przestrzeń stanu przyjmowała niefazową konfigurację.

Jeżeli parametry modelu nie są znane a priori lub też zmieniają się w czasie w trakcie działania układu (system jest niestacjonarny), stosuje się algorytmy adaptacyjne, wykorzystujące na przykład identyfikację rekursywną lub inne metody optymalizacji. Przesłanką do włączenia adaptacji do prawa sterowania może być również możliwość poprawy jakości nastrojonego wstępnie algorytmu. W artykule [138] zaproponowano mechanizm adaptacji dla obiektu zawierającego strefę martwą w charakterystyce statycznej. Zastosowano optymalizację roju cząstek PSO (ang. *Particle Swarm Optimization*) w celu uaktualniania wzmocnień regulatora oraz ESO na podstawie wartości uchybu regulacji, błędu estymacji i sygnału sterującego z danego kroku, zawartych w funkcji celu. Taka optymalizacja pozwoliła skompensować nieliniowość

modelu oraz poprawić jakość działania układu poprzez adaptację nastaw. Autorzy zwrócili uwagę na prostotę implementacji metody strojenia algorytmu, pożądaną w zastosowaniach praktycznych i przemysłowych. Bai i in. w [8] zaimplementowali algorytm ADRC minimalizujący kwadratowy wskaźnik jakości w sterowaniu platformą stabilizowaną inercyjnie, gdzie dostrajany był jeden parametr. Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów umożliwiło uaktualnienie wzmocnienia z toru wymuszenia i poprawę jakości regulacji. Testy przeprowadzono na modelu symulacyjnym oraz na rzeczywistym obiekcie. Porównania zaproponowanego algorytmu z regulatorem PID potwierdziły skuteczność przedstawionej metody adaptacji. Autorzy pracy [50] zaimplementowali podobny mechanizm adaptacji dla nastaw obserwatora stanu dla podwodnego szybowca NPManta II. Konieczność dostrojenia algorytmu uzasadniono trudnym opisem matematycznym oraz niepewnościami modelowania powodującymi pogorszenia jakości regulacji. Zastosowanie mechanizmów adaptacji można znaleźć także w [35, 111] dla modeli robotów latających i mobilnych oraz w [133] dla silnika synchronicznego z magnesami trwałymi PMSM (ang. *Permanent Magnet Synchronous Motor*). Adaptacyjna regulacja nachylenia dla robota latającego z trzepoczącymi skrzydłami FWMAV (ang. *Flapping Wings Micro Aerial Vehicle*) z użyciem ADRC została przedstawiona w [26]. Jako główną część zaburzenia systemu założono nieznaną moment bezwładności robota, a algorytm regulacji bazował na odwrotnej kinematyce modelu. Za pomocą funkcji Lapunowa wykazano stabilność i zbieżność algorytmu. Skuteczność implementacji ADRC została potwierdzona symulacyjnie oraz w warunkach rzeczywistych.

W pracy [130] zaproponowano ulepszoną metodę regulacji ADRC – IADRC (ang. *Improved ADRC*). Wykorzystano rekursywną metodę najmniejszych kwadratów RLS do identyfikacji parametrów dla rozrusznika z magnesem trwałym mikroturbinowego silnika gazowego. Zbadano symulacyjnie regulację prędkości oraz momentu, porównując zaproponowane podejście z podstawowym (nieadaptacyjnym) ADRC. Poprzez korekcję funkcji zaburzenia zastosowane parametry obiektu posłużyły do poprawy jakości regulacji. Podejście IADRC zostało także wykorzystane w [106] do sterowania prędkością silnika prądu stałego o magnesach trwałych. W przytoczonym artykule wykorzystano podejście adaptacyjne z modelem odniesienia MRAS (ang. *Model Reference Adaptive System*) w dziedzinie częstotliwości. Zaproponowane podejście IADRC zostało porównane z adaptacyjnym regulatorem PI wykorzystującym MRAS. Przeprowadzono symulacyjnie analizę czasową parametrów i jakości regulacji, jak i analizę częstotliwościową.

Autorzy prac [99, 100] zaproponowali obserwator stanu z identyfikacją parametrów PIESO (ang. *Parameter Identifying ESO*). Przedstawiony został autorski opis modelu obiektu wyróżniający, oprócz wielokrotnego integratora, także regresor odpowiadający za zidentyfikowaną dynamikę obiektu. Bazując na wybranej funkcji Lapunowa oraz estymacie funkcji całkowitego zaburzenia, zaimplementowany został algorytm identyfikacji parametrów skalujących przyjęte zmienne regresji. Zbieżność algorytmu potwierdzono teoretycznie, a także symulacyjnie i eksperymentalnie, wykorzystując rzeczywiste systemy robotyczne. W wymienionych pracach były to eksperymenty bierne w układzie otwartym – zidentyfikowane parametry nie były

wykorzystywane do poprawy jakości sterowania. W pracy [101] oraz rozprawie doktorskiej [97] przedstawiono natomiast algorytm ADRC z identyfikacją parametrów nazwany PIDRC (ang. *Parameter Identifying DRC*), w którym otrzymany regresor posłużył do poprawy wartości estymaty funkcji zaburzenia w układzie zamkniętym. W przytoczonej rozprawie zwrócono także uwagę na wpływ niepewności modelowania na działanie układu z algorytmem ADRC. Eksperymenty w układzie zamkniętym zostały wykonane również dla systemów robotycznych (manipulatora o jednym stopniu swobody czy poduszki). Zbadano wpływ wybranych niepewności modelowania na działanie układu z regulatorem ADRC, jednak wyjaśnienie części obserwacji z tych badań określono jako nadal otwarty problem badawczy. We wszystkich przytoczonych pracach proponujących podejście adaptacyjne zapis macierzowy i prawo sterowania projektuje się jak dla wielokrotnego integratora, natomiast część modelu matematycznego włączana jest poza macierzami, korygując wartość estymaty funkcji całkowitego zaburzenia.

W przypadku wystąpienia niepomijalnych szumów pomiarowych zastosowanie ESO z lokowaniem biegunów może okazać się niewystarczające dla skutecznej estymacji stanu i w efekcie realizacji zadania sterowania. Pojawiają się w literaturze podejścia, w których rozszerzony obserwator stanu zastępowany jest przez inne algorytmy estymacji, z których najpopularniejszym jest filtr Kalmana. W pracy [3] autorzy zastosowali algorytm liniowego dwuetapowego filtru Kalmana zamiennie zamiast ESO w celu estymacji stanu rozszerzonego w warunkach zakłóceń stochastycznych. Zwrócono uwagę na wykorzystanie informacji o wariancjach zakłóceń podczas strojenia estymatora, których to informacji nie podaje się do obserwatora Luenbergera. Zhang i in. w [136] zaproponowali bardzo podobne podejście – algorytm KF w estymacji rozszerzonego wektora stanu ESKF (ang. *Extended State Kalman Filter*) dla niestacjonarnego obiektu nieliniowego, którego parametry były zmienne w czasie. W obu przytoczonych publikacjach działanie zaproponowanych odmian obserwatorów zostało zweryfikowane jedynie w układzie otwartym, przy podanym określonym sygnale wymuszającym na obiekt. Dwuetapowy filtr Kalmana w obu tych pracach uwzględniał w macierzy procesu parametry wielomianu charakterystycznego obiektu (podobnie jak w GADRC) – nie zostało zweryfikowane podejście podstawowe (bezmodelowe) ADRC, z modelem odsprzęgniętym do postaci integratora. Filtr Kalmana został jednak określony jako dobra alternatywa dla obserwatora stanu przy wystąpieniu niepomijalnego zakłócenia pomiarowego.

W zadaniu projektowania układów regulacji przy zakłóceniach pomiarowych często spotykanym podejściem jest zastosowanie połączonych w szereg algorytmów KF oraz ESO. W takiej konfiguracji filtr Kalmana ma za zadanie odfiltrować szumy pomiarowe (bazując na modelu obiektu), a następnie estymata trafia do obserwatora, którego zadaniem jest estymacja rozszerzonego wektora stanu dla algorytmu regulacji (w konfiguracji fazowej). Takie połączenie zastosowano w [124] dla sterowania przepustnicą elektroniczną. Pokazano przewagę wstępnej filtracji danych przez KF względem działania samego obserwatora ESO dla pomiarów silnie zaszumionych. W tym drugim przypadku należy wybrać kompromis pomiędzy szybkim działaniem układu i kompensacją zakłóceń a filtracją szumów pomiarowych (stosując strojenie

metodą lokowania biegunów). Oba te przypadki prowadzić mogą do pogorszenia jakości regulacji. Autorzy pracy [22] zastosowali podobne połączenie w celu analizy i detekcji uszkodzeń robota latającego w trakcie eksperymentu. Wymienioną kombinację KF i ESO znaleźć można także w [52] dla sterowania antypoślizgowego pojazdem elektrycznym, czy w [103, 133] dla sterowania prędkością kątową silnika typu PMSM. Szabat i in. w pracy [125] przedstawili regulację dla układu dwumasowego z połączeniem sprzężystym, wykorzystując dodatkowo algorytm genetyczny do celów strojenia KF. We wszystkich wymienionych przypadkach zastosowanie filtracji Kalmana przynosiło pozytywny efekt względem układu z klasycznym obserwatorem stanu.

Dyskretny filtr Kalmana jest najczęściej wykorzystywaną techniką estymacji probabilistycznej, jednak w niektórych zastosowaniach (jak synteza ciągłego układu regulacji) wygodniej jest wykorzystać algorytm ciągły, nazywany filtrem Kalmana-Bucy'ego KBF (ang. *Kalman-Bucy Filter*) [112, 51]. Zaproponowane zostały także podejścia z ciągłym filtrem KBF do estymacji rozszerzonego wektora stanu ESKBF (ang. *Extended State Based Continuous-Time Kalman-Bucy Filter*) [135, 137]. Zaproponowane podejścia zostały przedstawione dla pewnej klasy systemów nieliniowych, o zmiennych w czasie parametrach. Wykorzystano dodatkową zmienną stanu do estymacji funkcji zaburzenia, stanowiącej niemodelowaną (nieliniową) dynamikę systemu. Wykazano asymptotyczną zbieżność i optymalne działanie proponowanego podejścia. Wymienione prace [3, 136, 135, 137] przedstawiają zastosowanie filtru Kalmana (w odmianie dyskretniej i ciągłej) zostały zaprezentowane wyłącznie dla modeli symulacyjnych, tylko w układzie otwartym. Nie rozważano eksperymentów rzeczywistych.

W zadaniu sterowania z ograniczaniem wpływu zaszumienia pomiarowego proponowane są także inne modyfikacje struktur obserwatorów, jak na przykład kaskadowy rozszerzony obserwator stanu CESO (ang. *Cascaded Extended State Observer*) [61]. Filtrowanie zakłóceń poprawione zostało dzięki działaniu równocześnie kilku obserwatorów stanu połączonych w kaskadę, gdzie każdemu z nich przypisuje się proporcjonalnie większą wartość zadanej szerokości pasma przenoszenia względem ESO z pierwszego poziomu. Estymata wyznaczana przez dany obserwator zależna jest od wyjścia z wcześniejszego obserwatora występującego w kaskadzie, a końcowy stan stanowi liniową kombinację wyników z poszczególnych podob obserwatorów (wybieraną przez selektor stanu, ang. *state selector*). W przytoczonej publikacji zbadano wpływ liczby szeregowo połączonych obserwatorów oraz podstawowej szerokości pasma przenoszenia na działanie układu, gdzie celem była minimalizacja całkowitego wskaźnika jakości bazującego na module z błędu estymacji. Kaskadowy obserwator stanu autorzy zastosowali także w [62] dla sterowania przetwornicą prądu stałego (ang. *DC-DC Buck Power Converter*). Dzięki zastosowanemu podejściu CESO można było osiągnąć skuteczne odsumowanie danych pomiarowych także w warunkach rzeczywistych, bez konieczności wyboru pomiędzy szybkością układu a zdolnością do odrzucania zaszumienia. Podobne podejście z zastosowaniem kaskady obserwatorów zostało również przedstawione w [9] dla obiektu z opóźnieniem transportowym.

Tabela 1.3: Zestawienie wybranych odmian algorytmu ADRC oraz obserwatora ESO.

Akronim	Rozwinięcie (w jęz. angielskim)	Źródło
eADRC	error-based ADRC	[74, 71, 48]
GADRC	Generalized ADRC	[142, 27, 96]
IADRC	Improved ADRC	[130]
PIDRC	Parameter Identifying DRC	[101, 97]
CESO	Cascaded ESO	[62, 61, 9]
DESO	Discrete-Time ESO	[126, 68]
GESO	Generalized ESO	[96, 65, 128]
NESO	Nonlinear ESO	[37, 6]
PIESO	Parameter Identifying ESO	[99, 97]
RESO	Resonant ESO	[73]
	Reduced-Order ESO	[10]

Warto też wspomnieć, iż rosnąca popularność algorytmu regulacji ADRC implikuje zainteresowanie narzędziami ułatwiającymi jego wykorzystanie dla osób rozpoczynających dopiero naukę tej metody. Przykładem może być preprint [60], gdzie autorzy zaproponowali ADRC Toolbox dla oprogramowania MATLAB/Simulink w postaci kompaktowego bloku „drag-and-drop” na wzór gotowego regulatora PID. Po podaniu parametrów projektowych blok realizuje uchybowy algorytm regulacji ADRC dla dowolnego rzędu obiektu, zdefiniowanego przez użytkownika. W pracy opisano sposób działania algorytmu oraz zaprezentowano przykłady wykorzystania narzędzia dla modeli symulacyjnych oraz obiektów rzeczywistych programowanych z poziomu Simulinka w połączeniu z *Simulink Support Package for Arduino Hardware*. Udostępnione zostały schematy symulacyjne i programy do połączenia z obiektami, aby użytkownik mógł samodzielnie odtworzyć efekty pracy.

W celu usystematyzowania wymienionych odmian algorytmu ADRC, w tab. 1.3 zebrano ich nazwy oraz krótkie charakterystyki. Nakreślono w szczególności przypadki, których nazwa sprowadza się do identycznego akronimu.

1.3 Tezy i struktura pracy

Po dokonaniu przeglądu literatury znalezione zostały pewne obszary stanowiące potencjalne problemy badawcze możliwe do rozwinięcia i rozwiązania, co stanowiło główną motywację do podjęcia tematu rozprawy. Punktem wyjścia stało się podejście uogólnione GADRC. Pomimo pewnych analiz teoretycznych dostępnych w literaturze wciąż w przekonaniu autora rozprawy nie ma jeszcze sprecyzowanych dokładnych warunków stosowalności tego podejścia. Za pomocą opisu transmitancyjnego można podjąć próbę uzasadnienia wpływu niepewności niektórych parametrów wskazanych w [97] na zachowanie układu, a także określić można możliwości redukcji rzędu algorytmu i jego wpływu na jakość regulacji. W dalszej kolejności za interesujący problem badawczy uznano połączenie GADRC z adaptacją parametrów oraz technikami strojenia obserwatorów. Za pewną lukę w literaturze uznano brak porównania wymienionych metod w przypadku wystąpienia zakłóceń pomiarowych. Luka ta została wypełniona przez zaproponowanie intuicyjnej metody strojenia obserwatora oraz pokazanie porównań eksperymentalnych z jej wykorzystaniem. Na podstawie aktualnego stanu wiedzy oraz potencjalnych możliwości poprawy jakości regulacji zaproponowana została teza rozprawy i tezy pomocnicze.

Teza: Uwzględnienie znanej części modelu w procesie syntezy ADRC, a także wykorzystanie technik adaptacji parametrów i strojenia estymatorów stanu, mogą poprawić precyzję i jakość regulacji dla obiektów sterowania ruchem.

Tezy pomocnicze:

- 1) W przypadku występowania niedominującej stabilnej dynamiki obiektu synteza algorytmu regulacji może zostać przeprowadzona na podstawie uproszczonego modelu niższego rzędu.
- 2) Uwzględnienie zidentyfikowanych parametrów modelu w algorytmie ADRC może prowadzić do poprawy jakości regulacji względem podejścia bezmodelowego.
- 3) Zastosowanie technik adaptacji parametrów pozwala poprawić jakość regulacji i odrzucania zakłóceń względem podejść nieadaptacyjnych w przypadku wystąpienia błędów modelowania, a także w przypadku zmiennych w czasie wartości parametrów.
- 4) Badania nad strojeniem obserwatorów stanu prowadzą do poprawy informacji sensorycznej i jakości regulacji w warunkach stochastycznych zakłóceń pomiarowych.

Warto w tym miejscu również wspomnieć o metodyce badań wykonanych w ramach niniejszej rozprawy. Część teoretycznych rozważań przeprowadzona została w sposób analityczny, przytaczając matematyczne dowody i twierdzenia. Znaczna część pracy jednak skupia się na dyskusji na podstawie narzędzi symulacyjnych i eksperymentalnych w przedstawianiu wyników, co czyni je aplikowalnymi w warunkach

rzeczywistych. Bazując na ogólnym opisie, a także pewnych szczególnych przypadkach symulacyjnych oraz działaniu w warunkach rzeczywistych, wskazane zostały podstawy działania ADRC, a także udowodniono tezę pracy i tezę pomocnicze.

Przedstawione w pracy porównania zestawiają zaproponowane podejścia i modyfikacje z podstawowymi odmianami ADRC. Zamieszczono także odniesienia do porównań między różnymi metodami regulacji znanymi z literatury, wskazując ich zalety oraz ograniczenia wynikające z ich użycia. Porównanie pomiędzy różnymi metodami jest w ogólności możliwe, ale uzyskanie obiektywnego osądu jest zadaniem trudnym i wymaga użycia pewnych miar projektowania i jakości. Utrudnieniem dla takich porównań mogą być zjawiska związane z poszczególnymi metodami, jak windup występujący w regulacji PID, które mogłyby zaburzać porównania stosujące identyczne kryterium dla dwóch różnych metod [43]. Próbę porównania ADRC z klasycznym sprzężeniem od stanu podjęto w pracy [90], której wyniki wychodzą jednak poza tematykę tej rozprawy.

Struktura rozprawy przedstawia się następująco. Rozdział 2 zawiera omówienie ogólnej struktury modelu oraz zasady działania algorytmu ADRC w wersji podstawowej oraz uogólnionej. Wskazano budowę poszczególnych macierzy, sposoby działania obserwatora i prawa sterowania bazującego na sprzężeniu od stanu, a także metodę lokowania biegunów w doborze nastaw. Przedstawione zostały również podstawowe zasady strojenia algorytmu i syntezy układu regulacji ze szczegółowym wyjaśnieniem na przykładzie obiektu drugiego rzędu. Podsumowanie rozdziału 2 stanowią przykłady symulacyjne obrazujące podstawy działania metody ADRC w wymienionych odmianach oraz wpływ wartości parametrów obiektu (dla wersji liniowej oraz nieliniowej) na działanie algorytmu.

W rozdziale 3 zostały zaprezentowane autorskie modyfikacje podejść z literatury oraz rozwiązania, które pozwalają poprawić jakość działania podstawowych metod regulacji ADRC w przytoczonych przypadkach. Skupiono się w pierwszej kolejności na opisie układu regulacji za pomocą transmitancji (z podziałem na transmitancję wymuszeniową i zakłóceniovą), aby przeanalizować wpływ przyjętej struktury algorytmu, jego rzędu oraz doboru nastaw na zachowanie układu zamkniętego. Zaproponowano zasady redukcji rzędu algorytmu ADRC przez pomijanie biegunów niedominujących. Zbadano symulacyjnie wpływ wybranych parametrów na rozkład biegunów i zer, a także wpływ niepewności wybranych parametrów na transmitancję układu zamkniętego. Dla podejścia uogólnionego GADRC zaproponowano włączenie rekursywnej identyfikacji parametrów obiektu w celu możliwości poprawy działania układu w przypadku ich początkowej niepełnej znajomości, lub zmienności w czasie. Metoda identyfikacji została uodporniona na zakłócenia odstające, wywołane obecnością zewnętrznego sygnału zakłócającego. Na koniec skupiono się na modyfikacjach obserwatorów w warunkach działania stochastycznych zakłóceń pomiarowych. W celu poprawy możliwości filtracji szumów przy jednoczesnym zachowaniu szybkości układu wprowadzona została nowa metoda doboru nastaw ESO bazująca na wzmocnieniach ze stanu ustalonego filtru Kalmana (tak nastrojony obserwator nazwano ESO_{KF}). Zaproponowane metody poparte zostały przykładami symulacyjnymi dla obiektów drugiego rzędu, liniowego oraz z częścią nieliniową.

Rozdział 4 przedstawia szczególne rozwiązania oraz wyniki eksperymentalne dla obiektów rzeczywistych z wykorzystaniem wybranych modyfikacji algorytmu ADRC zaproponowanych w pracy. Do badań wykorzystano trzy obiekty mechaniczne, silnik prądu stałego (w zadaniu regulacji prędkości), stół balansujący kulką oraz wahadło napędzane kołem reakcyjnym. Opisane zostały modele matematyczne wykorzystanych rzeczywistych obiektów oraz zasady ich działania. Dla wybranych struktur modeli wprowadzono szczegółowe notacje i sposoby syntezy ADRC. Przedstawiono charakterystyki częstotliwościowe i przebiegi czasowe dla wybranych rozwiązań, także w zestawieniu z wynikami symulacyjnymi. Wyniki testów pozwalają potwierdzić poprawność wykonanych wcześniej symulacji, prezentując działanie zaproponowanych podejść także w warunkach rzeczywistych. W rozdziale 5 zawarto podsumowanie przeprowadzonych badań i najważniejsze wnioski z nich płynące. Nakreślono także potencjalne perspektywy rozwinięcia wykonanych w ramach niniejszej rozprawy prac.

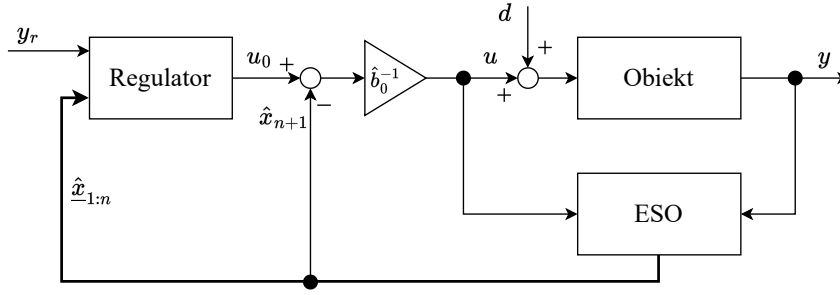
Zasada działania algorytmu regulacji z aktywną kompensacją zakłóceń

Niniejszy rozdział zawiera opis działania i przykłady symulacyjne dla metody Active Disturbance Rejection Control. Przedstawione zostały podstawowe założenia, opis ogólny obiektu, a także proces syntezy algorytmu regulacji. Porównano podstawowe podejście zakładające uproszczenie struktury obiektu regulacji do postaci wielokrotnego integratora (ang. *integral chain*) o zadanym rzędzie i wzmacnieniu z podejściem uogólnionym GADRC, wykorzystującym liniową część modelu w procesie syntezy algorytmu. Pierwsza struktura nazywana będzie w dalszej części pracy bezmodelową – mfADRC (ang. *model-free ADRC*), ze względu na brak uwzględnienia parametrów modelu liniowego, lub alternatywnie wielomianu charakterystycznego, w pętli odsprzęgania. Druga z odmian nazywana będzie podejściem modelowym mbADRC (ang. *model-based ADRC*), ponieważ syntezę algorytmu przeprowadza się w oparciu o parametry obiektu regulacji – współczynniki wielomianu charakterystycznego części liniowej i parametry znanej części nieliniowej. Przedstawiono także przykłady symulacyjne obrazujące działanie, korzyści oraz wady dla obu przytoczonych odmian. Przeprowadzono szczegółową analizę działania układu i proces doboru nastaw dla obiektu II rzędu.

2.1 Podstawy działania algorytmu regulacji ADRC

Metoda regulacji z aktywną kompensacją zakłóceń ADRC zakłada odsprzęgnięcie wewnętrznej dynamiki obiektu sterowania oraz adaptację sygnału sterującego do zewnętrznych zakłóceń oddziałujących na układ. Algorytm ADRC składa się z rozszerzonego obserwatora stanu ESO, którego zadaniem jest estymacja wewnętrznego stanu obiektu oraz funkcji całkowitego zaburzenia zawartej w dodatkowej zmiennej stanu. Informacja na temat funkcji zaburzenia wykorzystywana jest w zewnętrznej pętli odsprzęgania, sprowadzającej model obiektu do postaci wielokrotnego integratora. Dla takiego uproszczonego modelu przeprowadza się syntezę prawa sterowania, generującego sygnał sterujący dla wewnętrznej pętli regulacji.

Schemat działania układu regulacji ADRC został przedstawiony na rys. 2.1.



Rysunek 2.1: Struktura algorytmu ADRC.

Model obiektu regulacji – podstawowe założenia

Podstawowy obiekt regulacji można rozpatrywać jako system n_p -tego rzędu o jednym wejściu i jednym wyjściu, którego dynamika dana jest następującym równaniem

$$y^{(n_p)}(t) = g(y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(n_p-1)}(t), u(t), t) + b_0(u(t) + d(t)), \quad (2.1)$$

gdzie $y(t)$ jest sygnałem wyjściowym (pomiarowym), $\dot{y}(t) = \frac{dy(t)}{dt}$ jest to pochodna po czasie dla sygnału $y(t)$ (w ogólności $y^{(n_p)}(t) = \frac{d^{n_p}y(t)}{dt^{n_p}}$ stanowi n_p -tą pochodną po czasie dla sygnału wyjściowego), $u(t)$ jest sygnałem wymuszającym, $d(t)$ to sygnał zakłócający w torze wymuszenia, b_0 to współczynnik wzmocnienia sygnału wymuszającego (ang. *input gain*), natomiast funkcja $g(\cdot)$ reprezentuje wewnętrzną dynamikę obiektu (liniową oraz nieliniową) oraz wewnętrzne zaburzenia (niemodelowane części systemu).

Dla przejrzystości zapisu w dalszej części pracy pomijana będzie jawna zależność sygnałów od czasu, zatem od tej pory przyjmuje się $y = y(t)$.

Model obiektu (2.1) można przekształcić do postaci

$$y^{(n_p)} = f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}, u, d, t) + \hat{b}_0 u, \quad (2.2)$$

gdzie $f(\cdot)$ to funkcja całkowitego zaburzenia, a \hat{b}_0 to estymata współczynnika skalującego wymuszenie.

Zakłada się, iż cała dynamika wewnętrzna i zaburzenia wewnętrzne, sygnał zakłócający z toru wymuszenia, oraz błąd modelowania współczynnika b_0 wchodzi w skład funkcji całkowitego zaburzenia systemu danej równaniem

$$f(\cdot) = g(\cdot) + b_0 d + (b_0 - \hat{b}_0) u. \quad (2.3)$$

Projektując podstawową odmianę algorytmu ADRC wymagane jest oszacowanie jedynie rzędu obiektu n_p oraz estymaty współczynnika skalującego wymuszenie \hat{b}_0 . Cała reszta modelu zawarta jest w wymienionej funkcji zaburzenia (2.3).

Przykład 2.1. Wyprowadzenie struktury dla przykładowego modelu.

Dany jest obiekt dwuinercyjny o rzędzie $n_p = 2$, wzmocnieniu k oraz stałych czasowych T_1, T_2 , który zakłócany jest sygnałem d w torze wymuszenia

$$\ddot{y} = \underbrace{-\frac{1}{T_1 T_2} y - \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right) \dot{y}}_{g(\cdot)} + \underbrace{\frac{k}{T_1 T_2}}_{b_0} (u + d). \quad (2.4)$$

Przekształcenie do postaci (2.1) można wykonać przez podstawienie

$$g(\cdot) = -\frac{1}{T_1 T_2} y - \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right) \dot{y}, \quad (2.5)$$

$$b_0 = \frac{k}{T_1 T_2}. \quad (2.6)$$

Zakładając znajomość estymat parametrów $\hat{k}, \hat{T}_1, \hat{T}_2$ można zapisać równanie (2.2)

$$\ddot{y} = f(y, \dot{y}, u, d, t) + \hat{b}_0 u, \quad (2.7)$$

gdzie

$$f(\cdot) = -\frac{1}{T_1 T_2} y - \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right) \dot{y} + \frac{k}{T_1 T_2} d + \left(\frac{k}{T_1 T_2} - \hat{b}_0\right) u, \quad (2.8)$$

$$\hat{b}_0 = \frac{\hat{k}}{\hat{T}_1 \hat{T}_2}. \quad (2.9)$$

Opis obiektu w przestrzeni stanu

Na potrzeby zaprojektowania rozszerzonego obserwatora stanu ESO oraz algorytmu regulacji wprowadza się reprezentację obiektu regulacji w postaci równań stanu. Oprócz podstawowej konfiguracji zmiennych uwzględnia się jedną dodatkową zmienną stanu, reprezentującą funkcję całkowitego zaburzenia systemu.

Przyjmując fazową konfigurację zmiennych stanu

$$\underline{x}_{n_p}^T = [x_1, x_2, \dots, x_{n_p}] = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}]$$

otrzymuje się opis obiektu (2.2) w przestrzeni stanu

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n_p} = f(\cdot) + \hat{b}_0 u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.10)$$

W celu estymacji funkcji zaburzenia wprowadza się jedną dodatkową zmienną stanu $x_{n_p+1} = f(\cdot)$, a rozszerzony wektor stanu przyjmuje postać

$$\underline{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n_p+1}] = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, f(\cdot)].$$

Dla tak zdefiniowanego wektora \underline{x} można zapisać rozszerzony względem (2.10) model

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n_p} = x_{n_p+1} + \hat{b}_0 u \\ \dot{x}_{n_p+1} = f(\cdot) \\ y = x_1 \end{array} \right. , \quad (2.11)$$

który jest fizycznie realizowalny, gdy funkcja całkowitego zaburzenia $f(\cdot)$ spełnia warunek Lipschitza.

Układ równań (2.11) można równoważnie przedstawić korzystając z następującego zapisu macierzowego

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}\hat{b}_0 u + \underline{h}f \\ y = \underline{c}^T \underline{x} \end{array} \right. , \quad (2.12)$$

gdzie macierz stanu, wektor wymuszeń, wektor zaburzenia oraz wektor wyjść mają postacie odpowiednio:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n_p+1) \times (n_p+1)},$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p+1}, \underline{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p+1}, \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p+1}. \quad (2.13)$$

Uwaga 2.1. Współczynnik skalujący wymuszenie może w ogólności stanowić pewną funkcję zmienną w czasie lub zależną od stanu, wtedy model obiektu przyjmie postać

$$y^{(n_p)} = g(y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}) + b(y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}, d, t)(u + d).$$

Przyjęcie w rozważaniach wartości stałej $\hat{b}_0 = \text{const}$ stanowiłoby wtedy założenie upraszczające, linearyzując model obiektu w wybranym punkcie pracy.

Również w przypadku obiektu z dynamiką wymuszenia (zerami transmitancji) zmieni się struktura opisu układu. Zakładając dynamikę sygnału sterującego daną wielomianem

$$B(s) = b_{n_p-1}s^{n_p-1} + b_{n_p-2}s^{n_p-2} + \dots + b_2s^2 + b_1s + b_0,$$

wektor wyjść przyjmie postać (na podstawie [142])

$$\underline{c}^T = \left[1, \frac{b_1}{b_0}, \frac{b_2}{b_0}, \dots, \frac{b_{n_p-1}}{b_0}, 0 \right].$$

W niniejszej rozprawie, na potrzeby przeprowadzanych rozważań teoretycznych, przyjęto stałą wartość współczynnika skalującego wymuszenie $b_0 = \text{const}$.

Budowa rozszerzonego obserwatora stanu ESO

Do celu estymacji stanu i zaburzenia zakłada się rząd modelu n (w ogólności nie musi być on zgodny z rzędem obiektu n_p) oraz buduje się rozszerzony obserwator stanu ESO bazujący na algorytmie Luenbergera:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= \mathbf{A}\hat{x} + \underline{b}\hat{b}_0u + \underline{l}(y - \underline{c}^T\hat{x}) \\ \hat{y} &= \underline{c}^T\hat{x} \end{cases}, \quad (2.14)$$

gdzie $\hat{x} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n+1}]^T = [\hat{y}, \hat{y}, \dots, \hat{f}(\cdot)]^T$ to estymowany wektor stanu, $\underline{l} = [l_1, l_2, \dots, l_{n+1}]^T$ jest wektorem wzmocnień obserwatora. Warto zauważyć, iż na etapie estymacji stanu nie uwzględnia się w żadnym miejscu informacji na temat funkcji całkowitego zaburzenia systemu $f(\cdot)$. Zadaniem ESO będzie zatem jej odtworzenie na podstawie błędu estymacji wyjścia. Macierz stanu obserwatora można opisać jako $\mathbf{A}_o = \mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T$, która to zależność uwidacznia się po przepisaniu równań (2.14) do postaci

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T)\hat{x} + \underline{b}\hat{b}_0u + \underline{l}y \\ \hat{y} &= \underline{c}^T\hat{x} \end{cases}. \quad (2.15)$$

Macierze i wektory dane są jak w (2.13) o rozmiarach odpowiednio $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$, $\underline{b} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\underline{c} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\underline{h} \in \mathbb{R}^{n+1}$.

Uwaga 2.2. W pierwszych propozycjach ADRC [38, 37] wykorzystywana była nieliniowa postać obserwatora – wektor wzmocnień \underline{l} nie skalował liniowo błędu estymacji $e_o = y - \underline{c}^T\hat{x}$, a pewną zależną od tego błędu funkcję nieliniową $f_{al}(\cdot)$:

$$f_{al}(e_o, \gamma, \delta) = \begin{cases} e_o^\gamma \text{Sign}(e_o), & |e_o| > \delta \\ \frac{e_o}{\delta^{1-\gamma}}, & |e_o| \leq \delta \end{cases}. \quad (2.16)$$

Równania obserwatora ESO przyjmowały postać

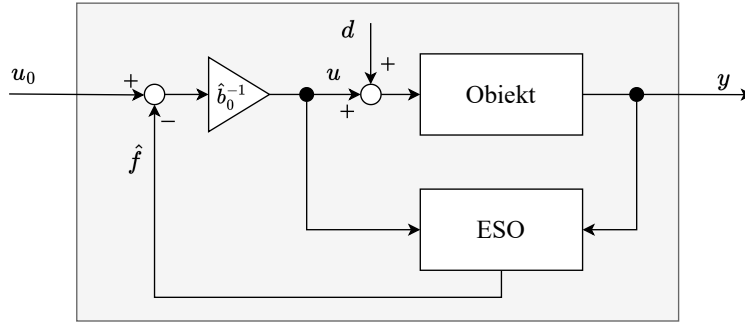
$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= \mathbf{A}\hat{x} + \underline{b}\hat{b}_0u + \underline{l}f_{al}(e_o, \gamma, \delta) \\ \hat{y} &= \underline{c}^T\hat{x} \end{cases}, \quad (2.17)$$

gdzie γ i δ stanowiły parametry projektowe.

Na potrzeby rozpatrywanych rozważań i zastosowań w niniejszej rozprawie przyjmuje się liniową postać obserwatora stanu.

Prawo sterowania

Po odsprzęgnięciu zakładanej dynamiki obiektu sterowania od części niemodelowanej oraz zakłóceń zewnętrznych, można kształtować dynamikę układu zamkniętego w wewnętrznej pętli regulacji. Prawo sterowania zakłada maksymalne uproszczenie



Rysunek 2.2: Obiekt regulacji widziany z punktu widzenia pętli zewnętrznej.

obiektu sterowania, sprowadzając go w pętli odsprzęgnięcia do postaci wielokrotnego integratora

$$y^{(n)} = u_0. \quad (2.18)$$

Model obiektu regulacji widziany z perspektywy sygnału sterującego (rys. 2.2), po odsprzęgnięciu zakłóceń, dany jest równaniem stanu

$$\dot{\underline{x}}_n = \mathbf{A}_n \underline{x}_n + \underline{b}_n u_0, \quad (2.19)$$

gdzie uwzględnia się n pierwszych wierszy i kolumn macierzy i wektorów (2.13), separując ich części odpowiedzialne za funkcję całkowitego zaburzenia. Zatem $\underline{x}_n = [x_1, \dots, x_n]^T$, $\mathbf{A}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\underline{b}_n \in \mathbb{R}^n$.

Nowy sygnał sterujący (dla obiektu po założonym uproszczeniu (2.19) – odsprzęgniętego od zaburzenia) przyjmuje postać pozwalającą kształtować wewnętrzną dynamikę układu zamkniętego

$$\begin{aligned} u_0 &= y_r^{(n)} + \underline{k}^T (\underline{r} - \hat{\underline{x}}) = \\ &= y_r^{(n)} + k_1 (y_r - \hat{x}_1) + k_2 (\dot{y}_r - \hat{x}_2) + \dots + k_n (y_r^{(n-1)} - \hat{x}_n), \end{aligned} \quad (2.20)$$

gdzie $\underline{r} = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}]^T$ oznacza wektor sygnału referencyjnego i jego pochodnych.

Uwaga 2.3. W zadaniu śledzenia trajektorii przy realizacji prawa sterowania (2.20) zakłada się znajomość n pochodnych sygnału referencyjnego, który to powinien być gładki, o klasie ciągłości C^n

W przypadku regulacji stałowartościowej nie ma potrzeby wykorzystania w powyższym równaniu pochodnych sygnału zadanego i prawo (2.20) upraszcza się do postaci

$$u_0 = k_1 y_r - \underline{k}^T \hat{\underline{x}} = k_1 (y_r - \hat{x}_1) - k_2 \hat{x}_2 - \dots - k_n \hat{x}_n. \quad (2.21)$$

Przyrównując prawe strony równań (2.2) oraz (2.18) można wyznaczyć końcowe prawo sterowania uwzględniając odsprzęgniętą wcześniej funkcję zaburzenia. Zakładając, że $|\hat{x}_{n+1} - f(\cdot)| \leq \epsilon$, gdzie $\epsilon > 0$ jest stałym współczynnikiem o odpowiednio

niskiej wartości, można zamienić wartość funkcji zaburzenia $f(\cdot)$ na jej estymatę \hat{x}_{n+1} i uzyskać równanie

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0}(u_0 - \hat{x}_{n+1}) = \frac{1}{\hat{b}_0} \left(y_r^{(n)} + \underline{k}^T(x - \hat{x}) - \hat{x}_{n+1} \right), \quad (2.22)$$

które jest implementacją sterownika.

Projektowanie regulacji dla układów o wielu wejściach i wyjściach

W przypadku obiektów o wielu wejściach i wyjściach MIMO (ang. *Multiple Input Multiple Output*) zwykle stosuje się niezależne regulatory ADRC w każdym z torów wymuszenie-wyjście, natomiast występujące sprzężenia skrośne traktowane są jako część funkcji całkowitego zaburzenia estymowana przez ESO w danym stopniu swobody [72].

Zakłada się, że danych jest n_y wyjść pomiarowych i na każde z tych wyjść wpływa w jego głównym torze jeden sygnał sterujący. Dla takiego przypadku uogólnić można równanie (2.1) do zestawu równań

$$\begin{cases} y_1^{(n_1)} = g_1 \left(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y}, \underline{u}, t \right) + b_{0,1}(u_1 + d_1) \\ y_2^{(n_2)} = g_2 \left(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y}, \underline{u}, t \right) + b_{0,2}(u_2 + d_2) \\ \vdots \\ y_{n_y}^{(n_{n_y})} = g_{n_y} \left(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y}, \underline{u}, t \right) + b_{0,n_y}(u_{n_y} + d_{n_y}) \end{cases}, \quad (2.23)$$

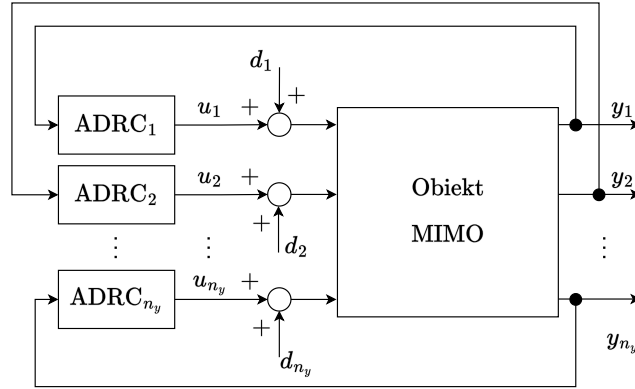
gdzie n_y to liczba sygnałów pomiarowych systemu (i jednocześnie liczba stopni swobody), $\underline{y}_i = [y_i, \dot{y}_i, \dots, y_i^{(n_i-1)}]^T$ jest wektorem i -tego sygnału wyjściowego i jego pochodnych, $\underline{u} = [u_1, u_2, \dots, u_{n_y}]^T$ to wektor sygnałów sterujących, d_i to sygnał zakłócający w i -tym torze sterowania. Każda i -ta funkcja zaburzenia (2.3) opisana jest równaniem

$$f_i(\cdot) = g_i(\cdot) + b_{0,i}d_i + (b_{0,i} - \hat{b}_{0,i})u_i. \quad (2.24)$$

Po odsprzęgnięciu dynamiki układ równań (2.23) przyjmuje postać

$$\begin{cases} y_1^{(n_1)} = u_{0,1} \\ y_2^{(n_2)} = u_{0,2} \\ \vdots \\ y_{n_y}^{(n_{n_y})} = u_{0,n_y} \end{cases}. \quad (2.25)$$

Dla każdego stopnia swobody projektuje się niezależnie algorytm regulacji według zasad przedstawionych w poprzedniej części rozdziału. Przykładową strukturę takiego układu regulacji przedstawiono na rys. 2.3.



Rysunek 2.3: Uproszczona budowa sterownika ADRC dla obiektu o wielu wejściach i wyjściach. Założono, że wszystkie komponenty algorytmu oraz zestaw sygnałów sterujących zdefiniowane są w blokach $ADRC_i$.

2.2 Podejście uogólnione ADRC

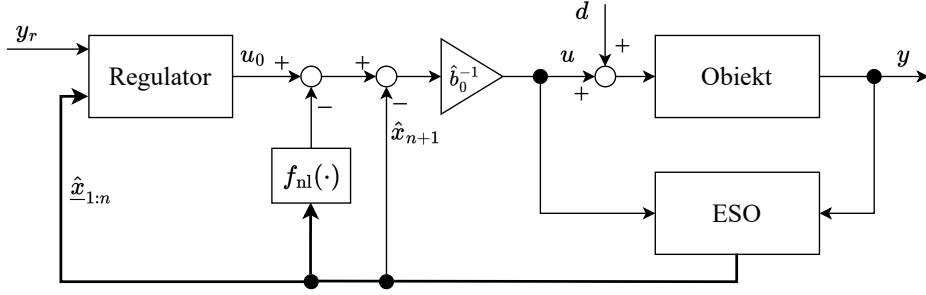
Algorytm uogólniony GADRC (ang. *Generalized ADRC*), w podejściu zaproponowanym w [142], zakłada znajomość części modelu, na podstawie której dokonuje się syntezy sterownika i obserwatora. W niektórych przypadkach (na przykład dla modeli zawierających niedominującą dynamikę oraz systemów niestabilnych) estymata funkcji całkowitego zaburzenia ma charakter silnie oscylacyjny i nie zapewnia uzyskania pożądanej jakości działania układu zamkniętego dla podejścia opisanego w 2.1. Rozpatruje się zatem uwzględnienie pewnych informacji na temat modelu w procesie syntezy algorytmu. Najczęściej w literaturze spotyka się uogólnienie algorytmu ADRC do wielomianów. W tej rozprawie wykorzystano podejście z włączeniem do macierzy procesu informacji na temat współczynników liniowej części modelu obiektu regulacji, natomiast wprowadzono w opisie układu również część nieliniową modelu. Jak zostało wspomniane na początku rozdziału, w dalszej części pracy podstawowa forma nazywana będzie podejściem bezmodelowym mfADRC (ang. *model-free ADRC*), a metoda uogólniona – podejściem modelowym mbADRC (ang. *model-based ADRC*).

Model obiektu sprowadzany jest nie do postaci wielokrotnego integratora, a do modelu o zakładanym wielomianie charakterystycznym. Rozszerzony obserwator stanu ESO ma za zadanie estymować stan i funkcję zaburzenia, natomiast prawo sterowania wykorzystuje także informację o znanej części nieliniowej obiektu. Schemat działania układu regulacji mbADRC został przedstawiony na rys. 2.4.

Model obiektu regulacji i opis w przestrzeni stanu

Rozpatrywany będzie obiekt regulacji o dynamice danej równaniem

$$y^{(n_p)} = \underline{\varphi}^T \underline{\theta} + f_{nl}(y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}, u, t) + g(y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}, u, t) + b_0(u + d), \quad (2.26)$$



Rysunek 2.4: Struktura działania zaproponowanej struktury mbADRC.

gdzie część liniowa (wyszczególniona z funkcji $g(\cdot)$ dla modelu (2.1)) opisana jest wektorem regresji $\underline{\varphi}^T = [-y, -\dot{y}, \dots, -y^{(n_p-1)}]$ oraz wektorem parametrów $\underline{\theta} = [a_0, a_1, \dots, a_{n_p-1}]^T$ zawierającym współczynniki wielomianu charakterystycznego liniowej części obiektu $a_i \in \mathbb{R}$, $i = \{0, \dots, (n_p-1)\}$. Składnik $f_{nl}(\cdot)$ reprezentuje znaną nieliniową część modelu – zakłada się, że jest to funkcja gładka oraz ograniczona, spełniająca warunek Lipschitza. Funkcja $g(\cdot)$ zawiera w tym przypadku niemodelowane oraz nieliniowe części obiektu.

Model (2.26) sprowadza się do postaci

$$y^{(n_p)} = \underline{\varphi}^T \hat{\underline{\theta}} + f_{nl}(\cdot) + f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}, u, d, t) + \hat{b}_0 u, \quad (2.27)$$

w której $\hat{\underline{\theta}} = [\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{n_p-1}]^T$ jest wektorem estymowanych parametrów, a funkcja całkowitego zaburzenia stanowi kombinację zakłócenia wewnętrznego, części nieliniowej oraz błędów modelowania parametrów a_i i współczynnika b_0

$$f(\cdot) = g(\cdot) + b_0 d + \underline{\varphi}^T (\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}) + (b_0 - \hat{b}_0) u. \quad (2.28)$$

Przykład 2.2. Wyprowadzenie struktury przykładowego modelu dla podejścia uogólnionego.

Dany jest obiekt dwuinercyjny o rzędzie $n_p = 2$, wzmocnieniu k oraz stałych czasowych T_1, T_2 , z dodatkową częścią nieliniową i zaburzeniem w torze wymuszenia d

$$\ddot{y} = - \underbrace{\frac{1}{T_1 T_2}}_{a_0} y - \underbrace{\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)}_{a_1} \dot{y} \underbrace{- a_h \sin(y)}_{f_{nl}(\cdot)} + \underbrace{c_0 y^3 + c_1 \dot{y} |\dot{y}|}_{g(\cdot)} + \underbrace{\frac{k}{T_1 T_2}}_{b_0} (u + d). \quad (2.29)$$

Zakłada się, że jedynie część trygonometryczna jest znanym elementem nieliniowym systemu. Po przekształceniu do postaci do postaci (2.26) poszczególne wektory i funkcje przyjmują postać

$$\underline{\varphi}^T = [-y, -\dot{y}], \quad (2.30)$$

$$\underline{\theta} = [a_0, a_1]^T = \left[\frac{1}{T_1 T_2}, \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right]^T, \quad (2.31)$$

$$f_{nl}(\cdot) = -a_h \sin(y), \quad (2.32)$$

$$g(\cdot) = c_0 y^3 + c_1 \dot{y}|\dot{y}|, \quad (2.33)$$

$$b_0 = \frac{k}{T_1 T_2}. \quad (2.34)$$

Przy znajomości estymat parametrów \hat{k} , \hat{T}_1 , \hat{T}_2 można zapisać postać (2.27)

$$\ddot{y} = \underline{\varphi}^T \hat{\underline{\theta}} + f_{nl}(\cdot) + f(y, \dot{y}, u, d, t) + \hat{b}_0 u, \quad (2.35)$$

gdzie szacowane współczynniki oraz funkcja całkowitego zaburzenia wynoszą

$$\hat{\underline{\theta}} = [\hat{a}_0, \hat{a}_1]^T, \quad \hat{b}_0 = \frac{\hat{k}}{\hat{T}_1 \hat{T}_2}, \quad (2.36)$$

$$f(\cdot) = c_0 y^3 + c_1 \dot{y}|\dot{y}| + b_0 d + \underline{\varphi}^T (\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}) + (b_0 - \hat{b}_0) u. \quad (2.37)$$

Uwaga 2.4. Pomimo takiej samej konwencji zapisu i nazewnictwa, funkcje całkowitego zaburzenia $f(\cdot)$ dla algorytmu bezmodelowego (2.2) oraz uwzględniającego znane współczynniki modelu (2.27) nie są tymi samymi funkcjami. Ta pierwsza kumuluje cały model matematyczny obiektu, gdy w drugim przypadku zaburzenie zawiera jedynie części nieliniowe oraz niezamodelowane.

Przyjmując zerowy wektor estymowanych parametrów $\hat{\underline{\theta}} = \underline{0} \in \mathbb{R}^n$ algorytm sprowadza się do podejścia podstawowego mfADRC, a cała część liniowa obiektu, tj. $\underline{\varphi}^T \underline{\theta}$, staje się składnikiem funkcji całkowitego zaburzenia systemu. Zakładając znajomość rzeczywistych parametrów opisujących obiekt, otrzymuje się zerowy błąd modelowania $\underline{\varphi}^T (\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}) = 0$.

Uwaga 2.5. Nieliniowości systemu stanowiące funkcję ciągłą i różniczkowalną można aproksymować do postaci liniowej, aby zaprojektować liniowe prawo sterowania. Zastosowane zostanie w tym celu rozwinięcie nieliniowej funkcji, w ogólności $h(\underline{z})$, w szereg Taylora pierwszego rzędu:

$$h(\underline{z}) \approx h(\underline{z}_0) + \sum_{i=1}^{n_z} \left. \frac{\partial h}{\partial z_i} \right|_{\underline{z}_0} (z_i - z_{i,0}), \quad (2.38)$$

gdzie $\underline{z} = [z_1, z_2, \dots, z_{n_z}]^T$ jest wektorem zmiennych uogólnionych, $\underline{z}_0 = [z_{1,0}, z_{2,0}, \dots, z_{n_z,0}]^T$ oznacza wektor zmiennych z punktu pracy. Błędy wynikające z linearyzacji wchodzą wtedy jako składniki $f_{lin}(\cdot)$ funkcji całkowitego zaburzenia tak, że zachodzi

$$f_{lin}(\cdot) = h(\underline{z}) - \left(h(\underline{z}_0) + \sum_{i=1}^{n_z} \left. \frac{\partial h}{\partial z_i} \right|_{\underline{z}_0} (z_i - z_{i,0}) \right). \quad (2.39)$$

Opis obiektu w przestrzeni stanu

Wprowadza się ponownie równania rozszerzonego stanu obiektu regulacji. Wektor zmiennych stanu dla modelu (2.27) definiuje się ponownie w konfiguracji fazowej, tj. $\underline{x}_{n_p}^T = [x_1, x_2, \dots, x_{n_p}] = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}]$. Równania stanu przyjmują teraz postać

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n_p} = -\hat{a}_0 x_1 - \hat{a}_1 x_2 - \dots - \hat{a}_{n_p-1} x_{n_p} + f_{nl}(\cdot) + f(\cdot) + \hat{b}_0 u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.40)$$

Po wprowadzeniu dodatkowej zmiennej odtwarzającej zaburzenie systemu $x_{n_p+1} = f(\cdot)$ powstaje wektor stanu rozszerzony

$$\underline{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_{n_p}, x_{n_p+1}] = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n_p-1)}, f(\cdot)]$$

oraz rozszerzony model

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n_p} = -\hat{a}_0 x_1 - \hat{a}_1 x_2 - \dots - \hat{a}_{n_p-1} x_{n_p} + f_{nl}(\cdot) + x_{n_p+1} + \hat{b}_0 u \\ \dot{x}_{n_p+1} = \dot{f}(\cdot) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.41)$$

Powyższe równanie można, analogicznie jak w (2.12), przedstawić w następującej notacji macierzowo-wektorowej

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}(\hat{b}_0 u + f_{nl}(\cdot)) + \underline{h}\dot{f} \\ y = \underline{c}^T \underline{x} \end{cases} \quad (2.42)$$

w którym macierze i wektory opisane są jak niżej

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ -\hat{a}_0 & -\hat{a}_1 & -\hat{a}_2 & \dots & -\hat{a}_{n_p-1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n_p+1) \times (n_p+1)},$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p+1}, \underline{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p+1}, \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p+1}. \quad (2.43)$$

Budowa rozszerzonego obserwatora stanu ESO

W celu estymacji stanu i zaburzenia buduje się rozszerzony obserwator stanu ESO dany równaniami jak w (2.15), rozszerzonymi o dodatkowe informacje na temat modelu

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T)\hat{x} + \underline{b}(\hat{b}_0 u + f_{nl}(\cdot)) + \underline{l}y \\ \hat{y} &= \underline{c}^T \hat{x} \end{cases}, \quad (2.44)$$

którego zadaniem jest estymowanie przebiegu funkcji $f(\cdot)$ z podejścia mbADRC. Macierze i wektory obserwatora w podejściu mbADRC dane są przez (2.43), z uwzględnieniem rzędu n dla projektowanego algorytmu:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ -\hat{a}_0 & -\hat{a}_1 & -\hat{a}_2 & \cdots & -\hat{a}_{n-1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)},$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}, \underline{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_{n-1} \\ l_n \\ l_{n+1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}, \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}. \quad (2.45)$$

Lemat 2.1. Zakładając (na podstawie [29, 48]), że macierz stanu obserwatora $[\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T]$ jest macierzą Hurwitza dla dobranych wzmocnień obserwatora stanu ESO, błąd estymacji będzie ograniczony dla dowolnej funkcji zaburzenia f o ograniczonej prędkości \dot{f} . Stwierdzenie dotyczy zarówno wersji podstawowej (2.15) jak i uogólnionej (2.44).

Dowód dla powyższego twierdzenia można znaleźć w [29, 48].

Prawo sterowania

Projektując prawo sterowania zakłada się ponownie uproszczenie obiektu (rys. 2.2), ale na etapie sygnału sterującego uwzględnia się jego liniowe współczynniki z regresji

$$y^{(n)} = \underline{\varphi}^T \hat{\underline{\theta}} + u_0, \quad (2.46)$$

co determinuje sprowadzenie obiektu regulacji do postaci

$$y^{(n)} + \hat{a}_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + \hat{a}_1\dot{y} + \hat{a}_0y = u_0. \quad (2.47)$$

W takiej konfiguracji zapisać można równanie sygnału sterującego dla obiektu (2.46), aby skompensować jego oryginalne bieguny i ukształtować dynamikę układu zamkniętego

$$u_0 = y_r^{(n)} + \hat{\underline{\theta}}^T \underline{r} + \underline{k}^T (\underline{r} - \hat{x}) = y_r^{(n)} + \hat{a}_0 y_r + \hat{a}_1 \dot{y}_r + \dots + \hat{a}_{n-1} y_r^{(n-1)} + k_1 (y_r - \hat{x}_1) + k_2 (\dot{y}_r - \hat{x}_2) + \dots + k_n (y_r^{(n-1)} - \hat{x}_n). \quad (2.48)$$

Dla sygnału referencyjnego o stałej wartości zachodzi ponownie $\dot{y}_r = \dots = y_r^{(n)} = 0$ i prawo sterowania stałowartościowego upraszcza się do postaci

$$u_0 = (\hat{a}_0 + k_1)y_r - \underline{k}^T \hat{\underline{x}} = (\hat{a}_0 + k_1)y_r - k_1 \hat{x}_1 - k_2 \hat{x}_2 - \dots - k_n \hat{x}_n. \quad (2.49)$$

Przyrównując prawe strony (2.27) oraz (2.46) można wyznaczyć końcowe prawo sterowania uwzględniając odsprzęgniętą wcześniej funkcję zaburzenia. Zakładając, że $\hat{x}_{n+1} \approx f(\cdot)$, zachodzi

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0}(u_0 - f_{nl}(\cdot) - \hat{x}_{n+1}) = \frac{1}{\hat{b}_0} \left(y_r^{(n)} + \hat{\theta}^T \underline{r} + \underline{k}^T (\underline{r} - \hat{\underline{x}}) - f_{nl}(\cdot) - \hat{x}_{n+1} \right). \quad (2.50)$$

W przypadku podejścia uogólnionego dla obiektów typu MIMO, analogicznie jak pokazano na rys. 2.3, projektuje się n_y niezależnych algorytmów regulacji według zasad przedstawionych w niniejszym rozdziale.

2.3 Dobór nastaw algorytmu

Najpopularniejszą metodą wykorzystywaną w strojeniu obserwatora i algorytmu regulacji jest lokowanie biegunów, które dla metody ADRC przedstawił Gao w pracy [28]. Równania charakterystyczne dla obserwatora (2.14), (2.44) oraz dla uproszczonego układu zamkniętego (2.20), (2.48) przyrównuje się do pewnych wielomianów projektowych zawierających pierwiastki w lewej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej

$$\left| s\mathbf{I}_{n+1} - (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T) \right| = s^{n+1} + a_{o,n}s^n + \dots + a_{o,1}s + a_{o,0}, \quad (2.51)$$

$$\left| s\mathbf{I}_n - (\mathbf{A}_n - \underline{b}_n \underline{k}^T) \right| = s^n + a_{c,n-1}s^{n-1} + \dots + a_{c,1}s + a_{c,0}, \quad (2.52)$$

gdzie $a_{o,i} \in \mathbb{R}$, $i = 0, \dots, n$, $a_{c,i} \in \mathbb{R}$, $i = 0, \dots, (n-1)$ są współczynnikami wielomianów projektowych dla obserwatora stanu ESO oraz sprzężenia od stanu (formujące dynamikę układu zamkniętego), $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą jednostkową.

Szczególnym przypadkiem lokowania biegunów jest przyjęcie wielomianów (2.51) i (2.52) sparametryzowanych przez bieguny wielokrotne

$$\left| s\mathbf{I}_{n+1} - (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T) \right| = (s + \omega_o)^{n+1}, \quad (2.53)$$

$$\left| s\mathbf{I}_n - (\mathbf{A}_n - \underline{b}_n \underline{k}^T) \right| = (s + \omega_c)^n, \quad (2.54)$$

gdzie ω_o i ω_c oznaczają pulsacje graniczne (szerokości pasma przenoszenia) odpowiednio dla obserwatora oraz dla zamkniętego układu regulacji. Przyjęto notację wyznacznika macierzy

$$\det \left(s\mathbf{I}_{n+1} - (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T) \right) = \left| s\mathbf{I}_{n+1} - (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T) \right|.$$

Dla podejścia mfADRC wzmocnienia obserwatora i sprzężenia od stanu zależą tylko od przyjętych szerokości pasm przenoszenia oraz rzędu algorytmu. Wartości

wzmocnień mogą zostać określone przez wyrażenia dwumianowe Newtona, odpowiednio

$$l_i = \frac{(n+1)!}{i!(n+1-i)!} \omega_o^i \text{ dla } i \in \{1, \dots, n+1\}, \quad (2.55)$$

$$k_i = \frac{n!}{(i-1)!(n-i+1)!} \omega_c^{n-i+1} \text{ dla } i \in \{1, \dots, n\}. \quad (2.56)$$

Uwaga 2.6. *Ponieważ projektowany jest sygnał sterujący dla obiektu uproszczonego (2.18), (2.46), w równaniu (2.54) należy przyjąć model obiektu odsprzęgniętego*

$$\dot{\underline{x}}_n = \mathbf{A}_n \underline{x}_n + \underline{b}_n u_0. \quad (2.57)$$

Dla mbADRC macierze przyjmują postać:

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\hat{a}_0 & -\hat{a}_1 & -\hat{a}_2 & \cdots & -\hat{a}_{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \underline{b}_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n. \quad (2.58)$$

W przypadku algorytmu mfADRC należy przyjąć $\hat{\underline{\theta}} = \underline{0}$, co upraszcza macierz \mathbf{A}_n do postaci

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}. \quad (2.59)$$

Na podstawie [28] w celu uzyskania odpowiedniej relacji między zadanymi biegunami regulatora i obserwatora zaleca się zachowanie zależności

$$5\omega_c < \omega_o < 10\omega_c, \quad (2.60)$$

jednak w praktycznych implementacjach dopuszczalne jest przyjmowanie wartości nastaw spoza wymienionego zakresu. Uwagę należy zwrócić zawsze na możliwości obiektu regulacji, jak szybkość czy wrażliwość na szumy pomiarowe.

Uwaga 2.7. *Projektując układ regulacji można zastosować zasadę separacji, w myśl której syntezę obserwatora i regulatora przeprowadza się niezależnie od siebie. Należy pamiętać jednak o wzajemnym stosunku szerokości pasm przenoszenia (2.60) oraz uproszczeniu dotyczącym natury zaburzenia. W ogólności jego zwiększenie poprawia warunki stabilnościowe i zdolności systemu do estymacji całkowitego zaburzenia, jednak okupione jest większą wrażliwością na szumy pomiarowe.*

Dobór pulsacji granicznych często ma w praktyce charakter heurystyczny i konieczność modyfikacji ich stosunku może być determinowana przez wystąpienie dodatkowych zakłóceń, np. szumów pomiarowych.

Oprócz najpopularniejszej metody lokowania biegunów można znaleźć w literaturze również inne sposoby na dobór nastaw obserwatora ESO i sterownika. Przykładem może być wykorzystanie sterowania optymalnego liniowo kwadratowego LQR (ang. *Linear Quadratic Regulator*) [30, 122, 138, 64], czy użycie metod sztucznej inteligencji jak systemy neuronowo-rozmyte [139, 55]. W tym ostatnim przypadku stosuje się również adaptacyjny dobór nastaw w trakcie działania systemu sterowania.

2.4 Synteza układu regulacji dla obiektu II rzędu

W niniejszej sekcji zostaną przedstawione dokładne zasady syntezy układu regulacji dla obiektu drugiego rzędu o równaniu różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0y - a_1\dot{y} - a_h \sin(y) + c_0y^3 + c_1\dot{y}|\dot{y}| + b_0(u + d) \quad (2.61)$$

zakładając, że znana jest część harmoniczna modelu $f_{nl}(\cdot) = -a_h \sin(y)$, natomiast niemodelowaną część równania stanowią składniki $g(\cdot) = c_0y^3 + c_1\dot{y}|\dot{y}|$.

Warto zaznaczyć, iż obiekt drugiego rzędu jest bardzo często spotykanym w praktyce systemem [95, 54]. Dla rzędów wyższych niż drugi można zastosować z kolei w uzasadnionych przypadkach pomijanie niedominujących biegunów przy projektowaniu układu regulacji [105]. Model o analogicznej strukturze do (2.61) został wprowadzony w [63] dla przykładu sterowania kątem nachylenia samolotu w warunkach oddziaływania nieliniowych sił tarcia i sprężystości. Funkcja harmoniczna wynika z uwzględnienia składowej siły grawitacji.

Przyjmując pewne założenia upraszczające (pominięcie nieliniowości i niepewności modelowania), model (2.61) można aproksymować transmitancją

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \Big|_{a_h, c_0, c_1, d=0} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0}. \quad (2.62)$$

Zakłada się zgodny rząd modelu i obiektu $n = n_p = 2$. Wektor stanu w postaci fazowej dla rozszerzonego modelu będzie zawierał trzy zmienne $\underline{x}^T = [x_1, x_2, x_3] = [y, \dot{y}, f(\cdot)]$.

Całkowite zaburzenie systemu dane jest funkcją

$$f(\cdot) = c_0y^3 + c_1\dot{y}|\dot{y}| + b_0d + \underline{\varphi}^T(\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}) + (b_0 - \hat{b}_0)u. \quad (2.63)$$

Wektory regresji, parametrów, oraz część harmoniczna (2.26) mają postać:

$$\underline{\varphi}^T = [-y, -\dot{y}], \quad \underline{\theta}^T = [a_0, a_1], \quad \hat{\underline{\theta}}^T = [\hat{a}_0, \hat{a}_1], \quad f_{nl}(\cdot) = -a_h \sin(y), \quad (2.64)$$

a macierze równań stanu (2.42) przedstawiają się następująco

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\hat{a}_0 & -\hat{a}_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

$$\underline{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Uwaga 2.8. Powyższe wyprowadzenia dotyczą postaci algorytmu mbADRC. Dla podejścia mfADRC należałoby założyć postać macierzy stanu

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

a liniowa i znana nieliniowa część modelu byłyby również częściami funkcji zaburzenia

$$f(\cdot) = -a_0 y - a_1 \dot{y} - a_h \sin(y) + c_0 y^3 + c_1 \dot{y} |\dot{y}| + b_0 d + (b_0 - \hat{b}_0) u.$$

W prawie sterowania należałoby przyjąć w dalszej kolejności należy przyjąć $\hat{a}_i = 0$ dla $i = \{0, 1\}$.

Uwaga 2.9. Gdyby przyjąć parametry liniowe modelu (2.61) wynikające z linearyzacji równania w punkcie pracy, w którym $y = 0$ oraz $\dot{y} = 0$ (2.38), można zapisać transmitancję (2.62)

$$G_p(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + (a_0 + a_h)}$$

oraz wektor parametrów (2.64)

$$\underline{\theta}^T = [a_0 + a_h, a_1].$$

Funkcja zaburzenia (2.63) zawierać będzie w takim wypadku błędy linearyzacji

$$f(\cdot) = -a_h (\sin(y) - y) + c_0 y^3 + c_1 \dot{y} |\dot{y}| + b_0 d + \underline{\varphi}^T (\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}) + (b_0 - \hat{b}_0).$$

Struktura obiektu determinuje wektor wzmocnień obserwatora stanu (2.44) dla $\underline{l} = [l_1, l_2, l_3]^T$, natomiast prawo sterowania (2.48), (2.50) dla wektora wzmocnień $\underline{k}^T = [k_1, k_2]$ przyjmuje formę

$$u_0 = \ddot{y}_r + \hat{\underline{\theta}}^T \underline{r} + \underline{k}^T (\underline{r} - \hat{\underline{x}}) = \ddot{y}_r + (\hat{a}_0 + k_1) y_r + (\hat{a}_1 + k_2) \dot{y}_r - k_1 \hat{x}_1 - k_2 \hat{x}_2, \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{b} (u_0 - f_{nl}(\cdot) - \hat{x}_3) = \\ &= \frac{1}{b} (\ddot{y}_r + (\hat{a}_0 + k_1) y_r + (\hat{a}_1 + k_2) \dot{y}_r - k_1 \hat{x}_1 - k_2 \hat{x}_2 + a_h \sin(y) - \hat{x}_3). \end{aligned} \quad (2.67)$$

Uwaga 2.10. Dla regulacji stałowartościowej w podejściu mfADRC prawo sterowania dla obiektu drugiego rzędu przyjmuje postać

$$u_0 = k_1 (y_r - \hat{x}_1) - k_2 \hat{x}_2, \quad (2.68)$$

która jest w tym szczególnym przypadku równoważna z regulatorem PD o strukturze równoległej ze sprzężeniem tachometrycznym. Przy założeniu $\hat{x}_1 = y$, $\hat{x}_2 = \dot{y}$ nastawy k_p , k_d odpowiadają będą wzmocnieniom sprzężenia od stanu, odpowiednio

$$u_0 = k_p (y_r - \hat{x}_1) - k_d \hat{x}_2. \quad (2.69)$$

Wartości wzmocnień dla obserwatora i sprzężenia od stanu można wyznaczyć na podstawie równań (2.53) i (2.54)

$$|s\mathbf{I}_3 - (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T)| = (s + \omega_o)^3, \quad (2.70)$$

$$|s\mathbf{I}_2 - (\mathbf{A}_2 - \underline{b}_2\underline{k}^T)| = (s + \omega_c)^2, \quad (2.71)$$

gdzie

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\hat{a}_0 & -\hat{a}_1 \end{bmatrix}, \mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \underline{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

Wartości wzmocnień wyznaczone z metody lokowania biegunów przyjmują wartości

$$\begin{aligned} (\text{mfADRC}) \begin{cases} l_1 = 3\omega_o \\ l_2 = 3\omega_o^2 \\ l_3 = \omega_o^3 \end{cases}, & (\text{mbADRC}) \begin{cases} l_1 = 3\omega_o - \hat{a}_1 \\ l_2 = 3\omega_o^2 - (\hat{a}_0 + l_1\hat{a}_1) \\ l_3 = \omega_o^3 \end{cases}, \\ (\text{mfADRC}) \begin{cases} k_1 = \omega_c^2 \\ k_2 = 2\omega_c \end{cases}, & (\text{mbADRC}) \begin{cases} k_1 = \omega_c^2 - \hat{a}_0 \\ k_2 = 2\omega_c - \hat{a}_1 \end{cases}. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Przykład 2.3. *Zależności nastaw dla obserwatora i sprzężenia od stanu w podejściach mfADRC i mbADRC dla obiektu II rzędu.*

Przeprowadzono badanie porównawcze wartości wzmocnień obserwatora i sprzężenia od stanu w zależności od wartości parametrów \hat{a}_0 , \hat{a}_1 liniowego obiektu regulacji drugiego rzędu (2.62). W celu analizy porównawczej wyznaczono stosunki wartości wzmocnień wersji podstawowej mfADRC względem wersji uogólnionej mbADRC.

$$L_1 = \frac{l_{1,mf}}{l_{1,mb}} = \frac{3\omega_o}{3\omega_o - \hat{a}_1} = \frac{1}{1 - \frac{\hat{a}_1}{3\omega_o}}, \quad (2.74)$$

$$L_{2/0} = \frac{l_{2,mf}}{l_{2,mb}} \Big|_{\hat{a}_1=0} = \frac{3\omega_o^2}{3\omega_o^2 - \hat{a}_0} = \frac{1}{1 - \frac{\hat{a}_0}{3\omega_o^2}}, \quad (2.75)$$

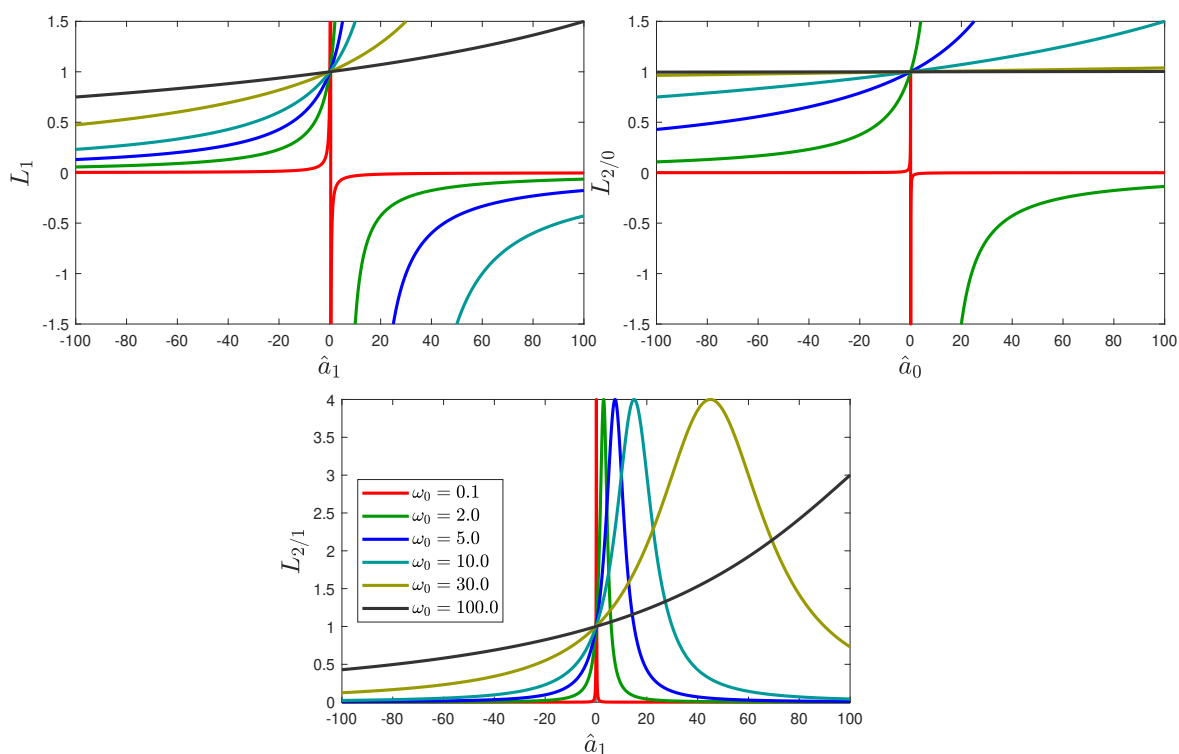
$$L_{2/1} = \frac{l_{2,mf}}{l_{2,mb}} \Big|_{\hat{a}_0=0} = \frac{3\omega_o^2}{3\omega_o^2 - (3\omega_o - \hat{a}_1)\hat{a}_1} = \frac{1}{1 - \frac{(3\omega_o - \hat{a}_1)\hat{a}_1}{3\omega_o^2}}. \quad (2.76)$$

Dla sprzężenia od stanu otrzymano zależności

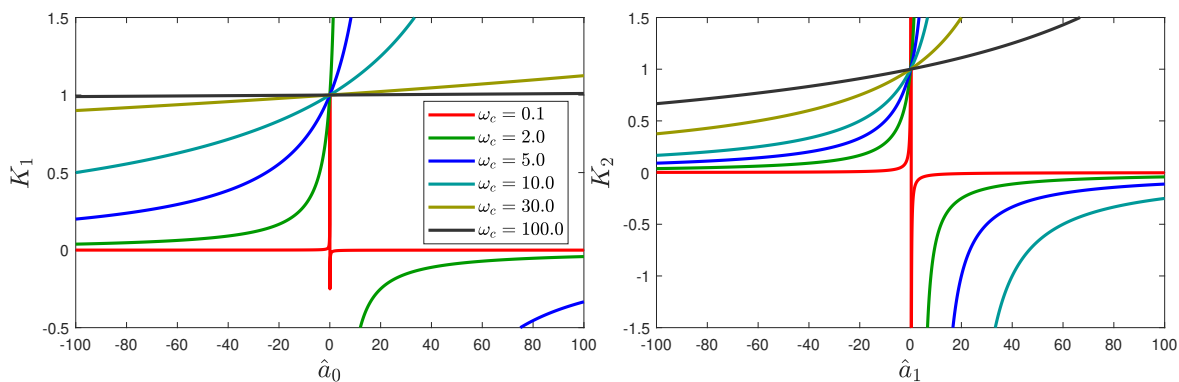
$$K_1 = \frac{k_{1,mf}}{k_{1,mb}} = \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 - \hat{a}_0} = \frac{1}{1 - \frac{\hat{a}_0}{\omega_c^2}}, \quad (2.77)$$

$$K_2 = \frac{k_{2,mf}}{k_{2,mb}} = \frac{2\omega_c}{2\omega_c - \hat{a}_1} = \frac{1}{1 - \frac{\hat{a}_1}{2\omega_c}}. \quad (2.78)$$

Badane stosunki wartości wzmocnień zostały przedstawione na rys. 2.5 i 2.6. Dla $\omega_o \rightarrow \infty$ oraz $\omega_c \rightarrow \infty$ stosunki L_i oraz K_i dążą do wartości 1, zatem zwiększając znacznie



Rysunek 2.5: Stosunki wzmoceń obserwatora stanu dla badanych podejść ADRC.



Rysunek 2.6: Stosunki wzmoceń sprzężenia od stanu dla badanych podejść ADRC.

wartości pulsacji granicznych otrzymuje się równoważne nastawy dla mfADRC, jak i mbADRC.

Dla obszaru, w którym obiekt regulacji jest niestabilny (tzn. $\hat{a}_0 < 0$ lub $\hat{a}_1 < 0$) większa wartość modułu parametru będzie powodowała coraz większy spadek wyznaczonego stosunku wzmoceń. W przypadku stabilnego obiektu regulacji (dodatnie wartości współczynników z wektora parametrów) funkcja osiąga maksimum w pewnym punkcie zależnym od przyjętych wartości ω_o i ω_c . Dla odpowiednio dużych modułów $|\hat{a}_i|$ w procesie regulacji zauważalny będzie coraz większy wpływ niepewności parametrycznych na działanie układu w podejściu mfADRC.

W praktyce, dla odpowiednio niewielkich modułów parametrów stosunki wzmocnień są na tyle bliskie jedności, iż można skutecznie wykorzystać podstawowy, bezmodelowy algorytm ADRC. Wraz ze wzrostem wartości $|a_i|$ następuje pogorszenie jakości regulacji spowodowane estymacją niezamodelowanej dynamiki przez ostatnią zmienną stanu systemu.

Przykłady symulacyjne

Przykład 2.4. Symulacja działania układu regulacji dla obiektu liniowego II rzędu – analiza porównawcza badanych podejść ADRC.

Przyjęto obiekt liniowy dany równaniem różniczkowym

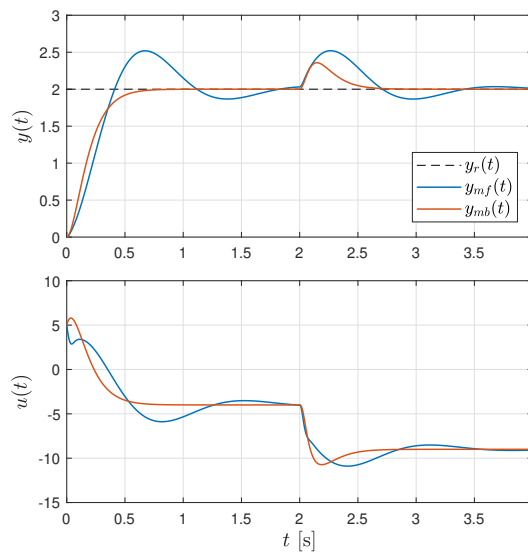
$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} + b_0(u + d)$$

o parametrach $a_0 = -80$, $a_1 = 30$, $b_0 = 40$. Obiekt liniowy można opisać transmitancją

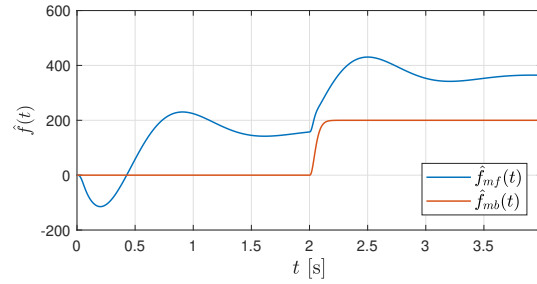
$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \Big|_{d=0} = \frac{40}{s^2 + 30s - 80}.$$

Przeprowadzono symulacje dla podejść mfADRC oraz mbADRC przy takich samych nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$, dla mbADRC $\hat{\theta} = \theta$. Przyjęto wartość zadaną $y_r = 2$. Odporność układów przetestowano podając w połowie czasu symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$. Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 2.7 i 2.8.

Na rys. 2.7 można zaobserwować pogorszenie jakości regulacji dla podejścia mfADRC, podczas gdy włączenie do macierzy (tym samym do wzmocnień ESO i sterownika) informacji o parametrach obiektu pozwoliło na osiągnięcie założonej



Rysunek 2.7: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących badanych algorytmów regulacji.



Rysunek 2.8: Przebiegi estymat funkcji zaburzenia dla badanych algorytmów regulacji.

dynamiki układu zamkniętego, bez przeregulowań. Widoczna jest także mniejsza akcja sygnału sterującego w przypadku włączenia informacji na temat dynamiki modelu.

Dla badanych wartości parametrów a_0 , a_1 estymacja dynamiki wewnętrznej przez funkcję całkowitego zaburzenia $\hat{f}(\cdot)$ w przypadku bezmodelowym nie zapewni pożądanej jakości regulacji bez przeregulowań – rys. 2.8. Dla mfADRC jej przebieg ma charakter oscylacyjny, natomiast w przypadku mbADRC w początkowej fazie symulacji estymata funkcji całkowitego zaburzenia jest zerowa. Dzieje się tak ze względu na podanie dokładnej informacji na temat modelu do obserwatora ESO. W czasie $t = 2$ s funkcje zaburzeń dla badanych podejść zaczynają estymować odpowiedzi na zewnętrzny sygnał zakłócający $d(t)$. W obu przypadkach wyjście powróciło po podaniu zakłócenia do zadanych wartości, zachowując tendencje jak w odpowiedziach na wartość zadaną.

Przykład 2.5. Symulacja działania układu regulacji dla obiektu nieliniowego II rzędu – analiza porównawcza badanych podejść ADRC.

Przyjęto obiekt dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} - a_h \sin(y) + b_0(u + d) + c_0 y^3 + c_1 \dot{y}|y|$$

o parametrach $a_0 = 0$, $a_1 = 8$, $a_h = 200$, $b_0 = 40$, $c_0 = c_1 = 1$. Na podstawie (2.26) zakłada się znaną nieliniową część modelu $f_{nl}(\cdot) = -a_h \sin(y)$.

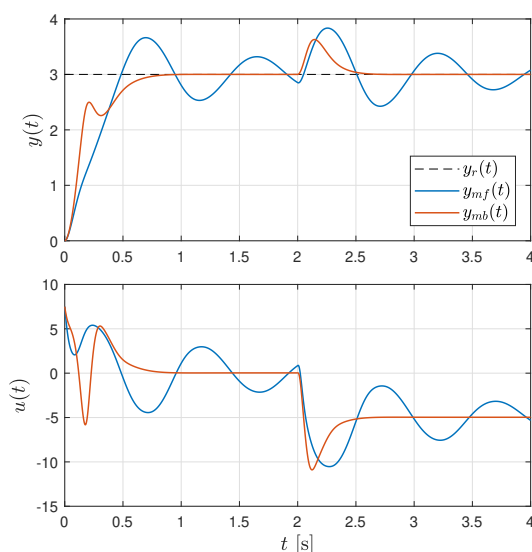
Przeprowadzono symulacje dla podejść mfADRC oraz mbADRC przy takich samych nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$, dla mbADRC $\hat{\theta} = \underline{\theta}$. Wartością zadaną jest $y_r = 3$. Odporność układów przetestowano podając w połowie horyzontu trwania symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$.

Uwaga 2.11. Wektor regresji dla podejścia mbADRC wynosi $\underline{\theta} = [a_0, a_1]^T = [0, a_1]^T$. Zakładając linearyzację układu w punkcie pracy, w którym $y = 0$ oraz $\dot{y} = 0$, otrzyma się $\underline{\theta} = [a_h, a_1]^T$.

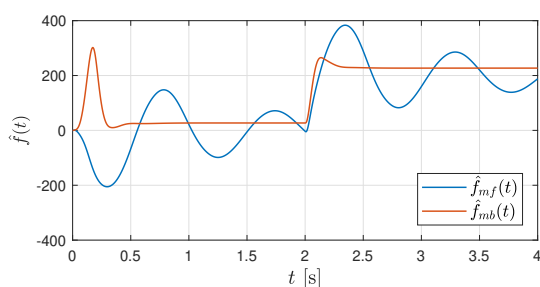
Uwaga 2.12. Ze względu na charakter funkcji całkowitego zaburzenia

$$f(\cdot) = (b_0 - \hat{b}_0)u + c_0 y^3 + c_1 \dot{y}|y| + b_0 d, \quad (2.79)$$

która nie spełnia warunku Lipschitza, stabilność w układzie regulacji ma charakter lokalny. Uzyskuje się stabilne rozwiązanie w symulowanym zakresie pracy, jednak przy przekroczeniu pewnych wartości przez zmienne stanu nastąpiłaby destabilizacja systemu.



Rysunek 2.9: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących badanych algorytmów regulacji.



Rysunek 2.10: Przebiegi estymat funkcji zaburzenia dla badanych algorytmów regulacji.

Wnioski dla przebiegów sygnałów wyjściowych i sterujących (rys. 2.9) oraz estymat funkcji zaburzenia (rys. 2.10) są analogiczne jak w poprzednim przykładzie. Dodatkowo, niemodelowane nieliniowości w obiekcie regulacji są także estymowane przez funkcje zaburzenia, co jest widoczne dla podejścia mbADRC w początkowej fazie symulacji. Włączenie do obserwatora i prawa sterowania informacji na temat części harmonicznej poprawia działanie układu z taką nieliniowością bez konieczności przeprowadzania linearyzacji w różnych punktach pracy.

Przykład 2.6. Wpływ wartości parametrów obiektu drugiego rzędu na jakość regulacji w badanych podejściach mfADRC i mbADRC.

Przyjęto obiekt liniowy dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} + b_0(u + d)$$

o zmiennych parametrach a_0 i a_1 oraz o współczynniku $b_0 = 40$ w torze wymuszenia. Wartość zadana wynosiła $y_r = 2$. Czas jednej symulacji trwał $t_{final} = 4$ s, a w połowie

testu dodano w torze wymuszenia sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$. Parametry projektowe algorytmu to $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$, $\hat{b}_0 = b_0 = 40$. Zakłada się $\hat{a}_0 = a_0$ oraz $\hat{a}_1 = a_1$.

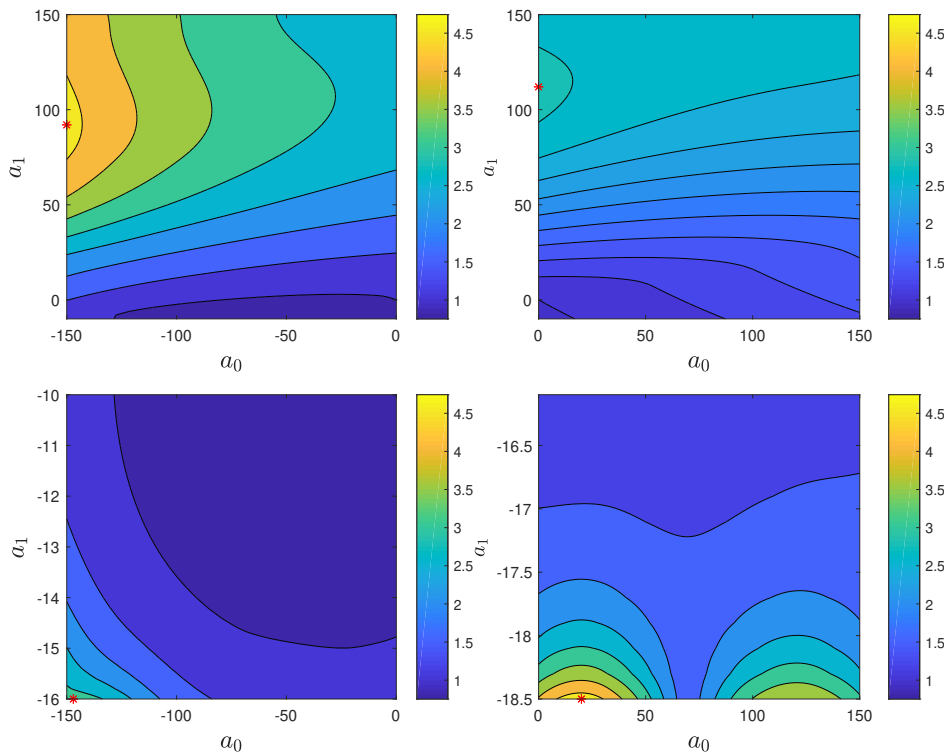
Przeprowadzono testy symulacyjne w zmiennym zakresie parametrów wielomianu charakterystycznego a_0, a_1 . Przyjęto dla oceny wyników całkowity wskaźnik jakości

$$J_{IAE} = \int_0^{t_{final}} |y_r(t) - y(t)| dt, \quad (2.80)$$

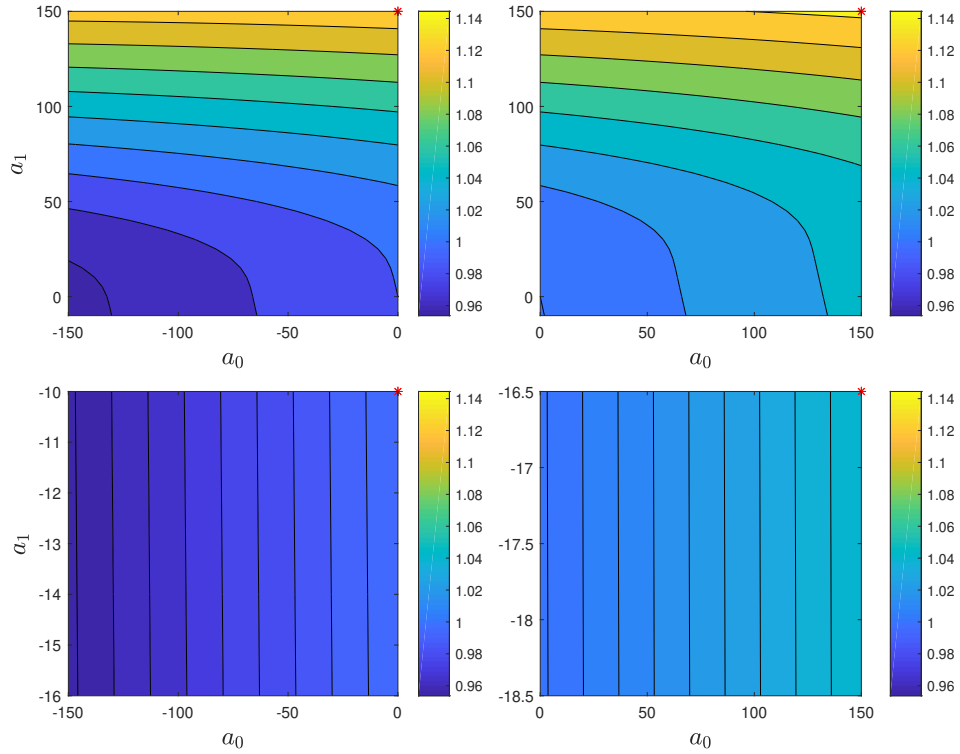
którego wartość obliczano w przypadku każdego zestawu parametrów dla podejść mfADRC i mbADRC. Na rys. 2.11 przedstawiono wartości stosunku $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ w badanym zakresie pracy.

Szukano zakresu parametrów, w którym włączenie informacji na temat modelu daje największe korzyści pod kątem jakości regulacji – badany stosunek wskaźników powinien zatem przyjmować największą wartość. Wykres został podzielony na cztery ćwiartki, aby lepiej uwidocznić wpływ znaków parametrów na jakość regulacji. Dodatkowo, zakres parametrów (a_0, a_1) został wybrany tak, aby zapewnić stabilne działanie obu podejść. Nie zmieniano w większym zakresie wartości parametrów również ze względu na sporadyczne występowanie tak niewielkich wartości stałych czasowych w praktycznych systemach.

Na podstawie symulacji widoczna jest możliwość osiągnięcia korzyści z włączenia informacji na temat modelu obiektu do prawa sterowania – szczególnie dla parametrów



Rysunek 2.11: Stosunek wskaźników jakości $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ dla nastaw $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$. Czerwonym punktem oznaczono najwyższą wartość stosunku dla każdego z wykresów.



Rysunek 2.12: Stosunek wskaźników jakości $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ dla nastaw $\omega_c = 10$, $\omega_o = 500$. Czerwonym punktem oznaczono najwyższą wartość stosunku dla każdego z wykresów.

a_i o dużych wartościach modułów. W obszarze dla $a_0 < 0$ lub $a_1 < 0$ wpływ niestabilnej dynamiki obiektu nie może zostać skutecznie odrzucony przez mfADRC dla większych modułów parametrów. Widoczny jest stąd większy uzysk jakości regulacji. Dodatkowo, w obszarze stabilnych parametrów obiektu największy wpływ na poprawę jakości w mbADRC ma współczynnik prędkościowy a_1 (prawa górna ćwiartka wykresu).

Poprawa działania układu wymagałaby wzrostu wartości nastawy ω_o , co w warunkach praktycznych stanowi jednak pewne ograniczenie (na przykład pod kątem wrażliwości na szumy pomiarowe). Na rys. 2.12 przedstawiono wyniki porównawcze dla zwiększonej wartości pulsacji obserwatora do $\omega_o = 500$. Widoczny jest niewielki uzysk z zastosowania metody mbADRC (stosunek zbliżony do jedności) ze względu na szybkość estymacji całkowitego zaburzenia przez ESO.

Dla parametrów o wartościach bliskim zeru (gdy obiekt regulacji ma dynamikę zbliżoną do wielokrotnego integratora) obserwuje się tożsame działanie badanych podejść – stosunek wartości obliczonych wskaźników jest bliski jedności.

Przykład 2.7. Porównanie jakości regulacji dla badanych podejść mfADRC i mbADRC w warunkach niepewności parametrycznych.

Przyjęto obiekt liniowy dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} + b_0(u + d)$$

o współczynniku $b_0 = 40$ w torze wymuszenia (jak w przykładzie 2.6). Wartość zadana wynosiła $y_r = 2$. Czas jednej symulacji to $t_{final} = 4$ s, a w połowie testu dodano w torze wymuszenia sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$.

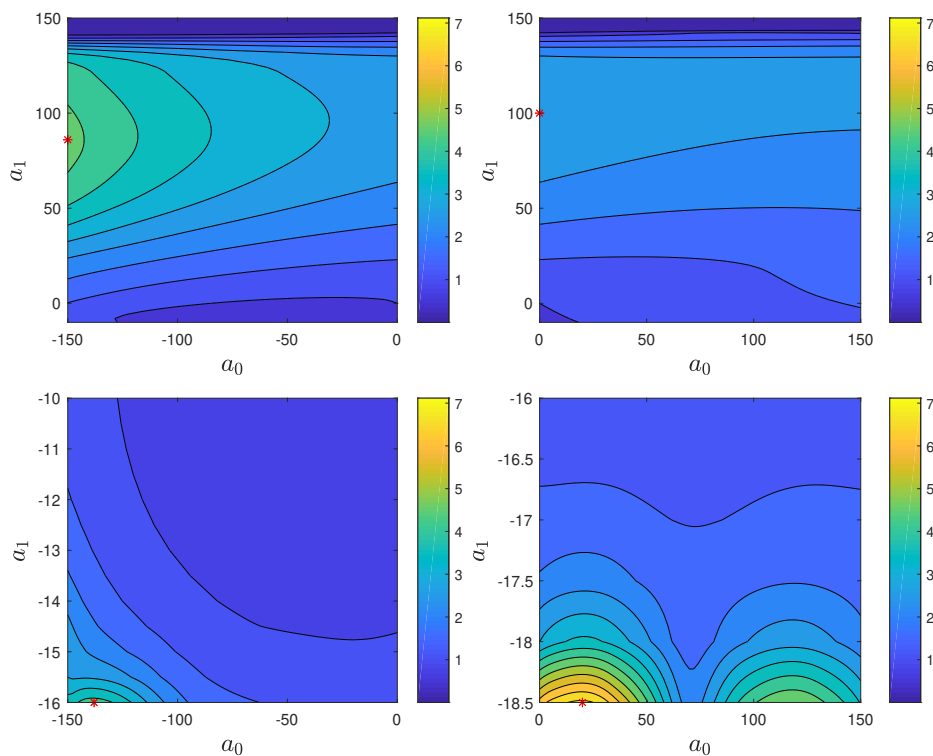
Założono obecność niepewności parametrycznych w syntezie układu regulacji

$$\hat{a}_0 = a_0 + \delta_0, \quad \hat{a}_1 = a_1 + \delta_1, \quad (2.81)$$

które to niepewności oddziałują na obciążenie estymaty funkcji całkowitego zaburzenia. Przyjęto $\delta_i = 0.15a_i$ dla $i = \{0, 1\}$.

Na rys. 2.13 przedstawiono stosunek wskaźników jakości $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ (2.80) w badanym obszarze zmian parametrów obiektu.

Z górnych wykresów odczytać można, iż zbyt duża wynikowa wartość δ_i może nawet zdestabilizować działanie układu regulacji z algorytmem mbADRC (badany stosunek wskaźników jakości dąży do zera). W dolnych wykresach nie obserwuje się dużego pogorszenia jakości regulacji w stosunku do eksperymentu 2.11 ze względu na przyjęte zakresy parametrów w tych obszarach. Należy jednak pamiętać, że wnioski do tego przykładu mają charakter lokalny. W rozważanym przypadku rozpatrzono dodatnie niepewności modelowania $\delta_i > 0$, co spowodowało przeszacowanie wartości estymat względem parametrów rzeczywistych. Przyjęcie $\delta_i < 0$ skutkowałoby niedo-



Rysunek 2.13: Stosunek wskaźników jakości $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ dla nastaw $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$ przy założeniu niepewności parametrycznych. Czerwonym punktem oznaczono najwyższą wartość stosunku dla każdego z wykresów.

szacowaniem tych wartości, co w szczególnym przypadku dla $a_i = 0$ sprowadziłoby działanie układu do mfADRC.

Na podstawie przeprowadzonych testów symulacyjnych można wywnioskować, że podanie nieprawidłowych wartości parametrów przy syntezie układu mbADRC może w szczególnych przypadkach spowodować pogorszenie jakości działania układu względem wersji bezmodelowej.

2.5 Podsumowanie

Metoda regulacji ADRC stanowi uniwersalny i stosunkowo prosty do zaimplementowania i syntezy algorytm. Wykorzystując informację pomiarową oraz estymatę wektora stanu rozszerzonego o funkcję zaburzenia, można skutecznie sterować szeroką gamą obiektów. Istnieje wiele prac wskazujących na większą skuteczność technik ADRC względem regulacji PID czy klasycznego sprzężenia od stanu, ze względu na możliwość zamiany rzędu algorytmu i doboru pasma przenoszenia regulatora i obserwatora, a także większą odporność na zaburzenia i błędy parametryczne [25, 88]. Włączenie informacji na temat liniowej części modelu pozwala na odciążenie estymaty całkowitego zaburzenia oraz poprawę jakości regulacji względem podstawowej bezmodelowej wersji algorytmu.

W tym rozdziale przedstawiono dokładne zasady syntezy układu regulacji w podejściu mf- oraz mbADRC. Przeanalizowano wpływ wartości parametrów na zmianę wzmocnień ESO i sprzężenia od stanu, a także na względną jakość regulacji analizowanych podejść. Podejście mbADRC (znane jako uogólnione ADRC) było przedmiotem rozważań literaturowych [142, 27, 33], jednak według najlepszej wiedzy autora nie pojawiły się dotąd tak kompleksowe porównania względem wartości parametrów obiektu. Wybrane wyniki i rozważania przedstawione w tym rozdziale zostały opublikowane przez autora rozprawy w pracy [82]. Przedstawione przykłady symulacyjne obrazują różnice w tych podejściach oraz warunki ich stosowalności. Metoda ADRC ma jednak pewne praktyczne ograniczenia, które będą przedmiotem rozważań w dalszej części pracy.

W kolejnym rozdziale zostaną przedstawione zaczerpnięte z literatury i rozwinięte, a także zaproponowane rozwiązania pozwalające na przeanalizowanie działania układu zamkniętego ze względu na budowę i parametry obiektu i algorytmu regulacji. Wprowadzone zostaną techniki adaptacji parametrów pozwalające poprawić on-line jakość działania układu. Ze względu na ograniczenia praktyczne pod kątem doboru nastaw metodą lokowania biegunów w obecności zakłóceń stochastycznych, przedstawione zostaną autorskie metody strojenia obserwatorów, pozwalająca na poprawę informacji sensorycznej w takich warunkach.

Zaproponowane rozwiązania i modyfikacje ADRC

Niniejszy rozdział opisuje zbiór modyfikacji algorytmu regulacji ADRC, zarówno na podstawie literatury jak i rozwiązań autorskich, pozwalających na analizę działania oraz poprawę jakości regulacji w wybranych przypadkach. Skupiono się na analizie transmitancyjnej stosowanej w celu określenia własności układu zamkniętego z obiektem liniowym (lub też zlinearyzowanym w punkcie pracy, bądź dla wydzielonej jego liniowej części) w warunkach niepewności modelowania. Następnie przedstawiono możliwości adaptacji parametrów w układzie zamkniętym oraz wpływ adaptacji na odporność. Na końcu zaproponowano modyfikacje rozszerzonego obserwatora stanu ESO bazujące na filtracji Kalmana oraz filtracji cząsteczkowej. Na podstawie wzmocnień stanu ustalonego algorytmu KF określona została metoda strojenia obserwatora stanu z zaproponowaną parametryzacją poprawiająca jakość regulacji w warunkach stochastycznych zakłóceń pomiarowych.

Proponowane modyfikacje ADRC poparte zostały analizą literaturową, wyprowadzeniami matematycznymi oraz przykładami symulacyjnymi obrazującymi możliwości poprawy jakości regulacji.

3.1 Opis transmitancyjny algorytmu i układu zamkniętego

Zapis algorytmu regulacji ADRC w postaci transmitancji zaproponował Herbst w pracy [44], w której przedstawiony został schemat blokowy z podziałem na komponenty – filtr wstępny sygnału referencyjnego $G_{PF}(s)$, sprzężenie wyprzedzające $G_{FF}(s)$ oraz sprzężenie zwrotne $G_{FB}(s)$. Wyprowadzone zostały transmitancje dla wymienionych części układu oraz pokazano ich zależności od macierzy opisujących obiekt oraz od nastaw algorytmu regulacji. Taki zapis został później wykorzystany przez Madońskiego w serii prac dotyczących algorytmu eADRC bazującego na uchybie regulacji zamiast bezpośrednio na wartości pomiarowej w obserwatorze stanu [74, 71].

Wszystkie przytoczone prace rozpatrują podejście transmitancyjne dla algorytmu bezmodelowego – mfADRC. W niniejszej rozprawie zaprezentowane podejście zostało zaimplementowane również dla podejścia mbADRC oraz przedstawiona została transmitancja układu zamkniętego z wyszczególnieniem wpływu parametrów algorytmu i obiektu na dynamikę układu. Przedstawiono sposób opisu układu pozwalający wyznaczyć zależności transmitancyjne także dla obiektu o jednym wejściu SISO i wielu wyjściach SIMO. Zwrócono także uwagę na dobór parametru \hat{b}_0 ; problem niepewności parametrycznych przedstawiany jest wciąż w pracach jako otwarty problem badawczy [98, 127]. W poniższych rozważaniach zakłada się regulację stałowartościową do wartości zadanej y_r . Rozważania na temat opisu transmitancyjnego i jego zastosowań dla algorytmu ADRC opublikowane zostały w pracy konferencyjnej autora rozprawy [79].

W celu wyprowadzenia transmitancji układu zamkniętego zależnej od parametrów sprzężenia od stanu, obserwatora oraz obiektu regulacji zapisać należy prawo sterowania (2.50) oraz równanie rozszerzonego obserwatora stanu (2.44)

$$u(t) = \frac{1}{\hat{b}_0} \left((k_1 + \hat{a}_0)y_r - \underline{k}_*^T \hat{\underline{x}} \right), \quad (3.1)$$

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T) \hat{\underline{x}} + \underline{b}\hat{b}_0 u + \underline{l}y, \quad (3.2)$$

gdzie $\underline{k}_* = [\underline{k}^T, 1]^T$ stanowi rozszerzony wektor wzmocnień sprzężenia od stanu, powiększony o współczynnik jednostkowy skalujący funkcję całkowitego zaburzenia w prawie sterowania.

Uwaga 3.1. *Zakłada się w tej części pracy regulację stałowartościową, zatem nie uwzględnia się w prawie sterowania (2.50) składników odpowiadających za sprzężenie wyprzedzające (tj. $\underline{r} = [r, 0, \dots, 0]^T$). Ze względu na liniowy charakter transmitancji nie rozpatruje się także części nieliniowej $f_{nl}(\cdot)$ w opisie systemu. Może ona być traktowana jako część całkowitego zaburzenia lub też zlinearyzowana w punkcie pracy (por. uwaga 2.9).*

Po podstawieniu wzoru na sygnał sterujący (3.1) do równania obserwatora (3.2) otrzymuje się

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}_{cl} \hat{\underline{x}} + (k_1 + \hat{a}_0)\underline{b}y_r + \underline{l}y, \quad (3.3)$$

gdzie

$$\mathbf{A}_{cl} = \mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T - \underline{b}\underline{k}_*^T, \quad (3.4)$$

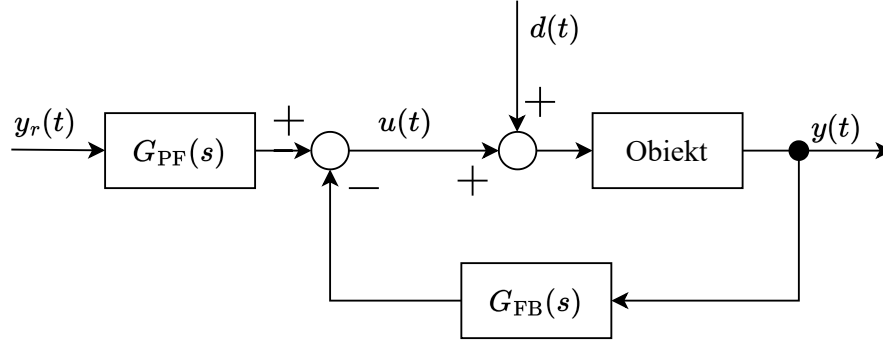
a macierze opisujące obiekt regulacji zdefiniowane są jak w (2.13) dla podejścia mfADRC oraz (2.43) w przypadku mbADRC.

Wyznaczenie transformaty Laplace'a z równania na sygnał sterujący (3.1) i podstawienie jej do transformaty wektora stanu $\hat{\underline{X}}(s)$ (3.3) prowadzi do zależności

$$\hat{\underline{X}}(s) = (s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})^{-1} \left((k_1 + \hat{a}_0)\underline{b}Y_r(s) + \underline{l}Y(s) \right), \quad (3.5)$$

przy czym odwrotność macierzy można wyrazić za pomocą ilorazu macierzy dołączonej i wyznacznika

$$(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})^{-1} = \frac{\text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})}{\det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})}. \quad (3.6)$$



Rysunek 3.1: Schemat rozpatrywanego układu regulacji z ADRC w opisie transmitancyjnym.

Na podstawie równania (3.1) w dziedzinie Laplace'a, po podstawieniu zależności (3.5) na wektor stanu, otrzymuje się zależność sygnału sterującego od wartości zadanej (filtrowanej przez transmitancję filtra wstępnego) oraz od sygnału wyjściowego (filtrowanego transmitancją sprzężenia zwrotnego) [44]

$$U(s) = \frac{1}{\hat{b}_0 \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})} \left((k_1 + \hat{a}_0) \left(\det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) - \underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) \underline{b} \right) Y_r(s) + \right. \\ \left. - \underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) \underline{l} Y(s) \right) = G_{PF}(s) Y_r(s) - G_{FB}(s) Y(s), \quad (3.7)$$

gdzie transmitancja filtra wstępnego w torze referencyjnym oraz transmitancja toru sprzężenia zwrotnego wynoszą odpowiednio

$$G_{PF}(s) = \frac{(k_1 + \hat{a}_0) \left(\det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) - \underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) \underline{b} \right)}{\hat{b}_0 \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})}, \quad (3.8)$$

$$G_{FB}(s) = \frac{\underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) \underline{l}}{\hat{b}_0 \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})}. \quad (3.9)$$

Rozpatrywana konfiguracja układu regulacji z wydzieleniem poszczególnych jego komponentów została przedstawiona na rys. 3.1. W proponowanej strukturze układu nie przenoszono transmitancji $G_{FB}(s)$ do toru głównego (jak w podejściach z literatury [44]), ponieważ po takim zabiegu transmitancja dana jest ułamkiem niewłaściwym, co utrudnia wyznaczenie przebiegu sygnału sterującego.

Model obiektu o rzeczywistych parametrach dany jest w przestrzeni stanu

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathbf{A}_p x + \underline{b}_p b_0 u \\ y = \underline{c}_p^T x \end{cases}, \quad (3.10)$$

w którym macierze i wektory opisane są następująco

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n_p-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}, \quad \underline{b}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_p}, \quad (3.11)$$

$$\underline{c}_p^T = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0] \in \mathbb{R}^{n_p}.$$

Transmitancja dla przedstawionego wyżej obiektu (3.10) przyjmuje postać

$$G_p(s) = \frac{b_0}{s^{n_p} + a_{n_p-1}s^{n_p-1} + \dots + a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{b_0}{M_p(s)}. \quad (3.12)$$

Podstawiając sygnał sterujący (3.7) do równania obiektu wynikającego z (3.12) $Y(s) = G_p(s)U(s)$, można wyznaczyć transmitancję układu zamkniętego

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Y_r(s)} \Big|_{d=0} = \frac{G_{PF}(s)G_p(s)}{1 + G_{FB}(s)G_p(s)} =$$

$$= \frac{\frac{b_0}{\hat{b}_0}(k_1 + \hat{a}_0) \left(\det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) - \underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) \underline{b} \right)}{M_p(s) \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) + \frac{b_0}{\hat{b}_0} \underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) \underline{l}}. \quad (3.13)$$

Wartym zauważenia jest fakt, iż transmitancja układu zamkniętego (3.13) nie zależy od samego wzmocnienia dla obiektu regulacji b_0 ani przyjętego w algorytmie ADRC \hat{b}_0 , ale (w notacji (3.13)) jedynie od ich ilorazu $\frac{b_0}{\hat{b}_0}$. W mianowniku otrzymanej transmitancji znajduje się wielomian charakterystyczny $M_p(s)$ zawierający rzeczywiste parametry obiektu. Reszta transmitancji zależna jest wyłącznie od nastaw algorytmu regulacji.

Odpowiedź układu regulacji na zewnętrzne zaburzenie może zostać określona za pomocą transmitancji zakłóceniewej wyznaczonej według poniższej formuły

$$G_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} \Big|_{y_r=0} = \frac{G_p(s)}{1 + G_{FB}(s)G_p(s)} =$$

$$= \frac{b_0 \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl})}{M_p(s) \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) + \frac{b_0}{\hat{b}_0} \underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{cl}) \underline{l}}. \quad (3.14)$$

W powyższej formule występuje wartość współczynnika b_0 w liczniku, zatem poziom wzmacniania zakłóceń toru wymuszenia zależny będzie jawnie od rzeczywistego wzmocnienia toru wejścia z obiektu. Oddziaływanie zakłóceń na układ regulacji można kompensować za pomocą nastaw obserwatora i sprzężenia od stanu, odpowiednio \underline{l} i \underline{k}_* .

Opis transmitancyjny dla obiektów o wielu wyjściach

W powyższych rozważaniach zakładało się jedno wymuszenie i jedno wyjście pomiarowe obiektu, a także szczególną jego strukturę (3.11). Dla obiektów o dowolnej liczbie wejść oraz wyjść zwykle projektuje się niezależne regulatory dla każdego ze stopni swobody, jak pokazano na rys. 2.3. Warunkiem jest możliwość potraktowania poszczególnych stopni swobody jako niezależnie działające systemy. W przypadku układów niedosterowanych (ang. *underactuated*), można zapisać model obiektu (w ogólności SIMO)

$$\begin{cases} y_1^{(n_1)} = \hat{a}_0 y_1 + g_1(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y}, u, t) + b_{p,1} b_0 (u + d) \\ y_2^{(n_2)} = g_2(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y}, u, t) + b_{p,2} b_0 u \\ \vdots \\ y_{n_y}^{(n_{n_y})} = g_{n_y}(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y}, u, t) + b_{p,n_y} b_0 u \end{cases}, \quad (3.15)$$

gdzie n_y to liczba sygnałów pomiarowych systemu, $\underline{y}_i = [y_i, \dot{y}_i, \dots, y_i^{(n_i)}]^T$ jest wektorem i -tego sygnału wyjściowego i jego pochodnych, d jest zewnętrznym sygnałem zaburzającym oddziałującym na tor sterowanej wielkości pomiarowej y_1 .

Dla równań (3.15) można zapisać układ macierzowy

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}_p \underline{x} + \underline{b}_p b_0 u \\ \underline{y} = \mathbf{C}_p \underline{x} \end{cases}, \quad (3.16)$$

gdzie $\mathbf{A}_p \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$, $\underline{b}_p \in \mathbb{R}^{n_p}$, $\mathbf{C}_p \in \mathbb{R}^{n_y \times n_p}$, a liczba zmiennych stanu $n_p = \sum_{i=1}^{n_y} n_i$.

Równania stanu dla rozszerzonego obserwatora stanu, zakładając wprowadzenie osobnej funkcji całkowitego zaburzenia dla każdego z pomiarów, przyjmują postać

$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{LC}) \hat{\underline{x}} + \mathbf{B} \hat{\underline{b}} b_0 u + \mathbf{L} \underline{y} \\ \hat{\underline{y}} = \mathbf{C} \hat{\underline{x}} \end{cases}, \quad (3.17)$$

gdzie $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(n_p+n_y) \times (n_p+n_y)}$, $\underline{b} \in \mathbb{R}^{n_p+n_y}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n_y \times (n_p+n_y)}$ są macierzami opisującymi obiekt, $\mathbf{L} = [l_1, \dots, l_{n_y}] \in \mathbb{R}^{(n_p+n_y) \times n_y}$ jest macierzą wzmocnień obserwatora zawierającą wektory wzmocnień odpowiadające za poszczególne wyjścia pomiarowe, macierz $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{(n_p+n_y) \times (n_p+n_y)}$ zawiera współczynniki skalujące sygnał wymuszający dla poszczególnych torów (macierz stanu w ogólności nie musi mieć konfiguracji fazowej) tak, by spełnione było $\mathbf{B} \underline{b} = [\underline{b}_p^T, \mathbf{0}_{n_y}^T]^T$.

Dla obiektu danego równaniami (3.16) oraz obserwatora (3.17) i prawa sterowania (2.50) (zgodnie z uwagą 3.1) można zapisać model układu zamkniętego

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}_p \underline{x} - \frac{b_0}{\hat{b}_0} \underline{b}_p k_*^T \hat{\underline{x}} + (k_1 + \hat{a}_0) \frac{b_0}{\hat{b}_0} \underline{b}_p y_r + \underline{b}_p b_0 d \\ \dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{LC} \underline{x} + (\mathbf{A} - \mathbf{LC} - \mathbf{B} \hat{\underline{b}} k_*^T) \hat{\underline{x}} + (k_1 + \hat{a}_0) \mathbf{B} \hat{\underline{b}} y_r \\ \underline{y} = \mathbf{C}_p \underline{x} \end{cases}, \quad (3.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix}}_{\dot{x}_e} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & -\frac{b_0}{b_0} \underline{b}_p k_*^T \\ \mathbf{LC} & \mathbf{A} - \mathbf{LC} - \mathbf{B} \underline{b} k_*^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{cl}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_p \\ \hat{x} \end{bmatrix}}_{x_e} + \underbrace{(k_1 + \hat{a}_0)}_{g_{cl}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{b_0}{b_0} \underline{b}_p \\ \mathbf{B} \underline{b} \end{bmatrix}}_{g_{cl}} y_r + \underbrace{\begin{bmatrix} b_0 \underline{b}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{h_{cl}} d \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{cl}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_p \\ \hat{x} \end{bmatrix}}_{x_e} \end{array} \right. , \quad (3.19)$$

gdzie \hat{a}_0 jest estymowanym współczynnikiem położeniowym dla sterowanego wyjścia pomiarowego, którego dynamika dana jest równaniem (2.26).

Uwaga 3.2. Zakłada się sterowanie do zadanej wartości y_r jedną z wielkości pomiarowych (reprezentującą dynamikę wolnozmienną) przy sprowadzaniu do zera pozostałych pomiarów (dynamika szybkozmienna, np. prędkość napędu). Stąd wyrównanie wzmocnienia dotyczyć będzie tylko jednej sterowanej wielkości.

Uogólniając równania (3.19) do postaci

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_e = \mathbf{H}_{cl} x_e + g_{cl} y_r + h_{cl} d \\ y = \mathbf{F}_{cl} x_e \end{array} \right. , \quad (3.20)$$

można wyznaczyć zestaw transmitancji (układu zamkniętego oraz zakłóceńowych) opisujących system

$$\underline{G}(s) = \mathbf{F}_{cl}(s\mathbf{I} - \mathbf{H}_{cl})^{-1} g_{cl}, \quad (3.21)$$

$$\underline{G}_d(s) = \mathbf{F}_{cl}(s\mathbf{I} - \mathbf{H}_{cl})^{-1} h_{cl}. \quad (3.22)$$

Przyjęto wyprowadzenia transmitancji układu zamkniętego wychodząc od jego równań stanu, ponieważ podejście jak dla układu SISO z opisaniem sygnału sterującego równaniem (3.7) jest zadaniem trudno wyznaczalnym analitycznie. Projektowanie sterowania z wykorzystaniem powyższego zapisu zostało szczegółowo przedstawione dla rzeczywistego obiektu w podrozdziale 4.3.5.

Dla układu zamkniętego typu SISO (3.13) oraz odpowiadającej transmitancji zakłóceńowej (3.14) opis układu zamkniętego w przestrzeni stanu sprowadza się do postaci

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = \mathbf{A}_p x - \frac{b_0}{b_0} \underline{b}_p k_*^T \hat{x} + (k_1 + \hat{a}_0) \frac{b_0}{b_0} \underline{b}_p y_r + \underline{b}_p b_0 d \\ \dot{\hat{x}} = \underline{lc}^T x + (\mathbf{A} - \underline{lc}^T + \underline{b} k_*^T) \hat{x} + (k_1 + \hat{a}_0) \underline{b} y_r \\ y = \underline{c}_p^T x \end{array} \right. , \quad (3.23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & -\frac{b_0}{b_0} \underline{b}_p k_*^T \\ \underline{lc}^T & \mathbf{A} - \underline{lc}^T - \underline{b} k_*^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + (k_1 + \hat{a}_0) \begin{bmatrix} \frac{b_0}{b_0} \underline{b}_p \\ \underline{b} \end{bmatrix} y_r + \begin{bmatrix} b_0 \underline{b}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} d \\ y = \begin{bmatrix} \underline{c}_p^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \end{array} \right. . \quad (3.24)$$

Zagadnienie redukcji rzędu

W przypadku występowania niedominującej dynamiki w obiekcie regulacji, zaproponowane zostało podejście z redukcją rzędu obiektu przez pominięcie biegunów lub biegunów niedominujących. Jest to standardowy zabieg w przypadku regulacji PID, obok aproksymacji obiektu wyższego rzędu przed model z opóźnieniem transportowym [134]. Niniejsza rozprawa porusza zagadnienie redukcji rzędu w przypadku regulatora ADRC. Algorytm regulacji projektuje się wtedy dla $n < n_p$, co w przypadku mfADRC może zmniejszyć oscylacyjny charakter estymaty całkowitego zaburzenia, tym samym układu regulacji. Dzieje się tak, gdy model po redukcji ma mniej biegunów o dużych modułach. Dla oceny możliwości redukcji rzędu i własności algorytmów rzędu pełnego i zredukowanego wykorzystana została przedstawiona analiza transmitancyjna.

Zagadnienie doboru rzędu algorytmu zostało poruszone w [140], gdzie opisano problem doboru parametru n i analizę transmitancyjną algorytmu. Autorzy przedstawili sposób strojenia algorytmu ADRC na podstawie PID strojonego według reguły simple internal model control (SIMC) [114] dla różnych modeli symulacyjnych (stabilnych minimalno- i nieminimalnofazowych). Pomimo wskazania problemu doboru rzędu algorytmu, nie znalazły się jednak w pracy porównania działania różnych rzędów algorytmu regulacji dla jednego obiektu. Autorzy artykułu [91] przedstawili reguły doboru współczynnika \hat{b}_0 oraz zwrócili uwagę na problem doboru rzędu algorytmu w praktycznych zastosowaniach. ADRC zaimplementowane zostało w postaci bloku funkcyjnego na sterowniku PLC. Problem doboru n został także poruszony w [48], jednak w żadnej z tych prac nie przedstawiono zasad dotyczących redukcji rzędu wyników porównawczych działania różnych rzędów ADRC dla tego samego obiektu.

Uwaga 3.3. *W przypadku występowania niedominującej dynamiki w obiekcie regulacji $G_p(s)$ rzędu n_p , można pominąć niedominujący biegun lub niedominujące bieguny, otrzymując model zredukowany $G_{p,r}(s)$ rzędu $n < n_p$. Algorytm regulacji (ESO i sprzężenie od stanu) projektuje się dla rzędu n [79].*

Zagadnienie doboru estymaty wzmocnienia toru wymuszenia

Autorzy niektórych prac naukowych zwracali uwagę na problem doboru estymaty współczynnika skalującego wymuszenie \hat{b}_0 w algorytmie regulacji ADRC. Ze względu na estymację części dynamiki obiektu w funkcji zaburzenia nie w każdym przypadku najlepszy efekt da przyjęcie dokładnej wartości tego parametru $\hat{b}_0 = b_0$. W wielu pracach określa się możliwość wprowadzenia pewnego błędu oszacowania tego parametru, przyjmując jego wartość w pewnym (odpowiednio bliskim) zakresie względem prawdziwej – tak, że $|\hat{b}_0 - b_0| < \varepsilon$. W części publikacji zwrócono uwagę na możliwość poprawy jakości regulacji przez niedoszacowanie wartości tego parametru. Metody analizy i doboru wartości parametru \hat{b}_0 prezentowane w literaturze zostały zestawione w tab. 3.1.

Tabela 3.1: Zestawienie podejść wykorzystanych do oszacowania wartości parametru \hat{b}_0 .

Źródło	Opis metody
[132]	Dla przyjętego modelu niepewności parametrycznej wzmocnienia toru wymuszenia przeprowadzono teoretyczne rozważania analizy częstotliwościowej. Wyznaczono zapasy stabilności w odniesieniu do niepewności badanego parametru.
[43, 141]	Zbadano wpływ parametrów obiektu (na przykładzie modeli I i II rzędu) na jakość działania układu regulacji. Przeanalizowany został w formie studium przypadku wpływ wzmocnienia obiektu na proces sterowania.
[102, 98, 11]	W przytoczonych pracach przedstawiono badania symulacyjne i eksperymentalne obrazujące wpływ wartości parametru <i>input gain</i> na wartość całkowitego wskaźnika jakości. Rozważono wpływ momentu bezwładności teleskopu astronomicznego, a także modelu symulacyjnego obiektu II rzędu.
[16, 15]	Rozważono problem niepewności parametru b_0 dla przypadku dynamiki nieliniowej. Wykorzystano ESO do estymacji niepewności modelowania parametru. Porównano otrzymany sygnał sterujący z wygenerowanym „idealnym wymuszeniem”, które miało być śledzone w zadaniu regulacji.
[33]	Rozważono sterowanie w warunkach niepewności modelowania. Sygnał sterujący włączono jako dodatkową zmienną do wektora stanu. Przeanalizowano stabilność układu regulacji w warunkach niepewności parametru \hat{b}_0 . Jako główne osiągnięcie pracy wskazano zwiększenie odporności na błąd parametryczny współczynnika dzięki zastosowanej modyfikacji.

Przykłady symulacyjne

Przykład 3.1. *Przykładowe transmitancje składowe podejścia mfADRC dla wybranych rzędów algorytmów.*

Wyznaczono postaci analityczne dla transmitancji filtru wstępnego oraz toru sprzężenia zwrotnego dla rzędów algorytmu $n = \{1, 2, 3\}$. Wyniki zostały przedstawione w tab. 3.2.

W każdym z badanych przypadków składowe transmitancje toru referencyjnego oraz toru sprzężenia mają charakter całkujący, co implikuje sprowadzenie uchybu ustalonego do zera w odpowiedzi na wartość stałą oraz stałowartościowe zakłócenie. Zwiększenie rzędu całkowania (na przykład w celu kompensacji sygnałów zakłócających wyższych rzędów) odbywałoby się przez zwiększenie rzędu dla estymaty funkcji zaburzenia. Zabieg taki został zastosowany na przykład w [73] dla układu z zaburzeniem harmonicznym.

Na potrzeby wyprowadzenia transmitancji układu zamkniętego przyjęto założenie, że znane są dokładne wartości parametrów obiektu regulacji $\hat{\theta} = \underline{\theta}$, a także $b_0/\hat{b}_0 = 1$, $n = n_p$. Transmitancje algorytmu regulacji można zapisać jako $G_{PF}(s) = \frac{L_{PF}(s)}{M_c(s)}$,

Tabela 3.2: Postacie transmitancji algorytmu regulacji: $G_{FB}(s)$ i $G_{PF}(s)$, dla wybranych wartości rzędu n w algorytmie mfADRC.

n	$G_{PF}(s)$
1	$\frac{1}{b_0} \frac{k_1(s^2 + l_1s + l_2)}{s^2 + (k_1 + l_1)s}$
2	$\frac{1}{b_0} \frac{k_1(s^3 + l_1s^2 + l_2s + l_3)}{s^3 + (k_2 + l_1)s^2 + (k_1 + l_2 + k_2l_1)s}$
3	$\frac{1}{b_0} \frac{k_1(s^4 + l_1s^3 + l_2s^2 + l_3s + l_4)}{s^4 + (k_3 + l_1)s^3 + (k_2 + l_2 + k_3l_1)s^2 + (k_1 + l_3 + k_2l_1 + k_3l_2)s}$
n	$G_{FB}(s)$
1	$\frac{1}{b_0} \frac{(l_2 + k_1l_1)s + k_1l_2}{s^2 + (k_1 + l_1)s}$
2	$\frac{1}{b_0} \frac{(l_3 + k_1l_1 + k_2l_2)s^2 + (k_1l_2 + k_2l_3)s + k_1l_3}{s^3 + (k_2 + l_1)s^2 + (k_1 + l_2 + k_2l_1)s}$
3	$\frac{1}{b_0} \frac{(l_4 + k_1l_1 + k_2l_2 + k_3l_3)s^3 + (k_1l_2 + k_2l_3 + k_3l_4)s^2 + (k_1l_3 + k_2l_4)s + k_1l_4}{s^4 + (k_3 + l_1)s^3 + (k_2 + l_2 + k_3l_1)s^2 + (k_1 + l_3 + k_2l_1 + k_3l_2)s}$

$G_{FB}(s) = \frac{L_{FB}(s)}{M_c(s)}$, wtedy transmitancja układu zamkniętego dana jest wyrażeniem

$$G(s) = \frac{G_{PF}(s)G_p(s)}{1 + G_{FB}(s)G_p(s)} = \frac{b_0L_{PF}(s)}{M_p(s)M_c(s) + b_0L_{FB}(s)}. \quad (3.25)$$

Zakładając parametryzację ESO i sprzężenia przez ω_o (2.51) i ω_c (2.52), transmitancja układu zamkniętego przyjmuje postać

$$G(s) = \frac{\omega_c^n (s + \omega_o)^{n+1}}{(s + \omega_o)^{n+1} (s + \omega_c)^n} = \frac{\omega_c^n}{(s + \omega_c)^n}. \quad (3.26)$$

Uwaga 3.4. W przypadku zadania śledzenia trajektorii, końcowe prawo sterowania (3.1) przyjmie postać (2.50), co przy założeniu że $f_{nl}(\cdot) = 0$ prowadzi do

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0} \left(y_r^{(n)} + \underline{\theta}^T \underline{r} + \underline{k}^T (\underline{r} - \hat{\underline{x}}) - \hat{x}_{n+1} \right), \quad (3.27)$$

natomiast układ zamknięty (3.25), (3.26), stosując parametryzację ESO i sprzężenia od stanu jak wyżej

$$G(s) = \left(s^n + \sum_{i=1}^{n-1} (\hat{a}_{i-1} + k_i) s^i \right) \frac{b_0L_{PF}(s)}{M_p(s)M_c(s) + b_0L_{FB}(s)}, \quad (3.28)$$

$$G(s) = \frac{(s + \omega_c)^n (s + \omega_o)^{n+1}}{(s + \omega_o)^{n+1} (s + \omega_c)^n} = 1. \quad (3.29)$$

Należy jednak pamiętać, że prawo sterowania musi zapewnić stabilność sprzężenia od stanu, by zapewnić stabilne działanie układu ze sprzężeniem wyprzedzającym.

W przypadku modelu (3.26) układ zamknięty przyjmuje postać członu wieloinercyjnego o zadanej wartości biegunu $s = -\omega_c$ (z wyrównaniem wzmocnienia statycznego do jedności w liczniku), a dynamika związana z obserwatorem skraca się w liczniku i mianowniku.

Przykład 3.2. Rozkład biegunów i zer układu zamkniętego dla nominalnego rzędu obiektu w zależności od stosunku $\frac{b_0}{\hat{b}_0}$.

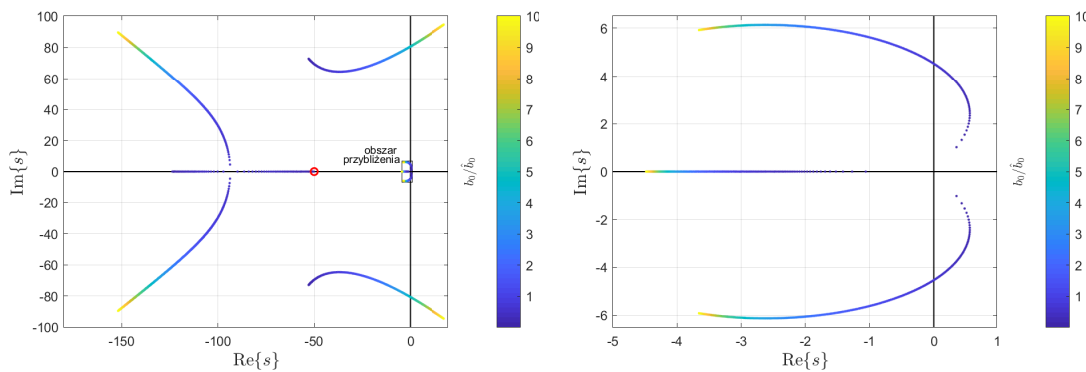
Przyjęto obiekt dany równaniem różniczkowym

$$y^{(3)} = -a_0y - a_1\dot{y} - a_2\ddot{y} + b_0(u + d)$$

o parametrach $a_0 = 0$, $a_1 = 15$, $a_2 = 50$, $b_0 = 400$.

Zbadano własności układu zamkniętego z algorytmem regulacji mfADRC dla odpowiedzi na wartość zadaną $y_r = 2$ i zakłócenie $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 5)$. Przyjęto parametry projektowe $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$. Zmieniano w różnych testach współczynnik skalujący w torze wymuszenia \hat{b}_0 i rząd algorytmu n .

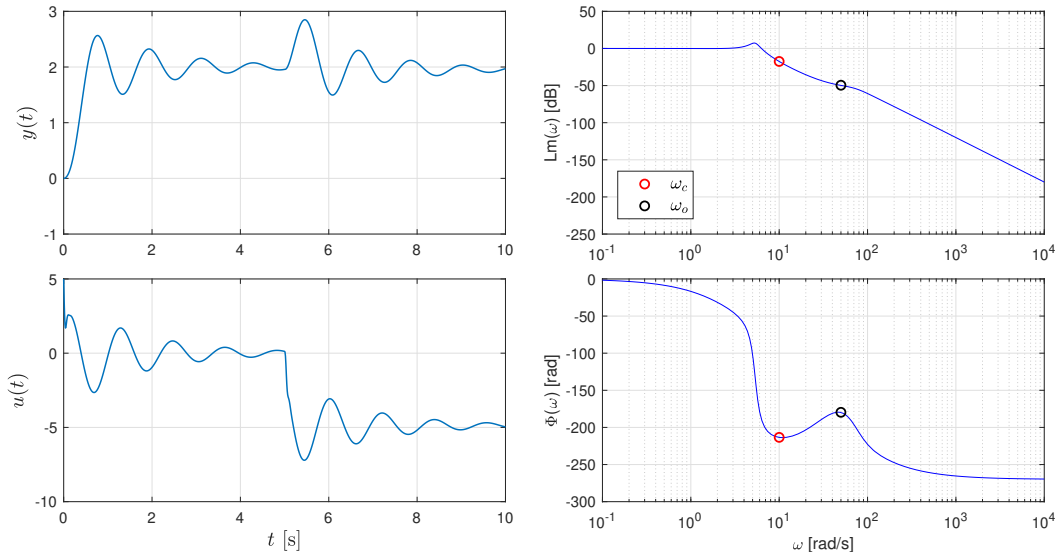
Zbadano rozkład biegunów układu zamkniętego (3.13) w zależności od stosunku wzmocnień b_0/\hat{b}_0 , aby dobrać wartość parametru \hat{b}_0 dla zadania regulacji. Wynikowe linie pierwiastkowe przedstawiono na rys. 3.2.



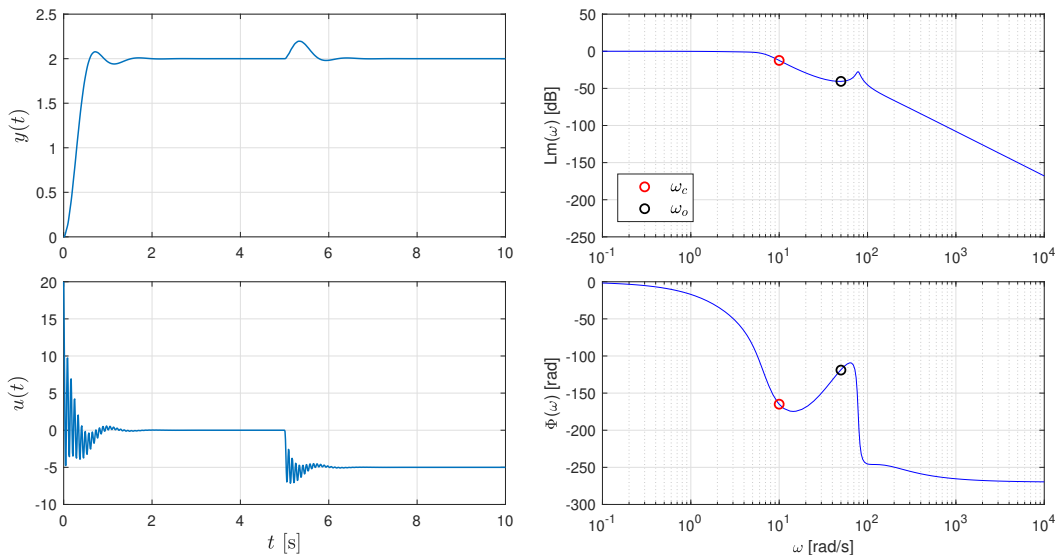
Rysunek 3.2: Bieguny układu zamkniętego w zależności od stosunku b_0/\hat{b}_0 (pełen zakres oraz przybliżenie) dla $n = 3$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$.

Niezależnie od wartości badanego stosunku wzmocnień, zero układu znajduje się zawsze w punkcie $s = -\omega_o$ oznaczającym biegun obserwatora. Na podstawie rozkładu biegunów (szczególnie w przypadku biegunów niedominujących) można oszacować wartość \hat{b}_0 pozwalającą poprawić jakość regulacji. Dla $b_0/\hat{b}_0 \ll 1$ dominujące bieguny znajdują się w prawej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej. Dla stabilnego obszaru działania przyjęcie $b_0/\hat{b}_0 > 1$ (niedoszacowanie wartości współczynnika) powoduje oddalenie biegunów dominujących od osi urojonej, w wyniku czego poprawiają się własności tłumienia oscylacji w układzie zamkniętym. Jednak po przekroczeniu pewnej wartości granicznej para biegunów oscylacyjnych niedominujących staje się niestabilna.

Na rys. 3.3 wykreślono odpowiedź układu zamkniętego na wartość zadaną i zakłócenie, a także charakterystyki częstotliwościowe przy założeniu $b_0/\hat{b}_0 = 1$ ($b_0 = \hat{b}_0$). Taka



Rysunek 3.3: Wyniki działania układu regulacji (odpowiedź czasowa modelu oraz charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 3$ i parametrów $b_0/\hat{b}_0 = 1$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$.



Rysunek 3.4: Wyniki działania układu regulacji (odpowiedź czasowa modelu oraz charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 3$ i parametrów $b_0/\hat{b}_0 = 4$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$.

wartość wzmocnienia zapewnia stabilne działanie układu regulacji, jednak przebieg ma charakter widocznie oscylacyjny. Jak pokazano w rozdziale poprzednim, konieczność estymacji niemodelowanej dynamiki dla dużych modułów parametrów implikuje pogorszenie jakości działania układu regulacji. Na wykresie modułu widoczny jest szczyt rezonansowy, potwierdzający oscylacyjny charakter układu.

Rys. 3.4 przedstawia wyniki symulacji dla $b_0/\hat{b}_0 = 4$. Na podstawie przebiegów czasowych widoczna jest poprawa własności układu zamkniętego przy niedoszacowaniu wartości współczynnika \hat{b}_0 – zmniejszony został charakter oscylacyjny układu

zamkniętego względem poprzedniego przypadku. Z charakterystyki modułu odczytać można przesunięcie szczytu rezonansowego do części wysokoczęstotliwościowej, co jest widoczne w przebiegu sygnału sterującego. Poprawa działania układu zamkniętego okupiona była w tym przypadku zwiększeniem charakteru oscylacyjnego w sygnale sterującym.

Przykład 3.3. Model układu zamkniętego dla zredukowanego rzędu obiektu regulacji.

Przyjęto obiekt regulacji i warunki jak w przykładzie 3.2. Pomijając sygnał zakłócający d , transmitancję dla liniowego obiektu można zapisać jako

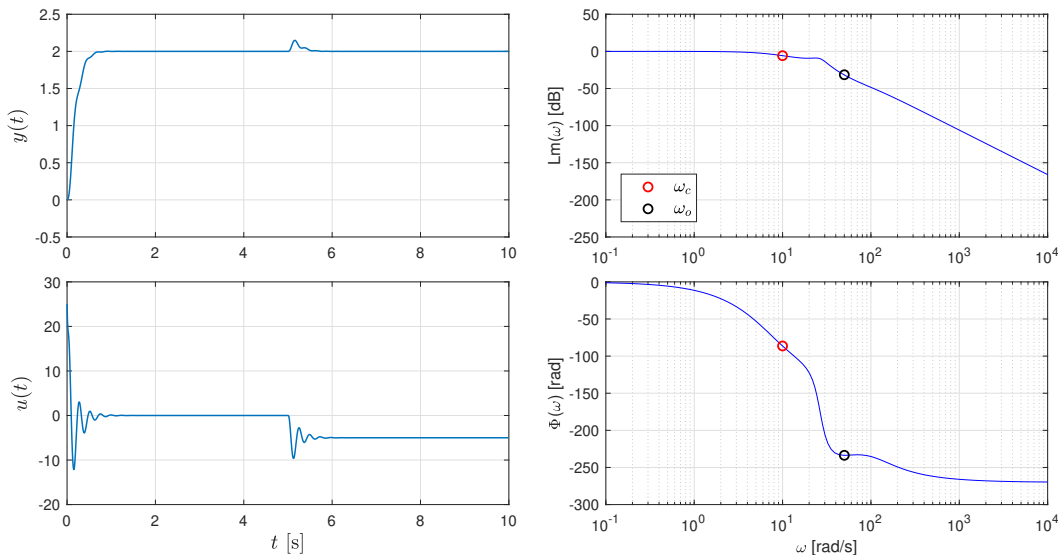
$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{Y_r(s)} \Big|_{d=0} = \frac{400}{s^3 + 50s^2 + 15s} = \frac{400}{s(s + 0,3)(s + 50)}.$$

Model zredukowanego rzędu, przy pominięciu bieguna niedominującego $s = -50$, można opisać transmitancją

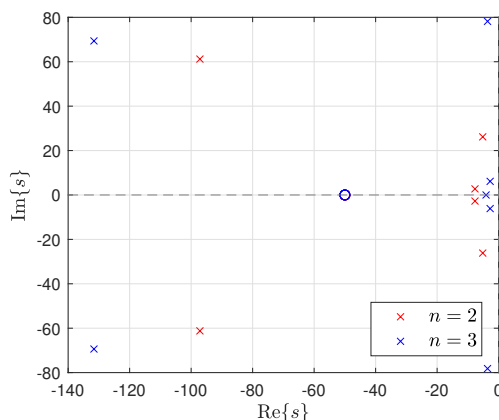
$$G_{p,r}(s) = \frac{Y(s)}{Y_r(s)} \Big|_{d=0} = \frac{\frac{b_0}{50}}{s(s + 0,3)} = \frac{b_r}{s^2 + 0,3s},$$

gdzie $b_r = 8$. Wynik symulacji odpowiedzi układu mfADRC dla $n = 2$ przedstawiono na rys. 3.5, a otrzymany rozkład biegunów i zer w układzie zamkniętym na rys. 3.6.

W układzie zredukowanym pozostaje biegun $s = -0,3$ o stosunkowo niewielkiej wartości względem obiektu pełnego rzędu (gdzie pominięto biegun niedominujący $s = -50$). Nie obserwuje się straty na jakości regulacji w algorytmie bezmodelowym, nawet w przypadku przyjęcia wartości $\hat{b}_0 = b_r$. Ze względu na błędy modelowania pojawia się mod oscylacyjny, widoczny w przebiegu sygnału sterującego. Zauważalna jest jednak poprawa jakości regulacji w porównaniu z oryginalnym rzędem algorytmu.



Rysunek 3.5: Wyniki działania układu regulacji (odpowieź czasowa modelu oraz charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 2$ i parametrów $\hat{b}_0 = 8$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$.



Rysunek 3.6: Rozkład biegunów i zer układu zamkniętego dla rzędu zredukowanego oraz pełnego ($b_0/\hat{b}_0 = 4$) w badanej konfiguracji ADRC.

Na podstawie rozkładu biegunów i zer (rys. 3.6) zaobserwować można uzyskanie dominującej pary pierwiastków o dużej wartości współczynnika tłumienia (blisko osi rzeczywistej) po redukcji rzędu. Zera układu zamkniętego znajdują się na wartościach zadanych biegunów obserwatora, tj. $s = -\omega_o$. Dla takiej samej parametryzacji po redukcji rzędu nastąpiła także poprawa tłumienia zakłóceń.

Uwaga 3.5. Własności układu po redukcji rzędu zależne są w ogólności od relacji pomiędzy biegunem niedominującym (pominiętym) a dominującą dynamiką. Im większa rozbieżność pomiędzy tymi wartościami, tym większy otrzymuje się uzysk w wyniku uproszczenia dynamiki. Przypadkiem krytycznym jest obiekt, który po pominięciu niedominującej dynamiki przyjmie postać integratora – przypadek taki zostanie przedstawiony w rozdziale 4.2 na przykładzie obiektu rzeczywistego.

3.2 Sterowanie adaptacyjne z identyfikacją parametrów metodą RLS

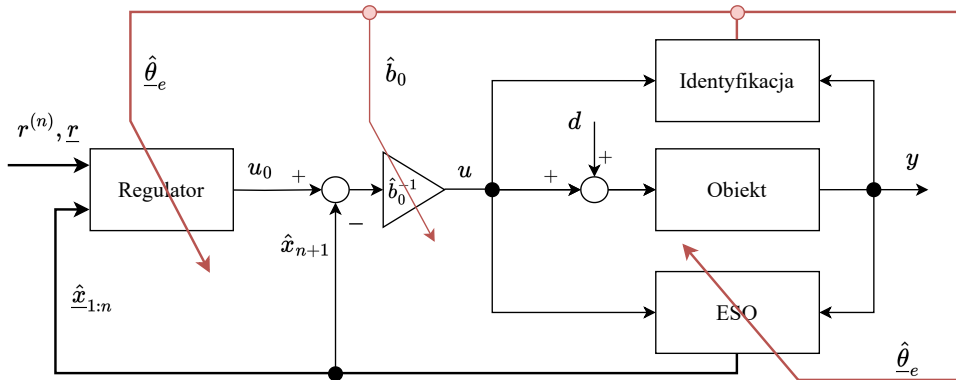
Jak zostało wykazane w rozdziale wcześniejszym oraz w [82, 142], włączenie znanej części modelu obiektu do algorytmu estymacji oraz prawa sterowania może w szczególnych przypadkach poprawić jakość regulacji z algorytmem ADRC. Jeśli parametry modelu obiektu nie są znane, lub też następuje ich zmiana w trakcie działania układu regulacji (spowodowana dodatkowym obciążeniem urządzenia lub zużyciem elementów wykonawczych), może zostać wykorzystane adaptacyjne ADRC z identyfikacją on-line parametrów wykorzystującą algorytm identyfikacji parametrycznej. Schemat działania metody został zaprezentowany na rys. 3.7.

W proponowanej w tej rozprawie metodzie zastosowana została rekursywna metoda najmniejszych kwadratów RLS (ang. *Recursive Least Mean Squares*) [49, 70, 113] w celu wyznaczania na bieżąco aktualnych estymat parametrów modelu. Dzięki zastosowaniu adaptacji rekursywnej parametrów w trakcie działania układu dostarczają się będą również nastawy algorytmu (obserwatora jak i regulatora) (2.53), (2.54), które obliczane są w każdym kroku działania układu.

Podejścia adaptacyjne ADRC znane z literatury [101, 130] wykorzystują włączenie parametrów do funkcji zaburzenia (poza opisem macierzowym). W propozycji autora rozprawy (opublikowanej w [82]) parametry liniowej części obiektu włącza się do macierzy stanu, wpływając także na wartości wzmocnień ESO i sprzężenia od stanu, oraz dostarczając je w trakcie działania układu. Taki zabieg pozwala zmienić własności dynamiczne systemu i może wpłynąć pozytywnie na przykład na możliwości filtracji szumów pomiarowych.

Dla celów identyfikacji parametrycznej można przyjąć dla obiektu danego modelem (2.26) założenie o włączeniu do wektora regresji wzmocnienia toru wejścia oraz współczynników funkcji $f_{nl}(\cdot)$, które są liniowe względem parametrów. Model będzie miał postać regresji liniowej

$$y^{(n)} = \underline{\varphi}_e^T \underline{\theta}_e + g(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + b_0 d, \quad (3.30)$$



Rysunek 3.7: Proponowana struktura ADRC z identyfikacją parametrów.

gdzie $\underline{\theta}_e = [a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, \underline{\theta}_{nl}^T, b_0]^T$ oznacza rozszerzony wektor parametrów, rozszerzony wektor regresji przyjmuje postać $\underline{\varphi}_e^T = [-y, -\dot{y}, \dots, -y^{(n-1)}, \underline{\varphi}_{nl}^T, u]$, a funkcja nieliniowa dana jest w postaci regresyjnej $f_{nl}(\cdot) = \underline{\varphi}_{nl}^T \underline{\theta}_{nl}$. Wymienione rozszerzenie wektorów dotyczy włączenia do nich na potrzeby identyfikacji części związanych z częścią nieliniową oraz wymuszeniem.

Na podstawie (2.27) można zapisać

$$y^{(n)} = \underline{\varphi}_e^T \underline{\theta}_e + f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, d), \quad (3.31)$$

gdzie w procesie estymacji parametrycznej chcemy wyodrębnić liniową i znaną nieliniową część modelu za pomocą błędu równaniowego, zatem

$$\hat{y}^{(n)} = \underline{\varphi}_e^T \hat{\underline{\theta}}_e. \quad (3.32)$$

Rekursywna metoda najmniejszych kwadratów [116] opisana jest za pomocą zestawu równań

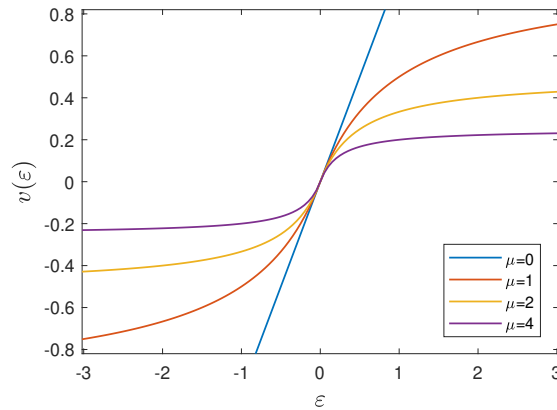
$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{\theta}}}_e &= \mathbf{P} \underline{\varphi}_e v(\varepsilon) \\ \varepsilon &= y^{(n)} - \underline{\varphi}_e^T \hat{\underline{\theta}}_e \\ \dot{\mathbf{P}} &= -\frac{1}{\lambda} \mathbf{P} \underline{\varphi}_e \underline{\varphi}_e^T \mathbf{P} \end{cases}, \quad (3.33)$$

gdzie $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ to macierz kowariancji, $0 < \lambda \leq 1$ to współczynnik zapominania, ε to błąd równaniowy między wyjściem regresji a jego estymatą, wektory (rozszerzone) regresji i parametrów $\underline{\varphi}$, $\hat{\underline{\theta}}_e$ zostały opisane powyżej.

Funkcja $v(\varepsilon)$ [21] została wprowadzona w celu uodpornienia algorytmu na zakłócenia odstające (ang. *outliers*), jak np. zaburzenie wewnętrzne w procesie regulacji, i dana jest wzorem

$$v(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{1 + \mu|\varepsilon|}, \quad (3.34)$$

gdzie μ jest pewnym parametrem projektowym kształtującym funkcję błędu w przypadku odstających zakłóceń – rys. 3.8. Dla $\mu = 0$ uzyskuje się funkcję liniową $v(\varepsilon) = \varepsilon$.



Rysunek 3.8: Przebieg funkcji $v(\varepsilon)$ w zależności od parametru μ .

Istnieje też szeroka gama modyfikacji stworzonych właśnie dla dyskretnej RLS, jak resetowanie macierzy kowariancji czy algorytm ze współczynnikiem zapominania [93, 115]. Znając fizyczne ograniczenia obiektu (i jego modelu), można dodatkowo zabezpieczyć algorytm adaptacji ograniczając wartości estymat parametrów na jego wyjściu (lub warunkowo wyłączając adaptację). Jednym ze sposobów zapobiegania zbyt wysokim wartościom parametrów jest operacja projekcji [20]

$$\text{Proj}(\hat{\underline{\theta}}_e) = \begin{cases} \underline{0} & \text{if } \hat{\theta}_e > \underline{\theta}_{e,\max} \ \& \ \dot{\hat{\theta}}_e > \underline{0} \\ \underline{0} & \text{if } \hat{\theta}_e < \underline{\theta}_{e,\min} \ \& \ \dot{\hat{\theta}}_e < \underline{0} \\ \hat{\theta} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.35)$$

W ciągłej konfiguracji do wektora regresji, ze względu na dostępny pomiarowo ciąg próbek sygnałów, pochodne do regresji wyznacza się przez filtrację SVF (ang. *State Variable Filter*) pomiaru i wymuszenia, w celu uzyskania wartości wyższych pochodnych:

$$y_F^{(i)}(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^i}{(1 + sT_F)^n} Y(s) \right\}, \quad (3.36)$$

$$u_F^{(i)}(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^i}{(1 + sT_F)^n} U(s) \right\}, \quad (3.37)$$

gdzie $y_F^{(i)}(t)$ oraz $u_F^{(i)}(t)$ to filtrowane i -ta pochodne sygnału wyjściowego i wejściowego, sygnału $Y(s)$ i $U(s)$ oznaczają reprezentacje zmiennych w dziedzinie Laplace'a, T_F to stała czasowa filtru, natomiast \mathcal{L}^{-1} jest operatorem odwrotnej transformacji Laplace'a.

Zakładając w wektorach metody RLS obecność odpowiednio danych filtrowanych przez SVF oraz estymowanych parametrów modelu, można zapisać elementy wektorów

$$\underline{\varphi}_e^T = [-y_F, -\dot{y}_F, \dots, -y_F^{(n-1)}, \underline{\varphi}_{nl,F}^T, u_F], \quad \hat{\underline{\theta}}_e = [\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{n-1}, \hat{\theta}_{nl}^T, \hat{b}_0]^T. \quad (3.38)$$

Uwaga 3.6. Stałą czasową filtru SVF należy wybrać w taki sposób, aby odfiltrować szumy i drgania obecne w wyższych pochodnych sygnałów, a także nie usunąć użytecznych informacji z sygnału oryginalnego. Zwykle wartość T_F wybiera się jako krotność wartości okresu próbkowania, a następnie w kolejnych eksperymentach dostosowuje się w celu poprawy jakości procesu estymacji [31].

Założenie 3.1. Zakłada się spełnienie przez dane regresji (3.32) warunku dostateczności pobudzenia dla każdego $t_0 > 0$:

$$\int_{t_0}^{t_0+t_{final}} \underline{\varphi}^T \underline{\varphi} dt \geq c_1, \quad (3.39)$$

gdzie $t_{final}, c_1 > 0$. W takim wypadku algorytm (3.33) zapewnia zbieżność wektora parametrów.

Założenie 3.2. *Stabilne działanie układu regulacji z adaptacją parametrów będzie osiągnięte przy założeniu, że wektor $\hat{\underline{\theta}}_e$ zapewni w każdej chwili stabilne działanie układu zamkniętego opisanego transmitancją (3.13). Zakładając zbieżność estymatora*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(\|\underline{\theta}_e - \hat{\underline{\theta}}_e\| < c_2) = 1, \quad (3.40)$$

gdzie $c_2 > 0$ jest pewnym parametrem o odpowiednio niskiej wartości, układ zamknięty przyjmie postać (3.26) w przypadku regulacji stałowartościowej oraz (3.29) w zadaniu śledzenia trajektorii.

Przykłady symulacyjne

Przykład 3.4. *Sterowanie ADRC z identyfikacją parametrów dla liniowego układu II rzędu.*

Przyjęto obiekt liniowy dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} + b_0(u + d)$$

o parametrach $a_0 = -80$, $a_1 = 30$, $b_0 = 40$. Rozpatrywany obiekt można opisać transmitancją

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \Big|_{d=0} = \frac{40}{s^2 + 30s - 80}.$$

Przeprowadzono symulacje dla podejścia adaptacyjnego przy nastawach $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$. Wartość zadana wynosiła $y_r = 2$. Odporność układu przetestowano podając w połowie czasu trwania symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$.

Przeprowadzono symulacje w dwóch wariantach:

(A) *adaptacja parametrów $\underline{\theta}$ i na ich podstawie adaptacja wzmocnień algorytmu*

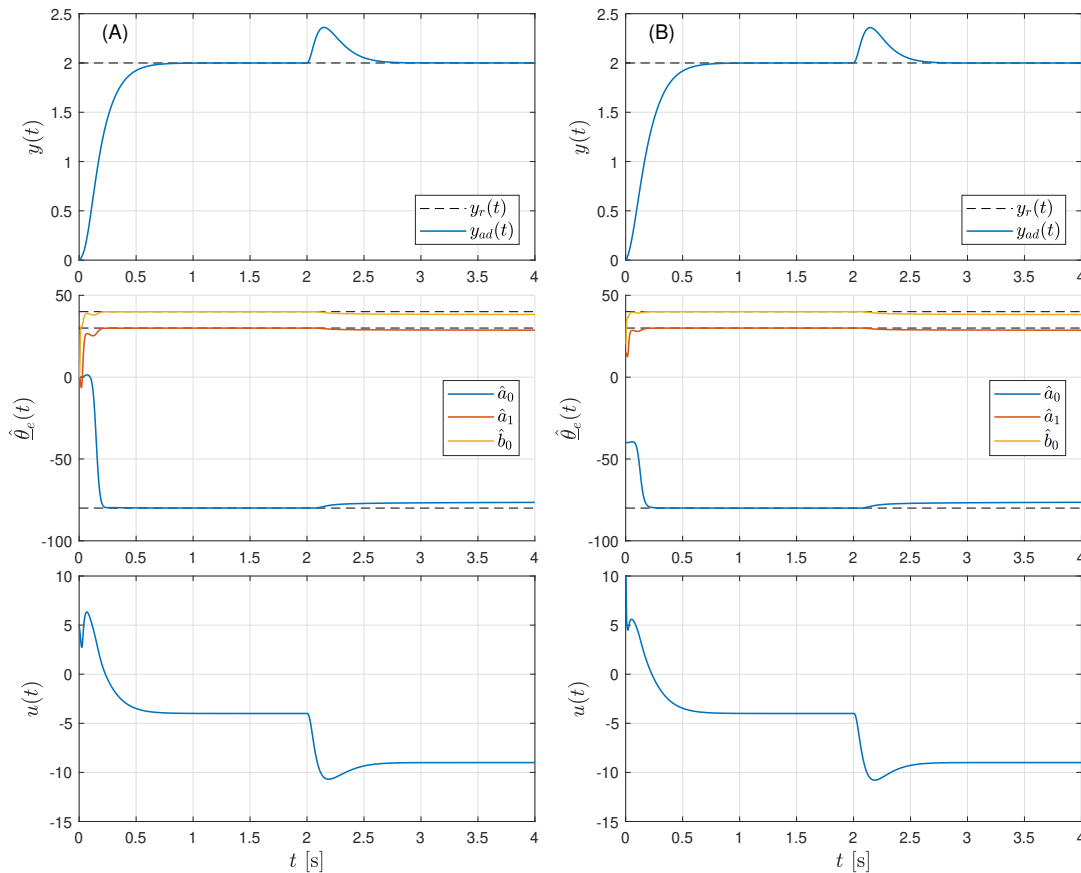
Parametr \hat{b}_0 w algorytmie jest założony stały oraz $\frac{b_0}{\hat{b}_0} = 1$, początkowe parametry $\underline{\theta}(0) = \underline{0}$. Punktem wyjścia jest w tym wypadku podejście mfADRC (w chwili początkowej $t = 0$).

(B) *adaptacja parametrów $\underline{\theta}$ oraz współczynnika skalującego wymuszenie \hat{b}_0*

Przyjęto początkowe wartości parametrów $\underline{\theta}(0) = 0,5\underline{\theta}$, $\hat{b}_0 = 0,5b_0$. Współczynnik skalujący wymuszenie dostraja się w trakcie działania układu.

Wyniki przedstawiono na rys. 3.9. Pomimo iż w wariantcie (A) nie występowała adaptacja współczynnika \hat{b}_0 w ESO i prawie sterowania, przedstawiona została na wykresie poglądowo wartość tego parametru estymowana przez RLS.

W obu przedstawionych przypadkach dla obiektu liniowego adaptacja parametrów pozwoliła na osiągnięcie wynikowej jakości działania regulacji jak w podejściu mbADRC (por. przykład 2.4). Z uwagi na zastosowanie modyfikacji (3.34) (przyjęto



Rysunek 3.9: Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla podejść adaptacyjnych (A) bez adaptacji \hat{b}_0 , (B) z adaptacją \hat{b}_0 . Rzeczywiste wartości parametrów oznaczono liniami przerywanymi.

$\mu = 2$) obserwuje się nieznaczne obciążenie estymat parametrów w momencie dodania zewnętrznego sygnału zaburzającego, jednak obciążenie to nie powoduje widocznego pogorszenia jakości regulacji. Nie zaobserwowano w tym przypadku znaczących zmian w działaniu algorytmu dla przyjętych podejść (A) oraz (B), najprawdopodobniej dzięki szybkiej zbieżności parametrów do ich rzeczywistych wartości w obu przypadkach.

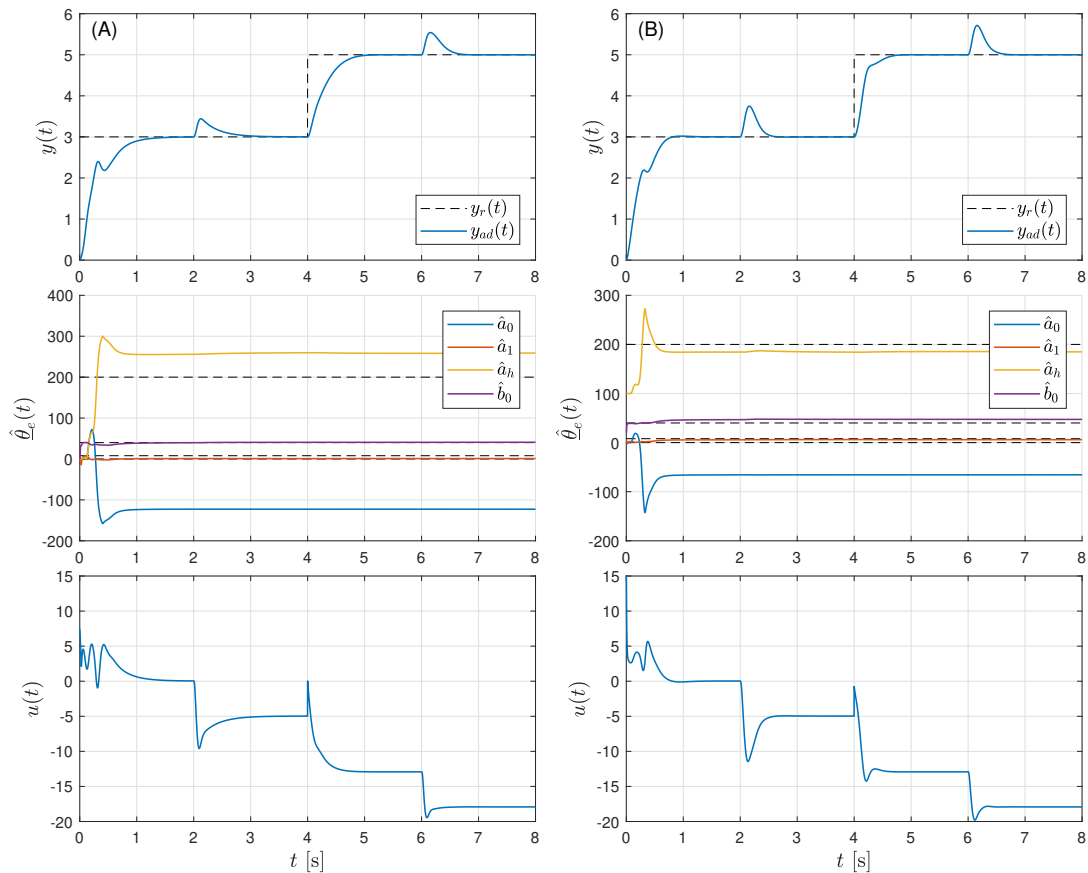
Przykład 3.5. Sterowanie ADRC z identyfikacją parametrów dla nieliniowego układu II rzędu.

Przyjęto obiekt dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} - a_h \sin(y) + b_0(u + d) + c_0 y^3 + c_1 \dot{y} | \dot{y} |$$

o parametrach $a_0 = 0$, $a_1 = 8$, $a_h = 200$, $b_0 = 40$, $c_0 = c_1 = 1$. Na podstawie (2.26) zakłada się znaną strukturę części nieliniowej $f_{nl}(\cdot) = -a_h \sin(y)$.

Przeprowadzono symulacje dla podejścia adaptacyjnego przy nastawach $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$. Sygnał zadany dany jest jako $y_r(t) = 3 \cdot \mathbf{1}(t) + 2 \cdot \mathbf{1}(t - 4)$, aby zweryfikować działanie układu w różnych punktach pracy. Odporność układów przetestowano podając zmieniający się skokowo sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2) +$



Rysunek 3.10: Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla podejść adaptacyjnych (A) bez adaptacji \hat{b}_0 , (B) z adaptacją \hat{b}_0 . Rzeczywiste wartości parametrów oznaczono liniami przerywanymi.

$5 \cdot \mathbf{1}(t - 6)$. Warianty symulacji przyjęto jak w przykładzie 3.4. Wyniki przedstawiono na rys. 3.10.

W obu przedstawionych przypadkach dla obiektu nieliniowego adaptacja parametrów pozwoliła na osiągnięcie wynikowej jakości działania regulacji zbliżonej do podejścia mbADRC (por. przykład 2.5). Ponownie zastosowano modyfikację (3.34) (przyjęto $\mu = 2$) dla uodpornienia algorytmu na zakłócenia odstające (dodatkowy sygnał zakłócający).

Ze względu na włączenie części harmonicznej do wektora regresji

$$\underline{\varphi}_e^T = [-y, -\dot{y}, -\sin(y), u],$$

obserwuje się pewne obciążenia estymat parametrów. Wspomniane obciążenia są widoczne w szczególności dla a_0 oraz a_h i spowodowane są trudnością w separowalności tych składników regresji (warunki dostateczności pobudzenia). Stosując linearyzację przez rozwinięcie w szereg Taylora (2.38) w punkcie $y = y_0$, nowy współczynnik położeniowy pochodzący od części liniowej i trygonometrycznej przyjmąby postać $\alpha_0 = a_0 + \cos(y_0)$.

W wariancie (A) odstępstwa od wartości prawdziwych były większe, jednak nie

było to okupione kosztem jakości regulacji. W przypadku (B) adaptacja \hat{b}_0 skutkowałą pogorszeniem jakości odpowiedzi na sygnał zakłócający ze względu na przeszacowanie wartości tego parametru (jak zostało pokazane w przykładzie 3.2, przyjęcie zbyt dużej wartości współczynnika skalującego wymusza pogarsza zdolność układu do tłumienia oscylacji). Jak można odczytać z wykresów (B), estymata parametru \hat{b}_0 ustala się powyżej jego wartości rzeczywistej.

Przykład 3.6. Sterowanie adaptacyjne ADRC układu II rzędu przy zmiennej wartości parametru \hat{b}_0 .

Przyjęto obiekt dany równaniem różniczkowym

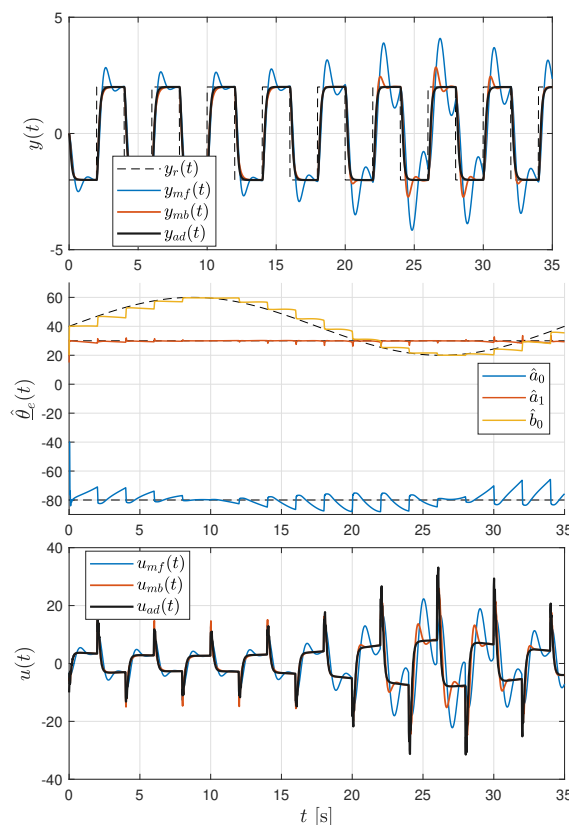
$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} + \underbrace{(A_0 + A \sin(2\pi/35 \cdot t))}_{b_0(t)} u + d$$

o parametrach $a_0 = -80$, $a_1 = 30$, $A_0 = 40$, $A = 20$. Jako sygnał zadany przyjęto przebieg prostokątny $y_r(t) = -2\text{Sign}(\sin(2\pi \frac{1}{4}t))$, aby pokazać jakość działania układów w różnych punktach pracy (różne wartości parametru b_0).

Zakłada się zatem, że parametr $b_0(t)$ jest pewną funkcją czasu, której charakter zmienności nie jest znany. Porównano podejście adaptacyjne z algorytmami mf- i mbADRC zakładającym stałe nastawy, gdzie $\hat{b}_0 = A_0 = 40$. W podejściu adaptacyjnym przeprowadzono identyfikację rozszerzonego wektora parametrów (wraz ze współczynnikiem skalującym wymuszenie). W celu nadążania za zmianami parametru zastosowano w algorytmie RLS współczynnik zapominania $\lambda = 0,97$ [94]. Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 3.11.

Na podstawie wyników symulacji można zaobserwować pogorszenie jakości regulacji w podejściach nieadaptacyjnych, w szczególności gdy $b_0(t)/\hat{b}_0(t) < 1$ – wartość współczynnika \hat{b}_0 w danej chwili była przeszacowana. Efekt ten jest widoczny w drugiej połowie testu. Jeśli charakter zmian parametru w czasie nie jest znany, zastosowanie algorytmu adaptacyjnego z wykorzystaniem współczynnika zapominania pozwala nadążać za zmianami tego współczynnika tak, by w każdym punkcie pracy zapewnić działanie algorytmu bez przeregulowań. Poprawa jakości regulacji okupiona jest zwiększeniem kosztu sterowania (dolny wykres), jednak w pierwszej połowie symulacji (dla $b_0(t)/\hat{b}_0(t) > 1$) amplitudy sygnału sterującego w podejściu adaptacyjnym stają się mniejsze. Zmiany takie wynikają z nieliniowego charakteru obiektu regulacji.

Ze względu na zmienność jednego z parametrów w czasie przyjęto wartość współczynnika zapominania $\lambda < 1$, jednak wiąże się z tym także ich fluktuacja w stanie ustalonym. Fakt ten nie miał jednak znaczącego wpływu na jakość regulacji. W całym zakresie zmienności parametru zastosowanie adaptacji pozwoliło osiągnąć pożądaną jakość regulacji.

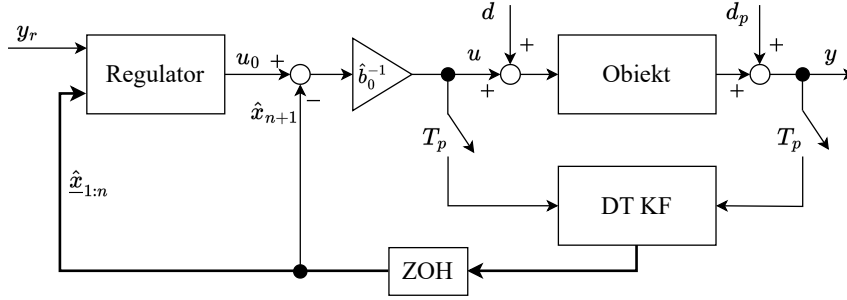


Rysunek 3.11: Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla zastosowanych podejść – mf- i mbADRC o stałych parametrach oraz algorytmu z identyfikacją parametryczną. Rzeczywiste wartości parametrów oznaczono liniami przerywanymi.

3.3 Zastosowanie dyskretnego filtra Kalmana jako estymatora stanu

Algorytm filtra Kalmana został po raz pierwszy zaproponowany przez R. Kalmana w pracy [53]. Obecnie jest szeroko wykorzystywany w pracach badawczych, jak i zastosowaniach przemysłowych, do estymacji stanu systemów dynamicznych. W podstawowej formie przeznaczony jest dla obiektów danych liniowym równaniem stanu, jednak występują również odmiany dla obiektów nieliniowych jak rozszerzony filtr Kalmana EKF (ang. *Extended Kalman Filter*) czy bezśladowy filtr Kalmana UKF (ang. *Unscented Kalman Filter*) [69, 92, 18].

Wyróżnić można zarówno filtr Kalmana czasu ciągłego CT KF (ang. *continuous-time Kalman filter*), jak i czasu dyskretnego DT KF (ang. *discrete-time Kalman filter*). W przedstawionej w tym podrozdziale modyfikacji algorytmu ADRC, zaproponowanej przez autora rozprawy w [80], wykorzystano algorytm DT KF zamiast ESO do estymacji rozszerzonego wektora stanu. Zabieg ten pozwala na uodpornienie układu na zaszumienie pomiarowe dzięki poprawie jakości estymacji zmiennych stanu (lepszej



Rysunek 3.12: Struktura działania algorytmu ADRC z estymatorem DT KF.

filtracji szumów pomiarowych). W obecności ograniczeń sygnału sterującego duże zaszumienie estymat zwracanych przez ESO mogą całkowicie uniemożliwić skuteczne sterowanie obiektem [80].

Schemat działania układu przedstawiono na rys. 3.12. Oznaczono sygnał zakłócenia pomiarowego d_p oraz próbkowanie sygnałów i ekstrapolację ZOH (ang. *Zero Order Hold*), z uwagi na obecność dyskretnego bloku DT KF.

Istniejące w literaturze podejścia zakładają zwykle szeregowe połączenie filtra Kalmana z algorytmem regulacji ADRC, który wykorzystuje klasyczne ESO [22, 52]. Powstały także propozycje wykorzystania podejścia KF do estymacji rozszerzonego wektora stanu [3, 136], jednak są one dedykowane dla pewnej klasy systemów nieliniowych i rozważane tylko w układzie otwartym dla przypadków symulacyjnych. Według najlepszej wiedzy autora, struktura układu przedstawiona w rozprawie nie była wcześniej proponowana w literaturze w takiej formie. Propozycja tej metody została opublikowana przez autora rozprawy w pracy [80].

Dla modeli obiektów (2.11), (2.41) o macierzach odpowiednio (2.12), (2.42) dyskretne równania stanu przyjmą postać [45], z uwzględnieniem zakłócenia pomiarowego

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) = \underbrace{e^{\mathbf{A}T_p}}_{\mathbf{A}_d} \underline{x}(k) + \underbrace{\left(\int_0^{T_p} e^{\mathbf{A}t} dt \right) \underline{b} \hat{b}_0}_{\underline{b}_d} u(k) + \underbrace{\left(\int_0^{T_p} e^{\mathbf{A}t} dt \right) \underline{h} f(k)}_{\underline{h}_d} \\ y(k) = \underline{c}^T \underline{x}(k) + d_p(k) \end{cases}, \quad (3.41)$$

gdzie k jest numerem dyskretnego kroku czasowego, T_p oznacza okres próbkowania, a dyskretne reprezentacje macierzy opisujących system wynoszą odpowiednio

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_p}, \quad \underline{b}_d = \left(\int_0^{T_p} e^{\mathbf{A}t} dt \right) \underline{b}, \quad \underline{h}_d = \left(\int_0^{T_p} e^{\mathbf{A}t} dt \right) \underline{h}. \quad (3.42)$$

Zakładając postać zakłócenia wewnętrznego $\underline{v}(k) = \underline{h}_d \dot{f}(k)$ oraz szumu pomiarowego $d_p(k)$, równania (3.41) można przekształcić do postaci

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \underline{x}(k) + \underline{b}_d \hat{b}_0 u(k) + \underline{v}(k) \\ y(k) = \underline{c}^T \underline{x}(k) + d_p(k) \end{cases}. \quad (3.43)$$

W tym podrozdziale zakłada się, że szum pomiarowy dany jest rozkładem Gaussa o zerowej wartości oczekiwanej

$$d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma_{d_p}^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{d_p}^2}} e^{-\frac{d_p^2}{2\sigma_{d_p}^2}}. \quad (3.44)$$

Algorytm filtru Kalmana DT KF składa się z następujących równań:

- etap predykcji – równania aktualizacji czasu

$$\hat{\underline{x}}(k|k-1) = \mathbf{A}_d \hat{\underline{x}}(k-1|k-1) + \underline{b}_d \hat{b}_0 u(k-1), \quad (3.45)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = \mathbf{A}_d \mathbf{P}(k-1|k-1) \mathbf{A}_d^T + \mathbf{Q}, \quad (3.46)$$

- etap filtracji – równania aktualizacji pomiarów

$$\underline{\kappa}(k) = \mathbf{P}(k|k-1) \underline{c} \left[\underline{c}^T \mathbf{P}(k|k-1) \underline{c} + r \right]^{-1}, \quad (3.47)$$

$$\hat{\underline{x}}(k|k) = \hat{\underline{x}}(k|k-1) + \underline{\kappa}(k) \left[y(k) - \underline{c}^T \hat{\underline{x}}(k|k-1) \right], \quad (3.48)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = \left[\mathbf{I}_{n+1} - \underline{\kappa}(k) \underline{c}^T \right] \mathbf{P}(k|k-1), \quad (3.49)$$

gdzie $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ to macierz kowariancji zmiennych stanu, $\mathbf{Q} = \text{cov}\{\underline{v}\} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ to macierz kowariancji szumów wewnętrznych, $r = \text{cov}\{d_p\}$ to wariancja szumu pomiarowego (w ogólności dla większej liczby pomiarów należałoby zapisać macierz $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$), $\underline{\kappa} \in \mathbb{R}^{n+1}$ to wektor wzmocnień Kalmana. W każdym przypadku wyrażenie z argumentem $(k|k-1)$ oznacza zmienną a priori (przed pomiarem), a argument $(k|k)$ określa funkcję a posteriori (po pomiarze).

W etapie predykcji następuje uaktualnienie wektora stanu i macierzy kowariancji na podstawie wyłącznie modelu przejścia (równania stanu) obiektu. W etapie filtracji (korekcji) następuje z kolei poprawa estymat z predykcji na podstawie informacji pomiarowej z obiektu.

Uwaga 3.7. Zakładając synchronizację czasu dyskretnego z ciągłym przy danym okresie próbkowania T_p , algorytm KF może skutecznie zastąpić klasyczny obserwator stanu wykorzystywany w algorytmie ADRC. Dodatkowo, jeśli okres próbkowania jest odpowiednio mały, przedstawiony układ z próbkowaniem wykazuje działanie odpowiadające układowi ciągłemu. Czas ciągły można powiązać z dyskretnym na podstawie zależności $t \approx kT_p$.

Uwaga 3.8. W równaniach algorytmu DT KF (3.45)–(3.49) nie została uwzględniona informacja na temat funkcji całkowitego zaburzenia $f(\cdot)$, ponieważ jej odtworzenie jest zadaniem algorytmu, podobnie jak w przypadku ESO.

Uwaga 3.9. Ciągłe równania stanu można zdyskretyzować z wykorzystaniem metody ekstrapolacyjnej Eulera [45]

$$\dot{\underline{x}} \approx \frac{\underline{x}(k+1) - \underline{x}(k)}{T_p}, \quad (3.50)$$

w wyniku której otrzymuje się dyskretny opis ciągłych równań stanu (2.11), (2.41)

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) &= \overbrace{[\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p]}^{\mathbf{A}_d} \underline{x}(k) + \overbrace{\underline{b}T_p}^{\underline{b}_d} \hat{b}_0 u(k) + \underline{h}T_p \dot{f}(k) \\ y(k) &= \underline{c}^T \underline{x}(k) \end{cases} \quad (3.51)$$

Metoda ta jest stosunkowo prosta w implementacji, jednak ma pewne ograniczenia w postaci możliwości destabilizacji układu dla zbyt wysokich wartości T_p .

Parametrami projektowymi dla algorytmu estymacji stanu będą macierze kowariancji dla szumów wewnętrznych i pomiarowych, odpowiednio \mathbf{Q} i r . Zakładając fazową konfigurację zmiennych stanu oraz magazynowanie się błędów modelowania w ostatnim elemencie wektora $\hat{\underline{x}}$, można założyć, iż tylko ostatnia zmienna stanu będzie obciążona pewną wariancją. Stąd zaproponowana została struktura macierzy kowariancji szumów wewnętrznych

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q \end{bmatrix} = \text{diag}\{0, 0, \dots, q\} \in \mathbb{R}^{(n_p+1) \times (n_p+1)}. \quad (3.52)$$

Dla algorytmu DT KF można wyznaczyć wartość macierzy kowariancji w stanie ustalonym

$$\mathbf{P}_\infty = \mathbf{A}_d \mathbf{P}_\infty \mathbf{A}_d^T + \mathbf{Q} - \mathbf{A}_d \mathbf{P}_\infty \underline{c} \left(\underline{c}^T \mathbf{P}_\infty \underline{c} + r \right)^{-1} \underline{c}^T \mathbf{P}_\infty \mathbf{A}_d^T, \quad (3.53)$$

gdzie $\mathbf{A}_d = \mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p$ jest macierzą stanu układu po dyskretyzacji. Wektor wzmocnień Kalmana w stanie ustalonym przyjmuje wartość

$$\underline{\kappa}_\infty = \mathbf{P}_\infty \underline{c} \left(\underline{c}^T \mathbf{P}_\infty \underline{c} + r \right)^{-1}. \quad (3.54)$$

Na podstawie [45] określić można wielomian charakterystyczny obserwatora dyskretnego

$$M_o(z) = \left| z \mathbf{I}_{n+1} - \left(\mathbf{A}_d - \underline{\kappa}_\infty \underline{c}^T \mathbf{A}_d \right) \right|. \quad (3.55)$$

W przypadku gdy spełniony jest warunek $\left| \text{eig}_i \left(\mathbf{A}_d - \underline{\kappa}_\infty \underline{c}^T \mathbf{A}_d \right) \right| < 1$ dla każdej i -tej wartości własnej macierzy stanu obserwatora, można mówić o jego stabilnym działaniu.

Lemat 3.1. Dla parametryzacji (3.52) wzmocnienia estymatora i wynikowa jakość estymacji zależą nie od samych wartości q oraz r , lecz od ich stosunku. W dalszych rozważaniach zakładany jest jeden parametr projektowy $\lambda = \frac{q}{r}$ oraz przyjmuje się $r = 1$.

Dowód 3.1. Przyjmując macierz kowariancji w postaci (3.52) podzielmy równanie Riccatiego (3.53) przez parametr r

$$\frac{1}{r}\mathbf{P}_\infty = \frac{1}{r}\mathbf{A}_d\mathbf{P}_\infty\mathbf{A}_d^T + \frac{1}{r}\mathbf{Q} - \frac{1}{r}\mathbf{A}_d\mathbf{P}_\infty\mathbf{c} \left(\mathbf{c}^T\mathbf{P}_\infty\mathbf{c} + r \right)^{-1} \mathbf{c}^T\mathbf{P}_\infty\mathbf{A}_d^T, \quad (3.56)$$

a następnie podstawmy $\mathbf{P}_\infty = \tilde{\mathbf{P}}_\infty r$ oraz $\mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{Q}}r$

$$\frac{1}{r}(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r) = \frac{1}{r}\mathbf{A}_d(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r)\mathbf{A}_d^T + \frac{1}{r}(\tilde{\mathbf{Q}}r) - \frac{1}{r}\mathbf{A}_d(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r)\mathbf{c} \left(\mathbf{c}^T(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r)\mathbf{c} + r \right)^{-1} \mathbf{c}^T(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r)\mathbf{A}_d^T. \quad (3.57)$$

Równanie (3.57) można uprościć do postaci

$$\tilde{\mathbf{P}}_\infty = \mathbf{A}_d\tilde{\mathbf{P}}_\infty\mathbf{A}_d^T + \tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{A}_d\tilde{\mathbf{P}}_\infty\mathbf{c} \left(\mathbf{c}^T\tilde{\mathbf{P}}_\infty\mathbf{c} + 1 \right)^{-1} \mathbf{c}^T\tilde{\mathbf{P}}_\infty\mathbf{A}_d^T, \quad (3.58)$$

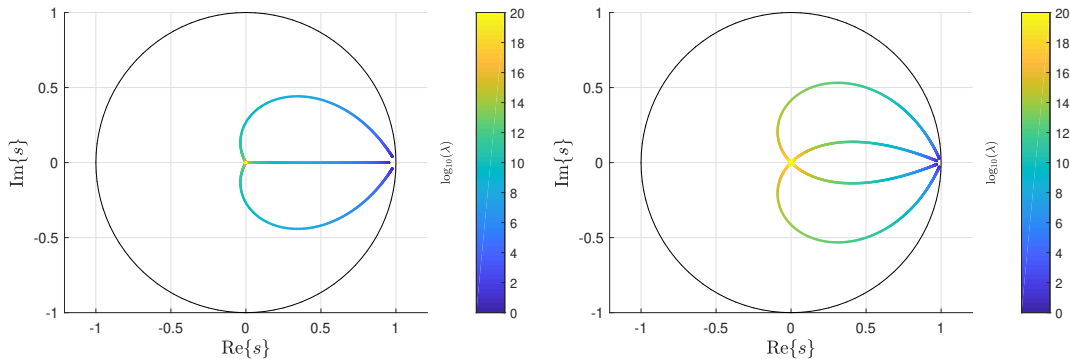
gdzie $\tilde{\mathbf{P}}_\infty = \frac{\mathbf{P}_\infty}{r}$ jest rozwiązaniem równania Riccatiego (3.52) dla $r = 1$. Powyższe rozważania potwierdzają proporcjonalną zależność $\tilde{\mathbf{P}}_\infty \sim \frac{1}{r}$, natomiast na podstawie (3.58) można wnioskować o liniowej zależności $\tilde{\mathbf{P}}_\infty \sim \tilde{\mathbf{Q}} = \frac{q}{r} \text{diag}\{0, 0, \dots, 1\} = \text{diag}\{0, 0, \dots, \lambda\}$.

Przykłady symulacyjne

Przykład 3.7. Rozkład biegunów estymatora stanu w zależności od parametru λ dla algorytmu ADRC bezmodelowego.

Wyznaczone zostały wartości wzmocnienia Kalmana w stanie ustalonym na podstawie (3.54) oraz rozkład pierwiastków wielomianu charakterystycznego dla dwuetapowego KF (3.55). Przyjęto model w postaci wielokrotnego integratora dla rzędów algorytmu $n = 2$ oraz $n = 3$. Rozkład pierwiastków wykreślono na rys. 3.13, zaznaczając również okrąg jednostkowy. Założono okres próbkowania $T_p = 0,01$ s.

Na podstawie uzyskanych wyników można określić charakter odpowiedzi obserwatora stanu zależnie od przyjętej wartości parametru λ . W obu przypadkach ($n = 2$ oraz $n = 3$) bieguny obserwatora znajdują się dla pełnego zakresu nastawy wewnątrz okręgu



Rysunek 3.13: Rozkład biegunów estymatora stanu w zależności od parametru λ dla $n = 2$ (rys. lewy) oraz $n = 3$ (rys. prawy).

jednostkowego. Zależnie od rzędu, tworzą się pary pierwiastków zespolonych sprzężonych, bądź też jeden z pierwiastków znajduje się w dodatniej części osi rzeczywistej (jednostkowy współczynnik tłumienia).

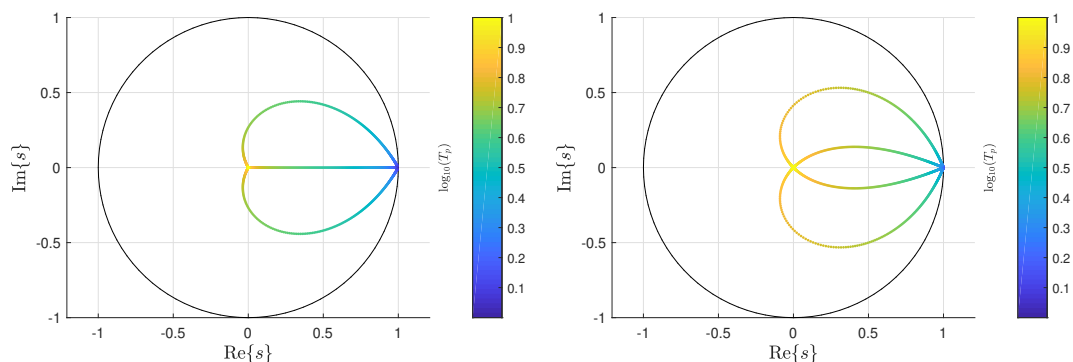
Mimo że bieguny obserwatora znajdują się w pełni w obszarze stabilności, nie będzie zagwarantowane w każdym przypadku stabilne działanie układu zamkniętego z estymatorem DT KF ze względu na próbkowanie w układzie regulacji (rys. 3.12).

Przykład 3.8. Rozkład biegunów estymatora stanu w zależności od okresu próbkowania T_p dla algorytmu bezmodelowego.

Wyznaczone zostały wartości wzmocnienia Kalmana w stanie ustalonym na podstawie (3.54) oraz rozkład pierwiastków wielomianu charakterystycznego dla dwuetapowego KF (3.55). Przyjęto model w postaci wielokrotnego integratora dla rzędów algorytmu $n = 2$ oraz $n = 3$. Rozkład pierwiastków wykreślono na rys. 3.14, zaznaczając również okrąg jednostkowy. Założono wartość nastawy $\lambda = 10^8$.

Na podstawie uzyskanych wyników można określić charakter odpowiedzi obserwatora stanu zależnie od przyjętej wartości okresu próbkowania. W obu przypadkach ($n = 2$ oraz $n = 3$) bieguny obserwatora znajdują się dla pełnego zakresu nastawy wewnątrz okręgu jednostkowego; z charakterem podobnym jak w przykładzie poprzednim.

Zgodnie z (3.42) macierze opisujące system dyskretny zależą od przyjętej wartości T_p . Zmiana tego parametru przekładać się będzie na zmianę własności obserwatora KF. Dla niższych wartości okresu próbkowania bieguny zbliżają się do okręgu jednostkowego, determinując charakter obserwatora dwuetapowego bliższy całkującemu. Dla próbkowania wolniejszego (tutaj $T_p = 0,01$ s) wartości biegunów usytuowane są w początku układu współrzędnych. Zatem takie samo wzmocnienie λ zapewni szybszy charakter dynamiczny obserwatora w dziedzinie dyskretniej przy większych wartościach T_p (co w dziedzinie dyskretniej oznacza osiągnięcie zbieżności w mniejszej liczbie próbek k).



Rysunek 3.14: Rozkład biegunów estymatora stanu w zależności od parametru T_p dla $n = 2$ (rys. lewy) oraz $n = 3$ (rys. prawy).

Przykład 3.9. Wpływ wartości parametru λ na jakość regulacji w układzie deterministycznym.

Przyjęto obiekt dany równaniem różniczkowym

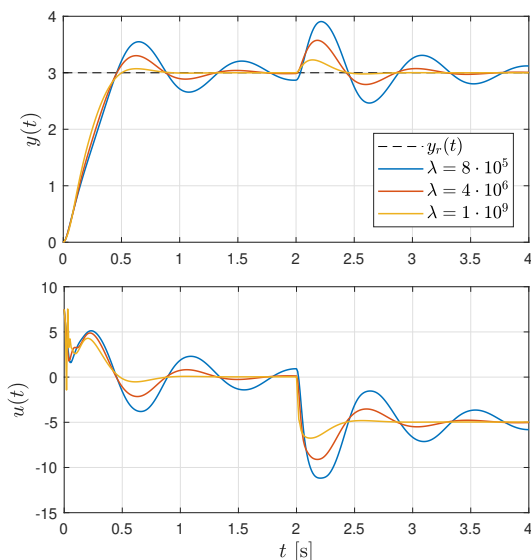
$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} - a_h \sin(y) + b_0(u + d) + c_0 y^3 + c_1 \dot{y}| \dot{y} |$$

o parametrach $a_0 = 0$, $a_1 = 8$, $a_h = 200$, $b_0 = 40$, $c_0 = c_1 = 1$.

Przeprowadzono symulacje dla podejścia mfADRC przy nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$, oraz zmiennej wartości λ . Wartość zadana wynosiła $y_r = 3$. Odporność układów przetestowano podając w połowie czasu trwania symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$. Przyjęto w układzie okres próbkowanie o wartości $T_p = 0.01$ s. Wyniki przedstawiono na rys. 3.15.

Zaobserwować można wraz ze wzrostem wartości parametru λ przyspieszenie działania obserwatora (por. rozkład biegunów dyskretnych z przykładu 3.8), co przekłada się na lepszą jakość regulacji i zdolność do estymacji funkcji zaburzenia. Zasada strojenia będzie podobna do reguły lokowania biegunów z wykorzystaniem pulsacji obserwatora – przyspieszenie układu okupione będzie zwiększeniem wrażliwości na zaszumienie pomiarowe (por. kolejne przykłady).

W tab. 3.3 zestawiono wartości biegunów estymatora oraz ich modułów osiągnięte



Rysunek 3.15: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla różnych wartości parametru λ .

Tabela 3.3: Rozkład biegunów dyskretnych dla stanu ustalonego dwuetapowego KF.

Parametr	Rozkład biegunów		Moduły biegunów	
	z_1	$z_{2/3}$	$ z_1 $	$ z_{2/3} $
$\lambda = 8 \cdot 10^5$	0,64	$0,74 \pm 0,30j$	0,64	0,80
$\lambda = 4 \cdot 10^7$	0,56	$0,65 \pm 0,36j$	0,56	0,74
$\lambda = 1 \cdot 10^9$	0,26	$0,14 \pm 0,39j$	0,26	0,42

dla stanu ustalonego DT KF w badanych przypadkach. Przedstawione wyniki potwierdzają zaprezentowane wcześniej wnioski – większa wartość parametru λ powoduje wzrost modułów biegunów i tym samym przyspieszenie działania układu. Warto zwrócić uwagę na fakt, iż w tym wypadku za pomocą jednego parametru projektowego uzyskuje się zestaw biegunów o różnych wartościach modułów.

Uwaga 3.10. W tym podrozdziale przedstawione zostaną wyniki dla podejścia mfADRC w celu pokazania idei estymatora w postaci KF. Porównania z wariantem mbADRC pokazane będą w rozdziałach kolejnych, dotyczących strojenia obserwatora na podstawie stanu ustalonego KF.

Przykład 3.10. Wpływ okresu próbkowania T_p na jakość regulacji w układzie deterministycznym.

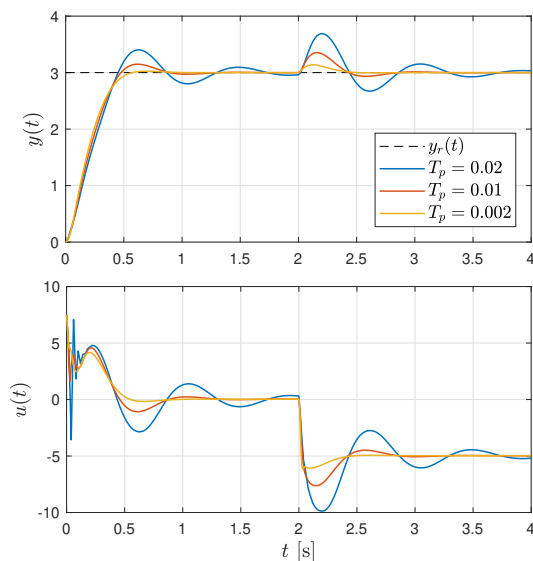
Przyjęto obiekt dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} - a_h \sin(y) + b_0(u + d) + c_0 y^3 + c_1 \dot{y}|\dot{y}|$$

o parametrach $a_0 = 0$, $a_1 = 8$, $a_h = 200$, $b_0 = 40$, $c_0 = c_1 = 1$.

Przeprowadzono symulacje dla podejścia mfADRC przy nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$, $\lambda = 10^8$. Wartość zadana wynosiła $y_r = 3$. Odporność układów przetestowano podając w połowie horyzontu trwania symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$. Przyjęto w układzie zmienny okres próbkowania o wartościach $T_p = \{0,02; 0,011; 0,002\}$ s. Wyniki przedstawiono na rys. 3.16.

Wyniki w tym wypadku potwierdzają intuicyjne przewidywania dotyczące działania układu z próbkowaniem. Dla mniejszych wartości T_p osiągana jest lepsza jakość regulacji. Jeśli okres próbkowania ma odpowiednio niską wartość, układ z próbkowaniem



Rysunek 3.16: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla różnych wartości parametru λ .

Tabela 3.4: Rozkład biegunów dyskretnych dla stanu ustalonego dwuetapowego KF.

Parametr	Rozkład biegunów		Moduły biegunów	
	z_1	$z_{2/3}$	$ z_1 $	$ z_{2/3} $
$T_p = 0,02$	0,28	$0,18 \pm 0,41j$	0,28	0,45
$T_p = 0,01$	0,43	$0,47 \pm 0,43j$	0,43	0,63
$T_p = 0,002$	0,75	$0,83 \pm 0,22j$	0,75	0,86

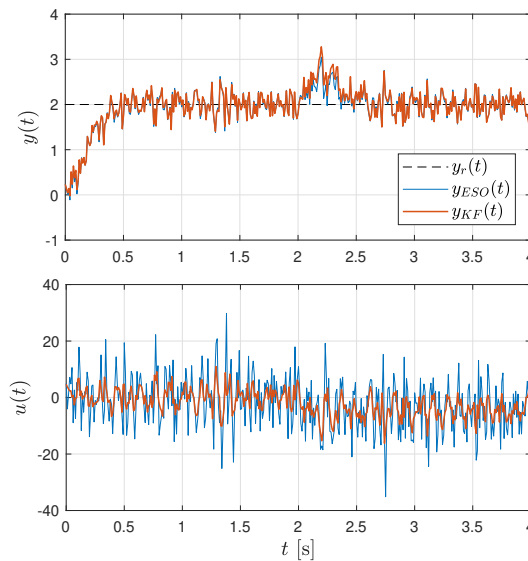
można uznać za odwzorowanie układu ciągłego. Z tab. 3.4 można odczytać zwiększanie się modułów biegunów estymatora wraz ze zmniejszaniem parametru T_p .

Przykład 3.11. Analiza porównawcza jakości regulacji z wykorzystaniem ESO i DT KF dla różnych poziomów zaszumienia bez ograniczeń sygnału sterującego.

Przyjęto obiekt liniowy dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} + b_0(u + d)$$

o parametrach $a_0 = 6$, $a_1 = 5$, $b_0 = 40$. Przeprowadzono symulacje dla podejścia mfADRC przy nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$. Wartość zadana wynosiła $y_r = 2$. Odporność układów przetestowano podając w połowie czasu symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$. Do sygnału wyjściowego dodano zakłócenie pomiarowe o rozkładzie Gaussa $d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$, z odchyleniem standardowym $\sigma = 0,2$. Przyjęto pulsację obserwatora ESO $\omega_o = 50$ oraz nastawę dla KF $\lambda = 8 \cdot 10^4$ (kryterium dla wyboru takich nastaw było uzyskanie zbliżonej jakości regulacji dla badanych algorytmów estymacji). Okres próbkowania wynosił $T_p = 0,01$ s. Wyniki przedstawiono na rys. 3.17.



Rysunek 3.17: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO oraz KF.

Tabela 3.5: Koszt sygnału sterującego dla porównywanych metod estymacji.

Wskaźnik	ESO	KF
J_u	343,7168	100,7605

W badanym przypadku możliwe było uzyskanie podobnej jakości regulacji zarówno dla estymacji ESO, jak i KF. Zwiększając wartości nastaw uzyska się szybszą odpowiedź estymatora i szybszą estymację zaburzenia, jednak okupione jest to kosztem większej wrażliwości na szумы pomiarowe. Widoczny jest po wynikach symulacji większy wydatek energetyczny sygnału sterującego w przypadku obserwatora ESO (tab. 3.5).

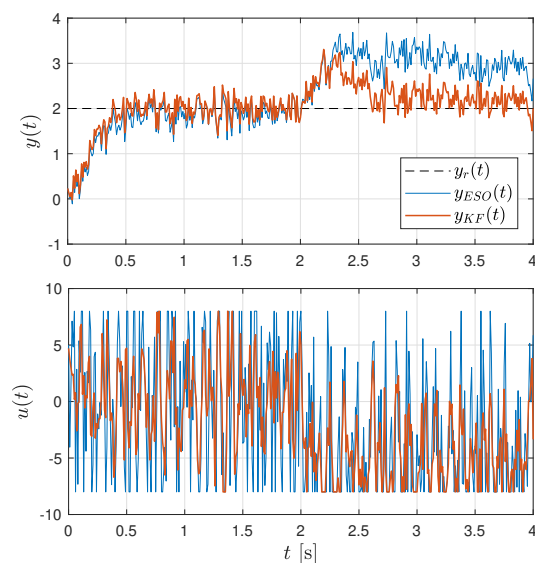
Przykład 3.12. Analiza porównawcza jakości regulacji z wykorzystaniem ESO i DT KF dla różnych poziomów zaszumienia z ograniczeniami sygnału sterującego.

Przyjęto obiekt liniowy dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} + b_0(u + d)$$

o parametrach $a_0 = 6$, $a_1 = 5$, $b_0 = 40$. Przeprowadzono symulacje dla podejścia mfADRC przy nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$. Wartość zadana wynosiła $y_r = 2$. Odporność układów przetestowano podając w połowie czasu symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$. Do sygnału wyjściowego dodano zakłócenie pomiarowe o rozkładzie Gaussa $d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$, z odchyleniem standardowym $\sigma = 0,2$. Przyjęto pulsację obserwatora ESO $\omega_o = 50$ oraz nastawę dla KF $\lambda = 8 \cdot 10^4$. Okres próbkowania wynosił $T_p = 0,01$ s.

Założono dodatkowo symetryczne ograniczenie sygnału sterującego o amplitudzie $U_{sat} = 8$. Wyniki przedstawiono na rys. 3.18.



Rysunek 3.18: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO oraz KF.

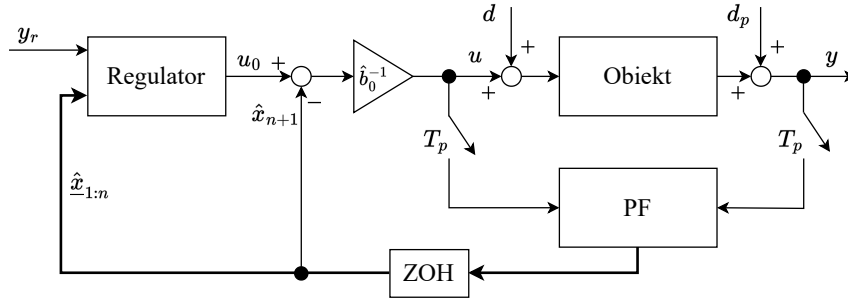
Dla badanego przypadku obserwuje się zbliżony efekt w odpowiedzi na wartość zadaną, jednak po podaniu zewnętrznego zakłócenia wyjście dla układu z ESO nie było w stanie powrócić do zadanej wartości i obserwowano znaczny uchyb regulacji. Spowodowane było to ograniczeniem sygnału sterującego – sterowanie nie było w stanie w dopuszczalnym zakresie wartości sprowadzić sygnału pomiarowego z powrotem do wartości referencyjnej. Widoczne było nasycenie sygnału sterującego dla układu z estymatorem ESO od połowy czasu symulacji. Jakość odpowiedzi na sygnał zakłócający można poprawić zwiększając moduły biegunów estymatora, jednak spowoduje to problemy ze stabilnością pod kątem okresu próbkowania.

3.4 Zastosowanie dyskretnego filtra cząsteczkowego jako estymatora stanu

Filtr cząsteczkowy PF (ang. *Particle Filter*), zaproponowany w [32], stanowi stochastyczny algorytm estymacji stanu dla nieliniowych systemów dynamicznych danych dyskretnym równaniem stanu. Algorytm PF jest pewną aproksymacją filtra Bayesa dla nieliniowej dynamiki. Dodatkowo, algorytm PF może skutecznie filtrować szумы pomiarowe o dowolnym rozkładzie prawdopodobieństwa (ang. *Probability Density Function* – PDF), podczas gdy w przypadku KF zakłada się, że szумы wewnętrzne i pomiarowe są dane rozkładem Gaussa. Przewodnik po zasadach działania filtra cząsteczkowego w różnych odmianach można znaleźć w [4].

W przypadku obiektów opisanych modelem nieliniowym filtr cząsteczkowy może zapewnić lepszą jakość estymacji stanu od filtra Kalmana (a także od jego nieliniowych odmian). W pracach [77, 78] autor rozprawy dokonał porównania różnych odmian filtra cząsteczkowego z filtrami Kalmana w zadaniu estymacji stanu w układzie otwartym. Poprawę jakości estymacji zapewnić może także podział filtra cząsteczkowego na równoległe działające podfiltry obliczające na podstawie niezależnych zbiorów cząsteczek estymatę stanu, pozwalając jednocześnie na zrównoleglenie obliczeń [76]. Autor rozprawy w [84] przedstawił wykorzystanie PF dla regulacji temperatury z wykorzystaniem uproszczonego modelu systemu sprowadzonego do wielokrotnego integratora, stosowanego w podejściu ADRC. Autorzy [7], Aydogmus i in., zastosowali filtr cząsteczkowy w zadaniu sterowania bezczujnikowego prędkością silnika DC, stosując jego nieliniowy model. Jednak w przytoczonych przypadkach do algorytmu podawany był za każdym razem nierozszerzony model (bez funkcji całkowitego zaburzenia) w formie nieliniowej.

W niniejszej rozprawie filtracja cząsteczkowa zostanie zastosowana zamiennie zamiast ESO w algorytmie ADRC (rys. 3.19) dla modeli obiektów (2.11), (2.41) o macierzach odpowiednio (2.12), (2.42). Zaproponowana została również intuicyjna metoda strojenia z wykorzystaniem dwóch parametrów – wariancji dla szumu wewnętrznego i pomiarowego. Według najlepszej wiedzy autora jest to pierwsza propozycja wykorzystania PF jako algorytmu estymacji rozszerzonego wektora stanu w układzie regulacji ADRC.



Rysunek 3.19: Struktura działania algorytmu ADRC z estymatorem PF.

Dyskretny model obiektu regulacji można opisać równaniami (3.43)

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \underline{x}(k) + \underline{b}_d \hat{b}_0 u(k) + \underline{v}(k) \\ y(k) = \underline{c}^T \underline{x}(k) + d_p(k) \end{cases}, \quad (3.59)$$

gdzie szумы wewnętrzne i pomiarowe ponownie można opisać z wykorzystaniem kowariancji $\mathbf{Q} = \text{cov}\{\underline{v}\} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$, $r = \text{cov}\{d_p\}$. Dla obiektu danego przez fazowe zmienne stanu zakłada się rozkład kowariancji szumów wewnętrznych jak w (3.52).

Uwaga 3.11. Jako że PF jest algorytmem losowym, nie jest spełniona zależność $\frac{q}{r} = \text{const}$ (twierdzenie 3.1). Należy osobno dobrać nastawy q i r . Wartość q decyduje o poziomie zaufania względem funkcji przejścia. Dla funkcji pomiarowej należy dobrać wariancję r , której wartość zaleca się ustawić jako znaną (lub aproksymowaną) wariancję szumu pomiarowego. Losowanie cząsteczek odbywa się z dowolnego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa [4].

Działanie filtru cząsteczkowego można opisać za pomocą rekursywnego filtru Bayesa [12]

$$\overbrace{p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k))}^{\text{PDF a posteriori}} = \frac{\overbrace{p(y(k)|\underline{x}(k))}^{\text{wiarygodność}} \overbrace{p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k-1))}^{\text{PDF a priori}}}{\underbrace{p(y(k)|\underline{Y}(k-1))}_{\text{współczynnik normujący}}}, \quad (3.60)$$

gdzie $\underline{Y}(k) = [y(1), y(2), \dots, y(k)]^T$ to zbiór k danych pomiarowych, $p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k))$ to rozkład prawdopodobieństwa a posteriori, $p(y(k)|\underline{x}(k))$ oznacza wiarygodność, $p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k-1))$ to rozkład prawdopodobieństwa a priori, $p(y(k)|\underline{Y}(k-1))$ to współczynnik normujący (ang. *evidence*). Współczynnik normujący dany jest równaniem

$$p(y(k)|\underline{Y}(k-1)) = \int_0^\infty (p(y(k)|\underline{x}(k)) p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k-1))) d\underline{x}(k). \quad (3.61)$$

W algorytmie PF funkcja gęstości prawdopodobieństwa a posteriori jest reprezentowana przez zbiór cząsteczek i ich wag $\{\underline{x}^i(k), w^i(k)\}$, gdzie $i = \{1, \dots, N_p\}$, a N_p jest liczbą cząsteczek. Każda wylosowana cząsteczka ma wagę, która określa prawdopodobieństwo przyjęcia przez tę cząsteczkę rzeczywistej wartości stanu. Dla odpowiednio

dużego zbioru cząsteczek rozkład PDF a posteriori może być aproksymowany za pomocą równania

$$p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k)) \stackrel{N_p \rightarrow \infty}{=} \hat{p}(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k)) = \sum_{i=1}^{N_p} w^i(k) \delta(\underline{x}(k) - \underline{x}^i(k)), \quad (3.62)$$

gdzie $\delta(\cdot)$ oznacza impuls Kroneckera. Pierwszą i najpopularniejszą dotychczas propozycją filtru cząsteczkowego jest algorytm Bootstrap PF (ang. *Bootstrap Particle Filter*) [32], rozważany także w tej pracy.

Algorytm Bootstrap PF składa się z następujących etapów:

1. Inicjalizacja.

Wylosowanie początkowych wartości z przyjętego rozkładu prawdopodobieństwa $\underline{x}^i(0) \sim p(x(0))$, ustawienie początkowego numeru iteracji $k = 1$.

2. Predykcja.

Wylosowanie N_p wartości cząsteczek z rozkładu prawdopodobieństwa dla modelu przejścia

$$\underline{x}^i(k) \sim p(x(k)|x^i(k-1)). \quad (3.63)$$

3. Aktualizacja.

Obliczenie wartości wag dla wylosowanych cząsteczek na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa modelu pomiarowego

$$w_*^i(k) = p(y(k)|x^i(k)). \quad (3.64)$$

4. Normalizacja.

Przeskalowanie wartości wag w taki sposób, by ich suma była równa jeden

$$w^i(k) = \frac{w_*^i(k)}{\sum_{l=1}^{N_p} w_*^l(k)}. \quad (3.65)$$

5. Resampling.

Ponowne losowanie N_p wartości cząsteczek, ale tylko spośród tych już istniejących. Prawdopodobieństwo wylosowania danej cząsteczki jest równe jej znormalizowanej wadze (w tej pracy wykorzystano resampling systematyczny [59]).

6. Zakończenie iteracji.

Obliczenie wartości estymaty w danym kroku

$$\hat{\underline{x}}(k) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \underline{x}^i(k), \quad (3.66)$$

uaktualnienie numeru iteracji $k = k + 1$ oraz powrót do kroku 2.

Uwaga 3.12. Dla metod filtru cząsteczkowego można określić estymatę efektywnej liczby cząsteczek w k -tym kroku symulacji:

$$\widehat{N}_{\text{eff}}(k) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_p} (w^i(k))^2}, \quad (3.67)$$

gdzie $w^i(k)$ – waga i -tej cząsteczki po resamplingu.

Liczba $\widehat{N}_{\text{eff}}(k)$ określa, ile cząsteczek jest użytecznych w danym kroku symulacji (może określać rozkład a posteriori w danym kroku). Niektóre algorytmy filtrów cząsteczkowych zakładają warunkowy resampling, tylko gdy efektywna liczba cząsteczek jest niższa od zadanej wartości [4].

Uwaga 3.13. Dla systemu o $(n+1)$ zmiennych stanu zalecana do prawidłowej estymacji stanu liczba cząsteczek wynosi minimum $N_p = 4^{n+1}$ (wynik bliski ciągłemu PDF osiągnię się dla $N_p = 10^{n+1}$) i rośnie ona wykładniczo wraz ze wzrostem rzędu obiektu [58, 24]. W związku z tym faktem, w zastosowaniach praktycznych filtr cząsteczkowy może powodować pewne problemy pod kątem czasu obliczeń (mocy obliczeniowej). Dlatego też PF wykorzystywany jest w praktyce najczęściej dla systemów wolnozmiennych, jak układ regulacji temperatury [84], czy systemy pozycjonowania [34].

Wymagana liczba cząsteczek może wzrosnąć w przypadku wykorzystania PF w układzie zamkniętym [7].

Przykłady symulacyjne

Przykład 3.13. Realizacja algorytmu filtru cząsteczkowego dla przykładowego obiektu.

Przyjęto obiekt dany modelem nieliniowym (standardowy dla badania filtrów cząsteczkowych [4])

$$\begin{cases} x(k+1) &= 0,5x(k) + \frac{25x(k)}{1+x^2(k)} + 8 \cos(1,2k) + v(k) \\ y(k) &= \frac{x^2(k)}{20} + d_p(k) \end{cases}, \quad (3.68)$$

gdzie szumy wewnętrzny i pomiarowy dane są rozkładem normalnym $v(k) \sim \mathcal{N}(0; \sigma_v^2)$, $d_p(k) \sim \mathcal{N}(0; \sigma_{d_p}^2)$, początkowa wartość zmiennej stanu wynosi $x(0) = 0,1$.

1. Inicjalizacja.

Zakłada się, że stan początkowy jest znany. Jeżeli znana jest też dokładna wartość początkowa, to wszystkie cząsteczki $x^i(0)$ ustawiamy jako równe tej właśnie wartości. Dla wybranego obiektu $x^i(0) = 0,1$ dla $i = \{1, \dots, N_p\}$.

2. Predykcja.

Losowanie z rozkładu $p(x(k)|x^i(k-1)) \sim \mathcal{N}(m_v; \sigma_v^2)$ sprowadza się do wylosowania N_p wartości $v^i(k-1)$ ze znanego rozkładu prawdopodobieństwa szumu wewnętrznego. Dla każdej i -tej cząsteczki dodajemy do modelu przejścia (dla $x^i(k-1)$) wylosowaną wartość $v^i(k-1)$

$$x^i(k) = \underbrace{0,5x^i(k-1) + \frac{25x^i(k-1)}{1 + (x^i(k-1))^2} + 8 \cos(1,2(k-1))}_{m_v} + \underbrace{v^i(k-1)}_{\mathcal{N}(0; \sigma_v^2)}.$$

3. Aktualizacja.

Rozkład $p(y(k)|x^i(k))$ jest zależny od rodzaju zmiennej losowej, czyli w tym przypadku $d_p(k) \sim \mathcal{N}(0; \sigma_{d_p}^2)$. Można napisać, że $p(y(k)|x^i(k)) = p(d_p(k))$.

Należy zatem przekształcić wzór na równanie wyjścia

$$y(k) = \frac{(x^i(k))^2}{20} + d_p^i(k) \Rightarrow d_p^i(k) = y(k) - \frac{(x^i(k))^2}{20},$$

$$p(d_p^i(k)) = p\left(y(k) - \frac{(x^i(k))^2}{20}\right).$$

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego dana jest wzorem

$$p_{\mathcal{N}}(\chi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\chi}^2}} e^{-\frac{(\chi-m_{\chi})^2}{2\sigma_{\chi}^2}}, \quad (3.69)$$

zatem

$$w_*^i(k) = p_{\mathcal{N}}\left(d_p^i(k)\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{d_p}^2}} \exp\left(-\frac{\left(y(k) - \frac{(x^i(k))^2}{20} - m_{d_p}\right)^2}{2\sigma_{d_p}^2}\right).$$

4. Normalizacja.

Etap normalizacji przedstawiony został za pomocą poniższego pseudokodu:

```
function w_norm = NormalizujWagi(w)
    sumW = sum(w);
    for i = 1:Np
        w_norm(i) = w(i) / sumW;
    end
end
```

5. Resampling systematyczny (na podstawie [57]).

Etap resamplingu przedstawiony został za pomocą poniższego pseudokodu:

```
function [xx, ww] = SR_resampling(x, w, Np)
    j = 1;
    sumW = w(j);
    u = rand() / Np;
    for i = 1:Np
        while sumW < u
            j = j + 1;
            sumW = sumW + w(j);
        end
        xx(i) = x(j);
        u = u + 1/Np;
        ww(i) = 1/Np;
    end
end
```

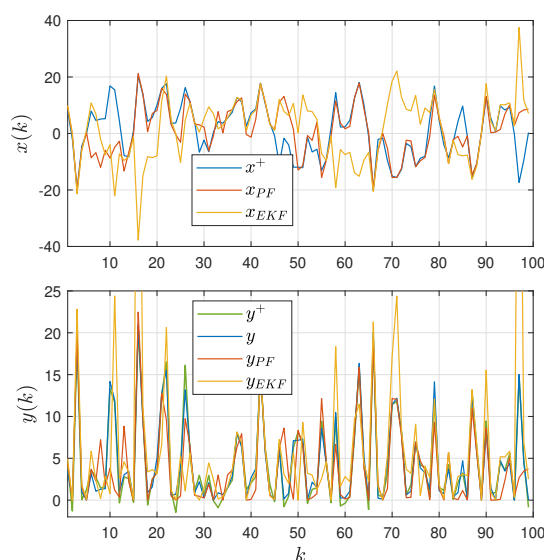
- funkcja `rand()` losuje wartość z równomiernego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa $\mathcal{U}[0, 1]$

6. Koniec iteracji.

Przeprowadzono symulację działania filtra cząsteczkowego i jej wynik zestawiono z wynikiem estymacji przy użyciu rozszerzonego filtra Kalmana bazującego na linearyzacji równań obiektu w punkcie pracy [4]. Założono dokładną znajomość modelu (3.68) oraz wartości $\sigma_v^2 = 10$, $\sigma_{d_p}^2 = 1$. Liczba cząsteczek wynosiła $N_p = 10$ (na podstawie uwagi 3.13). Wyniki przedstawiono na rys. 3.20.

W badanym przypadku algorytm PF zapewnił lepsze dopasowanie estymat do wartości prawdziwych niż rozszerzony filtr Kalmana EKF. Wartości wskaźnika dopasowania RMSE [4] dla badanych algorytmów estymacji pokazano w tab. 3.6.

W przypadku obiektów danych modelem nieliniowym istotną zaletą filtra cząsteczkowego jest możliwość zastosowania nieliniowych funkcji przejścia oraz wyjścia i brak konieczności linearyzacji w celu wykonania obliczeń.



Rysunek 3.20: Przebiegi zmiennych stanu i sygnałów wyjściowych dla obiektu rozpatrywanego w przykładzie. Indeks + oznaczono wartości prawdziwe (bez szumu pomiarowego).

Tabela 3.6: Wartości wskaźnika RMSE dla porównywanych metod estymacji.

Wskaźnik	EKF	PF
RMSE	15,9445	9,2485

Przykład 3.14. Symulacja działania obiektu II rzędu z algorytmem PF estymacji stanu.

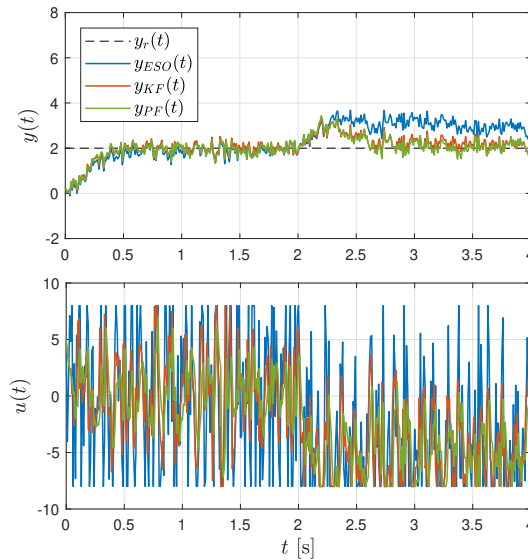
Przyjęto obiekt i warunki symulacji dla ESO jak w przykładzie 3.12:

$$\ddot{y} = -a_0y - a_1\dot{y} + b_0(u + d)$$

o parametrach $a_0 = 6$, $a_1 = 5$, $b_0 = 40$. Przeprowadzono symulacje dla podejścia mfADRC przy nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$. Wartość zadana wynosiła $y_r = 2$. Odporność układów przetestowano podając w połowie czasu symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 5 \cdot \mathbf{1}(t - 2)$. Do sygnału wyjściowego dodano zakłócenie pomiarowe o rozkładzie Gaussa $d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$, z odchyleniem standardowym $\sigma = 0,2$. Przyjęto pulsację obserwatora ESO $\omega_o = 50$. Okres próbkowania wynosił $T_p = 0,01$ s. Założono symetryczne ograniczenie sygnału sterującego $U_{sat} = 8$, aby zobrazować wpływ nasycenia sterowania na działanie badanych algorytmów.

Obserwator stanu został porównany z filtrem Kalmana i filtrem cząsteczkowym w zadaniu estymacji stanu oraz zaburzenia. Przyjęto wariancje dla szumów wewnętrznych i pomiarowych odpowiednio $q = 10^3$, $r = \sigma_n^2 = 0,04$, a liczbę cząsteczek założono $N_p = 4000$. W przypadku KF zdefiniowano $\lambda = 8 \cdot 10^4$. Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 3.21.

Analogicznie jak na rys. 3.18, obserwuje się pogorszenie jakości regulacji dla ESO nastrojonego metodą lokowania biegunów w odpowiedzi na sygnał zakłócający.



Rysunek 3.21: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO, KF oraz PF.

Tabela 3.7: Wartości wskaźnika IAE dla porównywanych metod estymacji.

Wskaźnik	ESO	KF	PF
J_{IAE}	2,7694	1,4245	1,3760

Z powodu ograniczenia sygnału sterującego nie było możliwe w badanej konfiguracji doprowadzenie wyjścia obiektu do wartości zadanej. Dodatkowo, zastosowanie algorytmu PF dało porównywalną jakość regulacji względem badanego w rozważanej konfiguracji układu z dyskretnym filtrem Kalmana (rys. 3.18). W tab. 3.7 zestawiono wartości wskaźnika IAE (2.80) dla porównywanych estymatorów. Warto zaznaczyć także, iż w przypadku szumu pomiarowego danego rozkładem normalnym, działanie liniowego filtru cząsteczkowego jest tożsame z działaniem filtru Kalmana (por. uwaga poniżej).

Lemat 3.2. (Na podstawie [4]). Algorytm KF jest rozwiązaniem optymalnym w przypadku, kiedy funkcja przejścia i funkcja pomiarowa opisane są rozkładem normalnym. Można wtedy sparametryzować filtr Bayesa przez wartości kowariancji. Na podstawie (3.60) i (3.61) określa się zależności

$$p(\underline{x}(k-1)|\underline{Y}(k-1)) = \mathcal{N}(\hat{\underline{x}}(k-1|k-1), \mathbf{P}(k-1|k-1)), \quad (3.70)$$

$$p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k-1)) = \mathcal{N}(\hat{\underline{x}}(k|k-1), \mathbf{P}(k|k-1)), \quad (3.71)$$

$$p(\underline{x}(k)|\underline{Y}(k)) = \mathcal{N}(\hat{\underline{x}}(k|k), \mathbf{P}(k|k)). \quad (3.72)$$

Powyższe równania sprowadzają filtr Bayesa (3.60) i (3.61) do dyskretnych równań filtru Kalmana (3.45)–(3.49).

Przykład 3.15. Porównanie jakości sterowania dla szumu pomiarowego o rozkładzie innym niż Gaussa.

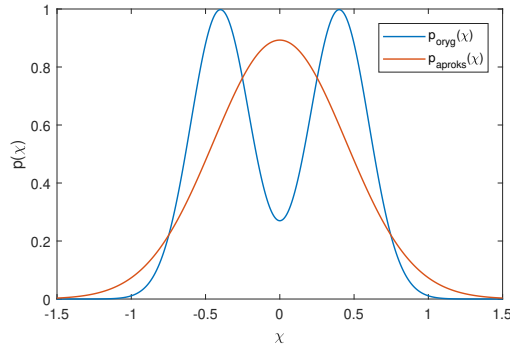
Przyjęto obiekt jak w przykładzie 3.14, wydłużając czas trwania symulacji do $t_{\text{final}} = 8$ s. Obserwator stanu został porównany z filtrem Kalmana oraz filtrem cząsteczkowym w zadaniu estymacji stanu oraz zaburzenia. Badano algorytm bezmodelowy – mfADRC.

Szum pomiarowy założony w zadaniu ma rozkład prawdopodobieństwa stanowiący średnią arytmetyczną z dwóch rozkładów Gaussa o niezerowych wartościach oczekiwanych sparametryzowanych przez $m > 0$ i rozmieszczonych symetrycznie względem zera:

$$p(\chi) = \frac{1}{2}\mathcal{N}(m; \sigma_\chi^2) + \frac{1}{2}\mathcal{N}(-m; \sigma_\chi^2) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma_\chi^2}} e^{-\frac{(\chi-m)^2}{2\sigma_\chi^2}} + \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma_\chi^2}} e^{-\frac{(\chi+m)^2}{2\sigma_\chi^2}}. \quad (3.73)$$

Dla badanego przypadku przyjęto parametry $m = 0,4$ oraz $\sigma_\chi = 0,2$. Rozkład ten został przedstawiony na rys. 3.22 i nazywany będzie dalej $p_{\text{oryg}}(\chi)$. Rozpatrzono również aproksymację rozkładu oryginalnego $p_{\text{oryg}}(\chi)$ rozkładem Gaussa o zerowej wartości oczekiwanej $p_{\text{aprox}} = \mathcal{N}(0; \sigma_N^2)$. Wariancję wyznaczono jako $\sigma_N^2 = \text{var}(p_{\text{oryg}}(\chi)) = 0,2$.

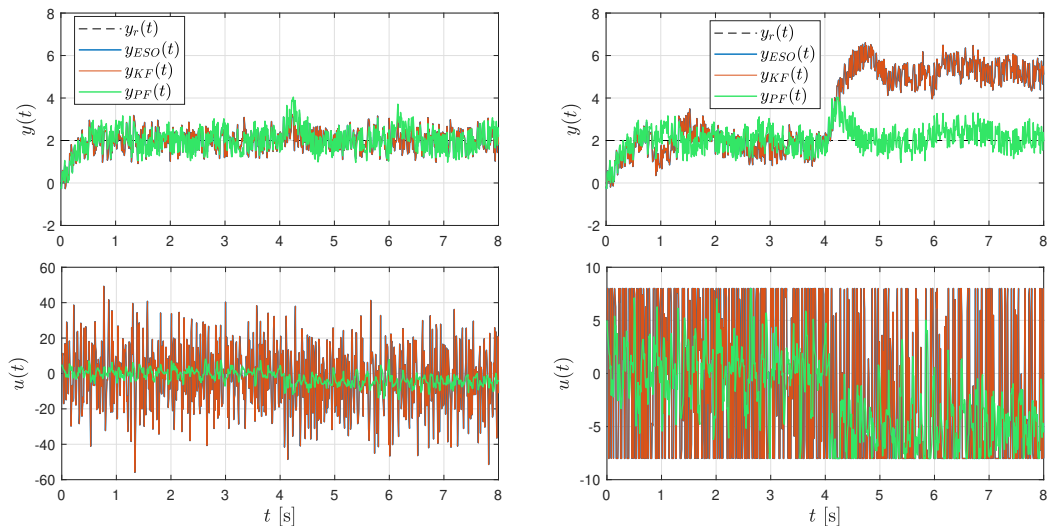
Dla obserwatora ESO wybrano $\omega_o = 50$, w przypadku KF zdefiniowano $\lambda = 8 \cdot 10^4$. Dla PF przyjęto wariancje dla szumów wewnętrznych i pomiarowych odpowiednio $q = 10^3$, $r = \sigma_\chi^2 = 0,04$, a liczbę cząsteczek założono $N_p = 4000$. Wagi cząsteczek obliczano na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa $p_{\text{oryg}}(\chi)$ (3.73). Wyniki symulacji



Rysunek 3.22: Rozkład zakładanego szumu pomiarowego oraz aproksymacja do rozkładu Gaussa.

(przy braku ograniczeń oraz z występującym ograniczeniem sygnału sterującego) przedstawiono na rys. 3.23.

Na podstawie wyników symulacji widoczne jest, iż w badanym przypadku, bez ograniczeń sygnału sterującego, wszystkie algorytmy zapewniły poprawne działanie układu regulacji przy braku ograniczeń sygnału sterującego. Zarówno w odpowiedzi na wartość zadaną, jak i na sygnał zakłócający, uchyb ustalony w każdym przypadku został wyzerowany (co do wartości średniej sygnału). Zauważalny jest jednak najmniejszy wydatek energetyczny sterowania uzyskany w wyniku zastosowania algorytmu estymacji PF. Dzięki wykorzystaniu informacji na temat rozkładu szumu (modelu pomiarowego) w procesie liczenia wag cząsteczek (3.64) możliwa była stabilizacja układu najmniejszym kosztem sterowania (por. twierdzenie 3.2). W tab. 3.8 porównano



Rysunek 3.23: Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO, KF oraz PF bez ograniczeń sygnału sterującego (rys. lewy) oraz z ograniczeniem $U_{\text{sat}} = 8$ (rys. prawy). Przebiegi dla ESO oraz KF pokrywają się.

Tabela 3.8: Koszt sygnału sterującego dla porównywanych metod estymacji w układzie bez ograniczeń sterowania.

Wskaźnik	ESO	KF	PF
J_u	$2,7676 \cdot 10^3$	$2,7676 \cdot 10^3$	$1,6434 \cdot 10^2$

wartości wskaźnika jakości określającego koszt sygnału sterującego

$$J_u = \int_0^{t_{final}} u^2(t) dt. \quad (3.74)$$

W warunkach ograniczeń sygnału sterującego jedynie zastosowanie algorytmu PF estymacji stanu zapewniło stabilne działanie układu w odpowiedzi na sygnał zakłócający. Ze względu na zwiększenie wariancji sterowania, obserwowane w pierwszej części testu (spowodowane zwiększeniem wariancji estymat stanu, na podstawie których oblicza się sygnał sterujący), estymatory ESO oraz KF nie były w stanie zapewnić odpowiedniej jakości regulacji. Sygnał wyjściowy nie powracał już do zadanej wartości.

Uwaga 3.14. Filtr cząsteczkowy może zostać zastosowany do multimodalnych rozkładów gęstości prawdopodobieństwa, występujących bardzo często w systemach pozycjonowania [67, 42].

3.5 Metoda strojenia obserwatora ESO oparta na wzmocnieniach stanu ustalonego filtra Kalmana

Przedstawiono w podrozdziałach 3.3 i 3.4 algorytmy wykorzystujące zamiennie inne estymatory zamiast klasycznego rozszerzonego obserwatora stanu Luenbergera – ESO. Zaproponowane zagadnienia pozwalają na poprawę jakości estymacji oraz regulacji w określonych przypadkach, jednak mają większą złożoność obliczeniową niż klasyczny obserwator stanu. Także ich parametryzacja jest trudno porównywalna z parametryzacją ESO ze względu na różnice w strukturach równań.

Przytoczone wcześniej prace przedstawiają zastosowanie filtra Kalmana w odmianie dyskretnej [3, 136] i ciągłej [135, 137] do estymacji rozszerzonego wektora stanu, jednak zostały zaprezentowane wyłącznie dla modeli symulacyjnych, tylko w układzie otwartym. W niniejszej rozprawie zaproponowano prostą metodę strojenia obserwatora, w której za pomocą jednego parametru projektowego można ulokować bieguny ESO na różnych wartościach. Dodatkowo, działanie proponowanej metody zwalidowane zostało eksperymentalnie z wykorzystaniem rzeczywistych obiektów.

W tej sekcji obliczono nastawy filtra Kalmana w stanie ustalonym i ustalony wektor wzmocnień Kalmana posłużył jako zestaw wzmocnień dla obserwatora stanu ESO. Poniżej przedstawiono zaproponowaną metodę strojenia rozszerzonego obserwatora stanu ESO, bazującą na wzmocnieniach stanu ustalonego ciągłego filtra Kalmana-Bucy’ego – CT KF.

Zakłada się model obiektu ciągłego obarczony szumem pomiarowym

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} &= \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}\hat{b}_0u + \underline{v} \\ y &= \underline{c}^T\underline{x} + d_p \end{cases}, \quad (3.75)$$

gdzie $\underline{v} = \underline{h}\dot{f}$ oznacza zaburzenia wewnętrzne, a macierze zdefiniowane są w (2.12), (2.42).

Ciągły algorytm KF działający z obiektem (3.75) dany jest równaniami [112]

$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{x}}} &= (\mathbf{A} - \underline{\kappa}\underline{c}^T)\hat{\underline{x}} + \underline{b}\hat{b}_0u + \underline{\kappa}y \\ \dot{\underline{\kappa}} &= \mathbf{P}\underline{c}r^{-1} \\ \dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\underline{c}r^{-1}\underline{c}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} \end{cases}, \quad (3.76)$$

gdzie $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ to macierz kowariancji estymat, $\mathbf{Q} = \text{cov}\{\underline{v}\} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ to macierz kowariancji szumów wewnętrznych, a $r = \text{cov}\{d_p\}$ jest wariancją szumu pomiarowego.

Na podstawie stanu ustalonego filtru Kalmana wyznaczyć można, korzystając z algebraicznego równania Riccatiego [112], końcową wartość macierzy kowariancji

$$\mathbf{A}\mathbf{P}_\infty + \mathbf{P}_\infty\mathbf{A}^T - \frac{1}{r}\mathbf{P}_\infty\underline{c}\underline{c}^T\mathbf{P}_\infty + \mathbf{Q} = \mathbf{0}, \quad (3.77)$$

a następnie wektor wzmocnień Kalmana w stanie ustalonym

$$\underline{\kappa}_\infty = \mathbf{P}_\infty\underline{c}r^{-1}. \quad (3.78)$$

Wyznaczony zestaw wzmocnień stanu ustalonego KF zostaje następnie podany jako wzmocnienia obserwatora stanu ESO, zatem

$$\underline{l} = \underline{\kappa}_\infty. \quad (3.79)$$

Lemat 3.3. *Dla postaci macierzy kowariancji $\mathbf{Q} = \text{diag}\{0, 0, \dots, 0, q\}$ wzmocnienia estymatora i wynikowa jakość estymacji zależą nie od samej wartości q oraz r , lecz od ich stosunku. W dalszych rozważaniach zakładany jest jeden parametr projektowy $\lambda = \frac{q}{r}$ oraz przyjmuje się $r = 1$.*

Dowód 3.2. *Równanie Riccatiego (3.77) zapisać można w nowej postaci, dzieląc je obustronnie przez r i przyjmując $\mathbf{P}_\infty = \tilde{\mathbf{P}}_\infty r$, $\mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{Q}}r$*

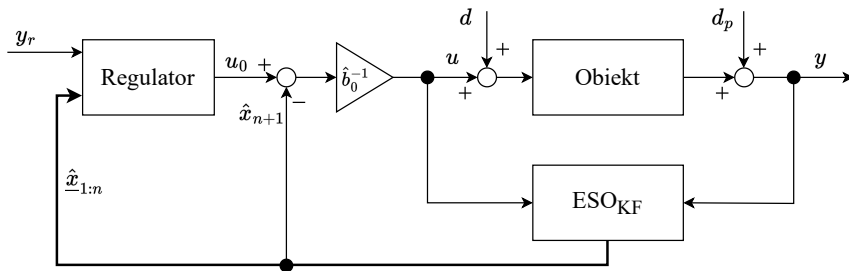
$$\frac{1}{r}\mathbf{A}(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r) + \frac{1}{r}(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r)\mathbf{A}^T - \frac{1}{r}\frac{1}{r}(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r)\underline{c}\underline{c}^T(\tilde{\mathbf{P}}_\infty r) + \frac{1}{r}(\tilde{\mathbf{Q}}r) = \mathbf{0}, \quad (3.80)$$

$$\mathbf{A}\tilde{\mathbf{P}}_\infty + \tilde{\mathbf{P}}_\infty\mathbf{A}^T - \tilde{\mathbf{P}}_\infty\underline{c}\underline{c}^T\tilde{\mathbf{P}}_\infty + \tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{0}, \quad (3.81)$$

która to postać jest homogeniczna względem skalowania parametrów q i r . Zauważyć można, iż $\tilde{\mathbf{P}}_\infty = \frac{\mathbf{P}_\infty}{r}$ stanowi rozwiązanie równania Riccatiego (3.81) dla $r = 1$, co implikuje liniową zależność ustalonej macierzy kowariancji od parametru r . Równanie (3.81) jest także liniowo zależne od $\tilde{\mathbf{Q}} = \frac{\mathbf{Q}}{r} = \frac{q}{r}\text{diag}\{0, 0, \dots, 1\} = \text{diag}\{0, 0, \dots, \lambda\}$.

Przy spełnieniu zależności $\frac{q}{r} = \text{const}$ można przyjąć proponowaną konfigurację parametrów: $\mathbf{Q} = \text{diag}\{0, 0, \dots, 0, q\}$, wtedy $\lambda = \frac{q}{r}$ staje się jedynym parametrem projektowym. Dla uproszczenia zapisu w dalszych rozważaniach zakłada się $r = 1$, zatem $\lambda = q$ oraz $\mathbf{Q} = \text{diag}\{0, 0, \dots, 0, \lambda\}$. W ten sposób do strojenia obserwatora wystarczy jeden parametr projektowy. Takie podejście stanowi novum względem znanych metod optymalizacji bazujących na rozwiązaniu równania Riccatiego. Metoda doboru nastaw oraz wyniki eksperymentalne zostały przedstawione w pracy autora rozprawy [81].

W dalszych rozważaniach przyjęte zostanie oznaczenie ESO (jak dotychczas) dla obserwatora nastrojonego metodą lokowania biegunów oraz ESO_{KF} dla obserwatora nastrojonego na podstawie wzmocnień filtru Kalmana. Rozpatrywaną strukturę układu regulacji przedstawia rys. 3.24. W literaturze można znaleźć taką metodę pod nazwą estymatora liniowo-kwadratowego LQE (ang. *Linear-Quadratic Estimator*) [109], jednak według najlepszej wiedzy autora nie została ona jeszcze wykorzystana w przedstawionej konfiguracji z ADRC w kontekście poprawy jakości regulacji w obecności szumów pomiarowych.



Rysunek 3.24: Struktura działania algorytmu ADRC z estymatorem ESO_{KF} .

Uwaga 3.15. W przypadku wykorzystania DT KF o ustalonym zestawie wzmocnień $\underline{\kappa}_{\infty, d}$, dla okresu próbkowania T_p – wzmocnienia obserwatora wyznaczyć można jako

$$\underline{l} = \frac{\underline{\kappa}_{\infty, d}}{T_p}, \quad (3.82)$$

a wartości własne ESO: $\text{eig}(\mathbf{A} - \underline{l}\mathbf{c}^T)$. W tym przypadku warunki stabilności zależne będą od przyjętego okresu próbkowania. Związek między ciągłym i dyskretnym podejściem KF można znaleźć w [112].

Uwaga 3.16. W celu implementacji sterownika w warunkach rzeczywistych algorytm ESO musi zostać zdyskretyzowany [45]. Obserwator może zostać zaimplementowany w klasycznej formie (3.41), ale warunki stabilności mogą zostać poprawione przez zastosowanie wersji dwuetapowej [43]

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_d^* \hat{\mathbf{x}}(k) + \underline{\mathbf{b}}_d^* \hat{\mathbf{b}}_0 u(k) + \underline{\mathbf{l}}_d y(k), \quad (3.83)$$

gdzie $\mathbf{A}_d^* = \mathbf{A}_d - \underline{\mathbf{l}}_d \mathbf{c}^T \mathbf{A}_d$ jest nową macierzą stanu algorytmu, $\underline{\mathbf{b}}_d^* = \underline{\mathbf{b}}_d - \underline{\mathbf{l}}_d \mathbf{c}^T \underline{\mathbf{b}}_d$ stanowi nowy wektor wymuszeń, macierze \mathbf{A}_d , $\underline{\mathbf{b}}_d$, $\underline{\mathbf{l}}_d$ zależą w ogólności od przyjętej metody dyskretyzacji. Forma obserwatora (3.83) jest równoważna dwuetapowemu filtrowi Kalmana (3.45)–(3.49).

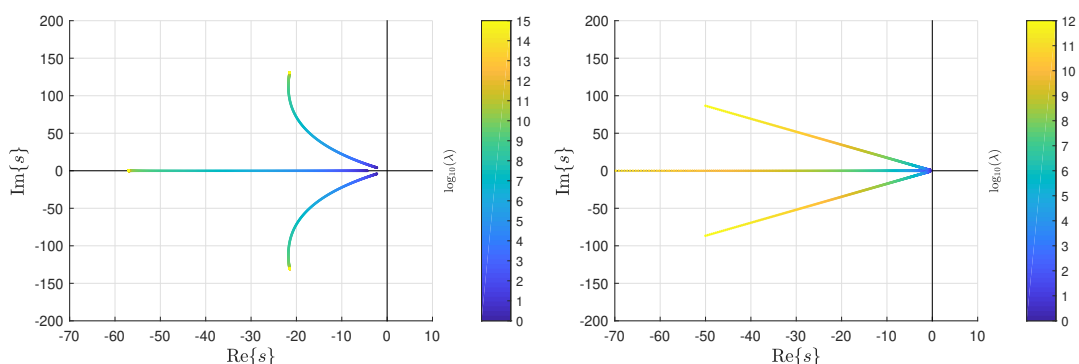
Przykłady symulacyjne

Przykład 3.16. Rozkład biegunów obserwatora stanu dla ESO_{KF} dla wzmocnień stanu ustalonego z wersji KF ciągłej i dyskretnej.

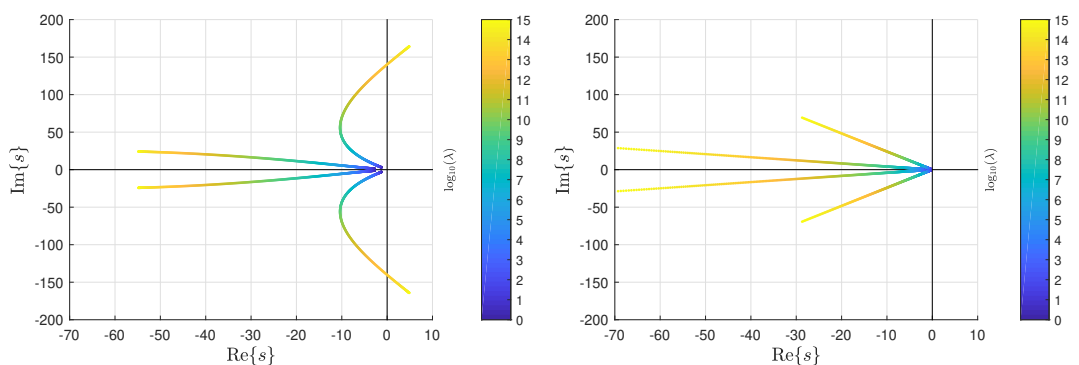
Wyznaczony został rozkład pierwiastków wielomianu charakterystycznego dla ESO_{KF} (3.77)–(3.79). Założono model w postaci wielokrotnego integratora dla rzędów algorytmu $n = 2$ oraz $n = 3$. Rozkład pierwiastków wykreślono na rys. 3.25 oraz 3.26. Wartości własne obserwatora bazującego na DT KF wyznaczono jak w uwadze 3.15.

Na podstawie przeprowadzonych symulacji odczytać można rozkład biegunów ESO bazującego na KF w wersji dyskretnej i ciągłej. Zależnie od rzędu, występować będą bieguny zespolone, parami sprzężone względem siebie, lub też jeden biegun leżał będzie zawsze na osi rzeczywistej. Dla DT KF, ze względu na wykorzystanie w obliczeniach okresu próbkowania, dla większych wartości nastaw obserwator staje się niestabilny. W przypadku CT KF widoczny jest dodatkowo stały współczynnik tłumienia, na którym znajdują się bieguny ESO.

Zdecydowano w dalszych symulacjach i eksperymentach na wykorzystanie algorytmu CT KF ze względu na jego lepsze warunki stabilności w porównaniu do Kalmana dyskretnego.



Rysunek 3.25: Rozkład biegunów ESO w zależności od parametru λ dla $n = 2$, dla DT KF (rys. lewy) oraz CT KF (rys. prawy).



Rysunek 3.26: Rozkład biegunów ESO w zależności od parametru λ dla $n = 3$, dla DT KF (rys. lewy) oraz CT KF (rys. prawy).

Przykład 3.17. Porównanie podejść ESO i ESO_{KF} wersjach mfADRC i mbADRC dla obiektu drugiego rzędu.

Przyjęto obiekt dany równaniem różniczkowym

$$\ddot{y} = -a_0 y - a_1 \dot{y} - a_h \sin(y) + b_0(u + d) + c_0 y^3 + c_1 y |\dot{y}|$$

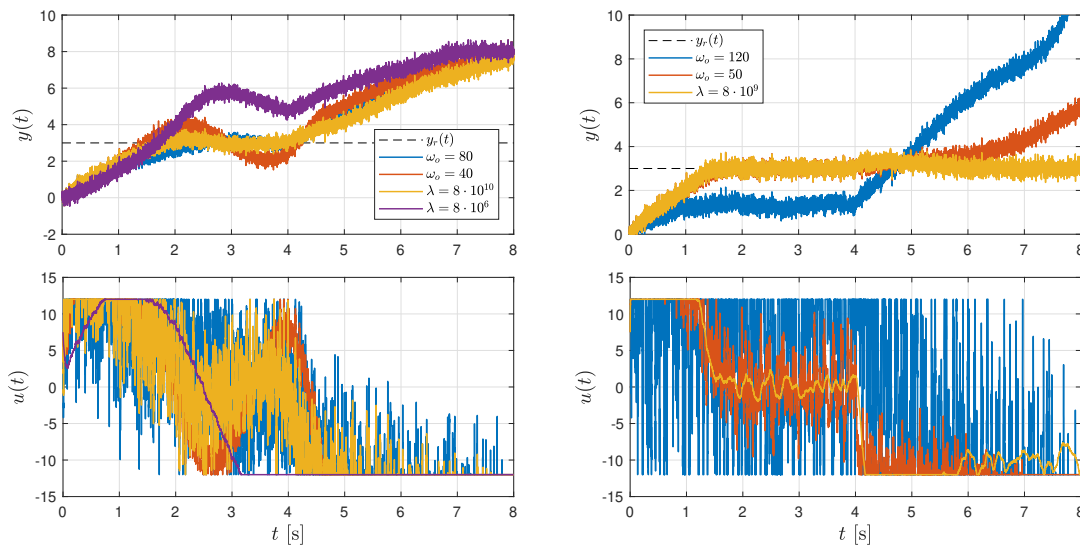
o parametrach $a_0 = 0$, $a_1 = 160$, $a_h = 200$, $b_0 = 40$, $c_0 = c_1 = 1$. Na podstawie (2.26) zakłada się znaną część nieliniową $f_{nl}(\cdot) = -a_h \sin(y)$.

Przeprowadzono symulacje dla podejść mfADRC oraz mbADRC przy takich samych nastawach: $\hat{b}_0 = 40$, $\omega_c = 10$. Wartością zadaną było $y_r = 3$. Odporność układów przetestowano podając w połowie horyzontu trwania symulacji skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 10 \cdot \mathbf{1}(t - 4)$. Założono ograniczenie sygnału sterującego

$$-12 \leq u \leq 12.$$

Porównano możliwości filtrowania zakłóceń pomiarowych danych rozkładem Gaussa $d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$ dla odchylenia standardowego $\sigma = 0,2$, przyjmując różne wartości nastaw ESO i ESO_{KF}. Wyniki przedstawiono na rys. 3.27.

W przypadku podejścia mfADRC dla badanego poziomu zaszumienia możliwe było uzyskanie stabilnej odpowiedzi na wartość zadaną spowalniając odpowiednio obserwator (manipulując zarówno parametrami ω_o w przypadku lokowania biegunów, jak i λ dla strojenia bazującego na KF). W przypadku dodania sygnału zakłócającego w torze wymuszenia nie dało się jednak uzyskać powrotu sygnału wyjściowego do wartości ustalonej. Spowodowane było to ograniczeniem sterowania, w które sygnał wchodził po podaniu zakłócenia. Dla zmniejszenia wartości nastaw (spowolnienia ESO) otrzymano jednak słabą jakość estymacji funkcji zaburzenia i pogorszenie jakości regulacji już w czasie początkowym.



Rysunek 3.27: Wyniki symulacji dla mfADRC (rys. lewy) oraz mbADRC (rys. prawy). Wartością ω_o sparametryzowano ESO strojone metodą lokowania biegunów, a parametrem λ – strojone na podstawie wzmacnień KF.

Tabela 3.9: Wartości wzmocnień ESO dla badanych konfiguracji parametru ω_o oraz λ .

l	ESO		ESO _{KF}		ESO		ESO _{KF}
	$\omega_o = 40$	$\omega_o = 80$	$\lambda = 8 \cdot 10^6$	$\lambda = 8 \cdot 10^{10}$	$\omega_o = 50$	$\omega_o = 120$	$\lambda = 8 \cdot 10^8$
	mfADRC				mbADRC		
l_1	120	240	28,30	131,28	-10	200	18,77
l_2	4800	19200	400	8618	9100	11200	176,23
l_3	64000	512000	2828,4	282843	125000	1728000	28284

Tabela 3.10: Rozkład biegunów ESO dla strojenia na podstawie wzmocnień KF.

Parametr	Rozkład biegunów		Moduły biegunów	
	s_1	$s_{2/3}$	$ s_1 $	$ s_{2/3} $
	mfADRC			
$\lambda = 8 \cdot 10^6$	-14,14	$-7,07 \pm 12,25j$	14,14	14,14
$\lambda = 8 \cdot 10^{10}$	-65,64	$-32,82 \pm 56,85j$	65,64	65,64
	mbADRC			
$\lambda = 8 \cdot 10^8$	-160	$-9,39 \pm 9,42j$	160	13,30

Dla symulacji z mbADRC widoczna jest poprawa odpowiedzi na sygnał zadany – włączenie informacji o parametrach wielomianu charakterystycznego oraz harmonicznej części obiektu pozwoliło na uzyskanie krótszego czasu regulacji. Odpowiednio szybki algorytm ESO z lokowaniem biegunów zapewnił jakość regulacji porównywalną do ESO_{KF}, jednak metodą lokowania biegunów nie dało się uzyskać zerowego uchybu regulacji w odpowiedzi na sygnał zakłócający – w każdym wypadku uniemożliwiało to ograniczenie sygnału sterującego. W przypadku ESO_{KF}, ze względu na uzyskanie odpowiednio niskiej wariancji sygnału sterującego, możliwa była skuteczna regulacja w całym badanym zakresie.

Wartości wzmocnień ESO przedstawiono w tab. 3.9, a wartości biegunów uzyskane na podstawie wzmocnień Kalmana – w tab. 3.10. W przypadku mbADRC zaproponowana metoda strojenia pozwala za pomocą jednego parametru projektowego ulokować bieguny obserwatora na różnych wartościach, uzyskując jakość regulacji niemożliwą do osiągnięcia dla lokowania biegunów z założeniem jednego parametru – ω_o .

3.6 Podsumowanie

W tym rozdziale zostały zestawione rozwiązania odnoszące się do szczególnych aspektów implikujących pogorszenie jakości regulacji ADRC w danych warunkach lub dla określonej struktury obiektu regulacji. Przedstawiono sposób wyprowadzenia transmitancji układu zamkniętego dla obiektów typu SISO oraz SIMO działających z algorytmem regulacji ADRC, oraz wpływ parametrów projektowych na budowę tych transmitancji [79]. Bazując na takim sposobie opisu można znaleźć zależności pozwalające na dobór nastaw parametrów, aby otrzymać pożądane własności układu zamkniętego.

Zaproponowano połączenie metody regulacji ADRC z techniką identyfikacji parametrów RLS, które pozwala na poprawę jakości regulacji w przypadku nieznanowości lub niepełnej początkowej znajomości parametrów procesu [82]. Rozpoczynając od wektora parametrów $\underline{\theta} = 0$ oraz stosując identyfikację parametryczną, można osiągnąć działanie tożsamy z mbADRC. Wykazano również, że adaptacja może poprawić działanie w stosunku do mbADRC o stałych nastawach w przypadku, gdy parametry obiektu są zmienne w czasie.

Zbadano alternatywne metody estymacji bazujące na filtracji Kalmana i filtracji cząsteczkowej. Omówiono szczegółowo budowę i zasady syntezy układu regulacji, w szczególności wprowadzono metody strojenia nowych estymatorów [80]. Wskazano na korzyści zastosowania tych metod w obecności szumów pomiarowych o niepomijalnej wariancji względem podejścia z lokowaniem biegunów na jednej, wielokrotnej wartości. Dla algorytmu KF przedstawiono metodę strojenia obserwatora stanu ESO opartą na rozwiązaniu algebraicznego równania Riccatiego [81]. Rozpatrzono szumy pomiarowe o różnych rozkładach gęstości prawdopodobieństwa.

Wszystkie te podejścia zostały przedstawione dla przytoczonych w poprzednim rozdziale przypadków – ADRC podstawowego i uogólnionego. Zaproponowane techniki i modyfikacje pozwalają na poprawę skuteczności działania układu w warunkach niepewności modelowania i w przypadku stochastycznych zakłóceń pomiarowych, a przedstawione struktury regulatora mogą zostać uogólnione dla różnego rodzaju systemów.

W rozdziale kolejnym wprowadzone zostaną rzeczywiste obiekty regulacji wykorzystane do badań oraz ich modele matematyczne i sposoby zaprojektowania układów regulacji. Synteza układów regulacji oparta będzie o przedstawione wcześniej techniki i formy opisu systemów. W odniesieniu do wymienionych problemów i ich rozwiązań, zaprezentowane zostaną szczegółowe wyniki eksperymentalne dla rozpatrywanych układów mechanicznych.

Badania symulacyjne i eksperymentalne zaproponowanych metod sterowania

Rozdział 4 przedstawia wyniki eksperymentów dla rzeczywistych obiektów mechanicznych sterowanych z użyciem wprowadzonych wcześniej metod. Wykorzystany został silnik prądu stałego jako obiekt liniowy drugiego rzędu, a także systemy nieliniowe: układ z balansującą na stole kulką oraz wahadło z kołem reakcyjnym, różniące się strukturą modelu i tym samym sposobem zaprojektowania regulacji. Przedstawione zostały wyniki eksperymentalne (wybrane z nich poparte symulacjami) potwierdzające możliwości wykorzystania zaproponowanych modyfikacji sterowania ADRC. Zwrócono także uwagę na pewne praktyczne aspekty realizacji (jak dyskretna forma obserwatora, ograniczenia sygnału sterującego) i wynikające z nich ograniczenia działania układu.

Silnik prądu stałego DC stanowi klasyczny obiekt drugiego rzędu, który można opisać w uproszczeniu transmitancją członu dwuinercyjnego. Kolejny z obiektów, stół balansujący kulką BBT (ang. *Ball Balancing Table*) ma strukturę podwójnego integratora z inercją o niewielkiej stałej czasowej, wynikającej z dynamiki serwo-mechanizmów. Uwidacznia się dzięki takiej budowie modelu ograniczenie podejścia mfADRC z przyjęciem oryginalnego rzędu. W zakresie działania sygnałów model może być skutecznie aproksymowany do postaci liniowej. Dodatkowo możliwe jest działanie w dwóch stopniach swobody (ruch kulki na płaszczyźnie). W przypadku wahadła reakcyjnego RWP (ang. *Reaction Wheel Pendulum*) możliwe jest zbadanie wpływu różniczkowania sygnału sterującego w modelu oraz silnej nieliniowości zmieniającej własności obiektu zależnie od punktu pracy.

Wskaźniki jakości

Do oceny wybranych rozwiązań symulacyjnych i eksperymentalnych wykorzystano całkowite wskaźniki jakości, wymienione poniżej:

- IAE – całka z modułu uchybu regulacji, wrażliwa zarówno na małe, jak i duże wartości uchybów

$$J_{\text{ISE}} = \int_0^{t_{\text{final}}} |y_r(t) - y(t)| dt; \quad (4.1)$$

- ISE – całka z kwadratu uchybu regulacji, o zwiększonej wadze dla dużych wartości uchybów, stosunkowo mniej wrażliwa względem IAE na niewielkie uchyby

$$J_{\text{ISE}} = \int_0^{t_{\text{final}}} (y_r(t) - y(t))^2 dt; \quad (4.2)$$

- ITAE – całka z modułu uchybu regulacji pomnożony przez czas, której wartość wzrasta pod wpływem zewnętrznego sygnału zakłócającego (pojawiającego się w eksperymentach w połowie czasu symulacji)

$$J_{\text{ITAE}} = \int_0^{t_{\text{final}}} t |y_r(t) - y(t)| dt; \quad (4.3)$$

- J_u określający wydatek energetyczny sygnału sterującego

$$J_u = \int_0^{t_{\text{final}}} u^2(t) dt; \quad (4.4)$$

gdzie t_{final} oznacza czas trwania eksperymentu.

4.1 Silnik prądu stałego

Pierwszym z badanych obiektów był silnik szczotkowy prądu stałego DC ze wzbudzeniem od magnesów trwałych, który w zadaniu regulacji prędkości może być rozważany jako klasyczny układ drugiego rzędu [107]. Dla regulacji położenia wału rozpatruje się człon drugiego rzędu z astatyzmem. Układ laboratoryjny został przedstawiony na rys. 4.1. W niniejszej pracy rozpatrywane będzie sterowanie prędkością kątową wału. Celem sterowania jest wygenerowanie napięcia wymuszającego, które zapewni osiągnięcie referencyjnej wartości prędkości wału silnika, lub też śledzenie zadanego sygnału trajektorii prędkości.



Rysunek 4.1: Zestaw laboratoryjny – badany silnik prądu stałego.

4.1.1 Model matematyczny

Model obiektu zakładający prąd części elektrycznej oraz położenie i prędkość kątową z części mechanicznej jako zmienne stanu, dany jest równaniami różniczkowymi

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = -Ri + u - e \\ J \frac{d\omega}{dt} = M - c\omega \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega \end{cases}, \quad (4.5)$$

gdzie i to prąd silnika, ω to prędkość kątowa wału, θ to kąt obrotu wału, R i L to odpowiednio rezystancja i indukcyjność uzwojenia, J to moment bezwładności silnika, c to współczynnik tarcia wału (liniowy). Prąd płynący przez obwód elektryczny generuje moment elektromagnetyczny wału silnika M , natomiast ruch obrotowy wału wytwarza siłę elektromotoryczną e , dane równaniami

$$M = k_\phi i, \quad e = k_\phi \omega, \quad (4.6)$$

gdzie k_ϕ to stała konstrukcyjna (strumień magnetyczny) łącząca równania dwóch stopni swobody (części elektrycznej i mechanicznej). Zakładana jest taka sama wartość współczynnika dla części elektrycznej i mechanicznej. Wartości parametrów badanego zestawu przedstawiono w tab. 4.1, a schemat obiektu regulacji na rys. 4.2.

Po podstawieniu zależności (4.6) do układu równań (4.5) otrzymuje się zależności

$$\begin{cases} L \frac{di}{dt} = -Ri - k_\phi \omega + u \\ J \frac{d\omega}{dt} = k_\phi i - c\omega \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega \end{cases}. \quad (4.7)$$

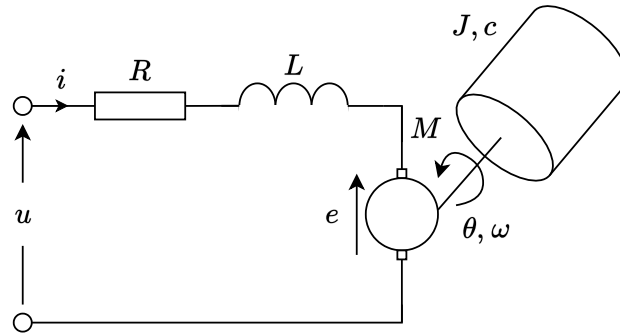
Zakładając, że prędkość ω jest wyjściem systemu oraz w torze wymuszenia działa zakłócenie d , można zapisać równanie różniczkowe wiążące wejście z wyjściem oraz transmitancję operatorową

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = - \underbrace{\frac{Rc + k_\phi^2}{LJ}}_{a_0} \omega - \underbrace{\frac{Lc + RJ}{LJ}}_{a_1} \frac{d\omega}{dt} + \underbrace{\frac{k_\phi}{LJ}}_{b_0} (u + d), \quad (4.8)$$

$$G_p(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} \Big|_{d=0} = \frac{\frac{k_\phi}{LJ}}{s^2 + s \frac{Lc + RJ}{LJ} + \frac{Rc + k_\phi^2}{LJ}}, \quad (4.9)$$

Tabela 4.1: Parametry badanego silnika DC deklarowane przez producenta [2].

Symbol	Wartość	Jednostka	Wyjaśnienie
R	2,4	Ω	rezystancja uzwojenia
L	0,11	H	indukcyjność uzwojenia
J	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	moment bezwładności wału
c	$8,82 \cdot 10^{-5}$	Nm/rad	liniowy współczynnik tłumienia
k_ϕ	0,016	Vs/rad	stała momentowa



Rysunek 4.2: Schemat silnika prądu stałego.

gdzie wektor parametrów wynosi $\underline{\theta}^T = [a_0, a_1] = \left[\frac{Rc+k_\phi^2}{LJ}, \frac{Lc+RJ}{LJ} \right]$, a współczynnik skalujący w torze wymuszenia jest równy $b_0 = \frac{k_\phi}{LJ}$.

Uwaga 4.1. Sygnałem pomiarowym obiektu jest położenie kątowe wału silnika mierzone za pomocą enkodera inkrementalnego. Wartość prędkości kątowej obliczana jest poprzez operację różniczkowania mierzonego kąta z filtracją zapobiegającą gwałtownym zmianom sygnału

$$\omega(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{1 + sT_f} \theta(s) \right\},$$

gdzie T_f to stała czasowa filtra pomiarowego.

Uwaga 4.2. Układ programowany jest z poziomu MATLAB/Simulink z pakietem „RPendulum Toolbox” firmy Inteco, którego okres próbkowania w czasie rzeczywistym wynosi $T_p = 0,01$ s.

Na podstawie wstępnej identyfikacji parametrycznej określono wartości parametrów wykorzystywane jako zestaw parametrów wzorowych do syntezy układu regulacji: $\underline{\theta}^T = [a_0, a_1] = [18; 22]$, $b_0 = 780$.

Wartości parametrów odpowiadają parametrom członu dwuinercyjnego, wzmocnieniu $k = 35,17$ oraz stałym czasowym: dominującej $T_1 = 0,76$ i niedominującej $T_2 = 0,06$. Transmitancję obiektu można zapisać w postaci

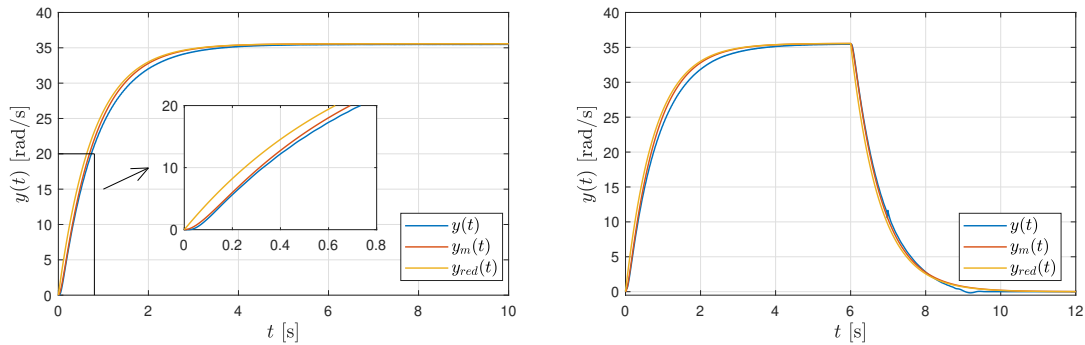
$$G_p(s) = \frac{k}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} = \frac{35,57}{(1 + 0,76s)(1 + 0,06s)}. \quad (4.10)$$

Zakładając pomijalnie małą wartość indukcyjności z modelu (4.8) $L \rightarrow 0$, można uprościć dynamikę (4.10) przez pominięcie niedominującej stałej czasowej T_2 (pominięcie dynamiki obwodu prądowego), otrzymując transmitancję:

$$G_{p,r}(s) = \frac{k}{1 + sT_1} = \frac{35,57}{1 + 0,76s}. \quad (4.11)$$

Dla transmitancji zredukowanej określić można zestaw parametrów $b_r = \frac{k}{T_1} = 46,8$ oraz $a_{1,r} = \frac{1}{T_1} = 1,32$.

Odpowiedzi skokowe z pomiaru oraz modelu drugiego rzędu (4.10) y_m i modelu uproszczonego (4.11) y_{red} zestawiono na rys. 4.3.



Rysunek 4.3: Odpowiedzi skokowe dla obiektu regulacji i rozpatrywanych modeli matematycznych. Przedstawiono odpowiedź skokową z przybliżeniem stanu nieustalonego (rys. lewy) oraz rozpędzanie i hamowanie (rys. prawy).

4.1.2 Wyniki eksperymentalne

W tym podrozdziale przedstawione zostały wyniki eksperymentów przeprowadzonych na badanym zestawie laboratoryjnym. Porównano podstawowe działanie podejść mfADRC oraz mbADRC, przeprowadzono testy dla algorytmu adaptacyjnego z identyfikacją parametrów. Zaimplementowano obserwator strojony z użyciem wzmocnień filtra Kalmana dla znaczących szumów pomiarowych.

Zadana wartość sygnału referencyjnego wynosiła w każdym z eksperymentów dla regulacji stałowartościowej $y_r = 100$ rad/s. W połowie czasu trwania eksperymentu załączany był sygnał zakłócający w torze wymuszenia $d(t) = 6 \cdot \mathbf{1}(t - 5)$ V. Ze względu na brak możliwości zmiany momentu obciążenia w układzie sygnał zakłócający był dodawany programowo.

Przykład 4.1. Porównanie podejść mfADRC i mbADRC.

Zbadano działanie podejście mfADRC w zestawieniu z mbADRC dla rozpatrywanego obiektu regulacji. Dla obu eksperymentów przyjęto wartość nominalną dla współczynnika skalującego w torze wymuszenia $\hat{b}_0 = 780$.

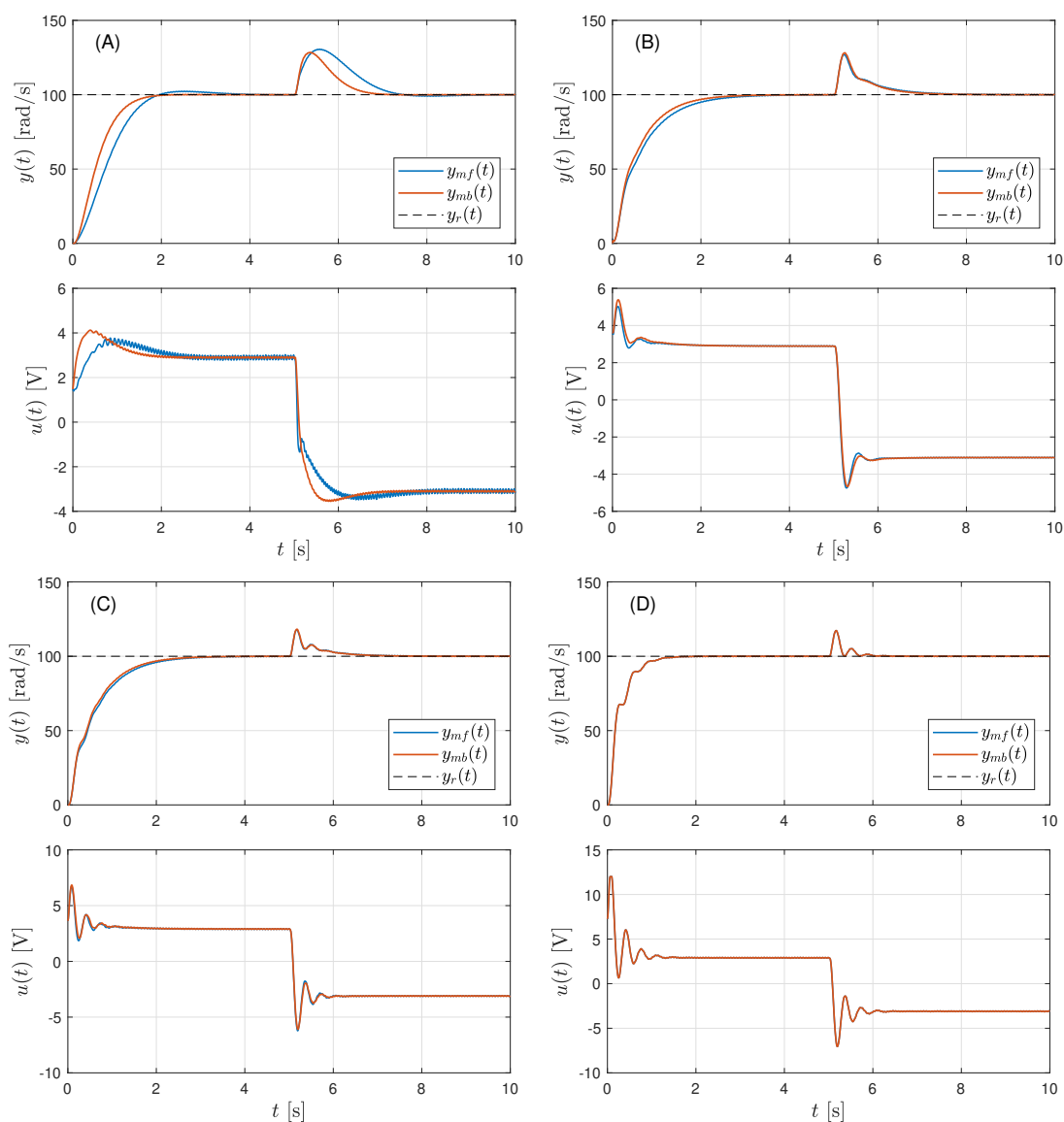
Przeprowadzono eksperymenty w wariantach:

- (A) sterowanie dla oryginalnego rzędu obiektu $n = 2$, $\hat{b}_0 = 780$, $\omega_c = 3,4$, $\omega_o = 40$;
- (B) sterowanie dla rzędu zredukowanego $n = 1$, $\hat{b}_0 = 46,8$, $\omega_c = 1,7$, $\omega_o = 20$;
- (C) sterowanie dla rzędu zredukowanego $n = 1$, $\hat{b}_0 = 46,8$, $\omega_c = 1,7$, $\omega_o = 40$;
- (D) sterowanie dla rzędu zredukowanego $n = 1$, $\hat{b}_0 = 46,8$, $\omega_c = 3,4$, $\omega_o = 40$.

Dla oryginalnego rzędu $n = 2$ (4.10) założono nastawy $\omega_c = 3,4$, $\omega_o = 40$. W przypadku zredukowanego rzędu $n = 1$ (4.11) przyjęto odpowiednio większą wartość pulsacji układu zamkniętego, zapewniającą zbliżony czas regulacji $\omega_c = 1,7$. W celu zachowania zachowania stosunku między przyjętymi pulsacjami założono $\omega_o = 20$.

W przypadku zredukowanego rzędu wykonano eksperymenty dla nominalnie przyjętej wartości bieguna układu zamkniętego $\omega_c = 3,4$ oraz pulsacji obserwatora $\omega_o = 20$ i $\omega_o = 40$. Wyniki działania układów regulacji zostały przedstawione na rys. 4.4. Wartości wskaźników jakości dla rozpatrywanych podejść zestawiono w tab. 4.2.

Ze względu na niepomijalnie małe wartości modułów parametrów a_i , objawia się nieznaczne pogorszenie jakości regulacji dla mfADRC ($n = 2$) w stosunku do mbADRC (por. przykład 2.6), widoczne jest niewielkie przeregulowanie rzędu kilku procent. W przypadku podania współczynników wielomianu charakterystycznego widoczny jest przebieg wyjściowy aperiodyczny bez przeregulowań.



Rysunek 4.4: Przebieg sygnałów wyjściowych i sterujących dla podejść mfADRC i mbADRC przy założeniu $n = 2$ (A) oraz dla zredukowanego rzędu $n = 1$, (B) $\omega_o = 20$, $\omega_c = 1,7$, (C) $\omega_o = 40$, $\omega_c = 1,7$, (D) $\omega_o = 40$, $\omega_c = 3,4$.

Tabela 4.2: Wartości wskaźników jakości dla przykładu 4.1.

Wskaźnik	(A)	(B)	(C)	(D)
mfADRC				
J_{IAE}	119,14	84,41	71,46	35,57
J_{ITAE}	272,27	143,53	87,76	35,76
J_u	92,13	95,89	98,47	113,84
mbADRC				
J_{IAE}	82,72	75,78	67,38	35,57
J_{ITAE}	157,89	128,82	81,98	34,18
J_u	96,70	97,72	99,50	113,84

Tabela 4.3: Wartości wskaźników jakości dla przykładu 4.2.

Wskaźnik	(A)	(B)
J_{IAE}	95,42	74,58
J_{ITAE}	182,26	138,23
J_u	96,67	118,10

W przypadku obniżenia rzędu algorytmu do $n = 1$ poprawia się odpowiedź dla podejścia mfADRC – przez względnie małą wartość modułu $a_{1,r} = 1,32$. Dla szybszych przebiegów widoczne jest jednak pojawienie się modów oscylacyjnych, które są wynikiem zmniejszenia rzędu modelu (pominięcie części dynamiki).

Przykład 4.2. *Sterowanie z adaptacją parametrów dla rzędu $n = 2$.*

Przeprowadzono testy eksperymentalne dla sterowania ADRC z rekursywną identyfikacją parametrów i nastawami dostrajanymi adaptacyjnie w trakcie działania systemu. Wyniki działania układów regulacji zostały przedstawione na rys. 4.5, a wartości wskaźników jakości zebrano w tab. 4.3.

Przeprowadzono eksperymenty w wariantach:

(A) *adaptacja parametrów $\underline{\theta}$ i na ich podstawie adaptacja wzmocnień algorytmu*

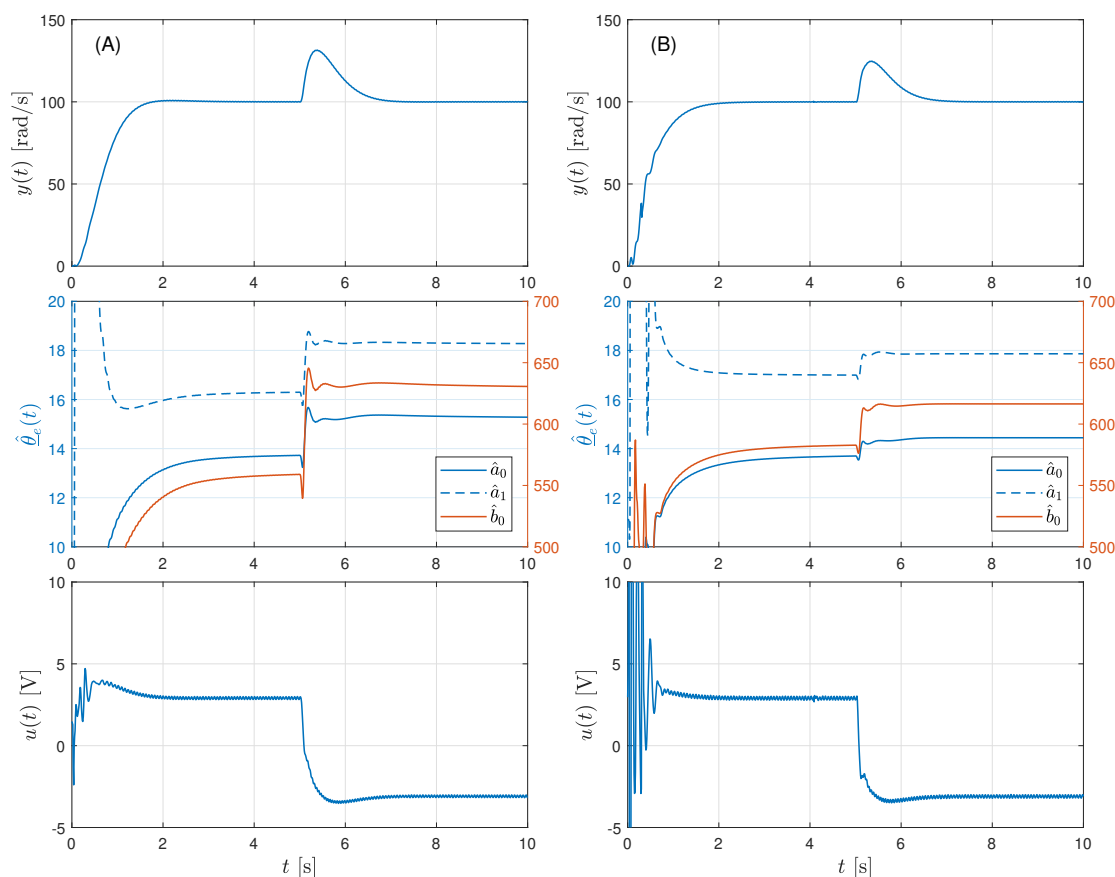
Parametr $\hat{b}_0 = 780$ w algorytmie jest przyjęty stały (nie podlega adaptacji), początkowe parametry $\underline{\theta}(0) = \underline{0}$. Punktem wyjścia jest w tym wypadku podejście mfADRC.

(B) *adaptacja parametrów $\underline{\theta}$ oraz współczynnika skalującego wymuszenie \hat{b}_0*

Przyjęto początkowe wartości parametrów $\underline{\theta}(0) = 0,5\underline{\theta}$, $\hat{b}_0 = 0,5b_0$. Współczynnik skalujący wymuszenie dostraja się w trakcie działania układu.

Na podstawie eksperymentów można wysnuć wniosek, iż zastosowanie adaptacji parametrów może sprowadzić działanie algorytmu do równoważnego mbADRC nawet w przypadku braku początkowej znajomości parametrów.

W przypadku adaptacji \hat{b}_0 (B) możliwa jest reakcja na sygnał zakłócający z toru wymuszenia, w wyniku której następuje dostrojenie współczynnika skalującego



Rysunek 4.5: Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla podejść adaptacyjnych (A) dla stałego współczynnika \hat{b}_0 , (B) z adaptacją współczynnika \hat{b}_0 .

wymuszenie i tym samym poprawa odporności na zakłócenie. Adaptacja tego parametru jest jednak okupiona zwiększonym kosztem sygnału sterującego w początkowej fazie działania układu.

Przykład 4.3. Sterowanie adaptacyjne w zadaniu śledzenia trajektorii.

Przeprowadzono eksperymenty porównawcze dla podejść nieadaptacyjnych: mfADRC, mbADRC, oraz sterowania z adaptacją parametrów (rozszerzonego wektora $\hat{\theta}_e$). Nastawy algorytmu wynosiły we wszystkich wariantach $\omega_c = 3,4$, $\omega_o = 40$. Dla podejść nieadaptacyjnych przyjęto $\hat{b}_0 = 780$. Dla adaptacji parametrów określono warunki początkowe $\hat{\theta}_e = 0,5\theta_e = 0,5[18; 22; 780]^T$. Sygnał zakłócający w torze wymuszenia dodawany był skokowo w połowie każdego okresu sygnału referencyjnego $d(t) = 4 \cdot 1(t-5) + 4 \cdot 1(t-15)$.

Przeprowadzono eksperymenty w wariantach:

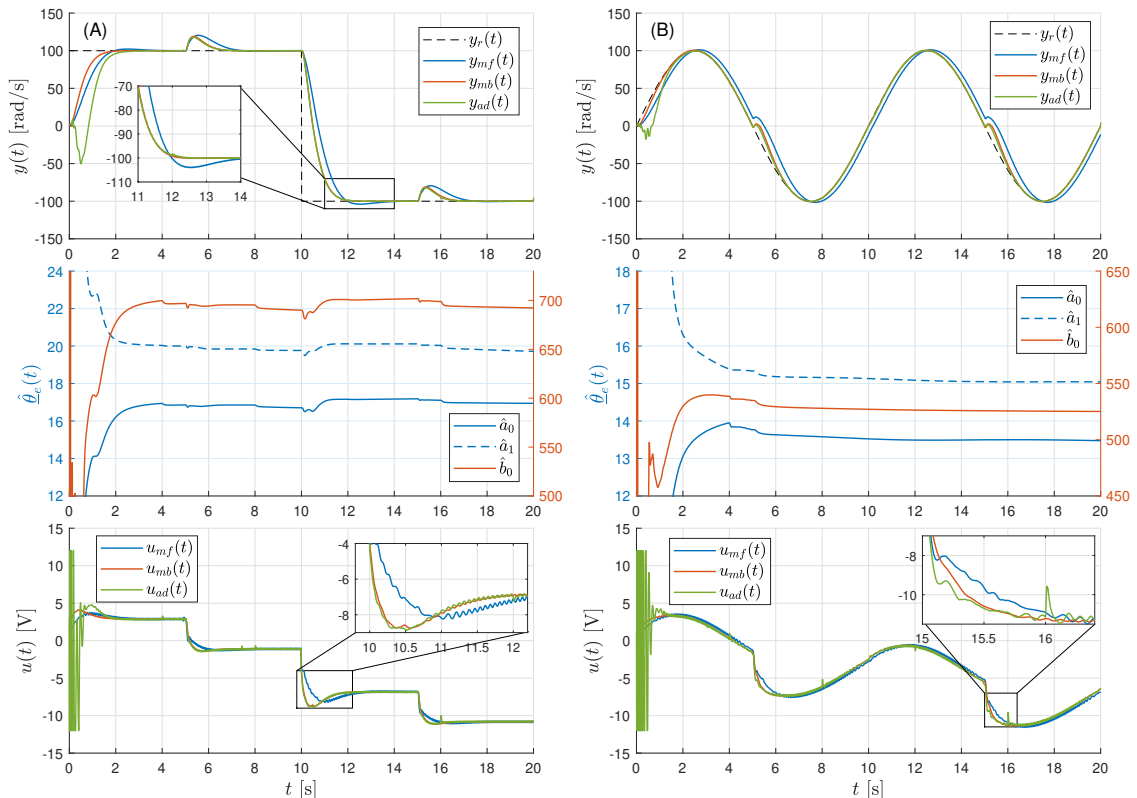
(A) regulacja stałowartościowa dla zmiennego skokowo sygnału zadanego

$$y_r(t) = 100 \text{Sign} \left(\sin \left(2\pi \frac{1}{20} t \right) \right);$$

(B) śledzenie trajektorii sinusoidalnej $y_r(t) = 100 \sin \left(2\pi \frac{1}{10} t \right)$.

Wyniki eksperymentów przedstawiono na rys. 4.6. Potwierdzono wcześniejsze wnioski odnośnie zasadności zastosowania modelu obiektu w procesie syntezy układu regulacji. W przypadku regulacji stałowartościowej (skokowo zmienny sygnał zadany) obserwuje się niewielkie przeregulowania dla mfADRC, podczas gdy algorytm modelowy nie ma przeregulowań. Dla zadania śledzenia trajektorii sinusoidalnej (B) podejście mfADRC nie zapewniło zerowego błędu śledzenia trajektorii. W każdym z przypadków po ustaleniu się wartości parametrów algorytm adaptacyjny pozwolił na osiągnięcie tożsamej jakości działania z mbADRC.

W tab. 4.4 przedstawiono wartości wskaźników jakości J_{IAE} oraz J_u wyznaczone dla całego czasu trwania eksperymentu oraz dla drugiego okresu sygnału referencyjnego (po ustaleniu się wartości estymat parametrów w podejściu adaptacyjnym): $J_{IAE} = \int_{t_{final}/2}^{t_{final}} |y_r(t) - y(t)| dt$, $J_u = \int_{t_{final}/2}^{t_{final}} u^2(t) dt$. W obu eksperymentach podejście adaptacyjne zapewniło najlepszą jakość regulacji po ustaleniu się parametrów względem wskaźnika IAE. Warty podkreślenia jest fakt, iż w tym podejściu nie ma konieczności znajomości a priori parametrów obiektu regulacji. Dodatkowo, zastosowanie adaptacji może poprawić wartości parametrów w zmiennych warunkach pracy.



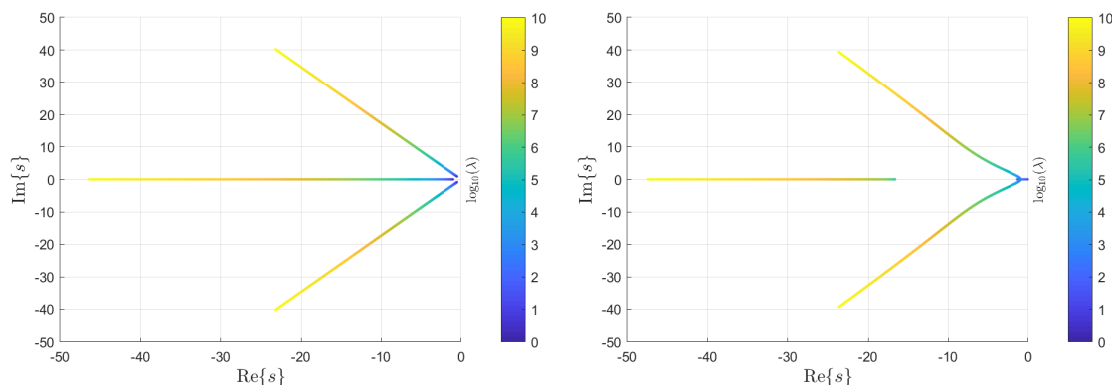
Rysunek 4.6: Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sterujących dla podejść o stałych nastawach (mf- i mbADRC) oraz dla podejścia adaptacyjnego. Rozważono (A) zadany sygnał prostokątny oraz (B) trajektorię sinusoidalną.

Tabela 4.4: Wartości wskaźników jakości dla przeprowadzonych eksperymentów (w całym czasie testu i dla drugiego okresu sygnału referencyjnego). Najmniejsze wartości wskaźników zostały oznaczone pogrubieniem.

Podejście	J_{IAE}	J_u	J_{IAE}	J_u
	Cały eksperyment		Drugi okres y_r	
Prostokątny sygnał zadany				
mfADRC	291,22	874,12	185,03	821,90
mbADRC	207,71	893,94	132,78	839,05
adaptADRC	282,87	932,43	130,01	837,12
Sinusoidalny sygnał zadany				
mfADRC	210,90	729,04	102,51	522,00
mbADRC	43,48	725,00	19,12	519,66
adaptADRC	60,23	788,18	13,47	520,14

Przykład 4.4. Analiza rozkładu biegunów obserwatora dla strojenia opartego na wzmocnieniach filtra Kalmana.

Rys. 4.7 przedstawia linie pierwiastkowe dla obserwatora ESO (w wersjach mfADRC i mbADRC) przy parametryzacji współczynnikiem λ . W każdym przypadku jeden biegun obserwatora znajduje się na osi rzeczywistej, a dwa pozostałe przyjmują wartości zespolone wzajemnie sprzężone. Proponowana parametryzacja pozwala na dobór współczynnika tłumienia i dalej rozkładu biegunów na podstawie tylko jednego parametru projektowego.



Rysunek 4.7: Rozkład biegunów ESO w zależności od wartości parametru λ w wersji mfADRC (rys. lewy) oraz mbADRC (rys. prawy) dla $n = 2$, $\hat{b}_0 = 780$, $\omega_c = 2,8$.

Przykład 4.5. Sterowanie w warunkach zakłóceń pomiarowych dla rzędu $n = 2$.

Przeprowadzono eksperymenty regulacji stałowartościowej jak w przykładach 4.1, 4.2. Sygnał pomiarowy został dodatkowo zakłócony szumem Gaussa $d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2) = (0; 800)$, gdzie $\sigma = 28,28$ rad/s. Wyniki działania układów regulacji mfADRC zostały przedstawione na rys. 4.8 oraz dla mbADRC na rys. 4.9. Wartości wzmocnień

obserwatora można znaleźć w tab. 4.5, a odpowiadające wartości biegunów ESO_{KF} – w tab. 4.6.

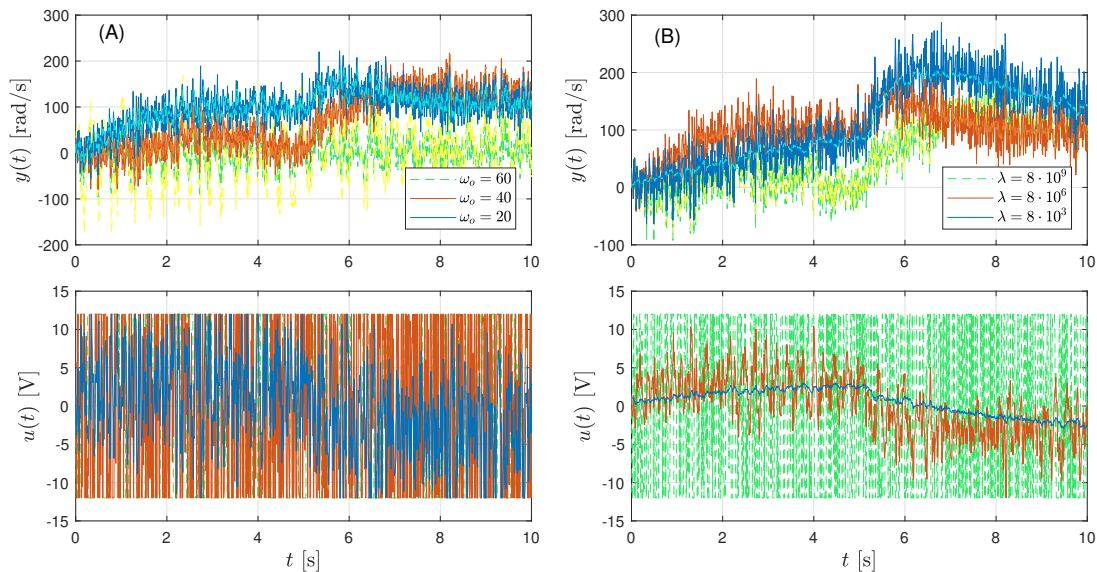
Przeprowadzono eksperymenty w wariantach (takie same dla podejść mfADRC oraz mbADRC):

(A) strojenie obserwatora metodą lokowania biegunów – ESO;

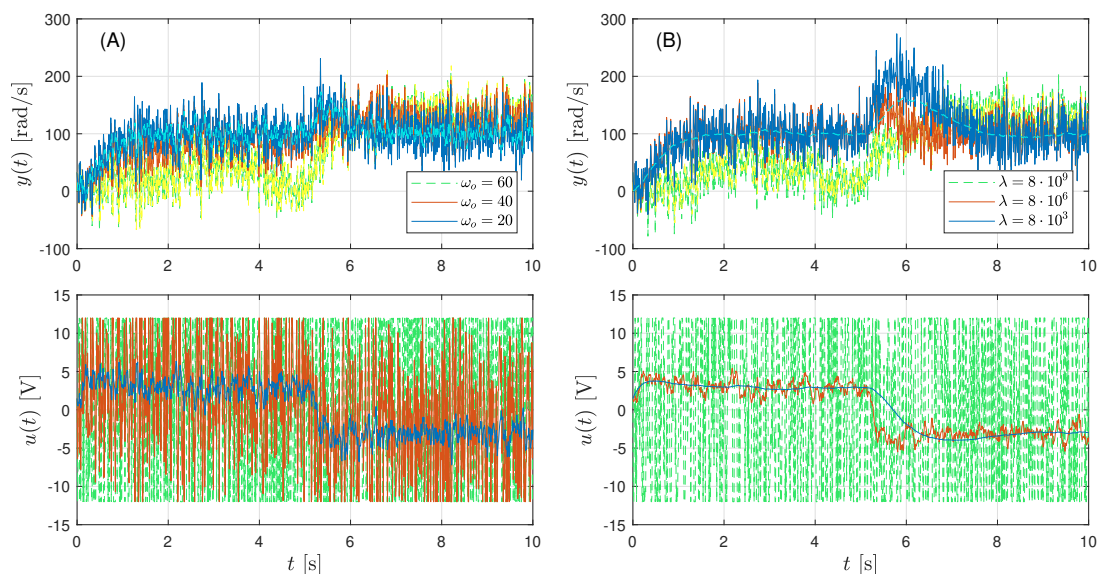
(B) strojenie obserwatora z wykorzystaniem wzmacnień filtra Kalmana – ESO_{KF} .

Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów określić można wpływ parametrów projektowych na jakość regulacji w warunkach działania zakłóceń stochastycznych. Dla regulacji mfADRC (rys. 4.8) osiągnięto stabilną odpowiedź tylko w przypadku spowolnienia algorytmu estymacji ($\omega_o = 20$ dla ESO strojonego metodą lokowania biegunów oraz $\lambda = 8 \cdot 10^6$ dla ESO_{KF}). W obu przypadkach zmniejszenie wartości parametru prowadzi do lepszej filtracji szumów, ale kosztem wolniejszej estymacji (tym samym pogorszenia jakości regulacji). Przy zbyt dużej wartości parametru układ staje się wrażliwy na szумы pomiarowe, co także może uniemożliwić skuteczną regulację. Dla regulacji mbADRC (rys. 4.9), ze względu na wykorzystanie w algorytmie informacji o dynamice obiektu, większy zakres nastaw zapewniał stabilną pracę układu. W każdym wypadku obserwuje się możliwość poprawy jakości regulacji mniejszym wydatkiem energetycznym sterowania z użyciem strojenia na podstawie wzmacnień KF.

Na podstawie wartości wzmacnień \underline{l} widoczna jest możliwość odtwarzania funkcji zaburzenia przy jednoczesnej filtracji szumów pomiarowych (zwiększa się moduł ostatniego ze wzmacnień – l_3). Za pomocą jednego parametru λ otrzymuje się zestaw trzech różnych wartości własnych macierzy stanu obserwatora.



Rysunek 4.8: Przebieg sygnałów wyjściowych (wraz z ich estymatami) i sterujących dla podejść mfADRC: (A) ESO i (B) ESO_{KF} .



Rysunek 4.9: Przebieg sygnałów wyjściowych (wraz z ich estymatami) i sterujących dla podejść mbADRC: (A) ESO i (B) ESO_{KF}.

Tabela 4.5: Wartości wzmocnień ESO dla badanych konfiguracji parametru ω_o oraz λ .

\underline{l}	ESO				ESO _{KF}		
	$\omega_o = 60$	$\omega_o = 40$	$\omega_o = 20$	$\omega_o = 8$	$\lambda = 8 \cdot 10^9$	$\lambda = 8 \cdot 10^6$	$\lambda = 8 \cdot 10^3$
mfADRC							
l_1	180	120	60	24	89	28	9
l_2	10800	4800	1200	192	4000	400	40
l_3	216000	64000	8000	512	89443	2828	89
mbADRC							
l_1	162	102	42	6	73	16	2
l_2	7862	2942	422	62	2701	129	2
l_3	216000	64000	8000	512	89443	2828	89

Tabela 4.6: Rozkład biegunów ESO dla strojenia na podstawie wzmocnień KF.

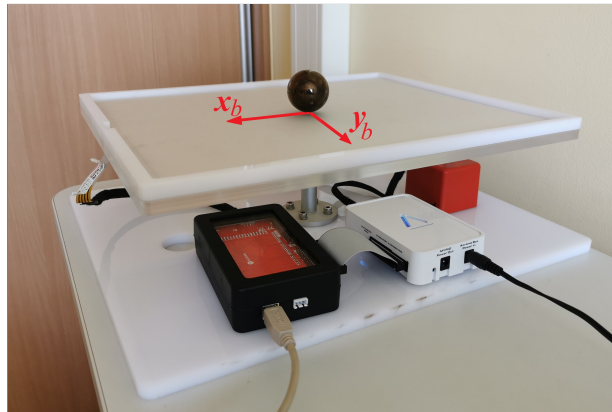
Parametr	Rozkład biegunów		Moduły biegunów	
	s_1	$s_{2/3}$	$ s_1 $	$ s_{2/3} $
mfADRC				
$\lambda = 8 \cdot 10^9$	-44,72	$-22,36 \pm 38,73j$	44,72	44,72
$\lambda = 8 \cdot 10^6$	-14,14	$-7,07 \pm 12,25j$	14,14	14,14
$\lambda = 8 \cdot 10^3$	-4,47	$-2,24 \pm 3,87j$	4,47	4,47
mbADRC				
$\lambda = 8 \cdot 10^9$	-45,80	$-22,85 \pm 37,83j$	45,80	44,19
$\lambda = 8 \cdot 10^6$	-18,58	$-7,73 \pm 9,62j$	18,58	12,34
$\lambda = 8 \cdot 10^3$	-16,70	$-1,76 \pm 1,50j$	16,70	2,32

4.1.3 Podsumowanie

Przeprowadzono badania regulacji prędkości silnika prądu stałego, traktując go jako liniowy obiekt drugiego rzędu. Porównano podejścia mfADRC i mbADRC, badając wpływ włączenia liniowej części modelu w procesie syntezy algorytmu na jakość regulacji. Zbadano wpływ redukcji rzędu i adaptacji parametrów na działanie układu, także w warunkach zewnętrznych zakłóceń, dla zadania regulacji stałowartościowej oraz śledzenia trajektorii. Na koniec pokazano przewagę zaproponowanej metody strojenia obserwatora bazującej na wzmocnieniach KF, stosując z powodzeniem ESO_{KF} do poprawy filtracji szumów pomiarowych i jednocześnie jakości regulacji przy oddziaływaniu zakłóceń stochastycznych. Przeprowadzone badania eksperymentalne potwierdziły rozważania teoretyczne na temat sterowania obiektem II rzędu, a także zweryfikowały poprawność działania zaproponowanych modyfikacji podejścia ADRC w warunkach rzeczywistych.

4.2 Stół balansujący kulką

Eksperymenty zostały przeprowadzone na rzeczywistym układzie laboratoryjnym z balansującą na stole kulką BBT (ang. *Ball Balancing Table*). Jest to układ o dwóch stopniach swobody (2 DoF), w którym zadaniem sterowania jest wygenerowanie kąta obrotu serwomechanizmu (w osi OX oraz OY dla dwóch stopni swobody) tak, aby w wyniku nachylenia stołu doprowadzić kulkę do zadanego punktu na płaszczyźnie. Pomiar położenia odbywa się przez panel dotykowy za pomocą metody rezystancyjnej. Układ laboratoryjny został przedstawiony na rys. 4.10.



Rysunek 4.10: Zestaw laboratoryjny z balansującą na stole kulką.

4.2.1 Model matematyczny

Model matematyczny obiektu 2DoF można opisać za pomocą dwóch równań różniczkowych na podstawie [117]

$$\begin{cases} (J + m_b r_b^2) \ddot{x}_b = -m_b r_b^2 (\dot{\varphi}_x^2 x_b + \dot{\varphi}_x \dot{\varphi}_y y_b) + m_b g r_b^2 \sin(\varphi_x) \\ (J + m_b r_b^2) \ddot{y}_b = -m_b r_b^2 (\dot{\varphi}_y^2 y_b + \dot{\varphi}_x \dot{\varphi}_y x_b) + m_b g r_b^2 \sin(\varphi_y) \end{cases}, \quad (4.12)$$

gdzie J to moment bezwładności kulki, m_b to masa kulki, r_b to promień kulki, a g jest współczynnikiem przyspieszenia ziemskiego. Parametry układu zostały przedstawione w tab 4.7, ich wartości pochodzą z [1], a część z nich została poprawiona na podstawie przeprowadzonych fizycznych pomiarów stanowiska. Wymuszeniem układu w przedstawionych równaniach jest kąt wychylenia stołu w danej osi $\varphi_{x/y}$, a wyjściem – położenie kulki x_b oraz y_b .

Na podstawie rys. 4.11 można wyznaczyć zależności pomiędzy kątem obrotu stołu a kątem obrotu serwomechanizmu

$$\begin{cases} \vartheta_x = \frac{r_m}{L_x} \varphi_x \\ \vartheta_y = \frac{r_m}{L_y} \varphi_y \end{cases}, \quad (4.13)$$

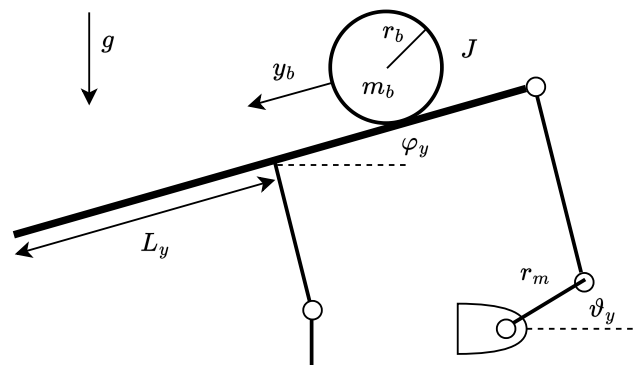
gdzie r_m to długość ramienia serwomechanizmu, a $L_{x/y}$ to połowa długości stołu w osi OX/OY. Po podstawieniu (4.13) wymuszenie dla układu stanowi kąt obrotu serwomechanizmu w danej osi, którym można bezpośrednio sterować.

Równania (4.12) przyjmą wtedy postać

$$\begin{cases} (J + m_b r_b^2) \ddot{x}_b = -m_b r_b^2 \frac{r_m^2}{L_x^2} (\dot{\vartheta}_x^2 x_b + \dot{\vartheta}_x \dot{\vartheta}_y y_b) + m_b g r_b^2 \sin\left(\frac{r_m}{L_x} \vartheta_x\right) \\ (J + m_b r_b^2) \ddot{y}_b = -m_b r_b^2 \frac{r_m^2}{L_y^2} (\dot{\vartheta}_y^2 y_b + \dot{\vartheta}_x \dot{\vartheta}_y x_b) + m_b g r_b^2 \sin\left(\frac{r_m}{L_y} \vartheta_y\right) \end{cases}. \quad (4.14)$$

Tabela 4.7: Parametry obiektu BBT deklarowane przez producenta [1].

Symbol	Wartość	Jednostka	Wyjaśnienie
m_b	0,26	kg	masa kulki
J	$4,16 \cdot 10^{-5}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	moment bezwładności kulki
g	9,81	m/s^2	przyspieszenie grawitacyjne
r_m	$2,45 \cdot 10^{-2}$	m	długość ramienia serwomechanizmu
L_x	0,168	m	połowa długości stołu w osi OX
L_y	0,134	m	połowa długości stołu w osi OY
T	0,015	s	stała czasowa serwomechanizmu



Rysunek 4.11: Schemat działania układu dla jednego stopnia swobody – osi OY.

W układzie pojawiają się nieliniowości spowodowane działaniem siły grawitacji (funkcja trygonometryczna wymuszenia) oraz obecnością sprzężeń skrośnych (te uwidaczniają się dla dużych wartości prędkości kątowych serwomechanizmów).

Zakładając działanie układu w otoczeniu punktu pracy dla niewielkich wychyleń (zatem $\sin(\frac{r_m}{L_y}\vartheta_{x/y}) \approx \frac{r_m}{L_y}\vartheta_{x/y}$) i prędkości kątowych $\dot{\vartheta}_{x/y} \approx 0$, można zapisać równania w postaci liniowej

$$\begin{cases} \ddot{x}_b = K_x \vartheta_x \\ \ddot{y}_b = K_y \vartheta_y \end{cases}, \quad (4.15)$$

gdzie obiekt w uproszczonej formie liniowej stanowi dwukrotny integrator. Współczynniki wzmocnień wynoszą

$$K_x = \frac{mgr_b^2 r_m}{(J + mr_b^2) L_x}, \quad K_y = \frac{mgr_b^2 r_m}{(J + mr_b^2) L_y}, \quad (4.16)$$

i różnica w ich wartościach spowodowana jest tylko przez długości stołu w obu osiach. W uproszczonej formie (4.15) pominięty zostaje wpływ wzajemnych sprzężeń skrośnych oraz nieliniowa funkcja sygnału sterującego.

Na koniec zakłada się opis dynamiki serwomechanizmu (regulacja kąta obrotu) jako człon inercyjny pierwszego rzędu dany równaniem różniczkowym

$$T\dot{\vartheta} + \vartheta = \vartheta_r, \quad (4.17)$$

gdzie wyjście układu stanowi aktualne położenie kątowe ϑ , wymuszeniem jest zadany kąt obrotu ϑ_r , a T jest stałą czasową pętli regulacji (w praktyce o niewielkiej wartości). Ze względu na taką samą stałą czasową dla układów w obu osiach, pominięto w powyższym zapisie oznaczenia osi.

W celu zapisania dynamiki wejście-wyjście różniczkuje się układ (4.15) (zwiększając jego rząd o jeden) oraz wyznacza z niego wartości przemieszczeń kątowych:

$$\begin{cases} x_b^{(3)} = K_x \dot{\vartheta}_x, & \vartheta_x = \frac{1}{K_x} \ddot{x}_b \\ y_b^{(3)} = K_y \dot{\vartheta}_y, & \vartheta_y = \frac{1}{K_y} \ddot{y}_b \end{cases}. \quad (4.18)$$

Podstawiając dynamikę (4.17) do (4.18) otrzymuje się końcową postać równań

$$\begin{cases} x_b^{(3)} = -\frac{1}{T} \ddot{x}_b + \frac{K_x}{T} \vartheta_{r,x} \\ y_b^{(3)} = -\frac{1}{T} \ddot{y}_b + \frac{K_y}{T} \vartheta_{r,y} \end{cases}, \quad (4.19)$$

który to układ można opisać za pomocą transmitancji

$$\begin{cases} G_x(s) = \frac{X_b(s)}{\vartheta_{r,x}(s)} = \frac{K_x}{s^2(1+sT)} \\ G_y(s) = \frac{Y_b(s)}{\vartheta_{r,y}(s)} = \frac{K_y}{s^2(1+sT)} \end{cases}. \quad (4.20)$$

Przykłady modelowania dla obiektów typu BBT (nazywanego w literaturze także ogólniejszym określeniem *ball on plate*) można także znaleźć w [36, 23]. W pozycji [117] pokazano dodatkowo dyskretny opis modelu ARMA dla struktury regulatora dyskretnego RST. Autorzy pracy [129] rozpatrzyli model balansowania kulki w jednym stopniu swobody, projektując dla niego regulację ADRC. Przegląd metod sterowania adaptacyjnego (z modelem odniesienia MRAS oraz z identyfikacją parametrów MIAC) został zaprezentowany w publikacji autora rozprawy [19].

Uwaga 4.3. W celu uogólnienia przedstawionych rozważań kolejne zależności zostaną przedstawione dla jednego stopnia swobody – pomiary pochodzić będą z osi OY.

Zakładając występowanie pewnych niepewności modelowania, można zapisać równania (4.19) w postaci odpowiadającej równaniu regresji (2.27)

$$y^{(3)} = \underline{\varphi}^T \hat{\underline{\theta}} + \hat{b}_0 u + f(\cdot) = -\hat{a}_2 \ddot{y} + \hat{b}_0 u + f(\cdot), \quad (4.21)$$

gdzie rzeczywiste wartości parametrów to $a_2 = \frac{1}{T}$, $b_0 = \frac{K_y}{T}$. Dla eksperymentów w jednym stopniu swobody przyjęto sterowanie w osi OY, zatem $y = y_b$, $u = \vartheta_{r,y}$. Można zapisać wektor regresji i parametrów

$$\underline{\varphi}^T = [-y, -\dot{y}, -\ddot{y}], \quad \hat{\underline{\theta}} = [0, 0, \hat{a}_2]^T.$$

Funkcja całkowitego zaburzenia systemu zawiera w tym wypadku nieliniowe i niemodelowane części dynamiki, a także zakłócenia procesowe

$$f(\cdot) = \underline{\varphi}^T (\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}}) + b_0 (\sin(u) + d) - \hat{b}_0 u.$$

Uwaga 4.4. Zestaw laboratoryjny działa z mikrokontrolerem Arduino Mega 2560 oraz jest programowany za pomocą oprogramowania MATLAB/Simulink z wykorzystaniem dodatkowego pakietu „Simulink Support Package for Arduino Hardware”. Okres próbkowania dla pobierania i przesyłania danych do urządzenia wynosi $T_p = 0,01$ s.

4.2.2 Aproksymacja parametrów obiektu

W niniejszym podrozdziale przedstawiono wartości parametrów obiektu regulacji, sposoby ich wstępnej aproksymacji oraz analizę nieliniowości i charakterystyki czasowe i częstotliwościowe w układzie otwartym. Dla przejrzystości zapisu przyjęto w niektórych miejscach zapis kąta wymuszającego w stopniach, a pozycję wyjściową w milimetrach.

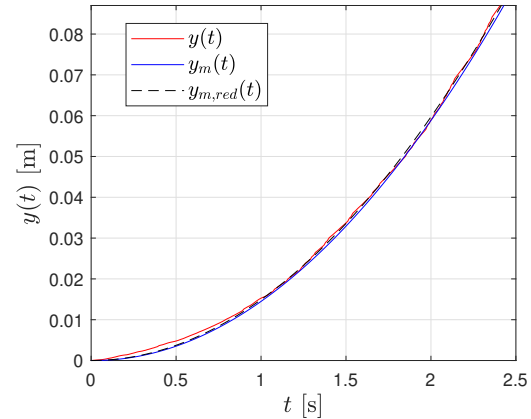
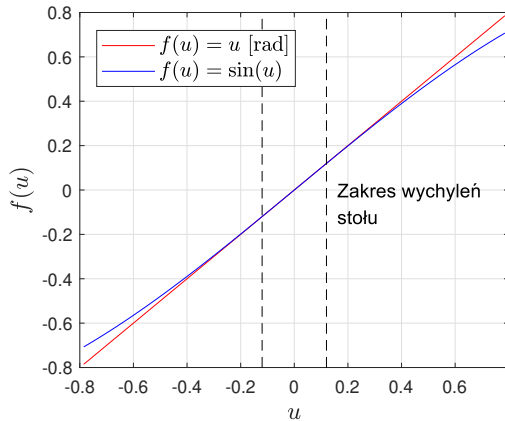
Sygnał sterujący w rozważanym fizycznym obiekcie (wychylenie ramienia serwo-mechanizmu) cechują ograniczenia

$$-45^\circ \leq u \leq 45^\circ \Rightarrow -0,79 \leq u \leq 0,79 \text{ rad.}$$

Dla przyjętego obszaru pracy można założyć przybliżenie liniowe funkcji harmoniczej dla sygnału sterującego, w którym $\sin(u) \approx u$. Na rys. 4.12 przedstawiono przebiegi funkcji oryginalnej (nieliniowej) oraz przybliżonej charakterystyką liniową. Dla kątów poniżej 40° względny błąd pomiędzy funkcją nieliniową a jej przybliżeniem nie przekracza 8%, a poniżej 20° jest to zaledwie 2%. Według zależności (4.13) zakres pracy serwomechanizmu odpowiada zakresowi wychyleń stołu $0,12 \text{ rad} = 6,7^\circ$ (oznaczony na rysunku przerywanymi liniami).

Zapisać można model układu

$$G_m(s) = \frac{K_y}{s^2(1 + sT)}, \quad (4.22)$$



Rysunek 4.12: Porównanie funkcji nieliniowej z jej aproksymacją.

Rysunek 4.13: Odpowiedzi skokowe dla rozważanych modeli.

oraz jego przybliżenie przy założeniu, iż stała czasowa w pętli regulacji wewnętrznej ma pomijalnie małą wartość

$$G_{m,r}(s) = \frac{K_y}{s^2}. \quad (4.23)$$

Dla przedstawionych modeli można wyznaczyć analityczne wzory odpowiedzi na wymuszenie skokiem jednostkowym, odpowiednio

$$y_m(t) = \frac{K_y t^2}{2} + K_y T^2 \left(1 - \frac{t}{T} + e^{-\frac{t}{T}} \right), \quad (4.24)$$

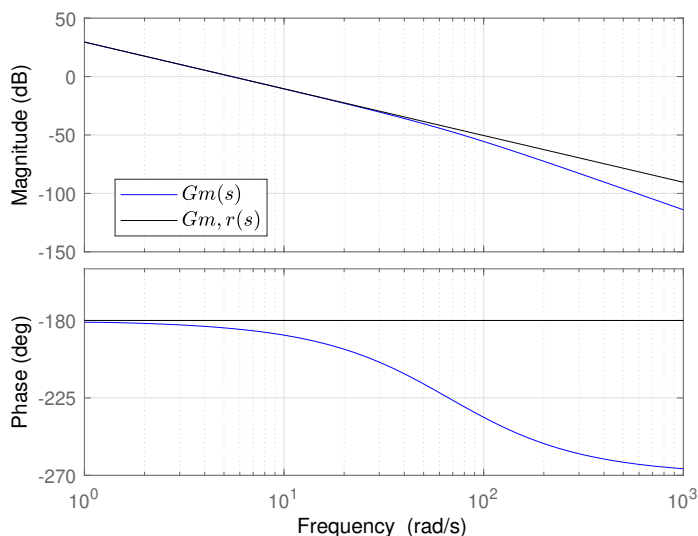
$$y_{m,red}(t) = \frac{K_y t^2}{2}. \quad (4.25)$$

Na podstawie dokumentacji [1] oraz w wyniku przeprowadzonych eksperymentów [19] przyjęto wartość wzmocnienia $K_y = 30 \text{ 1/s}^2$ oraz stałej czasowej $T = 0,015 \text{ s}$. Jak widać na rys. 4.13, odpowiedzi obu modeli dobrze odwzorowują przebieg sygnału pomiarowego w odpowiedzi na zmianę kąta wychylenia serwomechanizmu o wartość 1° . Przebiegi $y_m(t)$ oraz $y_{m,red}(t)$ nie mają znaczących różnic, jednak w kontekście układu regulacji pominięcie stałej czasowej może nawet zaważyć na warunkach stabilności. Tę cechę dobrze obrazują przebiegi charakterystyk częstotliwościowych dla porównywanych modeli – rys. 4.14.

Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów wyznaczony model odpowiadał obu stopniom swobody, dlatego do celów sterowania 2DoF przyjmuje się takie same modele dla osi OX i OY. Różnice wynikające z zależności (4.16) można uznać za pomijalnie małe i niemające wpływu na jakość regulacji.

4.2.3 Wyniki eksperymentalne

Zakładając wartości wzmocnienia $K_y = 30$ i stałej czasowej $T = 0,015$, parametry rzeczywiste dla uproszczonego równania obiektu (4.21) będą wynosiły $a_2 = 66,67$



Rysunek 4.14: Charakterystyki częstotliwościowe dla badanych modeli.

1/s oraz $b_0 = 2000^1$ 1/s³. W zadaniu regulacji stałowartościowej w jednym stopniu swobody zakłada się wartość początkową na krawędzi stołu $y(0) = -150$ mm i regulację do punktu środkowego $y_r = 0$. W połowie czasu trwania eksperymentu dodawano w torze wymuszenia skokowy sygnał zakłócający $d(t) = 15 \frac{\pi}{180} \mathbf{1}(t - t_{\text{final}}/2)$ rad.

Przykład 4.6. Zadanie regulacji stałowartościowej dla algorytmów mfADRC i mbADRC.

Przeprowadzono eksperymenty regulacji stałowartościowej dla porównywanych podejść, przyjmując parametry $\hat{b}_0 = 2000$, $\hat{a}_2 = 66,67$, $\omega_c = 2,8$. Wybrano pulsacje obserwatora dla mfADRC $\omega_o = 28$ oraz dla mbADRC $\omega_o = 50$. Następnie dla podejścia ADRC bezmodelowego sprawdzono wpływ nastawy \hat{b}_0 na działanie układu.

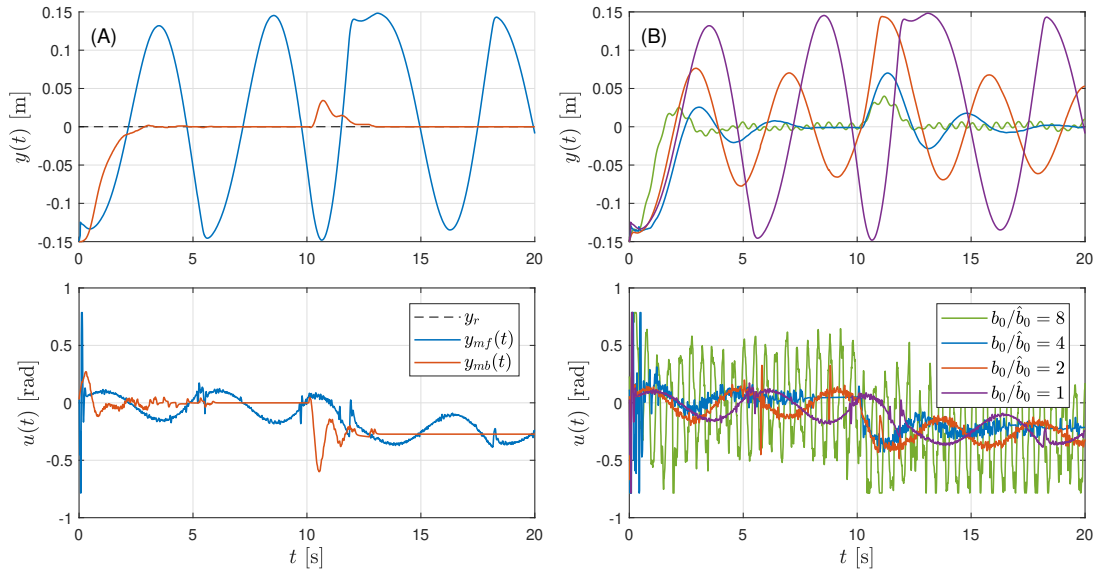
Prawo sterowania dla podejść mfADRC (2.22) i mbADRC (2.50) miało w badanym przypadku (dla $n = 3$, $y_r = 0$, $a_0 = 0$) postać

$$u = -\frac{1}{\hat{b}_0} (k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2 + k_3 \hat{x}_3 + \hat{x}_4), \quad (4.26)$$

gdzie wektor stanu był estymowany przez ESO dany macierzami w wersji odpowiednio bezmodelowej (2.13) oraz mbADRC (2.45).

Na podstawie rys. 4.15A można wnioskować o polepszeniu jakości regulacji dla mbADRC ze względu na brak konieczności estymacji dynamiki wynikającej z parametru a_2 o stosunkowo dużym module w funkcji całkowitego zaburzenia systemu. Dla

¹Parametr b_0 został dobrany dla sygnału wyjściowego w milimetrach i wymuszenia podawanego w stopniach, dlatego w celu działania w jednostkach SI należałoby wykonać przeskalowanie $b_0 \cdot 180/(1000\pi)$.



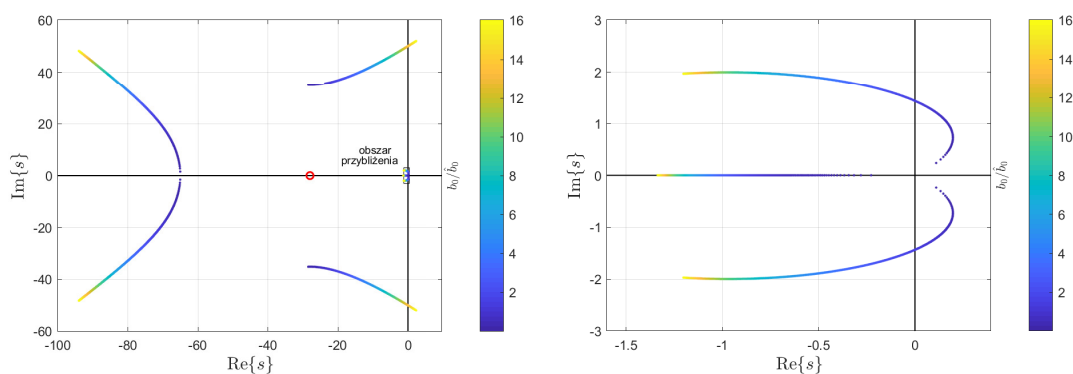
Rysunek 4.15: Wyniki eksperymentalne dla parametrów nominalnych, (A) porównanie podejść mfADRC i mbADRC oraz (B) wpływ stosunku b_0/\hat{b}_0 na działanie układu z mfADRC.

pożądaney dynamiki układu zamkniętego $\omega_c = 2,8$ nie jest możliwe osiągnięcie pożądaney jakości regulacji przy podaniu jego właściwych wartości parametrów. W przypadku algorytmu mbADRC włączenie liniowego współczynnika a_2 do macierzy procesu poprawiło przebieg estymaty funkcji zaburzenia na tyle, iż układ zamknięty osiągnął zadaną dynamikę bez wystąpienia przeregulowań. Można wysnuć zatem wniosek, że w podejściu mfADRC należy zmodyfikować parametry względem wartości nominalnych, aby poprawić jakość regulacji.

Sposobem na poprawę jakości działania układu bazującego na mfADRC byłaby manipulacja parametrami projektowymi algorytmu. Przykładowo, zmniejszając zadaną szybkość układu, można poprawić nadążanie ESO za funkcją zaburzenia, powodując jednak wolniejsze działanie systemu. Innym sposobem może być manipulacja parametrem \hat{b}_0 (rys. 4.15B). W badanym przypadku dla podejścia mfADRC, warto przyjąć niedoszacowaną wartość tego parametru – stosunek $b_0/\hat{b}_0 > 1$. Zmniejszenie parametru względem nominalnej wartości powoduje poprawę procesu regulacji, choć przyjęcie wartości zbyt niskiej implikuje agresywne zachowanie sygnału sterującego i nieustanne drgania na wyjściu systemu. Zbyt wysoka wartość z kolei powoduje zbyt wolny przebieg sygnału sterującego i w efekcie destabilizację układu zamkniętego (w tym przypadku wchodzenie odpowiedzi w ograniczenia).

Przykład 4.7. Rozkład biegunów i zer układu zamkniętego w zależności od stosunku b_0/\hat{b}_0 .

Zbadano położenie biegunów oraz zer w układzie zamkniętym wraz ze zmianą stosunku współczynnika wzmocnienia toru wejścia i jego estymaty. Wyniki symulacyjne przedstawione zostały na rys. 4.16.



Rysunek 4.16: Bieguny układu zamkniętego w zależności od stosunku b_0/\hat{b}_0 (pełen zakres oraz przybliżenie) dla mfADRC, $n = 3$, $\omega_o = 28$, $\omega_c = 2,8$.

Na podstawie wykreślonych linii pierwiastkowych można oszacować wartość parametru \hat{b}_0 pozwalającą osiągnąć pożądane wartości biegunów w układzie regulacji. Jak można zaobserwować, nie jest możliwe uzyskanie charakteru układu całkowicie aperiodycznego przy braku uwzględnienia współczynnika a_2 w syntezy układu regulacji. Jednak zwiększając wartość stosunku b_0/\hat{b}_0 , para oscylacyjnych biegunów dominujących oddala się od osi urojonej, powodując zwiększenie wartości współczynnika tłumienia dla układu zamkniętego. Stąd można wysnuć wniosek, iż niedoszacowanie wartości współczynnika skalującego wymuszenie pozwala poprawić własności odpowiedzi układu i zmniejszyć jej charakter oscylacyjny.

Dla badanej konfiguracji zbyt duża wartość \hat{b}_0 implikuje wystąpienie pary biegunów oscylacyjnych niestabilnych. Wartym zauważenia również jest fakt, iż przyjęcie $\hat{b}_0 = b_0$ także spowoduje niestabilne działanie układu. Do dalszych badań wybrano wartość wzmocnienia toru wymuszenia $\hat{b}_0 = 500$, co odpowiada wartości stosunku $b_0/\hat{b}_0 = 4$.

Przykład 4.8. Transmitancja i działanie układu zamkniętego przy pełnym oraz zredukowanym rzędzie dynamiki dla podejścia mfADRC.

Porównano przebiegi odpowiedzi układu zamkniętego w konfiguracjach parametrów:

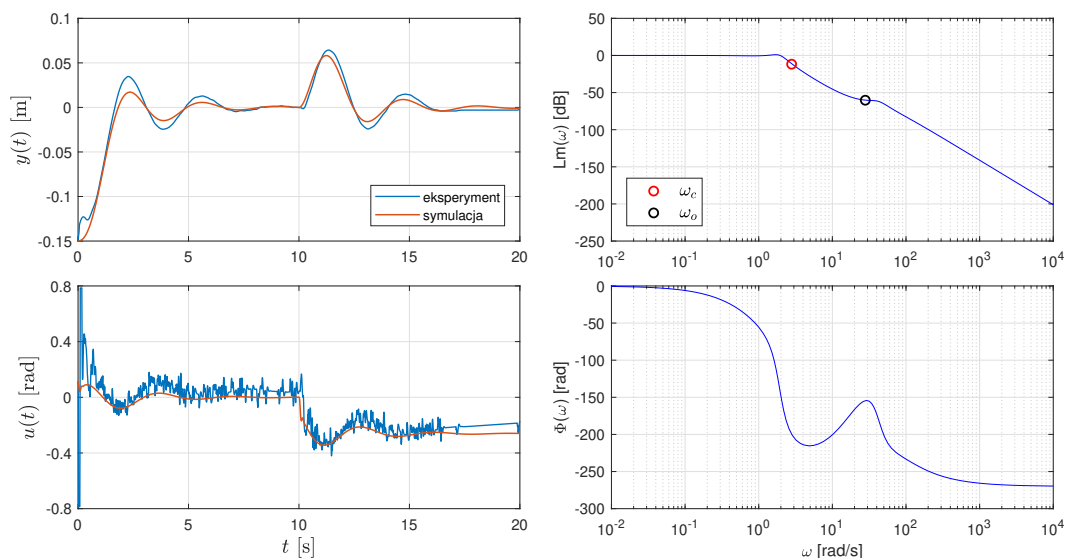
- $n = 3$: $\hat{b}_0 = 500$, $\omega_o = 28$, $\omega_c = 2,8$;
- $n = 2$: $\hat{b}_0 = 30$, $\omega_o = 12$, $\omega_c = 1,8$.

Prawo sterowania (4.26) w przypadku zredukowanego rzędu do $n = 2$ upraszcza się do postaci

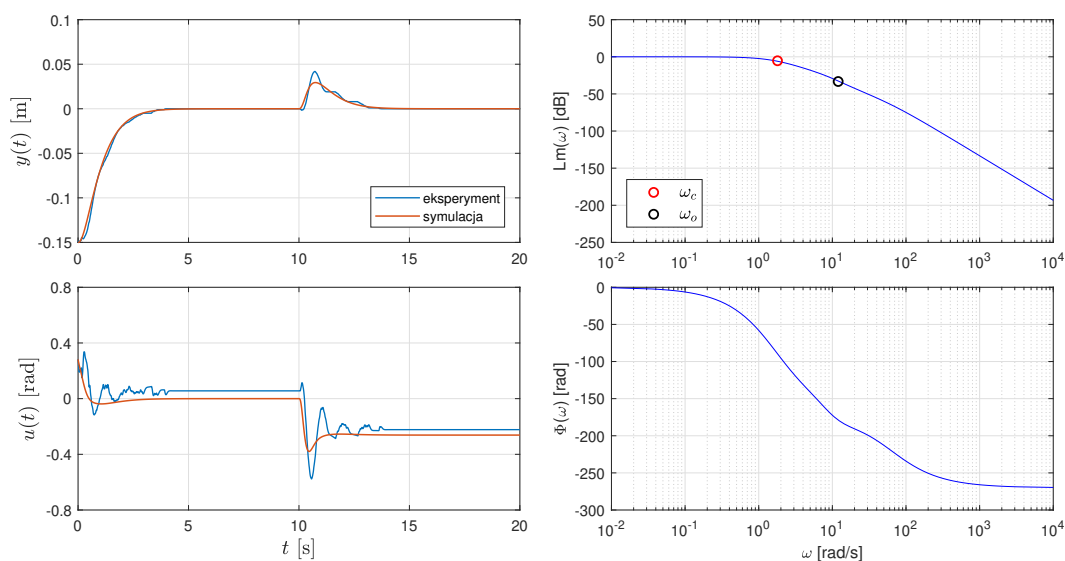
$$u = -\frac{1}{\hat{b}_0} (k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2 + \hat{x}_3), \quad (4.27)$$

gdzie wektor stanu i funkcja zaburzenia są estymowane przez ESO dane macierzami (2.13) oraz (2.45) odpowiednio w podejściu mf- i mbADRC.

Na rys. 4.17 oraz 4.18 przedstawiono odpowiedzi dla zestawu eksperymentalnego BBT w zestawieniu z wynikami symulacyjnymi – odpowiedziami skokowymi dla



Rysunek 4.17: Wyniki działania układu regulacji (odpowiedź czasowa obiektu i modelu oraz wyznaczone symulacyjnie charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 3$ i parametrów $\hat{b}_0 = 500$, $\omega_o = 28$, $\omega_c = 2,8$.



Rysunek 4.18: Wyniki działania układu regulacji (odpowiedź czasowa obiektu i modelu oraz wyznaczone symulacyjnie charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 2$ i parametrów $\hat{b}_0 = 30$, $\omega_o = 12$, $\omega_c = 1,8$.

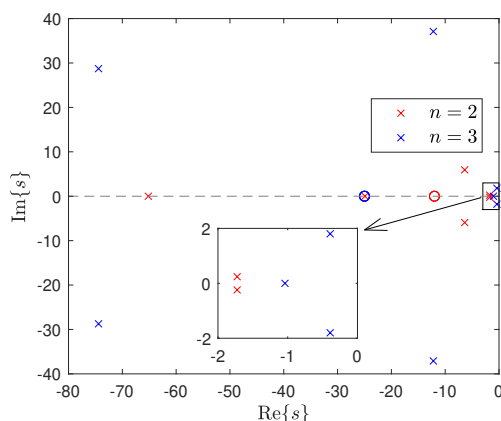
obliczonych transmitancji układu zamkniętego. Pokazane zostały również charakterystyki częstotliwościowe Bodego wyznaczone na podstawie transmitancji symulacyjnych w układzie zamkniętym.

Ze względu na fakt, iż model zredukowany jest dwukrotnym integratorem, można przyjąć wartość rzeczywistą parametru $\hat{b}_0 = b_0$ – nie ma konieczności estymacji niezamodelowanej części dynamiki przez funkcję całkowitego zaburzenia. Zaburzenie

modelu wynynika w tym przypadku wynika *m.in.* z niezgodności rzędów $n \neq n_p$.

Redukcja rzędu pozwoliła w tym wypadku poprawić jakość regulacji – układ regulacji zaprojektowany dla modelu o zredukowanym rzędzie działa bez przeregulowań. Zaobserwować można na podstawie wykresów Bodego, że charakterystyka częstotliwościowa w przybliżeniu odpowiada założonej postaci transmitancji założonej postaci $G(s) = \frac{\omega_c^n}{(s+\omega_c)^n}$.

Dla oryginalnego rzędu $n = 3$ obserwuje się oscylacyjny charakter odpowiedzi układu (co potwierdza wyznaczony rozkład biegunów – rys. 4.19), a także wysokoczęstotliwościowy komponent sygnału sterującego, skutkujący jego zaszumieniem.



Rysunek 4.19: Rozkład biegunów i zer układu zamkniętego dla rzędu oryginalnego i zredukowanego w badanych konfiguracjach ADRC.

Przykład 4.9. *Metoda strojenia ESO bazująca na wzmocnieniach stanu ustalonego filtru Kalmana.*

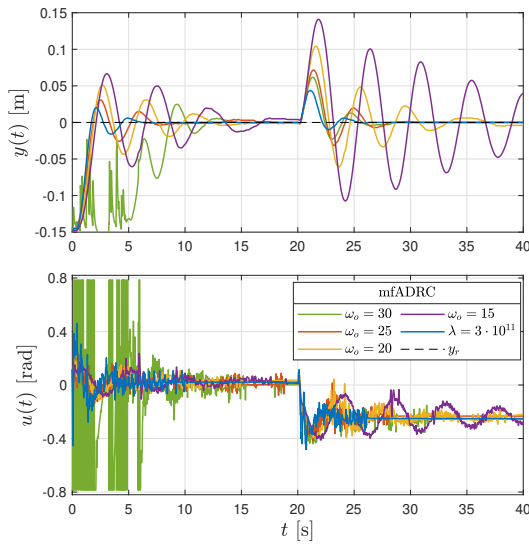
Sprawdzono w regulacji stałowartościowej zdolności algorytmów ESO strojonego metodą lokowania biegunów i ESO_{KF} do odrzucania zakłóceń pomiarowych i tym samym do zdolności regulacji ADRC. Do sygnału pomiarowego dodawano szum o rozkładzie Gaussa $d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$. Zbadana została regulacja dla odchyłeń standardowych szumów $\sigma \in \{0; 0,001; 0,005; 0,01\}$ m.

Dla podejścia mfADRC przyjęto nastawy $n = 3$, $\hat{b}_0 = 500$, $\omega_c = 2,8$, natomiast w przypadku mbADRC – $n = 3$, $\hat{b}_0 = 2000$, $\hat{a}_2 = 66,67$, $\omega_c = 2,8$. Eksperymenty przeprowadzane zostały dla różnych parametrów obserwatora – ω_o w przypadku ESO strojonego metodą lokowania biegunów oraz λ dla proponowanego podejścia ESO_{KF} .

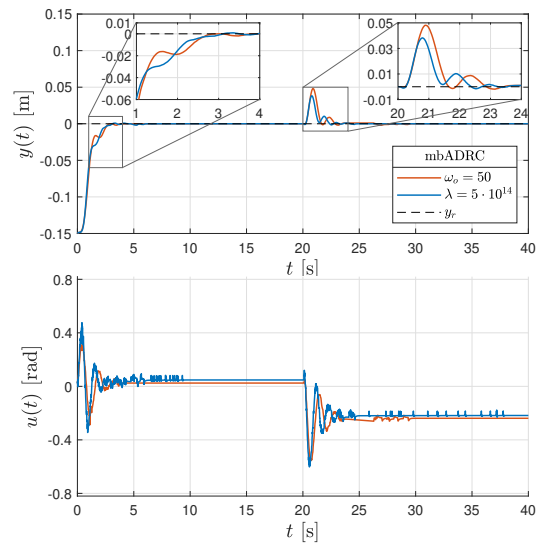
Dla podejścia mbADRC przyjęto w eksperymentach wartość pulsacji obserwatora $\omega_o = 50$, ponieważ w obszarze stabilnego działania układu nie obserwowano wpływu tego parametru na zdolności filtracji i poprawy jakości regulacji. Wartość λ każdorazowo była dobrana w taki sposób, by zapewnić najlepszą możliwą jakość regulacji. Wyniki eksperymentów przedstawiono na rys. 4.20–4.28.

Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów wnioskować można o przewadze każdorazowo podejścia mbADRC nad mfADRC w rozpatrywanych warunkach. Dodatkowo, największą poprawę jakości regulacji obserwuje się w przypadku obserwatora

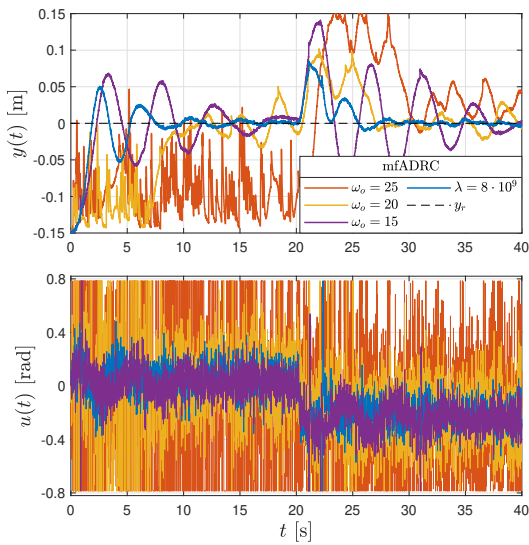
Analiza wpływu struktury modelu i metod strojenia obserwatora w kontekście poprawy działania technik ADRC w środowiskach deterministycznych i stochastycznych



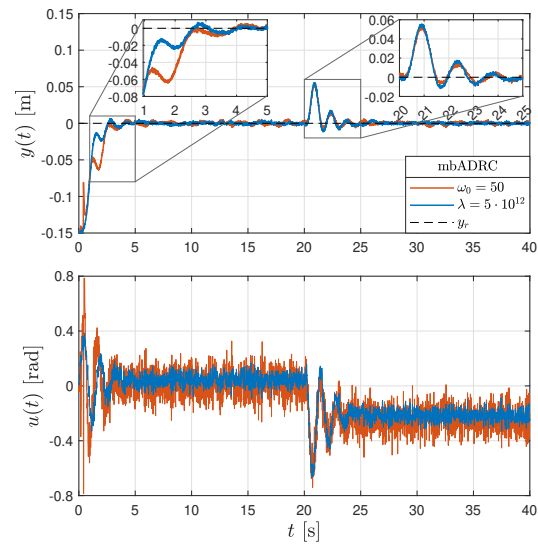
Rysunek 4.20: Wyniki eksperymentów dla mfADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0$ m.



Rysunek 4.21: Wyniki eksperymentów dla mbADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0$ m.



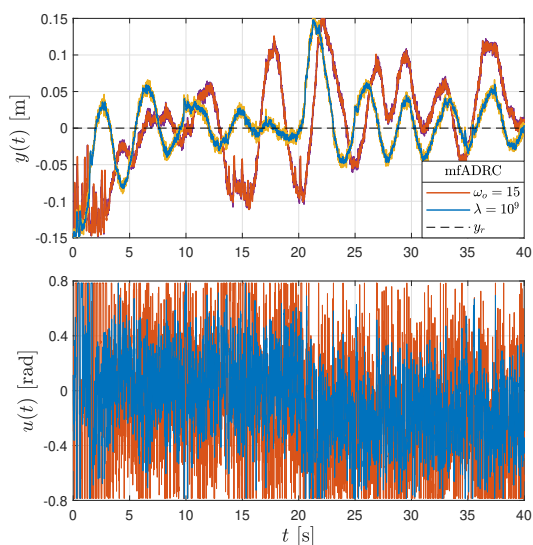
Rysunek 4.22: Wyniki eksperymentów dla mfADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,001$ m.



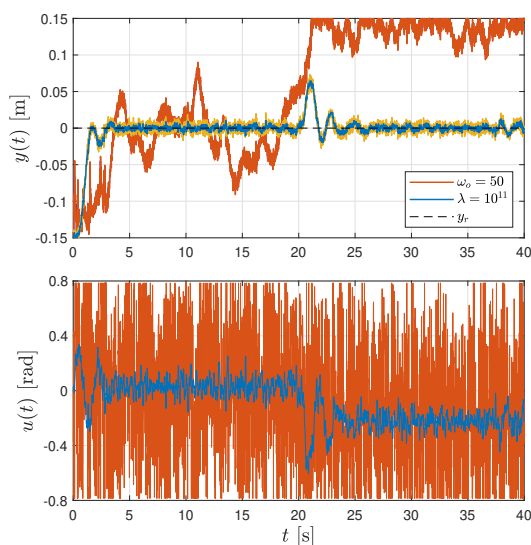
Rysunek 4.23: Wyniki eksperymentów dla mbADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,001$ m.

nastrojonego z użyciem wzmocnień KF dla szumów o większej wartości odchylenia standardowego.

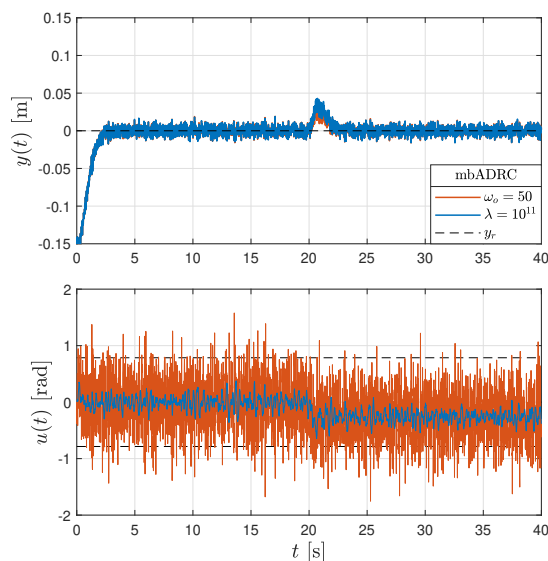
W warunkach deterministycznych obserwator bazujący na wzmocnieniach KF okazuje się być dobrą alternatywą dla ESO (rys. 4.20, 4.21). Kluczową przewagę z zastosowania tej metody strojenia widać jednak w warunkach stochastycznych. Dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,001$ m zaobserwować można znaczne pogorszenie



Rysunek 4.24: Wyniki eksperymentów dla mfADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,005$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat.

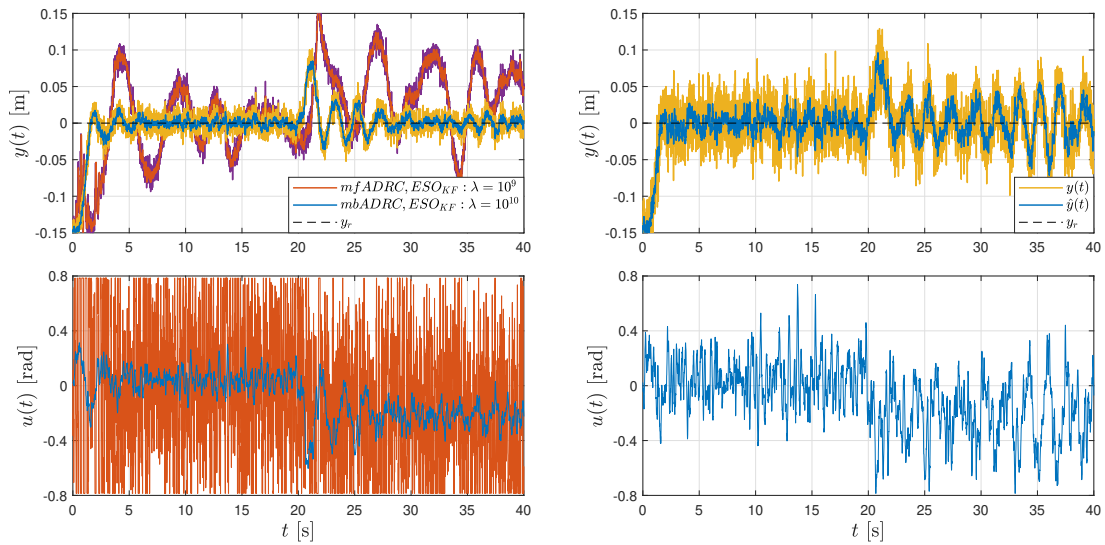


Rysunek 4.25: Wyniki eksperymentów dla mbADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,005$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat.



Rysunek 4.26: Wyniki symulacji dla mbADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,005$ m. Liniami przerywanymi oznaczono ograniczenia sygnału sterującego w układzie fizycznym.

jakości regulacji dla mfADRC nastrojonego z lokowania biegunów (rys. 4.22). Wyższe wartości pulsacji obserwatora powodują wrażliwość układu na szumy pomiarowe. Jako że sygnał sterujący stanowi kombinację estymat zmiennych stanu, w efekcie będzie on również mocno zaszumiony. Niższe wartości nastaw ω_o , natomiast poprawiają zdolność do filtracji szumów, ale spowalniają jego działanie i pogarszają zdolności odtwarzania



Rysunek 4.27: Wyniki eksperymentów dla mfADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,01$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat. Rysunek 4.28: Wyniki eksperymentów dla mbADRC, dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,25$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat.

funkcji zaburzenia, rzutując na jakość regulacji. Dla takiego poziomu zaburzenia w regulacji mbADRC nie obserwowano się znaczących różnic dla rozpatrywanych metod strojenia ESO (rys. 4.23).

Dla wyższych poziomów zaszumienia obserwowane są podobne tendencje jak opisano powyżej. Jednak po przekroczeniu pewnego poziomu zaszumienia, algorytm strojony z lokowania biegunów tracił w badanych warunkach zdolności do zapewnienia stabilnej regulacji. Przykładowo, dla $\sigma = 0,005$ m (rys. 4.24, 4.25), nie było możliwe ustabilizowanie odpowiedzi układu wykorzystującego ESO z lokowaniem biegunów. Korzystając z obserwatora strojonego ze wzmocnień filtra Kalmana cały czas odpowiedź doprowadzana była do zadanej wartości, jednak dla mfADRC z widocznym pogorszeniem jakości regulacji. Dla jeszcze wyższych poziomów zaszumienia (rys. 4.27, 4.28) porównania zostały przeprowadzone już tylko dla ESO_{KF}.

Dla podejścia mbADRC i $\sigma = 0,005$ m przeprowadzono dodatkowo test symulacyjny, ale bez ograniczeń sygnału sterującego – rys. 4.26. Na podstawie wyników symulacyjnych widoczna jest podobna jakość regulacji dla ESO_{PP} i ESO_{KF}, jednak w tym pierwszym przypadku obserwuje się znacznie wyższy wydatek energetyczny sygnału sterującego ($J_{u,PP} = 30,2774 \cdot 10^{-5}$, $J_{u,KF} = 6,1720 \cdot 10^{-5}$). W praktycznych warunkach, ze względu na ograniczenia sygnału sterującego, nie jest możliwe jednak w tym przypadku ustabilizowanie układu (rys. 4.25).

Na podstawie tab. 4.8 można wnioskować o przewadze zastosowania ESO_{KF} w prawie każdym z badanych przypadków. Zbadana została odpowiednio jakość śledzenia wartości zadanej, odpowiedzi na zewnętrzny sygnał zakłócający, a także wydatek energetyczny sygnału sterującego. Zastosowano wskaźnik ISE (4.2) w celu oceny początkowego stanu nieustalonego, aby nie wprowadzać dużych kar za odchyłki od war-

Tabela 4.8: Wartości wskaźników jakości dla przeprowadzonych eksperymentów.

Wskaźnik	mfADRC					mbADRC	
	ESO				ESO _{KF}	ESO	ESO _{KF}
	$\omega_o = 30$	$\omega_o = 25$	$\omega_o = 20$	$\omega_o = 15$			
$\sigma = 0,000$ m							
$10^6 J_{ISE}$	7,099	2,932	5,009	12,135	2,227	1,954	1,863
$10^5 J_{ITAE}$	5,772	4,337	11,648	33,180	1,673	1,129	0,788
$10^5 J_u$	70,986	3,910	4,180	4,338	4,484	4,259	3,845
$\sigma = 0.001$ m							
$10^6 J_{ISE}$	—	32,783	13,643	9,939	3,789	2,060	2,014
$10^5 J_{ITAE}$	—	54,029	18,255	25,481	6,244	2,275	1,978
$10^5 J_u$	—	49,228	19,348	5,877	5,286	5,779	4,110
$\sigma = 0,005$ m							
$10^6 J_{ISE}$	—	—	—	17,478	8,194	43,319	2,316
$10^5 J_{ITAE}$	—	—	—	40,892	22,527	87,320	4,874
$10^5 J_u$	—	—	—	31,060	13,436	25,541	4,353
$\sigma = 0,010$ m							
$10^6 J_{ISE}$	—	—	—	—	14,545	—	3,190
$10^5 J_{ITAE}$	—	—	—	—	38,126	—	9,484
$10^5 J_u$	—	—	—	—	30,671	—	4,695

Tabela 4.9: Wartości wzmocnień obserwatora stanu dla badanych konfiguracji ω_o i λ .

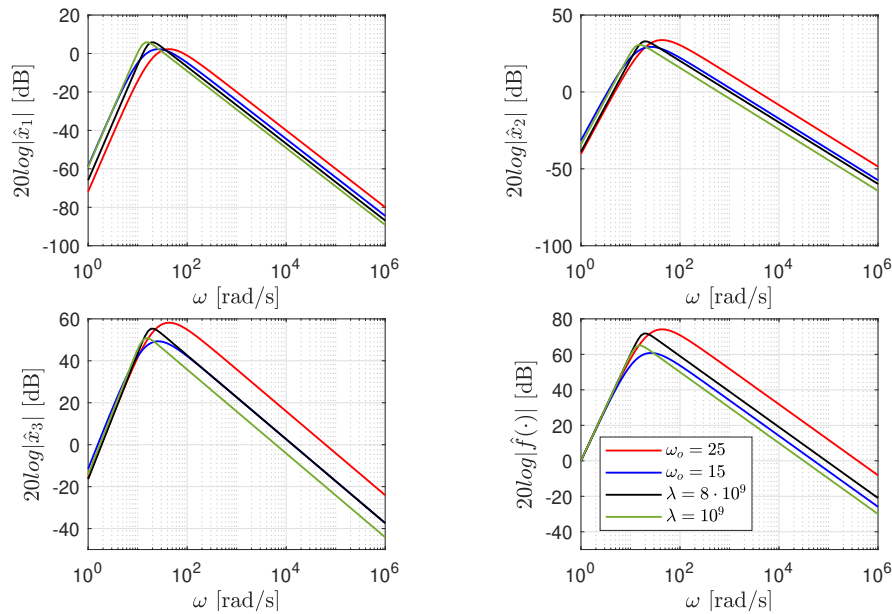
l	mfADRC					mbADRC	
	ESO			ESO _{KF}		ESO	ESO _{KF}
	$\omega_o = 25$	$\omega_o = 20$	$\omega_o = 15$	$\lambda = 8 \cdot 10^9$	$\lambda = 10^9$	$\omega_o = 50$	$\lambda = 5 \cdot 10^{12}$
l_1	100	80	60	45	35	133	63
l_2	3750	2400	1350	1021	607	6111	2016
l_3	62500	3200	13500	13515	6197	92587	32785
l_4	390625	160000	50625	89443	31623	6250000	2236100

tości zadanej spowodowane zakłóceniem stochastycznym. W przypadku eksperymentu bez dodatkowego szumu ($\sigma = 0$) obserwowana była poprawa wskaźnika J_u dla ESO i $\omega_o = 25$. Bez zaszumienia pomiarowego możliwe jest osiągnięcie mniejszego wydatku energetycznego sterowania niż w przypadku wystąpienia szumów pomiarowych przy zachowaniu dobrej jakości regulacji.

W tab. 4.9 przedstawiono wartości wzmocnień obserwatora dla badanych scenariuszy. Główną zauważalną tendencją jest spadek wartości wzmocnień l_i (dla $i = 1, \dots, n$) przekładający się na lepsze możliwości filtracji szumów (ograniczenie ich przeniesienia). Wartości l_{n+1} z kolei dla ostatniego wiersza tabeli wskazują na możliwości estymacji funkcji zaburzenia przez ten algorytm.

Przykład 4.10. Charakterystyki częstotliwościowe dla badanych konfiguracji ESO dla mfADRC.

Zbadano przebiegi charakterystyk logarytmicznych modułu dla zmiennych stanu oraz funkcji zaburzenia dla układu o rzędzie $n = 3$. Jako sygnał wejściowy dla ESO



Rysunek 4.29: Wykresy modułu dla zmiennych stanu algorytmu $n = 3$ w podejściu mfADRC.

przyjęto wyjście pomiarowe obiektu. Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 4.29.

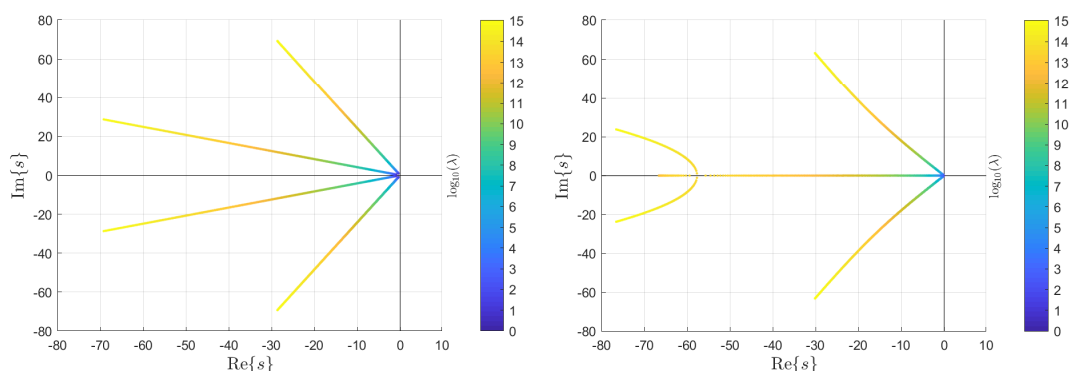
Z porównania charakterystyk częstotliwościowych (rys. 4.29) i wartości wzmocnień ESO (tab. 4.9) odczytać można, iż przy podobnym poziomie modułu dla ESO_{KF} uzyskuje się większy wpływ ostatniej zmiennej stanu rozszerzonego (estymaty funkcji zaburzenia) w sygnale sterującym. Efekt ten widoczny jest na rys. 4.22, gdzie dla $\omega_o = 15$, pomimo lepszej zdolności filtracji szumów w stosunku do $\lambda = 8 \cdot 10^9$, uzyskuje się gorszą jakość regulacji spowodowaną brakiem poprawnej estymacji funkcji całkowitego zaburzenia.

W praktycznej realizacji sterowania układ zamknięty będzie zawierał próbkowanie przed algorytmem estymacji wykorzystującym operacje dynamiczne. W wyniku tego próbkowania mogą powstać pewne ograniczenia szybkości – parametry ω_o i ω_c powinny mieć odpowiednio niskie wartości względem dostępnego okresu próbkowania T_p .

Przykład 4.11. Analiza rozkładu biegunów obserwatora dla strojenia opartego na wzmocnieniach filtra Kalmana.

Zbadano rozkład biegunów ESO_{KF} w zależności od wartości parametru λ dla podejść mfADRC oraz mbADRC. Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 4.30

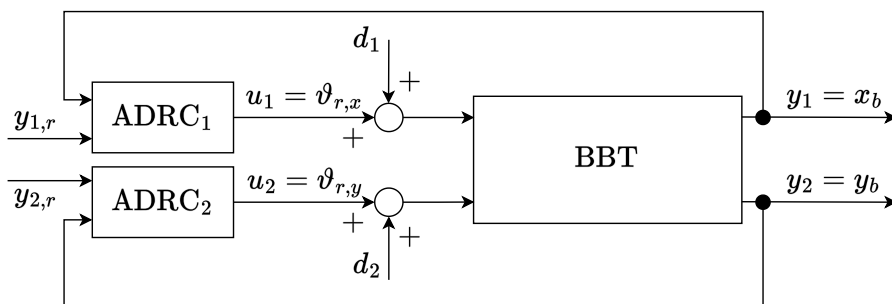
Z przeprowadzonych symulacji wynika rozkład biegunów dla rozpatrywanych podejść. W każdym przypadku bieguny obserwatora nastrojonego ze wzmocnień KF przyjmują wartości zespolone. Dla mfADRC są to dwie pary sprzężone względem siebie, gdzie każda z nich ma stałą wartość współczynnika tłumienia. Dla mbADRC otrzymano jedną parę pierwiastków zespolonych, natomiast dla drugiej pary przy mniejszych wzmocnieniach otrzymuje się pierwiastki rzeczywiste. Po przekroczeniu pewnej wartości λ tworzy się punkt rozgałęzienia, a pierwiastki wchodzą także na części urojone.



Rysunek 4.30: Rozkład biegunów ESO w zależności od wartości parametru λ w wersji mfADRC (rys. lewy) oraz mbADRC (rys. prawy) dla $n = 3$.

Przykład 4.12. Zadanie śledzenia trajektorii w dwóch stopniach swobody w warunkach zakłóceń pomiarowych².

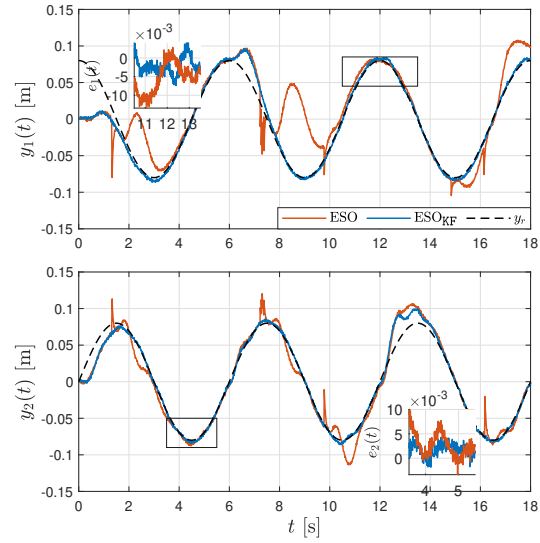
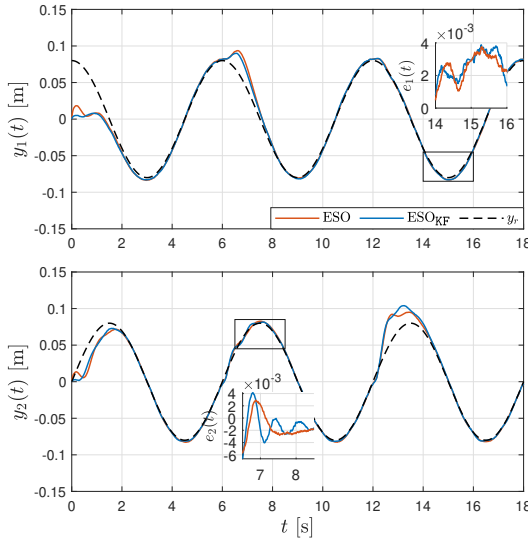
Sterowano dwoma stopniami swobody – ruchem kulki w osiach OX oraz OY . Schemat badanego układu regulacji przedstawiono na rys. 4.31, gdzie $y_1 = x_b$, $y_2 = y_b$, natomiast u_1 i u_2 odpowiadają kątom wychyleń ramion serwomechanizmów w tych osiach. Sprzężenia skrośne stanowią część funkcji całkowitego zaburzenia [89]. Przyjęto zadanie śledzenia trajektorii, gdzie $y_{1,r}(t) = 0,08 \sin(2\pi\frac{1}{6}t)$ m, $y_{2,r}(t) = 0,08 \cos(2\pi\frac{1}{6}t)$ m. Eksperyment obejmował 3 pełne okresy sygnału wymuszającego $t_{final} = 18$ s.



Rysunek 4.31: Budowa sterownika ADRC dla obiektu BBT o dwóch wejściach i wyjściach.

Podano dodatkowe sygnały zaburzające w torach wymuszenia $d_1(t) = 15 \cdot \frac{\pi}{180} \mathbf{1}(t-6)$ rad, $d_2(t) = 15 \cdot \frac{\pi}{180} \mathbf{1}(t-12)$ rad. Do sygnału pomiarowego dodawano szum o rozkładzie Gaussa $d_p \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$. Zbadana została regulacja dla odchyłeń standardowych szumów $\sigma \in \{0; 0,001; 0,005\}$ m.

²Praca wykonana została we współpracy z dyplomantem studiów magisterskich Mikołajem Mrotkiem, opublikowana z jego wiodącym udziałem i zaprezentowana przez niego w ramach konferencji MMAR 2024 [89].



Rysunek 4.32: Wyniki eksperymentów dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0$ m, $\omega_o = 50$, poziomu zaszumienia $\sigma = 0,001$ m, $\omega_o = \lambda = 10^{14}$.

Rysunek 4.33: Wyniki eksperymentów dla poziomu zaszumienia $\sigma = 0,001$ m, $\omega_o = 40$, $\lambda = 10^{11}$.

Wykorzystano podejście uogólnione mbADRC w zadaniu śledzenia trajektorii dla $n = 3$ (2.50). Prawo sterowania dla przyjętych eksperymentów dane było równaniem

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0} \left(y_r^{(3)} + \hat{a}_2 \ddot{y}_r + k_1 (y_r - \hat{x}_1) + k_2 (\dot{y}_r - \hat{x}_2) + k_3 (\ddot{y}_r - \hat{x}_3) - \hat{x}_4 \right), \quad (4.28)$$

gdzie wektor stanu był estymowany przez ESO dany macierzami (2.45), w zależności od stopnia swobody należy podstawić wartości wyjścia y_1 lub y_2 .

Wyniki zostały przedstawione na rys. 4.32–4.35. W okienkach z przybliżeniem pokazano różnice pomiędzy sygnałem zadanym a mierzonym (błąd śledzenia trajektorii). Ze względu na słabą jakość regulacji osiąganą w wersji mfADRC w zadaniu śledzenia trajektorii (oraz występujące uchyby śledzenia, por. przykład 4.3B), podejście to nie było w tym przykładzie rozpatrywane.

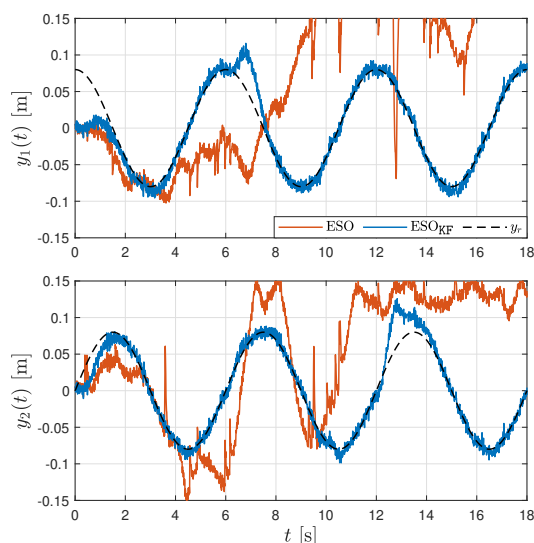
Do oceny jakości śledzenia trajektorii referencyjnej wykorzystano wskaźnik całkowy

$$J_d = \int_0^{t_{\text{final}}} \sqrt{(y_{1,r} - y_1)^2 + (y_{2,r} - y_2)^2} dt. \quad (4.29)$$

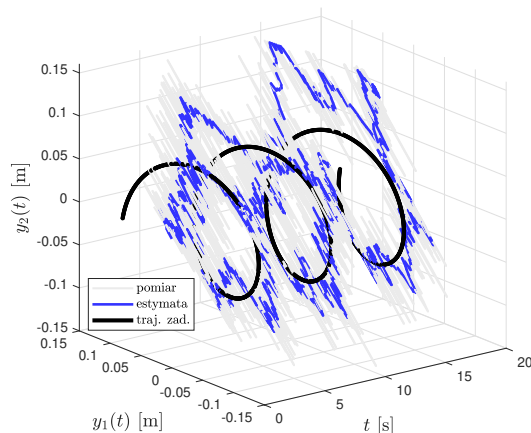
Wartości wskaźnika dla przeprowadzonych eksperymentów zamieszczono w tab. 4.10.

Przyjęto takie same nastawy algorytmu dla obu stopni swobody: $\hat{b}_0 = 2000$, $n = 3$, $\hat{a}_2 = 66,67$, $\omega_c = 2,8$. Nastawy obserwatora – ω_o dla ESO oraz λ dla ESO_{KF} – były zmieniane podczas eksperymentów tak, by uzyskać minimalną wartość wskaźnika jakości (4.10).

Na rys. 4.32 zostały przedstawione wyniki regulacji w układzie deterministycznym. W tym wypadku nie obserwuje się znaczących różnic w działaniu dla porównywanych metod strojenia ESO. Przewagę metody ESO_{KF} widać w eksperymentach, w których do pomiaru dodawane było zakłócenie (rys. 4.33–4.34). W każdym wypadku strojenie



Rysunek 4.34: Wyniki eksperymentów dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,005$ m, $\omega_o = 40$, $\lambda = 5 \cdot 10^{12}$.



Rysunek 4.35: Wyniki eksperymentów dla zaszumienia $\sigma = 0,25$ m, $\lambda = 10^9$ (przebieg pomiaru i estymaty).

Tabela 4.10: Wartości wskaźnika jakości dla przeprowadzonych eksperymentów śledzenia trajektorii.

σ [m]	ESO	ESO _{KF}
	J_d [m]	
$\sigma = 0,000$	0,1829	0,1894
$\sigma = 0,001$	0,4927	0,1928
$\sigma = 0,005$	2,6147	0,2793

oparte na wzmocnieniach KF zapewniło lepszą jakość działania układu i odporność na zewnętrzne zaburzenie. Dla ESO z lokowaniem biegunów widoczne były znaczące odchylenia od zadanej trajektorii, a dla poziomego $\sigma = 0,005$ m nie było możliwe śledzenie trajektorii. Wyjście obiektu wchodziło w ograniczenie – kulka zatrzymała się na krawędzi stołu.

Dla największej badanej wartości zaszumienia, $\sigma = 0,25$ m, nie było możliwe otrzymanie stabilnego działania układu z wykorzystaniem ESO i lokowania biegunów. Na rys. 4.35 zestawiono przebieg trójwymiarowy referencyjnej trajektorii, która na płaszczyźnie XY przyjmowała kształt elipsy.

4.2.4 Podsumowanie

Badania na obiekcie BBT wykazały poprawność działania zaproponowanych modyfikacji algorytmu ADRC. Zbadano szczegółowo wpływ współczynnika skalującego wymuszenie na jakość regulacji układu z algorytmem mfADRC. Zastosowano podejście transmitancyjne do analizy rozkładu zer i biegunów w układzie zamkniętym. Na podstawie wprowadzonych teoretycznych analiz przedstawiono zasady doboru pa-

rametru \hat{b}_0 w sterowaniu bezmodelowym. Przetestowano na obiekcie także algorytm strojenia ESO bazujący na stanie ustalonym filtra Kalmana, wykazując skuteczność tej metody względem lokowania biegunów z jedną wartością wielokrotną. W warunkach zaszumienia sygnału pomiarowego proponowana metoda pozwoliła na uzyskanie lepszych własności tłumienia zakłóceń oraz lepszej jakości regulacji. Zrealizowano zadanie regulacji stałwartościowej, jak i śledzenia trajektorii sinusoidalnej w dwóch stopniach swobody.

4.3 Wahadło reakcyjne

Wahadło reakcyjne RWP (ang. *Reaction Wheel Pendulum*) zostało zaproponowane po raz pierwszy w [118] jako rodzaj wahadła odwróconego z dodatkowym stopniem swobody, gdzie na jednym z ramion zamontowane jest koło zamachowe. Obecnie podobna koncepcja jest wykorzystywana do balansowania pojazdami jednośladowymi [56, 46], aby utrzymać równowagę obiektu bez udziału człowieka lub z minimalnym jego udziałem. Ruch kół reakcyjnych wykorzystywany jest też w satelitach i pojazdach kosmicznych [17, 104] w celu wspomaganie ich ruchu i stabilizacji. Stanowisko laboratoryjne wykorzystane do badań przedstawiono na rys. 4.36, a ideowy schemat rozpatrywanego obiektu regulacji na rys. 4.37.

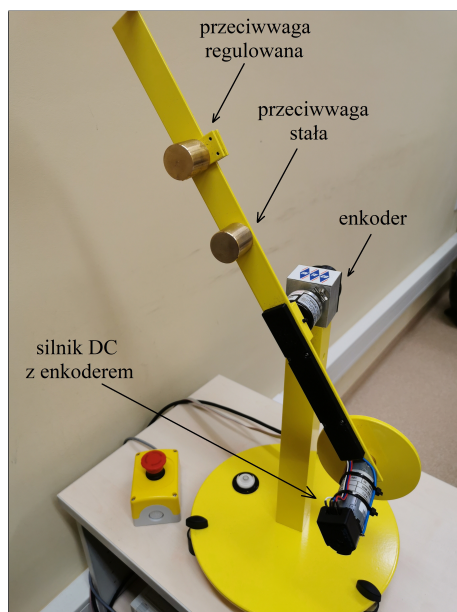
Celem sterowania jest osiągnięcie zadanego kąta wychylenia φ lub śledzenie referencyjnej trajektorii przez ramię wahadła, poprzez generowanie napięcia dla silnika napędzającego koło reakcyjne. Dodatkowym założeniem sterowania może być ograniczenie prędkości koła zamachowego $\omega = \frac{d\theta}{dt}$. Trudność w sterowaniu stanowi silna nieliniowość modelu implikująca konieczność implementacji nieliniowego algorytmu regulacji lub adaptacyjnej zmiany nastaw regulatora zależnie od punktu pracy. Przewodnik po sposobach modelowania, podejściach stosowanych w sterowaniu oraz najważniejszych zastosowaniach obiektu typu RWP można znaleźć w [87].

4.3.1 Model matematyczny

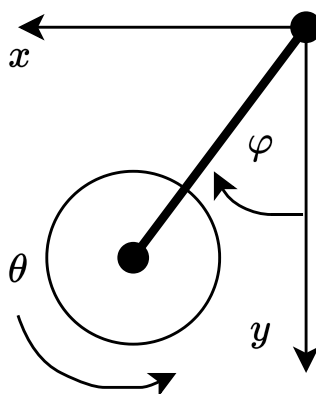
Nieliniowy model obiektu sterowania dany jest równaniami [2, 110]

$$\begin{cases} J_\varphi \ddot{\varphi} &= -m_p g l \sin(\varphi) - \frac{k_t}{R}(u - k_e \omega) + \mu_\theta \omega - \mu_\varphi \dot{\varphi} \\ J_\theta \dot{\omega} &= \frac{k_t}{R}(u - k_e \omega) - \mu_\theta \omega \end{cases}, \quad (4.30)$$

gdzie: φ – kąt wychylenia wahadła, $\omega = \dot{\theta}$ – prędkość kątowna koła zamachowego, u – napięcie wymuszające dla silnika, J_φ – moment bezwładności ramienia wahadła względem osi obrotu, m_p – masa wahadła, g – przyspieszenie grawitacyjne, l – długość ramienia wahadła, k_t – stała momentowa silnika, k_e – stała elektryczna silnika, R – rezystancja obwodu twornika, J_θ – moment bezwładności silnika z kołem reakcyjnym, μ_φ, μ_θ – współczynniki tarcia kinetycznego odpowiednio w osi obrotu wahadła i dla silnika DC. Wartości parametrów obiektu opisane zostały w tab. 4.11. Sygnał sterujący cechuje się ograniczeniem z zakresu $-12 \leq u \leq 12$ V.



Rysunek 4.36: Zestaw laboratoryjny wahadła reakcyjnego.



Rysunek 4.37: Schemat działania układu wahadła reakcyjnego.

Model (4.30) można zapisać w postaci

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = -a_0 \sin(\varphi) - a_1 \dot{\varphi} + c_1 \omega - b_0 u \\ \dot{\omega} = -\frac{J_\varphi}{J_\theta} (c_1 \omega - b_0 u) \end{cases}, \quad (4.31)$$

gdzie $a_0 = \frac{m_p g l}{J_\varphi}$, $a_1 = \frac{\mu_\varphi}{J_\varphi}$, $c_1 = \frac{k_t k_e + \mu_\theta R}{J_\varphi R}$, $b_0 = \frac{k_t}{J_\varphi R}$.

Układ równań (4.31) można przekształcić do postaci jak niżej

$$\begin{cases} \varphi^{(3)} = -a_0 \cos(\varphi) \dot{\varphi} - a_1 \ddot{\varphi} + c_1 \dot{\omega} - b_0 \dot{u} \\ \dot{\omega} = -\frac{J_\varphi}{J_\theta} (c_1 \omega - b_0 u) \\ \omega = \frac{1}{c_1} (\ddot{\varphi} - a_0 \sin(\varphi) - a_1 \dot{\varphi} + c_1 \omega - b_0 u) \end{cases}, \quad (4.32)$$

aby następnie wyznaczyć zależność dynamiczną pomiędzy wejściem a wyjściem, podstawiając do pierwszego równania odpowiednio równania dla $\dot{\omega}$ oraz ω .

Równanie dynamiki wejścia-wyjścia, po połączeniu równań ruchu silnika oraz ramienia wahadła (4.32), przedstawia się następująco

$$\varphi^{(3)} = -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \sin(\varphi) - \left(a_0 \cos(\varphi) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \dot{\varphi} - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \ddot{\varphi} - b_0 \dot{u}. \quad (4.33)$$

Jak można zauważyć, z punktu widzenia wymuszenie-wyjście, obiekt regulacji ma charakter różniczkujący (wymuszeniem jest pochodna sygnału wejściowego). Występuje także silna nieliniowość w postaci funkcji trygonometrycznej, powodująca zmiany własności układu zależnie od osiąganego kąta wychylenia.

Równania opisujące dynamikę systemu (4.31) oraz (4.33) linearyzuje się w punkcie pracy w celu zaprojektowania liniowego prawa sterowania, przez rozwinięcie w szereg Taylora (2.38). Zakłada się położenie w punkcie pracy $\varphi = \varphi_0$ oraz $\dot{\varphi} = 0$, $\omega = 0$, $u = 0$. Otrzymuje się aproksymację odpowiednio dla (4.31)

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = -a_0 (\sin(\varphi_0) + \cos(\varphi_0)(\varphi - \varphi_0)) - a_1 \dot{\varphi} + c_1 \omega - b_0 u \\ \dot{\omega} = -\frac{J_\varphi}{J_\theta} (c_1 \omega - b_0 u) \end{cases}, \quad (4.34)$$

oraz dla (4.33)

$$\begin{aligned} \varphi^{(3)} = & -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} (\sin(\varphi_0) + \cos(\varphi_0)(\varphi - \varphi_0)) - \left(a_0 \cos(\varphi) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \dot{\varphi} + \\ & - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \ddot{\varphi} - b_0 \dot{u}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Założenie 4.1. *W dalszej części pracy zakłada się stabilizację ramienia wahadła w dolnym lub górnym punkcie równowagi (wartości w punkcie pracy $\varphi_0 = 0$ lub $\varphi_0 = \pi$), zatem dla przybliżenia funkcji (4.35) szeregiem Taylora (2.38)*

$$\varphi^{(3)} = h(\underline{z}) \approx h(\underline{z}_0) + \frac{\partial h}{\partial \varphi} \Big|_{\underline{z}_0} (\varphi - \varphi_0) + \frac{\partial h}{\partial \dot{\varphi}} \Big|_{\underline{z}_0} (\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_0) + \frac{\partial h}{\partial \ddot{\varphi}} \Big|_{\underline{z}_0} (\ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}_0) + \frac{\partial h}{\partial u} \Big|_{\underline{z}_0} (u - u_0), \quad (4.36)$$

gdzie wektor zmiennych uogólnionych i jego wartości w punkcie pracy dane są odpowiednio

$$\begin{aligned} \underline{z} &= [\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, u]^T, \\ \underline{z}_0 &= [\varphi_0, \dot{\varphi}_0, \ddot{\varphi}_0, u_0]^T = [\varphi_0, 0, 0, 0]^T. \end{aligned}$$

W rozpatrywanej konfiguracji zawsze będzie spełnione $h(\underline{z}_0) = 0$ i składnik ten z równania będzie w dalszej części pomijany.

Uwaga 4.5. *Pomijając dynamikę silnika DC z kołem zamachowym (dla $J_\varphi \gg J_\theta$) oraz zakładając pomijalnie niewielką wartość współczynnika tarcia, model liniowy (4.34) można uprościć do postaci*

$$\ddot{\varphi} = -a_0 (\sin(\varphi_0) + \cos(\varphi_0)(\varphi - \varphi_0)) - b_0 u, \quad (4.37)$$

reprezentującej klasyczny model oscylatora harmonicznego. Występują tutaj dwa położenia równowagi – dolne dla $\varphi_0 = 0$ (na granicy stabilności), w którym bieguny układu wynoszą $s_{1/2} = \pm j\sqrt{a_0}$. Drugi punkt równowagi (niestabilny) znajduje się w położeniu górnym, dla którego $\varphi_0 = \pi$ oraz bieguny wynoszą $s_{1/2} = \pm\sqrt{a_0}$ [87].

Tabela 4.11: Parametry obiektu RWP deklarowane przez producenta [2, 110].

Symbol	Wartość	Jednostka	Wyjaśnienie
m_p	1,530	kg	masa konstrukcji
l	0,016	m	odległość od środka masy wahadła do osi obrotu
J_φ	0,043	kg · m ²	moment bezwładności wahadła względem osi obrotu
J_θ	$4,43 \cdot 10^{-4}$	kg · m ²	moment bezwładności koła zamachowego z silnikiem napędzającym
k_t	0,035	Nm · A	stała momentowa silnika
k_e	0,035	Vs · rad	stała elektryczna silnika
μ_φ	$2,73 \cdot 10^{-3}$	Nm · s	współczynnik tarcia kinetycznego w osi obrotu wahadła
μ_θ	$3,39 \cdot 10^{-4}$	Nm · s	współczynnik tarcia kinetycznego dla silnika DC
R	2,400	Ω	rezystancja obwodu twornika silnika DC

Wykorzystany do eksperymentów układ laboratoryjny przedstawiono na rys. 4.36. Dostępny jest pomiar kąta obrotu ramienia wahadła oraz kąta obrotu wału silnika DC napędzającego koło reakcyjne. Kąt wychylenia wahadła jest nieograniczony. Ze względu na regulowane położenie przeciwwagi możliwa jest zmiana położenia środka masy l i tym samym momentu bezwładności wahadła J_φ (metody identyfikacji tych parametrów opisano w [2]). Gdy środek masy znajduje się powyżej osi obrotu (po przeciwnej stronie względem koła reakcyjnego), RWP staje się niestabilnym wahadłem odwróconym. Zadanie stabilizacji układu wymaga użycia aktywnego sterowania. Dla środka masy położonego poniżej osi obrotu (po stronie koła reakcyjnego) mamy do czynienia z systemem stabilnym, oscylacyjnym (w zadaniu stabilizacji w górnym położeniu). Jeśli środek masy znajdzie się dokładnie w osi obrotu, układ staje się systemem w pełni zbalansowanym – stabilnym w każdym punkcie. Na potrzeby tej rozprawy przeprowadzono badania dla konfiguracji z niestabilnym działaniem systemu w położeniu górnym.

Mierzony kąt obrotu ramienia normalizowany jest tak, aby odczytywana była pozycja zerowa dla górnego oraz dolnego punktu równowagi:

$$\begin{cases} \varphi_{\text{down}} = \text{atan2}(\sin \varphi, \cos \varphi) \\ \varphi_{\text{up}} = \text{atan2}(\sin(\varphi + \pi), \cos(\varphi + \pi)) \end{cases} \quad (4.38)$$

W ten sposób możliwe jest zadawanie zerowej wartości referencyjnej w obu tych punktach równowagi, co ułatwia projektowanie prawa sterowania (niezależnie od wyboru punktu równowagi $y_r = 0$). Dodatkowo, odczytany z enkodera kąt obrotu ramienia pozostaje cały czas w zakresie $\langle -\pi; \pi \rangle$ niezależnie od liczby wykonanych obrotów.

Uwaga 4.6. Układ programowany jest z poziomu MATLAB/Simulink z pakietem „RPendulum Toolbox” firmy Inteco, którego okres próbkowania w czasie rzeczywistym wynosi $T_p = 0,01$ s.

4.3.2 Transmitancje obiektu regulacji

Ze względu na dynamikę w torze wymuszenia RWP (różniczkujący charakter systemu), nie jest możliwe przyjęcie modelu (3.12) dla analizy transmitancyjnej. Zakłada się model w przestrzeni stanu (3.16) na podstawie równań (4.34)

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}_p \underline{x} + \underline{b}_p b_0 u + \underline{h}_p \\ \underline{y} = \mathbf{C}_p \underline{x} \end{cases}, \quad (4.39)$$

gdzie wektor stanu i wektor wyjść dane są odpowiednio $\underline{x} = [\varphi, \dot{\varphi}, \omega]^T$, $\underline{y} = [\varphi, \omega]^T$, natomiast macierze

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_p &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a_0 \cos(\varphi_0) & -a_1 & c_1 \\ 0 & 0 & -\frac{J_\varphi}{J_\theta} c_1 \end{bmatrix}, \underline{b}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \frac{J_\varphi}{J_\theta} \end{bmatrix}, \\ \underline{h}_p &= \begin{bmatrix} 0 \\ -a_0 (\sin(\varphi_0) - \cos(\varphi_0)\varphi_0) \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Macierz transmitancji obiektu (ze względu na dwa wyjścia pomiarowe) przyjmie postać

$$\underline{G}_p(s) = \mathbf{C}_p (s\mathbf{I}_{n_p} - \mathbf{A}_p)^{-1} \underline{b}_p b_0 = \frac{\mathbf{C}_p \text{adj}(s\mathbf{I}_{n_p} - \mathbf{A}_p) \underline{b}_p b_0}{\det(s\mathbf{I}_{n_p} - \mathbf{A}_p)}, \quad (4.41)$$

$$\underline{G}_p(s) = \begin{bmatrix} G_\varphi(s) \\ G_\omega(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\varphi(s)}{U(s)} \\ \frac{\omega(s)}{U(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-b_0 s}{s^3 + (a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta}) s^2 + (a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta}) s + a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0)} \\ \frac{b_0 \frac{J_\varphi}{J_\theta}}{s + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta}} \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

W dalszych rozważaniach zakłada się znajomość rzeczywistych wartości parametrów, które wynoszą (na podstawie [110])

$$\hat{\underline{\theta}} = \underline{\theta} = [a_0, a_1, c_1, J_\varphi/J_\theta]^T = [5,697; 0,043; 0,008; 97,140]^T, \quad b_0 = 0,3388.$$

Dla uproszczenia zapisu w opisie algorytmu ADRC daszki nad oznaczeniami parametrów $\hat{\underline{\theta}}$ będą pomijane.

4.3.3 Układ regulacji kąta obrotu z podejściem podstawowym i uogólnionym ADRC

W wyniku linearyzacji równania (4.33) w punkcie pracy, w którym $\varphi = \varphi_0$, oraz zakładając obecność funkcji zaburzenia systemu, otrzymuje się równanie ruchu dla

syntezy sterownika GADRC w postaci

$$\varphi^{(3)} = -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \dot{\varphi} - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \ddot{\varphi} - b_0 v + f(\cdot), \quad (4.43)$$

gdzie v jest nowym sygnałem wymuszającym (w tym przypadku fizycznie $v = \frac{du}{dt}$), a funkcja całkowitego zaburzenia reprezentuje błędy modelowania i linearyzacji

$$f(\cdot) = g(\cdot) + d + a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \left(\cos(\varphi_0) \varphi - \sin(\varphi) \right) + a_0 \left(\cos(\varphi_0) - \cos(\varphi) \right) \dot{\varphi} - (b_0 - \hat{b}_0) v. \quad (4.44)$$

Przyjmując fazową konfigurację zmiennych stanu $\underline{x} = [\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, f(\cdot)]^T$, $y = \varphi$, można zapisać postać macierzową modelu (zgodnie ze wzorem z rozdziału 2: (2.42)):

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A} \underline{x} - \underline{b} b_0 v + \underline{h} f \\ y = \underline{c}^T \underline{x} \end{cases}, \quad (4.45)$$

gdzie macierze wynoszą

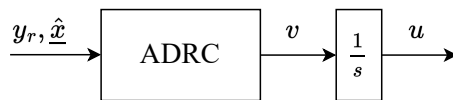
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) & - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) & - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.46)$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \underline{c}^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Do zaprojektowania układu regulacji wykorzystuje się strukturę ESO (2.44) oraz prawo sterowania (2.49) sprowadzające dynamikę (4.43) do postaci

$$\varphi^{(3)} = -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \dot{\varphi} - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \ddot{\varphi} + u_0. \quad (4.47)$$

Warto zaznaczyć, iż w rozpatrywanym przypadku wykonuje się zadanie sterowania za pomocą prędkości sygnału sterującego. Zależność pomiędzy sygnałem wyznaczonym przez regulator a napięciem zasilającym przedstawiono na rys. 4.38.



Rysunek 4.38: Relacja między sygnałem sterującym wyznaczonym przez regulator a napięciem zasilającym układ.

Uwaga 4.7. W przypadku podejścia mfADRC macierz stanu przyjmuje postać (2.13) z założeniem $n = 3$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

4.3.4 Proponowana struktura układu regulacji kąta obrotu z kompensacją różniczkowania sygnału sterującego

W wyniku linearyzacji równania (4.33) w punkcie pracy, w którym $\varphi = \varphi_0$, oraz zakładając obecność funkcji zaburzenia systemu otrzymuje się równanie ruchu dla syntezy sterownika ADRC

$$\varphi^{(3)} = -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \dot{\varphi} - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \ddot{\varphi} - b_0 \dot{u} + f(\cdot), \quad (4.48)$$

gdzie zakłada się obecność różniczkowania sygnału wymuszającego, a funkcja całkowitego zaburzenia reprezentuje błędy modelowania i linearyzacji

$$f(\cdot) = g(\cdot) + d + a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} (\cos(\varphi_0) \varphi - \sin(\varphi)) + a_0 (\cos(\varphi_0) - \cos(\varphi)) \dot{\varphi}. \quad (4.49)$$

Przyjmując konfigurację zmiennych stanu $\underline{x} = [\int_0^t \varphi dt, \varphi, \dot{\varphi}, f(\cdot)]^T$, $y = \varphi$, można zapisać model obiektu regulacji (2.42)

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} - \underline{b}b_0 u + \underline{h}f \\ y = \underline{c}^T \underline{x} \end{cases}, \quad (4.50)$$

gdzie macierze wynoszą:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) & - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) & - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.51)$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \underline{c}^T = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0].$$

Model (4.48) dany zapisem macierzowym (4.50) zakłada różniczkujący charakter toru wymuszenia. Z tego względu jego struktura nie odpowiada klasycznej formie macierzowej dla syntezy ADRC (2.43). Zakłada się w niej bowiem brak dynamiki sygnału sterującego (współczynnik skalujący sygnał u w torze wymuszenia). Ze względu na obecność całki z sygnału położenia kąтового w wektorze stanu o konfiguracji fazowej, para $(\mathbf{A}, \underline{c})$ staje się nieobserwowalna. W celu zaprojektowania układu

regulacji zastosowana zostanie redukcja rzędu algorytmu. Dynamika dana równaniem (4.48), po obustronnym scałkowaniu, sprowadza się do postaci

$$\ddot{\varphi} = - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \varphi - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \dot{\varphi} - \underbrace{b_0 u - a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \int_0^t \varphi dt + f(\cdot)}_{f_r(\cdot)}, \quad (4.52)$$

w której całkę z wartości wyjściowej rozpatruje się jako część nowej funkcji zaburzenia $f_r(\cdot)$ dla dynamiki zredukowanej. W wyniku takiego zabiegu otrzymuje się zredukowany wektor stanu $\underline{x}_r = [\varphi, \dot{\varphi}, f_r(\cdot)]^T$ oraz model

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}_r &= \mathbf{A}_r \underline{x}_r - \underline{b}_r b_0 u + \underline{h}_r \dot{f}_r \\ y &= \underline{c}_r^T \underline{x}_r \end{cases}, \quad (4.53)$$

gdzie

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) & - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{b}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{h}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4.54)$$

$$\underline{c}_r^T = [1 \quad 0 \quad 0].$$

Założenie 4.2. W przypadku regulacji do niezerowej wartości stałej dla zredukowanego rzędu oraz z jawnie pominiętym składnikiem $-a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi$ z modelu (4.48) funkcja całkowitego zaburzenia $f_r(\cdot)$ zawierająca scałkowany sygnał wyjściowy w modelu (4.52) przyjmie charakter liniowo narastający.

Lemat 4.1. Dla konfiguracji opisanej w założeniu 4.2 postać funkcji zaburzenia będzie implikowała odpowiedź zakłóceniovą i jej wartość ustaloną zgodnie z zależnością

$$Y_d(s) = G_d(s)F(s) \Rightarrow y_{d,ust} = \lim_{s \rightarrow 0} s G_d(s)F(s). \quad (4.55)$$

Dokładna postać transmitancji zakłóceniovnej została wyprowadzona w rozdziale 3: (3.14). Na potrzeby niniejszych rozważań, bez utraty ich ogólności, zastosowane zostanie jedynie jej wyrażenie symboliczne $G_d(s)$.

Dowód 4.1. Zakładając całkowanie wartości stałej, funkcja zaburzenia przyjmie postać $F_r(s) = \frac{-1}{s^2} a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi_{ust}$. Biorąc pod uwagę różniczkujący charakter transmitancji zakłóceniovnej $G_d(s) = s \frac{L_d(s)}{M_d(s)}$, otrzyma się niezerową wartość ustaloną w odpowiedzi na zakłócenie

$$y_{d,ust} = -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi_{ust} \frac{L_d(0)}{M_d(0)} = const. \quad (4.56)$$

Ze względu na znajomość a priori współczynnika skalującego całkę można włączyć informację o nim do równania funkcji zaburzenia, co zapewni odciążenie estymaty funkcji zaburzenia f_r i osiągnięcie zerowej wartości ustalonej odpowiedzi (4.56)

$$\dot{f}_r = -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi + \dot{f}. \quad (4.57)$$

Zaproponowana konfiguracja modelu dynamiki oraz funkcji zaburzenia umożliwiają utworzenie klasycznej struktury dla podejścia ADRC

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}_r &= \mathbf{A}_r \underline{x}_r - \underline{b}_r b_0 u + \underline{h}_r \dot{f} \\ y &= \underline{c}_r^T \underline{x}_r \end{cases}, \quad (4.58)$$

gdzie

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta}\right) & -\left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta}\right) & 1 \\ -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{b}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{h}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4.59)$$

$$\underline{c}_r^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Równania rozszerzonego obserwatora stanu dla rozpatrywanej konfiguracji modelu o rzędzie zredukowanym do $n = 2$ mają postać

$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{x}}}_r &= \mathbf{A}_r \hat{\underline{x}}_r - \underline{b}_r \hat{b}_0 u + \underline{l}(y - \underline{c}_r^T \hat{\underline{x}}_r) \\ \hat{y} &= \underline{c}_r^T \hat{\underline{x}}_r \end{cases}. \quad (4.60)$$

W celu zaprojektowania algorytmu regulacji, sprowadza się model (4.52) do postaci

$$\ddot{\varphi} = -\left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta}\right) \varphi - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta}\right) \dot{\varphi} + u_0, \quad (4.61)$$

otrzymując prawo sterowania

$$u_0 = k_1 y_r - \underline{k}^T \hat{\underline{x}}_r. \quad (4.62)$$

Sygnal sterujący, który trafia do obiektu, dany jest równaniem

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0} (u_0 - \hat{x}_{r,3}). \quad (4.63)$$

W przypadku metod sterowania opisanych powyżej zastosowano metodę lokowania biegunów (2.54) biorąc pod uwagę postaci macierzy (4.59).

4.3.5 Proponowana struktura układu regulacji kąta obrotu dla dwóch sygnałów wyjściowych

Ze względu na obecność dwóch sygnałów wyjściowych w obiekcie regulacji, syntezę algorytmu ADRC przeprowadzić można zakładając zarówno zadanie stabilizacji położenia ramienia wahadła, jak i prędkości koła reakcyjnego. Rozważa się wówczas dwa sygnały wyjściowe, przy czym wpływa się na nie za pomocą tego samego sygnału sterującego. Układ regulacji jest więc niedosterowany (ang. *underactuated*). Poniżej zaproponowano równania modelu oraz prawo sterowania zakładające obecność dwóch sygnałów pomiarowych i dwóch funkcji zaburzenia.

Równania (4.30) po linearyzacji w punkcie pracy φ_0 oraz uwzględnieniu funkcji całkowitego zaburzenia przyjmują postać

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = -a_0 \cos(\varphi_0)\varphi - a_1\dot{\varphi} + c_1\omega - b_0u + f_1(\cdot) \\ \dot{\omega} = -\frac{J_\varphi}{J_\theta}(c_1\omega - b_0u) + f_2(\cdot) \end{cases}, \quad (4.64)$$

gdzie funkcje całkowitego zaburzenia f_1 i f_2 zawierają błędy modelowania, błędy linearyzacji odpowiednich równań oraz niemodelowane części dynamiki i sprzężeń skrośnych.

Przyjmując wektor stanu $\underline{x} = [\varphi, \dot{\varphi}, \omega, f_1(\cdot), f_2(\cdot)]^T$ oraz wektor wyjść $\underline{y} = [\varphi, \omega]^T$, model w przestrzeni stanu oraz macierze dla (4.64) oraz $n = 3$, $n_y = 2$, przedstawiają się następująco

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \mathbf{B}\underline{b}b_0u + \mathbf{H}\underline{\dot{f}} \\ \underline{y} = \mathbf{C}\hat{\underline{x}} \end{cases}, \quad (4.65)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a_0 \cos(\varphi_0) & -a_1 & c_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{J_\varphi}{J_\theta}c_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_\varphi}{J_\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.66)$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1^T \\ c_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{\dot{f}} = \begin{bmatrix} \dot{f}_1 \\ \dot{f}_2 \end{bmatrix}.$$

Rozszerzony obserwator stanu ESO (3.17) dla badanego układu dany jest równaniami

$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \mathbf{B}\underline{b}\hat{b}_0u + \mathbf{L}(y - \mathbf{C}\hat{\underline{x}}) \\ \hat{y} = \mathbf{C}\hat{\underline{x}} \end{cases}, \quad (4.67)$$

gdzie macierz wzmocnień obserwatora składa się z dwóch wektorów odpowiadających za błąd estymacji odpowiednio położenia kąтового ramienia wahadła i prędkości kątowej koła reakcyjnego

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \\ l_{31} & l_{32} \\ l_{41} & l_{42} \\ l_{51} & l_{52} \end{bmatrix}. \quad (4.68)$$

W celu zaprojektowania algorytmu regulacji należy wprowadzić nowe sygnały sterujące zapewniające odsprężenie liniowej części dynamiki wewnętrznej. Układ równań (4.64) przekształca się do postaci

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = -a_0 \cos(\varphi_0)\varphi - a_1\dot{\varphi} + c_1\omega + u_{0,1} \\ \dot{\omega} = -\frac{J_\varphi}{J_\theta}c_1\omega + u_{0,2} \end{cases}. \quad (4.69)$$

Uwaga 4.8. Przy założeniu obecności dwóch niezależnych sygnałów sterujących (dwa DoF – ruch wahadła oraz silnika DC) $\underline{u} = [u_1, u_2]^T$, można zaprojektować dwa układy regulacji, osobno dla każdego stopnia swobody. Układ równań (4.65) można przepisać do postaci

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \beta\underline{u} + \mathbf{H}\dot{\underline{f}} \\ \underline{y} = \mathbf{C}\underline{x} \end{cases}, \quad (4.70)$$

gdzie otrzymana macierz wymuszeń zawiera dwa niezależne współczynniki skalujące dla dynamiki ramienia wahadła oraz silnika napędzającego

$$\beta = \begin{bmatrix} \underline{b}_{0,1}^T \beta_1 \\ \underline{b}_{0,2}^T \beta_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & -b_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_\varphi}{J_\theta} b_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Stąd, zakładając niezależne sterowanie stopniami swobody, można zapisać układ równań realizujących prawa sterowania dla zewnętrznych pętli odpowiadających równaniom (4.69)

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\beta_1}(u_{0,1} - \hat{f}_1) \\ u_2 = \frac{1}{\beta_2}(u_{0,2} - \hat{f}_2) \end{cases}. \quad (4.71)$$

Dysponując jednym sygnałem sterującym w układzie regulacji, buduje się sprzężenie od stanu i pętlę odsprzęgania jak w (4.71), aby jednocześnie oddziaływać na oba rozpatrywane sygnały pomiarowe. Prawo sterowania dla wewnętrznej pętli odsprzęgania oblicza się na podstawie sprzężenia od stanu, biorąc pod uwagę współczynniki z macierzy \mathbf{B} dla poszczególnych równań dynamiki z układu (4.64). Prawo sterowania w wewnętrznej pętli przedstawia się następująco

$$u_0 = - \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_\theta}{J_\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} = - \underbrace{\left(- \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \right)}_{u_{0,1}} + \frac{J_\theta}{J_\varphi} \underbrace{(-k_3 \hat{x}_3)}_{u_{0,2}}. \quad (4.72)$$

W rozpatrywanym wypadku sygnał sterujący, który trafia do obiektu, oblicza się z zależności poniżej, uwzględniając dwie estymowane funkcje zaburzenia systemu dla dwóch sygnałów pomiarowych

$$u = \frac{1}{\hat{b}_0} \left(u_0 - \begin{bmatrix} -1 & \frac{J_\theta}{J_\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{f}_1(\cdot) \\ \hat{f}_2(\cdot) \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{\hat{b}_0} \left(u_0 + \hat{x}_4 - \frac{J_\theta}{J_\varphi} \hat{x}_5 \right). \quad (4.73)$$

Uwaga 4.9. W przypadku układu niedosterowanego nie jest możliwe osiągnięcie pełnej zbieżności do postaci (4.69), ponieważ oba sygnały sterujące w (4.72) kształtują to samo wymuszenie dla obiektu (4.64). Wynikowo powstają uchyby resztowe od wzajemnych stopni swobody, zakładając $\hat{x}_4 \approx f_1(\cdot)$ oraz $\hat{x}_5 \approx f_2(\cdot)$:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = -a_0 \cos(\varphi_0)\varphi - a_1\dot{\varphi} + c_1\omega + u_{0,1} - \underbrace{\frac{J_\theta}{J_\varphi}(u_{0,2} - f_2(\cdot))}_{\text{uchyby resztowe}} \\ \dot{\omega} = -\frac{J_\varphi}{J_\theta}c_1\omega + u_{0,2} - \underbrace{\frac{J_\varphi}{J_\theta}(u_{0,1} - f_1(\cdot))}_{\text{uchyby resztowe}} \end{cases}. \quad (4.74)$$

Uwaga 4.10. W przypadku sterowania dwoma sygnałami wyjściowymi dąży się do utrzymania pionowej pozycji wahadła (w górze lub w dole), ograniczając jednocześnie prędkość koła zamachowego. W związku z tym faktem, składnik $u_{0,2}$ (4.74) ma za zadanie kompensować niezerową wartość prędkości koła, która jest generalnie szybkozmienna. Z kolei zbieżność kąta φ , stanowiącego wolnozmienną dynamikę, możliwa będzie w takiej konfiguracji tylko w punktach równowagi ze względu na różniczkujący charakter układu zamkniętego.

Założenie 4.3. Zapisując zależność wymuszenie-wyjście dla układu równań (4.74), otrzyma się różniczkujący charakter układu względem sygnałów sterujących z pętli odsprzęgania

$$\begin{aligned} \varphi^{(3)} = & -a_0 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \cos(\varphi_0) \varphi - \left(a_0 \cos(\varphi_0) + a_1 c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \dot{\varphi} - \left(a_1 + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \right) \ddot{\varphi} + \\ & + \dot{u}_{0,1} - \frac{J_\theta}{J_\varphi} \dot{u}_{0,2} + c_1 \frac{J_\varphi}{J_\theta} \left(f_1(\cdot) - \frac{J_\theta}{J_\varphi} f_2(\cdot) \right) - \frac{J_\theta}{J_\varphi} \dot{f}_2(\cdot). \end{aligned} \quad (4.75)$$

Zakłada się spełnienie przez uchyby resztowe (4.74) warunku Lipschitza dla stabilnego działania układu (4.75).

Zadanie globalnej stabilizacji wahadła odwróconego na wózku (stanowiące analogiczny problem do postawionego w obecnej pracy) zostało przeanalizowane w [119] z wykorzystaniem analizy Lapunowa.

Dobór nastaw algorytmu dla struktury sterowania o dwóch wyjściach

Dla rzeczywistego obiektu typu RWP o dwóch wyjściach praktyczną trudność sprawiłby dobór wzmocnień regulatora metodą lokowanie biegunów, szczególnie zadając jeden wielokrotny biegun dla całego układu zamkniętego [123]. Wybór odpowiedniego rozkładu biegunów (o różnych wartościach, czy też zespolonych) jest generalnie zadaniem trudnym i mało intuicyjnym. W związku z tym, do doboru nastaw sprzężenia od stanu (4.72) wykorzystano zatem sterowanie liniowo-kwadratowe LQR minimalizujące wskaźnik jakości

$$J = \int_0^\infty \left(\underline{x}_n^T \mathbf{Q} \underline{x}_n + q_u u^2 \right) dt, \quad (4.76)$$

gdzie $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ to diagonalna macierz wag dla poszczególnych elementów wektora stanu, natomiast $q_u \in \mathbb{R}_+$ stanowi wagę sygnału sterującego. Dalsze rozważania przeprowadzono dla przyjętego rzędu systemu RWP, tj. $n = 3$.

Wektor wzmocnień sprzężenia $\underline{k}^T = [k_1, k_2, k_3]$ oblicza się za pomocą wzoru

$$\underline{k}^T = \frac{1}{q_u} \underline{b}^T \mathbf{P}, \quad (4.77)$$

a macierz kowariancji \mathbf{P} wyznacza się, rozwiązując algebraiczne równanie Riccatiego

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \frac{1}{q_u} \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (4.78)$$

Macierz wag dla zmiennych stanu w prawie sterowania przyjmuje postać

$$\mathbf{Q} = \text{diag}\{q_\varphi, q_\dot{\varphi}, q_\omega\}. \quad (4.79)$$

4.3.6 Analiza transmitancyjna rozpatrywanych podejść

W podejściach proponowanych w podrozdziałach 4.3.3 oraz 4.3.4 model obiektu regulacji sprowadza się do konfiguracji fazowej i analizę układu regulacji można przeprowadzić jak dla modelu typu SISO. Dla podejść mfADRC i mbADRC bez redukcji rzędu 4.3.3 otrzymuje się model układu zamkniętego

$$G(s) = \frac{(s + \omega_o)^{n+1}}{M_1(s)}, \quad (4.80)$$

w którym wielomian charakterystyczny $M_1(s)$ ma rozkład biegunów zależny od postaci funkcji zaburzenia.

Stosując redukcję rzędu proponowaną w 4.3.4 otrzymuje się inercyjny charakter układu zamkniętego, zakładając $\hat{\theta} = \theta$

$$G(s) = \frac{\omega_c^n (s + \omega_o)^{n+1}}{(s + \omega_c)^n (s + \omega_o)^{n+1}}. \quad (4.81)$$

Dla propozycji z 4.3.5 z powodu uchybów resztowych (4.74) transmitancja układu zamkniętego będzie miała charakter różniczkujący (jak pokazano poniżej). Możliwa jest zatem stabilizacja tylko w punktach równowagi, jednak dodatkowo zapewnia się ograniczenie drugiego sygnału pomiarowego.

Sygnał sterujący, jak pokazano na rys. 3.1, oraz biorąc pod uwagę obecność dwóch sygnałów pomiarowych $\underline{Y}(s) = [\varphi(s), \omega(s)]^T$, można przedstawić jako

$$U(s) = G_{\text{PF}}(s) Y_r(s) + \underline{G}_{\text{FB}}(s) \underline{Y}(s). \quad (4.82)$$

Zapis transmitancyjny filtru wstępnego oraz transmitancji sprzężenia zwrotnego, zgodnie z opisem (3.7) dla obiektu RWP wygląda następująco

$$G_{\text{PF}}(s) = \frac{-(k_1 + a_0) \left(\det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{\text{cl}}) - \underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{\text{cl}}) \underline{b} \right)}{\hat{b}_0 \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{\text{cl}})}, \quad (4.83)$$

$$\underline{G}_{\text{FB}}(s) = \left[\frac{U(s)}{\varphi(s)}, \frac{U(s)}{\omega(s)} \right]^T = \frac{\underline{k}_*^T \text{adj}(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{\text{cl}}) \mathbf{L}}{\hat{b}_0 \det(s\mathbf{I}_{n+1} - \mathbf{A}_{\text{cl}})}. \quad (4.84)$$

Równania stanu dla układu zamkniętego można wyznaczyć z zależności

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}_p \underline{x} - \frac{b_0}{\hat{b}_0} \underline{b}_p \underline{k}_*^T \hat{\underline{x}} - (k_1 + a_0 \cos(\varphi_0)) \frac{b_0}{\hat{b}_0} \underline{b}_p y_r \\ \dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{L} \mathbf{C} \underline{x} + (\mathbf{A} - \mathbf{L} \mathbf{C} - \mathbf{B} \underline{b} \underline{k}_*^T) \hat{\underline{x}} - (k_1 + a_0 \cos(\varphi_0)) \mathbf{B} \underline{b} y_r \\ \underline{y} = \mathbf{C}_p \underline{x} \end{cases}, \quad (4.85)$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & -\frac{b_0}{b_0} b_p k_*^T \\ \mathbf{LC} & \mathbf{A} - \mathbf{LC} - \mathbf{B} b k_*^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{cl}} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} - \underbrace{(k_1 + a_0 \cos(\varphi_0))}_{g_{cl}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{b_0}{b_0} b_p \\ \mathbf{B} \underline{b} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B} \underline{b}} y_r \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{cl}} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.86)$$

Zestaw transmitancji układu zamkniętego, zgodnie z (3.21), można wyznaczyć z zależności

$$\underline{G}(s) = \begin{bmatrix} \varphi(s) & \omega(s) \\ Y_r(s) & Y_r(s) \end{bmatrix}^T = \mathbf{F}_{cl}(s\mathbf{I} - \mathbf{H}_{cl})^{-1} \underline{g}_{cl}. \quad (4.87)$$

W badanym przypadku transmitancje (4.87) przyjmują postacie

$$\frac{\varphi(s)}{Y_r(s)} = \frac{sL_\varphi(s)}{M_{cl}(s)}, \quad (4.88)$$

$$\frac{\omega(s)}{Y_r(s)} = \frac{L_\omega(s)}{M_{cl}(s)}, \quad (4.89)$$

gdzie wszystkie pierwiastki s_i wielomianu $M_{cl}(s)$, w stabilnym zakresie pracy układu, spełniają warunek $\text{Re}\{s_i\} < 0$ dla $i = \{0, \dots, 2n+1\}$.

Transmitancje układu dla zastosowanych podejść

Poniżej przedstawiono szczególne przypadki transmitancji układu zamkniętego $G(s) = \frac{\varphi(s)}{Y_r(s)}$ oraz zakłóceń $G_d(s) = \frac{\omega(s)}{D(s)}$ uzyskane w wyniku rozpatrywanych podejść. W odniesieniu do otrzymanych struktur transmitancji można będzie ocenić wyniki eksperymentalne.

- podejście mfADRC dla $\hat{b}_0 = 8$, $\omega_c = 4$, $\omega_o = 30$:

$$G(s) = \frac{2,7101(s+30)^4}{(s+89,08)(s+2,334)(s^2+0,412s+2,287)(s^2+40,98s+2978)}, \quad (4.90)$$

$$G_d(s) = \frac{-0,33876s(s+70,08)(s^2+61,92s+2549)}{(s+89,08)(s+2,334)(s^2+0,412s+2,287)(s^2+40,98s+2978)}; \quad (4.91)$$

- podejście mbADRC dla $\hat{b}_0 = 3,2$, $\omega_c = 4$, $\omega_o = 30$:

$$G(s) = \frac{6,7752(s+30)^4}{(s+103)(s+2,522)(s^2+1,998s+4,817)(s^2+24,49s+3780)}, \quad (4.92)$$

$$G_d(s) = \frac{-0,33876s(s+69,54)(s^2+61,65s+2500)}{(s+103)(s+2,522)(s^2+1,998s+4,817)(s^2+24,49s+3780)}; \quad (4.93)$$

- podejście redukcją rzędu dla $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\omega_c = 3$, $\omega_o = 15$:

$$G(s) = \frac{9(s+15)^3}{(s+15)^3(s+3)^2}, \quad (4.94)$$

$$G_d(s) = \frac{-0,33876s(s^2 + 50,19s + 907,7)}{(s+15)^3(s+3)^2}; \quad (4.95)$$

- podejście LQR o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\mathbf{Q} = \text{diag}\{100000, 8000, 200\}$, $q_u = 15$, $\omega_o = 30$ (sterowanie dwoma wyjściami):

$$G(s) = \frac{82,331s(s+30)^3(s+0,7656)}{(s+30)^3(s+23,76)(s+3,362)(s+0,7656)(s+0,09214)}, \quad (4.96)$$

$$G_d(s) = \frac{-0,33876s(s^2 + 0,5233s + 6,749)(s^2 + 116,5s + 5138)}{(s+30)^3(s+23,76)(s+3,362)(s+0,7656)(s+0,09214)}; \quad (4.97)$$

- podejście LQR o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\mathbf{Q} = \text{diag}\{100000, 8000, 40000\}$, $q_u = 15$, $\omega_o = 30$ (sterowanie dwoma wyjściami):

$$G(s) = \frac{93,223s(s+30)^3(s+0,7656)}{(s+56,76)(s+30)^3(s+0,7656)(s^2 + 1,601s + 4,109)}, \quad (4.98)$$

$$G_d(s) = \frac{-0,33876s(s^2 + 14,45s + 186,3)(s^2 + 133,7s + 5896)}{(s+56,76)(s+30)^3(s+0,7656)(s^2 + 1,601s + 4,109)}. \quad (4.99)$$

4.3.7 Wyniki ekperymentalne

Przeprowadzone zostały eksperymenty typu *swing-up-down* ze stabilizacją położenia wahadła zamiennie w pozycji górnej dla $y_r = \pi$ oraz dolnej $y_r = 0$, z przełączeniem co 20 s

$$y_r(t) = \frac{\pi}{2} \text{Sign} \left(\sin \left(2\pi \frac{1}{40} t \right) \right) + \frac{\pi}{2} \text{ [rad]}.$$

Ze względu na normalizację pomiaru do wartości zerowej na górze oraz na dole (4.38), prawo sterowania można za każdym razem rozpatrywać w kontekście regulacji do zera, zmieniając programowo pozycję kąta zerowego. Takie przełączanie pomiędzy punktami pracy wymaga programowego przeliczania wartości współczynników oraz adaptacyjnej zmiany wartości parametrów w macierzach. Tym samym zmieniają się wartości wzmocnień ESO i sprzężenia od stanu w zależności od zadanej pozycji (górze-dół).

Wyniki eksperymentalne dla wymienionych podejść ADRC przedstawiono na rys. 4.39–4.42. Każdy zestaw wykresów przedstawia przebiegi położenia wahadła (znormalizowanego dla pozycji górnej i dolnej), prędkości kątowej koła reakcyjnego, oraz sygnału sterującego. Nastawy algorytmu regulacji każdorazowo dobrane zostały tak, by zapewnić stabilne działanie układu zamkniętego. W przypadku niewielkiej nawet manipulacji współczynnikami zaobserwować można było destabilizację układu, bez zauważalnego wpływu na jego odpowiedzi w obszarze działania stabilnego.

Uwaga 4.11. Dla regulacji do górnego punktu równowagi sprzętowo zaimplementowany został algorytm energetyczny [5, 131], mający na celu uniesienie wahadła do obszaru, w którym $|y(t) - y_r| < 0.3$ rad [2]. W przypadku spełnienia tego warunku następuje przełączenie algorytmu regulacji i zaczyna działać ADRC. Sterowanie energetyczne nie stanowi jednak przedmiotu rozważań w niniejszej pracy.

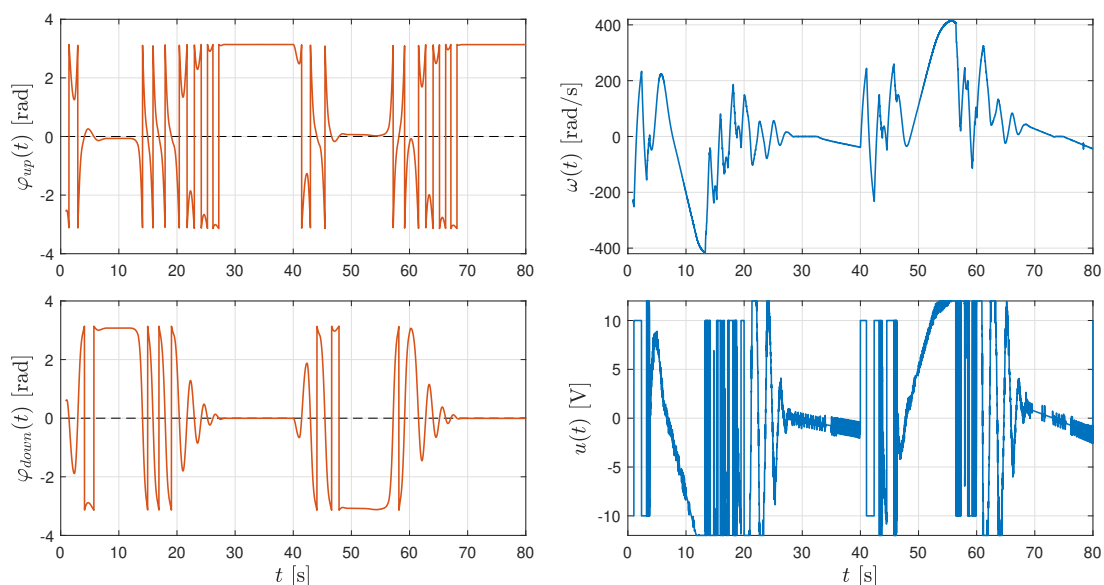
Podejścia podstawowe mf- i mbADRC

W przypadku podejścia bezmodelowego mfADRC (rys. 4.39) widoczne jest prze-regulowanie w obu pozycjach oraz oscylacyjny charakter odpowiedzi w dolnym położeniu. Dodatkowo, ze względu na kumulowanie się całej dynamiki modelu w funkcji całkowitego zaburzenia w przypadku położenia górnego, występuje uchyb ustalony. Koło zamachowe zaczyna się coraz szybciej obracać, aby zaburzenia modelu skompensować, w wyniku czego następuje destabilizacja systemu (widoczna na koniec każdego pierwszego półokresu sygnału referencyjnego). W wychyleniu na dole następuje ustalenie kąta na wartości zadanej, jednak brak uwzględnienia parametrów modelu w macierzy stanu powoduje występowanie modów oscylacyjnych w układzie zamkniętym (4.90). Ze względu na różnice dynamiki w punktach pracy, dla osiągnięcia takiej samej jakości regulacji należałoby przestrajac także wzmocnienia ESO i sprzężenia.

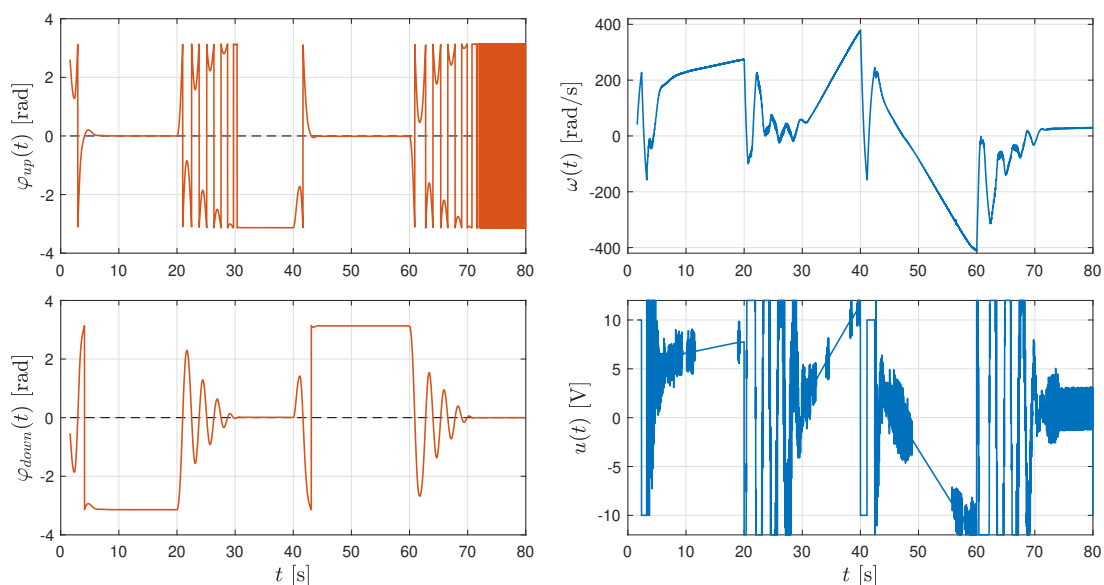
Rys. 4.40 przedstawia klasyczne podejście do sterowania uogólnionego mbADRC. Włączenie parametrów wielomianu charakterystycznego do macierzy procesu spowodowało zniwelowanie przeregulowania i uchybu ustalonego w pozycji φ_{up} , jednak cały czas następuje rozpędzanie się koła zamachowego, co destabilizuje regulację. Występowanie oscylacji w położeniu φ_{down} spowodowane jest także obecnością biegunów oscylacyjnych w układzie zamkniętym (4.92). Widoczne jest „odbijanie się” sygnału sterującego od ograniczeń w momencie stabilizacji położenia u dołu, powodujące z kolei gwałtowny wzrost pochodnej wymuszenia. To z kolei powodowało wzrost wartości funkcji zaburzenia, oddziałujący na sygnał u przez prawo sterowania.

Podejście z redukcją rzędu algorytmu

Dla regulacji z redukcją rzędu algorytmu 4.41 obserwuje się redukcję obciążenia funkcji zaburzenia skutkującą brakiem oscylacyjnego charakteru odpowiedzi, przez założenie różniczkującego charakteru obiektu w procesie syntezy układu regulacji. Stabilizacja w obu punktach pracy przebiega bez oscylacji i widocznych przeregulowań. Zachowanie charakteru różniczkującego w modelu macierzowym pozwoliło także na przyjęcie nominalnej wartości współczynnika skalującego wymuszenie, jaka wynika z równania ruchu obiektu (bez stosowania jego niedoszacowania, jak w dwóch poprzednich wariantach ADRC). Ze względu na brak uwzględnienia w procesie sterowania prędkości koła zamachowego, w przypadku pozycji górnej ponownie można zaobserwować destabilizację. W teorii przy osiągnięciu punktu równowagi oraz braku działania dodatkowych sił na układ sygnał sterujący powinien przyjąć wartość zerową. Ze względu na możliwe niewielkie błędy kalibracyjne (jak na przykład punkt resetu enkodera) w funkcji zaburzenia z (4.52) kumulowały się błędy o charakterze

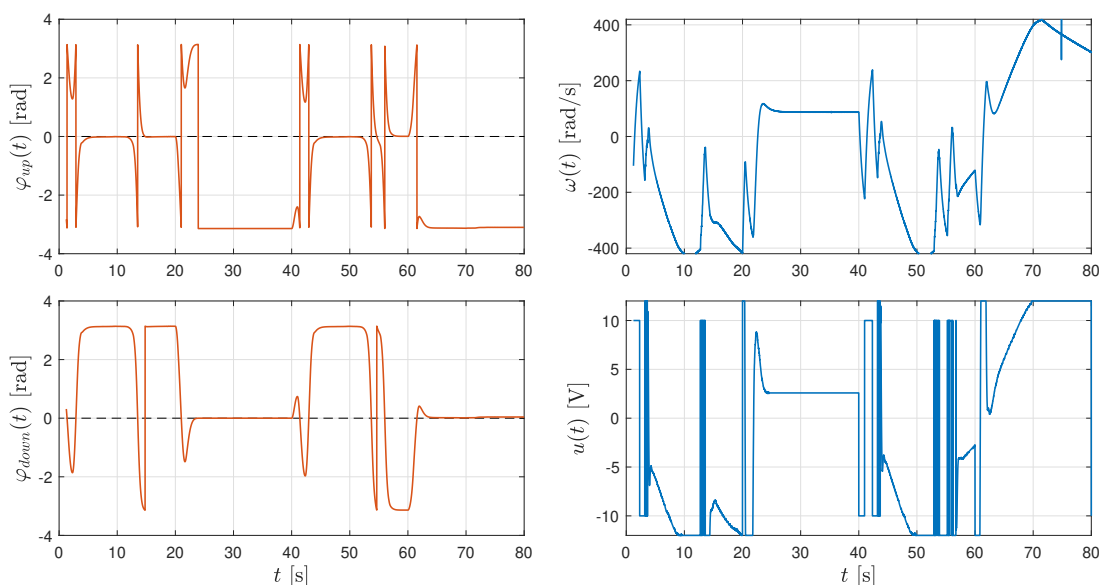


Rysunek 4.39: Wynik działania układu regulacji dla mfADRC o parametrach $\hat{b}_0 = 8$, $\omega_c = 4$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.



Rysunek 4.40: Wynik działania układu regulacji dla mbADRC o parametrach $\hat{b}_0 = 3,2$, $\omega_c = 4$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.

całkującym. Dla braku błędów modelowania dynamika układu zamkniętego opisana jest przez parametry projektowe ω_o oraz ω_c (4.94).

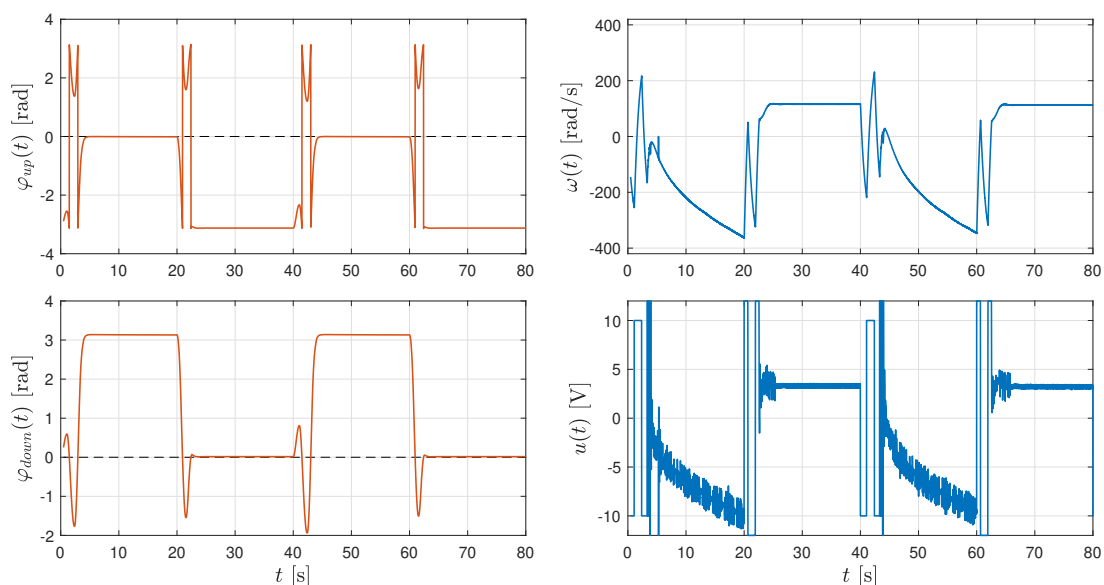


Rysunek 4.41: Wynik działania układu regulacji dla zredukowanego rzędu mbADRC o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\omega_c = 3$, $\omega_o = 15$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.

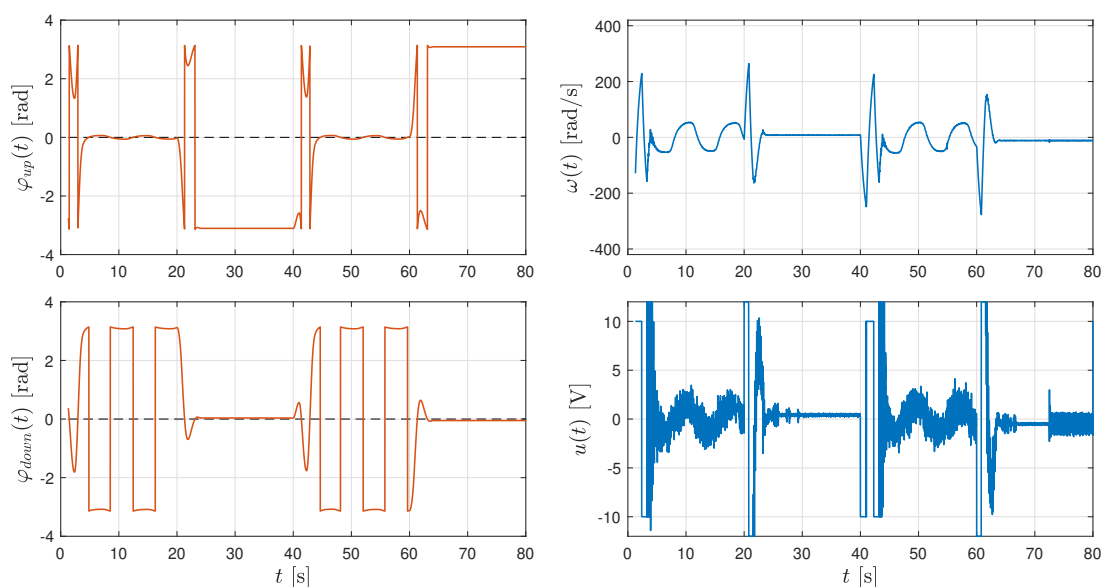
Sterowanie dwoma sygnałami wyjściowymi

Wyniki dla zaproponowanego podejścia sterowania dwoma wyjściami pomiarowymi, z przyjętym nominalnym zestawem nastaw, dane są na rys. 4.42, 4.43. Ze względu na występowanie w wektorze stanu wielkości pochodzących od obu sygnałów wyjściowych, do doboru nastaw sprzężenia od stanu wybrano metodę LQR pozwalającą określić wagi dla poszczególnych zmiennych we wskaźniku jakości (4.76), ograniczając wagę dla prędkości koła zamachowego. W przypadku nastaw nominalnych (rys. 4.42) obserwuje się stabilne działanie układu w obu rozpatrywanych punktach pracy. Dzięki zadaniu stabilizacji prędkości koła zamachowego (uwzględnieniu tej wielkości w wektorze stanu) nie następuje wytrącenie z położenia równowagi w wyniku jego rozpędzania. Prędkość ω zostaje bowiem ograniczona. Wahadło pozostaje dokładnie w zadanej pozycji. Waga q_ω w funkcji celu zapewnia kompromis pomiędzy stabilizacją tej zmiennej stanu a stabilizacją wahadła. Występujące przeregulowania w niektórych zmianach zadanej wartości mogły być spowodowane brakiem całkowitej kompensacji zakłóceń oddziałujących wzajemnie przez dwa sygnały wyjściowe (wychylenie ramienia i prędkość koła) w układzie niedosterowanym. W wypadku badanego układu RWP uwzględnienie dwóch wielkości pomiarowych pozwoliło na uzyskanie najlepszych efektów regulacji.

Przyjęty w ostatnim eksperymencie rozkład elementów w macierzy wag dla wskaźnika jakości (zwiększenie wagi trzeciej zmiennej stanu) pozwala na osiągnięcie pewnego kompromisu pomiędzy stabilizacją położenia wahadła a wyzerowaniem prędkości koła reakcyjnego. W wyniku sterowania należy ustabilizować wahadło na zadanej pozycji oraz zapewnić odpowiedni stopień ograniczenia prędkości koła



Rysunek 4.42: Wynik działania układu regulacji dla sterowania LQR (2 wyjścia) o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\mathbf{Q} = \text{diag}\{100000, 8000, 200\}$, $q_u = 15$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.



Rysunek 4.43: Wynik działania układu regulacji dla sterowania LQR 2DoF o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\mathbf{Q} = \text{diag}\{100000, 8000, 40000\}$, $q_u = 15$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.

reakcyjnego. W tym celu ostatni element macierzy wag dla zmiennych stanu musi być odpowiednio niski w stosunku do pozostałych. Przyjęto nastawy nominalne

$\mathbf{Q} = \text{diag}\{100000, 8000, 200\}$, $q_u = 15$. W przypadku obserwatora stanu zastosowano metodę lokowania biegunów, przyjmując wartość zadaną $\omega_o = 30$.

Wartość współczynnika skalującego wymuszenie wyznaczona na podstawie fizycznych parametrów modelu [2] wynosi $b_0 = 0,3388$. Zwiększając wagę wskaźnika jakości dla tej ostatniej zmiennej, otrzyma się niegasnące oscylacje w górnym położeniu (bardziej rygorystyczne sterowanie prędkością koła). Spowodowane są one ustawicznym wyhamowywaniem koła, a następnie napędzaniem go w przeciwnym kierunku, by osiągnąć pożądaną kąt wychylenia ramienia RWP, zerując przy tym wartości wszystkich zmiennych stanu – rys. 4.43. W tym wypadku także osiągnięta została wartość oczekiwana sygnału sterującego bliska zerowej. Sterowanie za pomocą dwóch wyjść okupione jest jednak charakterem różniczkującym w układzie zamkniętym, jak można zaobserwować w modelach (4.96), (4.98).

Osiągnięto stabilną pracę układu regulacji dla obiektu niedosterowanego RWP we wszystkich badanych konfiguracjach. Dla klasycznych podejść mfADRC i mbADRC widoczny był negatywny wpływ na regulację błędów wynikających z różniczkującego charakteru obiektu, który nie jest uwzględniony w podstawowych konfiguracjach ADRC. Zaproponowane podejście z redukcją rzędu i uwzględnieniem całki w estymacji funkcji zaburzenia pozwoliło sprowadzić układ zamknięty do postaci założonej $G(s) = \frac{\omega_c^3}{(s+\omega_c)^3}$, jednak przy zbyt dużych prędkościach kątowych koła ω następowała destabilizacja układu w niestabilnym punkcie pracy. Problem ten został rozwiązany za pomocą sterowania dwoma sygnałami wyjściowymi, gdzie osiągnięto stabilną pracę systemu, ale kosztem wspomnianych wyżej ograniczeń.

Wykorzystane w sterowaniu podejścia przedstawione w tym rozdziale zestawiono i podsumowano krótko w tab. 4.12.

Tabela 4.12: Zestawienie podejść wykorzystanych do sterowania obiektem RWP.

Podejście	Cechy
mfADRC	Duża wrażliwość na zmiany parametrów (zależnie od punktu pracy); silnie oscylacyjny charakter odpowiedzi; występowanie uchybu ustalonego i wytrącenie z górnego położenia przez brak ograniczeń prędkości koła.
mbADRC	Przebieg oscylacyjny, ale mniejsza wrażliwość na zmiany parametrów układu i rzadsza destabilizacja z górnego położenia niż dla mfADRC; błędy modelowania spowodowane różniczkującym charakterem wymuszenia.
Zredukowany rząd	Układ zamknięty sprowadza się do zadanej dynamiki, otrzymuje się aperiodyczny przebieg odpowiedzi i zerowy uchyb ustalony; przez brak ograniczenia prędkości koła może występować destabilizacja po osiągnięciu stanu ustalonego wyjścia w położeniu górnym.
Sterowanie dwoma wyjściami	Możliwość jednoczesnego sterowania pozycją wahadła i ograniczenia prędkości koła (brak destabilizacji przez zbyt dużą wartość prędkości); łatwa interpretowalność nastaw (LQR); układ zamknięty ma jednak charakter różniczkujący.

4.3.8 Podsumowanie

Wahadło reakcyjne okazało się ciekawym obiektem regulacji ze względu na własności jego modelu. Trudność w sterowaniu stanowi konieczność wysterowania dwóch wielkości pomiarowych za pomocą jednego sygnału sterującego. Różniczkujące własności sterowania w relacji wejście-wyjście także wymagają zastosowania pewnych modyfikacji algorytmu sterowania dla poprawy jakości działania układu.

Znane z literatury podejścia w sterowaniu obiektami typu RWP bazują zwykle na jednym sygnale pomiarowym, jak pokazano w [87] dla regulacji PID i klasycznego sprzężenia od stanu, przeprowadzając dla nich analizę stabilności Lapunowa. W pracy [66] autorzy zaproponowali strukturę ADRC z nieliniowym ESO dla modelu symulacyjnego wahadła na wózku. Wykazano lepszą precyzję sterowania i odporność na zakłócenia z wykorzystaniem algorytmu ADRC względem klasycznego podejścia PID w regulacji kaskadowej. Dla tego samego obiektu w pracy [108] przedstawiono zadanie śledzenia trajektorii, jednak w obu podejściach bazowano na jednym wyjściu pomiarowym. W kontekście algorytmu ADRC głównym wkładem autora rozprawy jest przeanalizowanie struktury systemu w obecności różniczkowania sygnału sterującego oraz rozdzielenie prawa sterowania na dwa sygnały wyjściowe.

Przedstawiono w rozważaniach tej rozprawy syntezy podstawowych układów regulacji dla podejść mf- i mbADRC, a także wskazano ich ograniczenia w przypadku badanego układu. Zaproponowano metody sterowania z redukcją rzędu oraz z uwzględnieniem dwóch sygnałów wyjściowych (oraz ich wag) w prawie sterowania. Potwierdzono eksperymentalnie skuteczność zaproponowanych podejść. Skuteczne sterowanie obiektem typu „underactuated” w przekonaniu autora wciąż stanowi otwarty problem badawczy i z pewnością będzie przedmiotem dalszych rozważań po zakończeniu niniejszej pracy.

Podsumowanie i wnioski

Rozprawa skupia się na analizie algorytmu regulacji ADRC oraz jego odmian dla modeli symulacyjnych oraz wybranych rzeczywistych układów sterowania ruchem. Wykonano przegląd rozwiązań dostępnych w literaturze. Przeprowadzono analizy teoretyczne wybranych rozwiązań, a także badania symulacyjne i eksperymentalne. Porównano podejścia mfADRC oraz mbADRC, a także zaproponowane modyfikacje. Wykorzystano modele symulacyjne (liniowe i nieliniowe) drugiego rzędu oraz rzeczywiste obiekty mechaniczne. Do rzeczywistych eksperymentów wykorzystano: silnik prądu stałego, układ BBT trzeciego rzędu z pomijalnie niewielką stałą czasową oraz wahadło RWP o dwóch punktach równowagi, stabilnym i niestabilnym. Pierwszy obiekt można traktować jako system liniowy drugiego rzędu dla zadania regulacji prędkości. BBT jest to układ mechaniczny regulacji położenia z balansującą na stole kulką, który można opisać w przybliżeniu jako dwukrotny integrator, a serwomechanizm sterujący nachyleniem stołu jako obiekt inercyjny pierwszego rzędu z jednostkowym wzmocnieniem. Taka konfiguracja układu powoduje pewne problemy w działaniu podstawowego mfADRC. Estymacja dynamiki wynikającej z inercji o niewielkiej stałej czasowej przez funkcję zaburzenia znacząco pogarsza jakość regulacji w rzeczywistych warunkach, kiedy nie da się przyspieszyć działania obserwatora ESO. Układ RWP to obiekt nieliniowy o stabilnym oraz niestabilnym punkcie równowagi, z dodatkową możliwością zmiany własności dynamicznych przez manipulację ułożenia przeciwwagi. Sterowanie do różnych punktów wymaga w tym przypadku dynamicznie przestrajanych nastaw algorytmu regulacji lub zastosowania nieliniowego sterownika.

Początkowo przeprowadzono analizę znanych z literatury podejść – podstawowego i uogólnionego. Chociaż włączenie do macierzy parametrów wielomianu charakterystycznego obiektu mogłoby się wydawać sprzeczne z początkowym założeniem metody (maksymalne uproszczenie modelu), przedstawiono warunki, w których znacznie poprawia ono jakość regulacji lub jest wręcz konieczne dla uzyskania poprawnego działania układu. Wskazano przypadki, w których obserwuje się negatywne skutki działania podejścia mfADRC ze względu na konieczność estymacji części dynamiki przez funkcję całkowitego zaburzenia. Wystąpienie niemodelowanej części obiektu może implikować pojawienie się przeregulowań, oscylacyjny charakter odpowiedzi układu, a w skrajnych przypadkach nawet jego destabilizację. Oprócz klasycznego

podejścia uogólnionego do wielomianów, wprowadzono w pracy uogólnienie także do nieliniowych części modelu.

Wszystkie zaproponowane modyfikacje algorytmu zostały z pozytywnym skutkiem zasymulowane, a następnie wybrane podejścia zaimplementowano na rzeczywistych obiektach. Przedstawiono transmitancyjny opis układu zamkniętego oraz warunki pomijania niedominującej dynamiki obiektu w procesie syntezy algorytmu. Zabieg ten pozwolił poprawić jakość regulacji w przypadkach symulacyjnych i eksperymentalnych, potwierdzając **tezę pomocniczą nr 1**. W wyniku przeprowadzonych badań potwierdzono możliwość identyfikacji parametrów w trakcie działania układu z algorytmem mbADRC. Zidentyfikowane parametry mogą posłużyć do poprawy jakości estymacji i regulacji w podejściu mbADRC, według **tez pomocniczych nr 2 i nr 3**. Pokazano, że w przypadku wystąpienia znaczących zakłóceń pomiarowych obserwatora stanu strojony metodą lokowania biegunów stwarza konieczność wyboru pomiędzy skutecznym odrzucaniem wpływu tych zakłóceń a szybkością estymacji. Przedstawiono modyfikacje ADRC wykorzystujące zamiennie filtr Kalmana oraz filtr cząsteczkowy zamiast ESO, jak również podano zasady strojenia tych estymatorów w połączeniu z ADRC. Następnie zaproponowana została nowa metoda strojenia obserwatora ESO, bazująca na wzmocnieniach stanu ustalonego algorytmu KF. Przedstawione metody strojenia obserwatorów wymagają dobrania jednego parametru. Pokazano symulacyjnie oraz eksperymentalnie przewagę zaproponowanej metody strojenia w warunkach stochastycznych, nawet dla znacznych wartości wariancji szumu pomiarowego, potwierdzając **tezę pomocniczą nr 4**. Wszystkie modyfikacje zostały porównane w wersjach mfADRC i mbADRC. Na podstawie powyższego podsumowania (potwierdzonych tez pomocniczych) można wnioskować, że teza pracy („Uwzględnienie znanej części modelu w procesie syntezy ADRC, a także wykorzystanie technik adaptacji parametrów i strojenia estymatorów stanu, poprawiają precyzję i jakość regulacji dla obiektów sterowania ruchem”) została wykazana oraz potwierdzona wynikami symulacyjnymi i eksperymentalnymi.

Podsumowując, zdaniem autora istotny oryginalny dorobek dysertacji stanowi¹:

- zastosowanie analizy transmitancyjnej do opisu układu zamkniętego i do doboru nastaw algorytmu regulacji [79, 82];
- szczegółowe zbadanie wpływu parametrów i warunków włączenia informacji na temat obiektu regulacji w syntezie algorytmu sterowania ADRC, a także propozycja algorytmu adaptacyjnego [82];
- zbadanie wpływu zastosowanego algorytmu estymacji stanu na jakość regulacji w układzie ze sterownikiem ADRC [80, 84];
- opracowanie metody strojenia ESO w warunkach występowania niepomiąlnego szumu pomiarowego – możliwość lokowania różnych wartości biegunów za pomocą jednej nastawy [81];
- opracowanie redukcji rzędu dla obiektu z różniczkującym torem wejściowym i zaproponowanie metod sterowania dla obiektu niedosterowanego (RWP);

¹Wskazano opublikowane wyniki cząstkowe w pracach z wiodącym udziałem autora rozprawy.

- weryfikacja eksperymentalna przedstawionych podejść, które zostały zaproponowane lub były przedstawione w literaturze w rozważaniach teoretycznych [81, 84, 83].

Warto zaznaczyć, iż przedstawione metody i modyfikacje w ogólności są uniwersalne i mogą zostać wykorzystane także do celów sterowania obiektami innego rodzaju niż wykorzystane w pracy, jak układy elektryczne, elektroniczne, czy systemy robotyki. Wskazane wyprowadzenia i zasady syntezy układów można uogólnić także na inne rodzaje, dopasowując ich opis i model matematyczny do przedstawionych w rozprawie struktur. W przypadku niepełnej znajomości modelu klasa niepewności może być estymowana na poziomie ESO w funkcji całkowitego zaburzenia systemu, jednak należy mieć na uwadze możliwość destabilizacji układu w przypadku nieskutecznej estymacji.

Przeprowadzone w niniejszej pracy badania mogą zostać w przyszłości rozwinięte o opracowanie algorytmów kompensacji wzajemnego wpływu sprzężeń skrośnych, który to wpływ jest obecnie uwzględniany w literaturze jako część całkowitego zaburzenia w danym stopniu swobody. Interesującym rozszerzeniem badań zdaje się być także porównanie sposobów włączenia parametrów do algorytmu dla podejścia mbADRC dla układów nieliniowych. Zakładać można włączenie nieliniowej części w całości do funkcji zaburzenia, lub też jej linearyzację i uwzględnienie na poziomie współczynników wielomianu charakterystycznego. Zaproponowane odmiany ADRC zostaną przetestowane także na innych rodzajach obiektów, jak np. manipulatory czy roboty latające.

Wykaz dorobku naukowego

1. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Ziętkiewicz Joanna, Porównanie metod estymacji stanu systemów dynamicznych, *Pomiary Automatyka Robotyka* (2017), vol. 21, no. 4, pp. 41-47
2. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Ziętkiewicz Joanna, Comparison of particle filter and extended Kalman particle filter, *Studia z Automatyki i Informatyki* (2017), vol. 42, pp. 43-51
3. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Ziętkiewicz Joanna, Giernacki Wojciech, Likelihood Particle Filter and Its Proposed Modifications, *Studia z Automatyki i Informatyki* (2018), vol. 43, pp. 81-93
4. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Ziętkiewicz Joanna, Comparison of auxiliary and Likelihood Particle Filters for state estimation of dynamical systems, *Przegląd Elektrotechniczny* (2018), vol. 94, pp. 86-90
5. Koziński Piotr, **Michalski Jacek**, Sadalla Talar, Giernacki Wojciech, Drgas Szymon, New grid for particle filtering of multivariable nonlinear objects, 2018 Federated Conference on Computer Science and Information Systems (FedCSIS). IEEE, 2018, pp. 1073-1077
6. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Ziętkiewicz Joanna, The new approach to hybrid Kalman filtering, based on the changed order of filters for state estimation of dynamical systems, *Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering* (2019), vol. 97, pp. 181-190
7. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Wielokrotny filtr cząsteczkowy w estymacji stanu systemów dynamicznych, *Pomiary Automatyka Robotyka* (2019), vol. 23, no. 1, pp. 11-16
8. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Ziętkiewicz Joanna, Double hybrid Kalman filtering for state estimation of dynamical systems, *ITM Web of Conferences*. vol. 28. EDP Sciences, 2019

9. Koziński Piotr, **Michalski Jacek**, Ziętkiewicz Joanna, Retinger Marek, A new network for particle filtering of multivariable nonlinear objects, *Energies* (2020): art. no. 1355 (**140 pkt.**, **IF = 3,2**).
10. Giernacki Wojciech, Koziński Piotr, **Michalski Jacek**, Retinger Marek, Madoński Rafał, Campoy Pascal, Bebop 2 quadrotor as a platform for research and education in robotics and control engineering, 2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). IEEE, 2020, pp. 1733-1741.
11. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Ziętkiewicz Joanna, Giernacki Wojciech, Retinger Marek, MultiPDF particle filtering in state estimation of nonlinear objects, *Nonlinear Dynamics*, (2021): 2165-2182 (**140 pkt.**, **IF = 5,6**).
12. Łakomy Krzysztof, Giernacki Wojciech, **Michalski Jacek**, Madoński Rafał, Active disturbance rejection control (ADRC) toolbox for Matlab/Simulink arXiv preprint arXiv:2112.01614 (2021)
13. **Michalski Jacek**, Retinger Marek, Koziński Piotr, Puchalski Radosław, Algorytm regulacji odpornej ADRC-dobór nastaw i sposób dyskretnej implementacji, *Pomiary Automatyka Robotyka* (2022), vol. 26, no. 2, pp. 5-13.
14. **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Retinger Marek, Ziętkiewicz Joanna, Temperature Control Unit—Modeling and Implementation of a Particle Filter on a Microcontroller, *Applied Sciences* (2022): art. no. 7631 (**100 pkt.**, **IF = 2,9**).
15. Mrotek Mikołaj, Szymankiewicz Adrian, **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Sterowanie układem lewitacji magnetycznej w warunkach zakłóceń stochastycznych, *Pomiary Automatyka Robotyka* (2022), vol. 26, no. 3, pp. 5-16
16. Retinger Marek, **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Giernacki Wojciech, Toward improving tracking precision in motion capture systems, 2023 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), IEEE, 2023, pp. 919-925.
17. **Michalski Jacek**, Retinger Marek, Koziński Piotr, Giernacki Wojciech, Position Control of Crazyflie 2.1 Quadrotor UAV Based on Active Disturbance Rejection Control, 2023 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), IEEE, 2023, pp. 1106-1113.
18. **Michalski Jacek**, Mrotek Mikołaj, Koziński Piotr, Filtr Kalmana jako alternatywa dla rozszerzonego obserwatora stanu w algorytmie regulacji ADRC, *Pomiary Automatyka Robotyka* (2024), vol. 28, no. 1, pp. 31-39
19. **Michalski Jacek**, Mrotek Mikołaj, Retinger Marek, Koziński Piotr, Adaptive Active Disturbance Rejection Control with Recursive Parameter Identification, *Electronics* (2024), vol. 13, iss. 16, pp. 3114-1-3114-25.
20. Mrotek Mikołaj, **Michalski Jacek**, Trajectory Tracking with Generalized Active Disturbance Rejection Control Using Kalman Filter-based Extended

- State Observer, 2024 28th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR). IEEE, 2024, pp. 316-321
21. **Michalski Jacek**, Mrotek Mikołaj, Brock Stefan, Transfer Function Analysis and Algorithm Order Reduction for Active Disturbance Rejection Control, 2024 28th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR). IEEE, 2024, pp. 591-596
 22. Czajka Marcin, Kubacka Daria, **Michalski Jacek**, Bączyk Robert, Koziński Piotr, Porównanie metod sterowania adaptacyjnego dla stołu balansującego kula, *Pomiary Automatyka Robotyka* (2024), vol. 28, no. 3, pp. 73-82
 23. Retinger Marek, **Michalski Jacek**, Koziński Piotr, Drapikowski Paweł, Ensuring High Visibility of Passive Markers at Fixed Camera Gain Using Divide and Conquer Method, *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 9, no. 11, pp. 9741-9748, Nov. 2024 (**200 pkt, IF = 4,6**).

Spis tabel

1.1	Wyjaśnienia najważniejszych symboli używanych w rozprawie.	12
1.2	Zestawienie najważniejszych akronimów użytych w rozprawie.	13
1.3	Zestawienie wybranych odmian algorytmu ADRC oraz obserwatora ESO.	23
3.1	Zestawienie podejść wykorzystanych do oszacowania wartości parametru \hat{b}_0	60
3.2	Postacie transmitancji algorytmu regulacji: $G_{FB}(s)$ i $G_{PF}(s)$, dla wybranych wartości rzędu n w algorytmie mfADRC.	61
3.3	Rozkład biegunów dyskretnych dla stanu ustalonego dwuetapowego KF.	79
3.4	Rozkład biegunów dyskretnych dla stanu ustalonego dwuetapowego KF.	81
3.5	Koszt sygnału sterującego dla porównywanych metod estymacji.	82
3.6	Wartości wskaźnika RMSE dla porównywanych metod estymacji.	88
3.7	Wartości wskaźnika IAE dla porównywanych metod estymacji.	89
3.8	Koszt sygnału sterującego dla porównywanych metod estymacji w układzie bez ograniczeń sterowania.	92
3.9	Wartości wzmocnień ESO dla badanych konfiguracji parametru ω_o oraz λ	97
3.10	Rozkład biegunów ESO dla strojenia na podstawie wzmocnień KF.	97
4.1	Parametry badanego silnika DC deklarowane przez producenta [2].	101
4.2	Wartości wskaźników jakości dla przykładu 4.1.	105
4.3	Wartości wskaźników jakości dla przykładu 4.2.	105
4.4	Wartości wskaźników jakości dla przeprowadzonych eksperymentów (w całym czasie testu i dla drugiego okresu sygnału referencyjnego). Najmniejsze wartości wskaźników zostały oznaczone pogrubieniem.	108
4.5	Wartości wzmocnień ESO dla badanych konfiguracji parametru ω_o oraz λ	110
4.6	Rozkład biegunów ESO dla strojenia na podstawie wzmocnień KF.	110
4.7	Parametry obiektu BBT deklarowane przez producenta [1].	112
4.8	Wartości wskaźników jakości dla przeprowadzonych eksperymentów.	124
4.9	Wartości wzmocnień obserwatora stanu dla badanych konfiguracji ω_o i λ	124
4.10	Wartości wskaźnika jakości dla przeprowadzonych eksperymentów śledzenia trajektorii.	128

Analiza wpływu struktury modelu i metod strojenia obserwatora w kontekście poprawy działania technik ADRC w środowiskach deterministycznych i stochastycznych

4.11 Parametry obiektu RWP deklarowane przez producenta [2, 110]. . . .	132
4.12 Zestawienie podejść wykorzystanych do sterowania obiektem RWP. . .	148

Spis rysunków

1.1	Schemat blokowy algorytmu ADRC.	14
2.1	Struktura algorytmu ADRC.	28
2.2	Obiekt regulacji widziany z punktu widzenia pętli zewnętrznej.	32
2.3	Uproszczona budowa sterownika ADRC dla obiektu o wielu wejściach i wyjściach. Założono, że wszystkie komponenty algorytmu oraz zestaw sygnałów sterujących zdefiniowane są w blokach $ADRC_i$	34
2.4	Struktura działania zaproponowanej struktury mbADRC.	35
2.5	Stosunki wzmocnień obserwatora stanu dla badanych podejść ADRC.	44
2.6	Stosunki wzmocnień sprzężenia od stanu dla badanych podejść ADRC.	44
2.7	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących badanych algorytmów regulacji.	45
2.8	Przebiegi estymat funkcji zaburzenia dla badanych algorytmów regulacji.	46
2.9	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących badanych algorytmów regulacji.	47
2.10	Przebiegi estymat funkcji zaburzenia dla badanych algorytmów regulacji.	47
2.11	Stosunek wskaźników jakości $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ dla nastaw $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$. Czerwonym punktem oznaczono najwyższą wartość stosunku dla każdego z wykresów.	48
2.12	Stosunek wskaźników jakości $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ dla nastaw $\omega_c = 10$, $\omega_o = 500$. Czerwonym punktem oznaczono najwyższą wartość stosunku dla każdego z wykresów.	49
2.13	Stosunek wskaźników jakości $\frac{J_{IAE,mf}}{J_{IAE,mb}}$ dla nastaw $\omega_c = 10$, $\omega_o = 50$ przy założeniu niepewności parametrycznych. Czerwonym punktem oznaczono najwyższą wartość stosunku dla każdego z wykresów.	50
3.1	Schemat rozpatrywanego układu regulacji z ADRC w opisie transmi-tancyjnym.	55
3.2	Biegundy układu zamkniętego w zależności od stosunku b_0/\hat{b}_0 (pełen zakres oraz przybliżenie) dla $n = 3$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$	62
3.3	Wyniki działania układu regulacji (odpowieź czasowa modelu oraz charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 3$ i parametrów $b_0/\hat{b}_0 = 1$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$	63

3.4	Wyniki działania układu regulacji (odpowieź czasowa modelu oraz charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 3$ i parametrów $b_0/\hat{b}_0 = 4$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$	63
3.5	Wyniki działania układu regulacji (odpowieź czasowa modelu oraz charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 2$ i parametrów $\hat{b}_0 = 8$, $\omega_o = 50$, $\omega_c = 10$	64
3.6	Rozkład biegunów i zer układu zamkniętego dla rzędu zredukowanego oraz pełnego ($b_0/\hat{b}_0 = 4$) w badanej konfiguracji ADRC.	65
3.7	Proponowana struktura ADRC z identyfikacją parametrów.	66
3.8	Przebieg funkcji $v(\varepsilon)$ w zależności od parametru μ	67
3.9	Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla podejść adaptacyjnych (A) bez adaptacji \hat{b}_0 , (B) z adaptacją \hat{b}_0 . Rzeczywiste wartości parametrów oznaczono liniami przerywanymi.	70
3.10	Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla podejść adaptacyjnych (A) bez adaptacji \hat{b}_0 , (B) z adaptacją \hat{b}_0 . Rzeczywiste wartości parametrów oznaczono liniami przerywanymi.	71
3.11	Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla zastosowanych podejść – mf- i mbADRC o stałych parametrach oraz algorytmu z identyfikacją parametryczną. Rzeczywiste wartości parametrów oznaczono liniami przerywanymi.	73
3.12	Struktura działania algorytmu ADRC z estymatorem DT KF.	74
3.13	Rozkład biegunów estymatora stanu w zależności od parametru λ dla $n = 2$ (rys. lewy) oraz $n = 3$ (rys. prawy).	77
3.14	Rozkład biegunów estymatora stanu w zależności od parametru T_p dla $n = 2$ (rys. lewy) oraz $n = 3$ (rys. prawy).	78
3.15	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla różnych wartości parametru λ	79
3.16	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla różnych wartości parametru λ	80
3.17	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO oraz KF.	81
3.18	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO oraz KF.	82
3.19	Struktura działania algorytmu ADRC z estymatorem PF.	84
3.20	Przebiegi zmiennych stanu i sygnałów wyjściowych dla obiektu rozpatrywanego w przykładzie. Indeks + oznaczono wartości prawdziwe (bez szumu pomiarowego).	88
3.21	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO, KF oraz PF.	89
3.22	Rozkład zakładanego szumu pomiarowego oraz aproksymacja do rozkładu Gaussa.	91

3.23	Przebiegi sygnałów wyjściowych i sterujących dla układów z ESO, KF oraz PF bez ograniczeń sygnału sterującego (rys. lewy) oraz z ograniczeniem $U_{\text{sat}} = 8$ (rys. prawy). Przebiegi dla ESO oraz KF pokrywają się.	91
3.24	Struktura działania algorytmu ADRC z estymatorem ESO _{KF}	94
3.25	Rozkład biegunów ESO w zależności od parametru λ dla $n = 2$, dla DT KF (rys. lewy) oraz CT KF (rys. prawy).	95
3.26	Rozkład biegunów ESO w zależności od parametru λ dla $n = 3$, dla DT KF (rys. lewy) oraz CT KF (rys. prawy).	95
3.27	Wyniki symulacji dla mfADRC (rys. lewy) oraz mbADRC (rys. prawy). Wartością ω_o sparametryzowano ESO strojone metodą lokowania biegunów, a parametrem λ – strojone na podstawie wzmocnień KF.	96
4.1	Zestaw laboratoryjny – badany silnik prądu stałego.	100
4.2	Schemat silnika prądu stałego.	102
4.3	Odpowiedzi skokowe dla obiektu regulacji i rozpatrywanych modeli matematycznych. Przedstawiono odpowiedź skokową z przybliżeniem stanu nieustalonego (rys. lewy) oraz rozpędzanie i hamowanie (rys. prawy).	103
4.4	Przebieg sygnałów wyjściowych i sterujących dla podejść mfADRC i mbADRC przy założeniu $n = 2$ (A) oraz dla zredukowanego rzędu $n = 1$, (B) $\omega_o = 20$, $\omega_c = 1,7$, (C) $\omega_o = 40$, $\omega_c = 1,7$, (D) $\omega_o = 40$, $\omega_c = 3,4$	104
4.5	Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sygnałów sterujących dla podejść adaptacyjnych (A) dla stałego współczynnika \hat{b}_0 , (B) z adaptacją współczynnika \hat{b}_0	106
4.6	Przebieg sygnałów wyjściowych, estymat parametrów i sterujących dla podejść o stałych nastawach (mf- i mbADRC) oraz dla podejścia adaptacyjnego. Rozważono (A) zadany sygnał prostokątny oraz (B) trajektorię sinusoidalną.	107
4.7	Rozkład biegunów ESO w zależności od wartości parametru λ w wersji mfADRC (rys. lewy) oraz mbADRC (rys. prawy) dla $n = 2$, $\hat{b}_0 = 780$, $\omega_c = 2,8$	108
4.8	Przebieg sygnałów wyjściowych (wraz z ich estymatami) i sterujących dla podejść mfADRC: (A) ESO i (B) ESO _{KF}	109
4.9	Przebieg sygnałów wyjściowych (wraz z ich estymatami) i sterujących dla podejść mbADRC: (A) ESO i (B) ESO _{KF}	110
4.10	Zestaw laboratoryjny z balansującą na stole kulką.	111
4.11	Schemat działania układu dla jednego stopnia swobody – osi OY.	112
4.12	Porównanie funkcji nieliniowej z jej aproksymacją.	115
4.13	Odpowiedzi skokowe dla rozważanych modeli.	115
4.14	Charakterystyki częstotliwościowe dla badanych modeli.	116

4.15	Wyniki eksperymentalne dla parametrów nominalnych, (A) porównanie podejść mfADRC i mbADRC oraz (B) wpływ stosunku b_0/\hat{b}_0 na działanie układu z mfADRC.	117
4.16	Bieguny układu zamkniętego w zależności od stosunku b_0/\hat{b}_0 (pełen zakres oraz przybliżenie) dla mfADRC, $n = 3$, $\omega_o = 28$, $\omega_c = 2,8$	118
4.17	Wyniki działania układu regulacji (odpowiedź czasowa obiektu i modelu oraz wyznaczone symulacyjnie charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 3$ i parametrów $\hat{b}_0 = 500$, $\omega_o = 28$, $\omega_c = 2,8$	119
4.18	Wyniki działania układu regulacji (odpowiedź czasowa obiektu i modelu oraz wyznaczone symulacyjnie charakterystyki Bodego) dla rzędu $n = 2$ i parametrów $\hat{b}_0 = 30$, $\omega_o = 12$, $\omega_c = 1,8$	119
4.19	Rozkład biegunów i zer układu zamkniętego dla rzędu oryginalnego i zredukowanego w badanych konfiguracjach ADRC.	120
4.20	Wyniki eksperymentów dla mfADRC oraz mbADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0$ m.	121
4.21	Wyniki eksperymentów dla mfADRC oraz mbADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0$ m.	121
4.22	Wyniki eksperymentów dla mfADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,001$ m.	121
4.23	Wyniki eksperymentów dla mbADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,001$ m.	121
4.24	Wyniki eksperymentów dla mfADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,005$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat.	122
4.25	Wyniki eksperymentów dla mbADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,005$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat.	122
4.26	Wyniki symulacji dla mbADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,005$ m. Liniami przerywanymi oznaczono ograniczenia sygnału sterującego w układzie fizycznym.	122
4.27	Wyniki eksperymentów dla mfADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,01$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat.	123
4.28	Wyniki eksperymentów dla mbADRC, dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,25$ m. Przebiegi pomiarów oraz ich estymat.	123
4.29	Wykresy modułu dla zmiennych stanu algorytmu $n = 3$ w podejściu mfADRC.	125
4.30	Rozkład biegunów ESO w zależności od wartości parametru λ w wersji mfADRC (rys. lewy) oraz mbADRC (rys. prawy) dla $n = 3$	126
4.31	Budowa sterownika ADRC dla obiektu BBT o dwóch wejściach i wyjściach.	126
4.32	Wyniki eksperymentów dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0$ m, $\omega_o = 50$, $\lambda = 10^{14}$	127
4.33	Wyniki eksperymentów dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,001$ m, $\omega_o = 40$, $\lambda = 10^{11}$	127
4.34	Wyniki eksperymentów dla poziomego zaszumienia $\sigma = 0,005$ m, $\omega_o = 40$, $\lambda = 5 \cdot 10^{12}$	128

4.35 Wyniki eksperymentów dla zaszumienia $\sigma = 0,25$ m, $\lambda = 10^9$ (przebieg pomiaru i estymaty).	128
4.36 Zestaw laboratoryjny wahadła reakcyjnego.	130
4.37 Schemat działania układu wahadła reakcyjnego.	130
4.38 Relacja między sygnałem sterującym wyznaczonym przez regulator a napięciem zasilającym układ.	134
4.39 Wynik działania układu regulacji dla mfADRC o parametrach $\hat{b}_0 = 8$, $\omega_c = 4$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.	145
4.40 Wynik działania układu regulacji dla mbADRC o parametrach $\hat{b}_0 = 3,2$, $\omega_c = 4$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.	145
4.41 Wynik działania układu regulacji dla zredukowanego rzędu mbADRC o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\omega_c = 3$, $\omega_o = 15$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.	146
4.42 Wynik działania układu regulacji dla sterowania LQR (2 wyjścia) o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\mathbf{Q} = \text{diag}\{100000, 8000, 200\}$, $q_u = 15$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.	147
4.43 Wynik działania układu regulacji dla sterowania LQR 2DoF o parametrach $\hat{b}_0 = b_0 = 0,3388$, $\mathbf{Q} = \text{diag}\{100000, 8000, 40000\}$, $q_u = 15$, $\omega_o = 30$. Przebiegi kąta położenia ramienia wahadła, prędkości koła reakcyjnego oraz sygnału sterującego.	147

Bibliografia

- [1] *Ball balancing table – user manual, Version 2021.1*, Acrome, 2021.
- [2] *Reaction wheel pendulum – user manual*, Inteco, 2021.
- [3] F. Amokrane, E. Piat, J. Abadie, A. Drouot, and J. Escareno. State Observation of a Specific Class of Unknown Nonlinear SISO Systems using Linear Kalman Filtering. In *2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 1595–1600. IEEE, 2019. doi:10.1109/CDC40024.2019.9029614.
- [4] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *IEEE Transactions on signal processing*, 50(2):174–188, 2002. doi:10.1109/78.978374.
- [5] K. J. Åström and K. Furuta. Swinging up a pendulum by energy control. *Automatica*, 36(2):287–295, 2000. doi:10.1016/S0005-1098(99)00140-5.
- [6] E. Atam and L. Helsen. Ground-coupled heat pumps: Part 1–literature review and research challenges in modeling and optimal control. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 54:1653–1667, 2016. doi:10.1016/j.rser.2015.10.007.
- [7] O. Aydogmus and M. F. Talu. Comparison of extended-kalman-and particle-filter-based sensorless speed control. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 61(2):402–410, 2011. doi:10.1109/TIM.2011.2164851.
- [8] C. Bai and Z. Zhang. A least mean square based active disturbance rejection control for an inertially stabilized platform. *Optik*, 174:609–622, 2018. doi:10.1016/j.ijleo.2018.08.099.
- [9] Y. Bai, J. Yao, and J. Hu. A new state observer for active disturbance rejection control with measurement noise and output delay using the PDE-backstepping predictor. *ISA transactions*, 142:562–572, 2023. doi:10.1016/j.isatra.2023.07.013.
- [10] P. Bartkowiak and D. Pazderski. Position tracking control of a robotic joint using error-based ADRC with full and reduced order ESO. In *2023 27th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 350–355. IEEE, 2023. doi:10.1109/MMAR58394.2023.10242593.

- [11] P. Bartkowiak and D. Pazderski. Analysis of the decoupling control loop for a plant with input dynamics in the ADRC structure. In *2024 28th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 457–460. IEEE, 2024. doi:10.1109/MMAR62187.2024.10680786.
- [12] J. V. Candy. *Bayesian signal processing: classical, modern, and particle filtering methods*, volume 54. John Wiley & Sons, 2016. doi:10.1002/9780470430583.
- [13] S. Chang, Y. Wang, Z. Zuo, Z. Zhang, and H. Yang. On fast finite-time extended state observer and its application to wheeled mobile robots. *Nonlinear Dynamics*, 110(2):1473–1485, 2022. doi:10.1007/s11071-022-07685-z.
- [14] C.-F. Chen, Z.-J. Du, L. He, J.-Q. Wang, D.-M. Wu, and W. Dong. Active disturbance rejection with fast terminal sliding mode control for a lower limb exoskeleton in swing phase. *IEEE Access*, 7:72343–72357, 2019. doi:10.1109/ACCESS.2019.2918721.
- [15] S. Chen, Z. Chen, Y. Huang, and Z.-L. Zhao. New design of active disturbance rejection control for nonlinear uncertain systems with unknown control input gain. *Science China Information Sciences*, 65(4):art. no. 142201, 2022. doi:10.1007/s11432-020-3121-3.
- [16] S. Chen, Y. Huang, and Z.-l. Zhao. The necessary and sufficient condition for the uncertain control gain in active disturbance rejection control. *arXiv preprint arXiv:2006.11731*, 2020. Available at <https://arxiv.org/abs/2006.11731>.
- [17] W. Chen and Q. Hu. Sliding-mode-based attitude tracking control of spacecraft under reaction wheel uncertainties. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 10(6):1475–1487, 2022. doi:10.1109/JAS.2022.105665.
- [18] Z. Cui, W. Hu, G. Zhang, Z. Zhang, and Z. Chen. An extended Kalman filter based SOC estimation method for Li-ion battery. *Energy Reports*, 8:81–87, 2022. doi:10.1016/j.egyrs.2022.02.116.
- [19] M. M. Czajka, D. Kubacka, J. Michalski, R. Bączyk, and P. Koziński. Porównanie metod sterowania adaptacyjnego dla stołu balansującego kulą. *Pomiary Automatyka Robotyka*, 28(3):73–82, 2024. doi:10.14313/PAR_253/73.
- [20] W. Deng and J. Yao. Extended-state-observer-based adaptive control of electrohydraulic servomechanisms without velocity measurement. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 25(3):1151–1161, 2019. doi:10.1109/TMECH.2019.2959297.
- [21] S. Dong, L. Yu, W.-A. Zhang, and B. Chen. Robust extended recursive least squares identification algorithm for Hammerstein systems with dynamic disturbances. *Digital Signal Processing*, 101:art. no. 102716, 2020. doi:10.1016/j.dsp.2020.102716.

- [22] Y. Du, P. Huang, Y. Cheng, Y. Fan, and Y. Yuan. Fault tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on active disturbance rejection control and two-stage Kalman filter. *IEEE Access*, 2023. doi:10.1109/ACCESS.2023.3291409.
- [23] F. Dušek, D. Honc, and K. R. Sharma. Modelling of ball and plate system based on first principle model and optimal control. In *2017 21st International Conference on Process Control (PC)*, pages 216–221. IEEE, 2017. doi:10.1109/PC.2017.7976216.
- [24] V. Elvira, J. Miguez, and P. M. Djurić. On the performance of particle filters with adaptive number of particles. *Statistics and Computing*, 31:1–18, 2021. doi:10.1007/s11222-021-10056-0.
- [25] R. Fareh, S. Khadraoui, M. Y. Abdallah, M. Baziyad, and M. Bettayeb. Active disturbance rejection control for robotic systems: A review. *Mechatronics*, 80:art. no. 102671, 2021. doi:10.1016/j.mechatronics.2021.102671.
- [26] C. Feng, Q. Wang, C. Hu, and L. Gong. Active Disturbance Rejection Attitude Control for Flapping Wing Micro Aerial Vehicle With Nonaffine-in-Control Characteristics. *IEEE Access*, 8:20013–20027, 2020. doi:10.1109/access.2020.2968482.
- [27] C. Fu and W. Tan. Tuning of linear ADRC with known plant information. *ISA transactions*, 65:384–393, 2016. doi:10.1016/j.isatra.2016.06.016.
- [28] Z. Gao. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. In *ACC*, pages 4989–4996, 2003. doi:10.1109/ACC.2003.1242516.
- [29] Z. Gao. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design. In *2006 American Control Conference*, pages 2399–2405. IEEE, 2006. doi:10.1109/acc.2006.1656579.
- [30] P. T. Garran and G. Garcia. Design of an optimal PID controller for a coupled tanks system employing ADRC. *IEEE Latin America Transactions*, 15(2):189–196, 2017. doi:10.1109/TLA.2017.7854611.
- [31] R. A. González, C. R. Rojas, S. Pan, and J. S. Welsh. Consistent identification of continuous-time systems under multisine input signal excitation. *Automatica*, 133:art. no. 109859, 2021. doi:10.1016/j.automatica.2021.109859.
- [32] N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A. F. Smith. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. In *IEE proceedings F (radar and signal processing)*, volume 140, pages 107–113. IET, 1993. doi:10.1049/ip-f-2.1993.0015.
- [33] J. A. Gouvêa, L. M. Fernandes, M. F. Pinto, and A. R. Zachi. Variant ADRC design paradigm for controlling uncertain dynamical systems. *European Journal of Control*, 72:art. no. 100822, 2023. doi:10.1016/j.ejcon.2023.100822.

- [34] F. Gustafsson. Particle filter theory and practice with positioning applications. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 25(7):53–82, 2010. doi:10.1109/MAES.2010.5546308.
- [35] X. Hai, Z. Wang, Q. Feng, Y. Ren, B. Xu, J. Cui, and H. Duan. Mobile robot ADRC with an automatic parameter tuning mechanism via modified pigeon-inspired optimization. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24(6):2616–2626, 2019. doi:10.1109/TMECH.2019.2953239.
- [36] M. Hamdoun, M. B. Abdallah, M. Ayadi, F. Rotella, and I. Zambettakis. Functional observer-based feedback controller for ball balancing table. *SN Applied Sciences*, 3(6):art. no. 614, 2021. doi:10.1007/s42452-021-04590-9.
- [37] J. Han. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 56(3):900–906, 2009. doi:10.1109/TIE.2008.2011621.
- [38] J.-Q. Han. A Class of Extended State Observers for Uncertain Systems. *Control and Decision*, 10(1):85–88, 1995. (in Chinese).
- [39] J.-Q. Han. Auto-Disturbance Rejection Control and its Applications. *Control and Decision*, 13(1), 1998. (in Chinese).
- [40] J.-Q. Han. Nonlinear design methods for control systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 32(2):1531–1536, 1999. doi:10.1016/S1474-6670(17)56259-X.
- [41] S. Hao, T. Liu, X. Geng, and Y. Wang. Anti-windup ADRC design for temperature control systems with output delay against asymmetric input constraint. *ISA transactions*, 137:519–530, 2023. doi:10.1016/j.isatra.2023.01.001.
- [42] J. Hare, J. Davies, S. Samangooei, and P. Lewis. Placing photos with a multimodal probability density function. In *Proceedings of International Conference on Multimedia Retrieval*, pages 329–336, 2014. doi:10.1145/2578726.2578768.
- [43] G. Herbst. A simulative study on active disturbance rejection control (ADRC) as a control tool for practitioners. *Electronics*, 2(3):246–279, 2013. doi:10.3390/electronics2030246.
- [44] G. Herbst. Transfer function analysis and implementation of active disturbance rejection control. *Control Theory and Technology*, 19:19–34, 2021. doi:10.1007/s11768-021-00031-5.
- [45] G. Herbst and R. Madonski. Tuning and implementation variants of discrete-time ADRC. *Control Theory and Technology*, 21(1):72–88, 2023. doi:10.1007/s11768-023-00127-0.
- [46] Q. K. Ho and C. B. Pham. Study on inertia wheel pendulum applied to self-balancing electric motorcycle. In *2018 4th International Conference on*

- Green Technology and Sustainable Development (GTSD)*, pages 687–692. IEEE, 2018. doi:10.1109/GTSD.2018.8595698.
- [47] Y. V. Hote and S. Jain. Generalized Active Disturbance Rejection Control: Review, Applications and Challenges. In *2021 IEEE International Conference on Automation/XXIV Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)*, pages 1–6. IEEE, 2021. doi:10.1109/ICAACCA51523.2021.9465246.
- [48] Y. Huang and W. Xue. Active disturbance rejection control: Methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions*, 53(4):963–976, 2014. doi:10.1016/j.isatra.2014.03.003.
- [49] S. A. U. Islam and D. S. Bernstein. Recursive least squares for real-time implementation [lecture notes]. *IEEE Control Systems Magazine*, 39(3):82–85, 2019. doi:10.1109/MCS.2019.2900788.
- [50] A. Jing, J. Wang, J. Gao, Y. Chen, Y. Cao, Y. Cao, and G. Pan. Self-tuning adaptive active disturbance rejection pitch control of a manta-ray-like underwater glider. *Ocean Engineering*, 254:art. no. 111364, 2022. doi:10.1016/j.oceaneng.2022.111364.
- [51] I. D. Jonsen, T. A. Patterson, D. P. Costa, P. D. Doherty, B. J. Godley, W. J. Grecian, C. Guinet, X. Hoenner, S. S. Kienle, P. W. Robinson, et al. A continuous-time state-space model for rapid quality control of argos locations from animal-borne tags. *Movement Ecology*, 8:1–13, 2020. doi:10.1186/s40462-020-00217-7.
- [52] H. Kai, C. Xuanhao, W. Xiaoyu, and T. Yantao. Longitudinal Anti-skid Control Of Electric Vehicle Based On Kalman Filter And ADRC. In *2018 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, pages 1020–1025. IEEE, 2018. doi:10.1109/ICMA.2018.8484515.
- [53] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82:35–45, Mar. 1960. doi:10.1115/1.3662552.
- [54] A. S. Khan, A. Q. Khan, N. Iqbal, G. Mustafa, M. A. Abbasi, and A. Mahmood. Design of a computationally efficient observer-based distributed fault detection and isolation scheme in second-order networked control systems. *ISA transactions*, 128:229–241, 2022. doi:10.1016/j.isatra.2021.09.004.
- [55] P. Kicki, K. Łakomy, and K. M. B. Lee. Tuning of extended state observer with neural network-based control performance assessment. *European Journal of Control*, 64:art. no. 100609, 2022. doi:10.1016/j.ejcon.2021.12.004.
- [56] P. Kondás and P. Kapitány. Balancing control of a motorcycle. *Pollack Periodica*, 18(1):167–171, 2023. doi:10.1556/606.2022.00612.

- [57] P. Koziński, M. Lis, and J. Ziętkiewicz. Resampling in particle filtering-comparison. *Studia z Automatyki i Informatyk*, 38:35–64, 2013.
- [58] P. Koziński, T. Sadalla, A. Owczarkowski, and S. Drgas. Particle filter in multidimensional systems. In *2016 21st international conference on methods and models in automation and robotics (MMAR)*, pages 806–810. IEEE, 2016. doi:10.1109/MMAR.2016.7575240.
- [59] C. Kuptamete and N. Aunsri. A review of resampling techniques in particle filtering framework. *Measurement*, 193:art. no. 110836, 2022. doi:10.1016/j.measurement.2022.110836.
- [60] K. Łakomy, W. Giernacki, J. Michalski, and R. Madonski. Active Disturbance Rejection Control (ADRC) Toolbox for MATLAB/Simulink. *arXiv preprint arXiv:2112.01614*, 2021. Available at <https://arxiv.org/abs/2112.01614>.
- [61] K. Łakomy and R. Madonski. Cascade extended state observer for active disturbance rejection control applications under measurement noise. *ISA transactions*, 109:1–10, 2021. doi:10.1016/j.isatra.2020.09.007.
- [62] K. Łakomy, R. Madonski, B. Dai, J. Yang, P. Kicki, M. Ansari, and S. Li. Active disturbance rejection control design with suppression of sensor noise effects in application to DC–DC buck power converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 69(1):816–824, 2021. doi:10.1109/TIE.2021.3055187.
- [63] E. Lavretsky, K. A. Wise, E. Lavretsky, and K. A. Wise. Robust and Adaptive Control with Output Feedback. *Robust and Adaptive Control: With Aerospace Applications*, pages 417–449, 2013. doi:10.1007/978-1-4471-4396-3_15.
- [64] J. Li, L. Zhang, M. Zhang, S. Li, J. Su, and L. Luo. Multi-modal vibration control for all-clamped plate subjected to periodic disturbances by ESO-based frequency-shaped LQR. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 201:art. no. 110658, 2023. doi:10.1016/j.ymsp.2023.110658.
- [65] S. Li, J. Yang, W.-H. Chen, and X. Chen. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(12):4792–4802, 2011. doi:10.1109/TIE.2011.2182011.
- [66] B. Liu, J. Hong, and L. Wang. Linear inverted pendulum control based on improved ADRC. *Systems Science & Control Engineering*, 7(3):1–12, 2019. doi:10.1080/21642583.2019.1625081.
- [67] R. Liu and H. Yang. Multimodal probabilistic modeling of melt pool geometry variations in additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 61:103375, 2023. doi:10.1016/j.addma.2022.103375.

- [68] C. Luo, Z. Xu, K. Yang, W. Li, and Y. Huang. Multiple disturbance suppression of IPMSM drives based on embedded discrete-time repetitive ADRC with optimized parameter selection. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2024. doi:10.1109/TPEL.2024.3355396.
- [69] H. Luo, Y. Luo, B. Han, and M. Zeng. A learning-based noise tracking method of adaptive Kalman filter for UAV positioning. In *2022 IEEE 25th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pages 440–445. IEEE, 2022. doi:10.1109/ITSC55140.2022.9922222.
- [70] P. Ma and L. Wang. Filtering-based recursive least squares estimation approaches for multivariate equation-error systems by using the multiinnovation theory. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 35(9):1898–1915, 2021. doi:10.1002/acs.3302.
- [71] R. Madonski, G. Herbst, and M. Stankovic. ADRC in output and error form: Connection, equivalence, performance. *Control Theory and Technology*, 21(1):56–71, 2023. doi:10.1007/s11768-023-00129-y.
- [72] R. Madoński and P. Herman. An experimental verification of adrc robustness on a cross-coupled aerodynamical system. In *2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 859–863. IEEE, 2011. doi:10.1109/ISIE.2011.5984271.
- [73] R. Madonski, M. Ramirez-Neria, M. Stanković, S. Shao, Z. Gao, J. Yang, and S. Li. On vibration suppression and trajectory tracking in largely uncertain torsional system: An error-based ADRC approach. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 134:art. no. 106300, 2019. doi:10.1016/j.ymsp.2019.106300.
- [74] R. Madonski, S. Shao, H. Zhang, Z. Gao, J. Yang, and S. Li. General error-based active disturbance rejection control for swift industrial implementations. *Control Engineering Practice*, 84:218–229, mar 2019. doi:10.1016/j.conengprac.2018.11.021.
- [75] R. Madonski, M. Stanković, S. Shao, Z. Gao, J. Yang, and S. Li. Active disturbance rejection control of torsional plant with unknown frequency harmonic disturbance. *Control Engineering Practice*, 100:art. no. 104413, 2020. doi:10.1016/j.conengprac.2020.104413.
- [76] J. Michalski, P. Koziński, W. Giernacki, J. Zietkiewicz, and M. Retinger. MultiPDF particle filtering in state estimation of nonlinear objects. *Nonlinear Dynamics*, 106:2165–2182, 2021. doi:10.1007/s11071-021-06913-2.
- [77] J. Michalski, P. Koziński, and J. Ziętkiewicz. Comparison of auxiliary and likelihood particle filters for state estimation of dynamical systems. *Przegląd Elektrotechniczny*, 94:86–90, 2018. doi:10.15199/48.2018.12.19.

- [78] J. Michalski, P. Koziński, J. Zietkiewicz, and W. Giernacki. Likelihood particle filter and its proposed modifications. *Studia z Automatyki i Informatyki*, 43:81–93, 2018.
- [79] J. Michalski, M. Mrotek, and S. Brock. Transfer function analysis and algorithm order reduction for active disturbance rejection control. In *2024 28th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 591–596. IEEE, 2024. doi:10.1109/MMAR62187.2024.10680796.
- [80] J. Michalski, M. Mrotek, and P. Koziński. Filtr Kalmana jako alternatywa dla rozszerzonego obserwatora stanu w algorytmie regulacji ADRC. *Pomiary Automatyka Robotyka*, 28(1):31–39, 2024. doi:0.14313/PAR_251/31.
- [81] J. Michalski, M. Mrotek, D. Pazderski, P. Koziński, and M. Retinger. Improving ADRC performance in stochastic environment using Kalman filter-tuned extended state observer. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2024. (in Review).
- [82] J. Michalski, M. Mrotek, M. Retinger, and P. Koziński. Adaptive active disturbance rejection control with recursive parameter identification. *Electronics*, 13(16):art. no. 3114, 2024. doi:10.3390/electronics13163114.
- [83] J. Michalski, M. Retinger, P. Koziński, and W. Giernacki. Position Control of Crazyflie 2.1 Quadrotor UAV Based on Active Disturbance Rejection Control. In *2023 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 1106–1113, 2023. doi:10.1109/ICUAS57906.2023.10156505.
- [84] J. Michalski, M. Retinger, P. Koziński, and J. Zietkiewicz. Temperature control unit—modeling and implementation of a particle filter on a microcontroller. *Applied Sciences*, 12(15):art. no. 7631, 2022. doi:10.3390/app12157631.
- [85] M. M. Michałek. Robust trajectory following without availability of the reference time-derivatives in the control scheme with active disturbance rejection. In *2016 American Control Conference (ACC)*, pages 1536–1541, 2016. doi:10.1109/ACC.2016.7525134.
- [86] R. Miklošović, A. Radke, and Z. Gao. Discrete implementation and generalization of the extended state observer. In *2006 American control conference*, pages 2209–2214. IEEE, 2006. doi:10.1109/ACC.2006.1656547.
- [87] O. D. Montoya and W. Gil-González. Nonlinear analysis and control of a reaction wheel pendulum: Lyapunov-based approach. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 23(1):21–29, 2020. doi:10.1016/j.jestch.2019.03.004.
- [88] J. Mou, W. Zhang, K. Zheng, Y. Wang, and C. Wu. More Detailed Disturbance Measurement and Active Disturbance Rejection Altitude Control for a Flapping

- Wing Robot Under Internal and External Disturbances. *Journal of Bionic Engineering*, 19(6):1722–1735, aug 2022. doi:10.1007/s42235-022-00236-7.
- [89] M. Mrotek and J. Michalski. Trajectory tracking with generalized active disturbance rejection control using Kalman filter-based extended state observer. In *2024 28th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 316–321. IEEE, 2024. doi:10.1109/MMAR62187.2024.10680815.
- [90] M. Mrotek, J. Michalski, R. Madoński, D. Pazderski, and M. Retinger. Towards backward compatibility of ADRC: revisiting classical state-feedback control with integral compensator. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 2024. (in Process).
- [91] P. Nowak, K. Stebel, T. Kłopot, J. Czeczot, M. Frateczak, and P. Laszczyk. Flexible function block for industrial applications of active disturbance rejection controller. *Archives of Control Sciences*, 28(3):379–400, 2018. doi:10.24425/acs.2018.124708.
- [92] G. Özkurt and E. Zerdali. Design and implementation of hybrid adaptive extended Kalman filter for state estimation of induction motor. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 71:1–12, 2022. doi:10.1109/TIM.2022.3144729.
- [93] C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochina. A robust variable forgetting factor recursive least-squares algorithm for system identification. *IEEE Signal Processing Letters*, 15:597–600, 2008. doi:10.1109/LSP.2008.2001559.
- [94] C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochină. Data-reuse recursive least-squares algorithms. *IEEE Signal Processing Letters*, 29:752–756, 2022. doi:10.1109/LSP.2022.3153207.
- [95] H. Pan, G. Zhang, H. Ouyang, and L. Mei. A novel global fast terminal sliding mode control scheme for second-order systems. *IEEE Access*, 8:22758–22769, 2020. doi:10.1109/ACCESS.2020.2969665.
- [96] M. M. S. Pasand and A. A. Ahmadi. A generalized nonlinear extended state observer for multi-output Lipschitz systems. *European Journal of Control*, page art no. 100906, 2023. doi:10.1016/j.ejcon.2023.100906.
- [97] R. Patelski. *The problem of modeling uncertainties in the paradigm of the active disturbance rejection control*. PhD thesis, Politechnika Poznańska, Poznań, Polska, 2023. Available at <https://sin.put.poznan.pl/files/download/53865>.
- [98] R. Patelski and D. Pazderski. Improving the active disturbance rejection controller tracking quality by the input-gain underestimation for a second-order plant. *Electronics*, 10(8):art. no. 907, 2021. doi:10.3390/electronics10080907.

- [99] R. Patelski and D. Pazderski. Extended State Observer Based Parameter Identification of the Hovercraft System. In *2022 26th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 330–335. IEEE, 2022. doi:10.1109/MMAR55195.2022.9874346.
- [100] R. Patelski and D. Pazderski. Novel Adaptive Extended State Observer for Dynamic Parameter Identification with Asymptotic Convergence. *Energies*, 15(10):art. no. 3602, may 2022. doi:10.3390/en15103602.
- [101] R. Patelski and D. Pazderski. Parameter identifying disturbance rejection control with asymptotic error convergence. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 9(2):1035–1042, 2024. doi:10.1109/LRA.2023.3339942.
- [102] D. Pazderski, R. Patelski, B. Krysiak, and K. Kozłowski. Analysis of an impact of inertia parameter in active disturbance rejection control structures. *Electronics*, 9(11):art. no. 1801, 2020. doi:10.3390/electronics9111801.
- [103] Q. Peng, L. Qiu, and Y. Wang. An active disturbance rejection controller based on Kalman observer for PMSM. In *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 6478–6482. IEEE, 2017. doi:10.23919/ChiCC.2017.8028386.
- [104] M. Posani, M. Pontani, and P. Gasbarri. Nonlinear slewing control of a large flexible spacecraft using reaction wheels. *Aerospace*, 9(5):art. no. 244, 2022. doi:10.3390/aerospace9050244.
- [105] A. K. Prajapati and R. Prasad. Model order reduction by using the balanced truncation and factor division methods. *IETE Journal of Research*, 65(6):827–842, 2019. doi:10.1080/03772063.2018.1464971.
- [106] X. Qi, C. Sheng, Y. Guo, T. Su, and H. Wang. Parameter identification of a permanent magnet synchronous motor based on the model reference adaptive system with improved active disturbance rejection control adaptive law. *Applied Sciences*, 13(21):art. no. 12076, 2023. doi:10.3390/app132112076.
- [107] M. M. Rahman, M. A. Al Mamon, and M. M. Rahaman. Active disturbance rejection control based speed control of dc motor. In *2022 International Conference on Advancement in Electrical and Electronic Engineering (ICAEEE)*, pages 1–5. IEEE, 2022. doi:10.1109/ICAEEE54957.2022.9836391.
- [108] M. Ramirez-Neria, Z. Gao, H. Sira-Ramirez, R. Garrido-Moctezuma, and A. Luviano-Juarez. Trajectory tracking for an inverted pendulum on a cart: an active disturbance rejection control approach. In *2018 annual american control conference (ACC)*, pages 4881–4886. IEEE, 2018. doi:10.23919/ACC.2018.8431712.
- [109] C. Reddy and V. Shete. A hybrid linear-quadratic estimation (LQE) technique for channel estimation in MIMO-OFDM system. *International Journal of*

- Intelligent Engineering & Systems*, 14(6), 2021. doi:10.22266/ijies2021.1231.40.
- [110] M. Rosół, A. Piłat, and A. Tumau. Time-optimal control for reaction wheel pendulum. In *2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 1057–1062. IEEE, 2016. doi:10.1109/MMAR.2016.7575284.
- [111] A.-W. A. Saif, A. M. Kabir, and S. Elferik. Active Disturbance Rejection Optimal Control for Quadrotors. In *2020 17th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*, pages 1110–1115. IEEE, 2020. doi:10.1109/SSD49366.2020.9364146.
- [112] M. Salgado, R. Middleton, and G. C. Goodwin. Connection between continuous and discrete Riccati equations with applications to Kalman filtering. In *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, volume 135, pages 28–34. Institution of Engineering and Technology (IET), 1988. doi:10.1049/ip-d.1988.0004.
- [113] Z. Shi, H. Yang, and M. Dai. The data-filtering based bias compensation recursive least squares identification for multi-input single-output systems with colored noises. *Journal of the Franklin Institute*, 360(7):4753–4783, 2023. doi:10.1016/j.jfranklin.2023.01.040.
- [114] S. Skogestad. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of process control*, 13(4):291–309, 2003. doi:10.1016/S0959-1524(02)00062-8.
- [115] Q. Song, Y. Mi, and W. Lai. A novel variable forgetting factor recursive least square algorithm to improve the anti-interference ability of battery model parameters identification. *IEEE Access*, 7:61548–61557, 2019. doi:10.1109/ACCESS.2019.2903625.
- [116] H. W. Sorenson. Least-squares estimation: from Gauss to Kalman. *IEEE spectrum*, 7(7):63–68, 1970. doi:10.1109/MSPEC.1970.5213471.
- [117] L. Spacek, V. Bobal, and J. Vojtesek. Digital control of Ball & Plate model using LQ controller. In *2017 21st International Conference on Process Control (PC)*, pages 36–41. IEEE, 2017. doi:10.1109/PC.2017.7976185.
- [118] M. W. Spong, P. Corke, and R. Lozano. Nonlinear control of the reaction wheel pendulum. *Automatica*, 37(11):1845–1851, 2001. doi:10.1016/S0005-1098(01)00145-5.
- [119] B. Srinivasan, P. Huguenin, and D. Bonvin. Global stabilization of an inverted pendulum—control strategy and experimental verification. *Automatica*, 45(1):265–269, 2009. doi:10.1016/j.automatica.2008.07.004.

- [120] M. Stankovic, H. Ting, and R. Madonski. From PID to ADRC and back: expressing error-based active disturbance rejection control schemes as standard industrial 1DOF and 2DOF controllers. *Asian Journal of Control*, 2023. doi:10.1002/asjc.3373.
- [121] Z.-g. Su, L. Sun, W. Xue, and K. Y. Lee. A review on active disturbance rejection control of power generation systems: Fundamentals, tunings and practices. *Control Engineering Practice*, 141:art. no. 105716, 2023. doi:10.1016/j.conengprac.2023.105716.
- [122] S. A. Suhail, M. A. Bazaz, and S. Hussain. Optimal Tuned Linear Active Disturbance Rejection Control Applied to a 2-DOF Robotic Arm Manipulator. In *Proceedings of 6th International Conference on Recent Trends in Computing: ICRTC 2020*, pages 665–675. Springer, 2021. doi:10.1007/978-981-33-4501-0_62.
- [123] T. Sumioka, K. Akimoto, T. Tsujimura, S. Takayanagi, K. Fukushima, and T. Nose. Rider cooperative control of rear-wheel-swing motorcycle based on divergent component of motion. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 9(1):223–230, 2023. doi:10.1109/LRA.2023.3331658.
- [124] H. Sun, R. Madonski, S. Li, Y. Zhang, and W. Xue. Composite control design for systems with uncertainties and noise using combined extended state observer and Kalman filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 69(4):4119–4128, 2021. doi:10.1109/TIE.2021.3075838.
- [125] K. Szabat and T. Orłowska-Kowalska. Application of the extended Kalman filter in advanced control structure of a drive system with elastic joint. In *2008 IEEE International Conference on Industrial Technology*, pages 1–6. IEEE, 2008. doi:10.1109/ICIT.2008.4608421.
- [126] M. Tian, B. Wang, Y. Yu, Q. Dong, and D. Xu. Discrete-time repetitive control-based ADRC for current loop disturbances suppression of PMSM drives. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 18(5):3138–3149, 2021. doi:10.1109/TII.2021.3107635.
- [127] Q. Wei, Z. Wu, Y. Zhou, D. Ke, and D. Zhang. Active disturbance-rejection controller (ADRC)-based torque control for a pneumatic rotary actuator with positional interference. In *Actuators*, volume 13, page art. no. 66. MDPI, 2024. doi:10.3390/act13020066.
- [128] B. Wicher. *Sterowanie nieliniowych układów mechanicznych z wykorzystaniem metody aktywnej kompensacji zakłóceń (ADRC)*. PhD thesis, Politechnika Poznańska, Poznań, Polska, 2023. Available at <https://sin.put.poznan.pl/files/download/53049>.

- [129] Z. Wu, G. Shi, D. Li, Y. Liu, and Y. Chen. Active disturbance rejection control design for high-order integral systems. *ISA transactions*, 125:560–570, 2022. doi:10.1016/j.isatra.2021.06.038.
- [130] Z. Wu, R. Wang, and H. Xing. An improved ADRC with RLS for torque control of permanent magnet starter. *IFAC-PapersOnLine*, 54(10):471–476, 2021. doi:10.1016/j.ifacol.2021.10.207.
- [131] X. Xin and M. Kaneda. Analysis of the energy-based control for swinging up two pendulums. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(5):679–684, 2005. doi:10.1109/TAC.2005.846598.
- [132] W. Xue and Y. Huang. On frequency-domain analysis of ADRC for uncertain system. In *2013 American Control Conference*, pages 6637–6642. IEEE, 2013. doi:10.1109/ACC.2013.6580881.
- [133] Z. Yang, Z. Yan, Y. Lu, W. Wang, L. Yu, and Y. Geng. Double DOF strategy for continuous-wave pulse generator based on extended Kalman filter and adaptive linear active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 37(2):1382–1393, 2021. doi:10.1109/TPEL.2021.3105392.
- [134] Y. K. Yaseen, A. H. Mhmood, M. R. Subhi, A. B. Rakan, and H. A. Mohammed. Advanced flowrate control of petroleum products in transportation: An optimized modified model reference pid approach. *Journal of Robotics and Control (JRC)*, 4(5):591–599, 2023. doi:10.18196/jrc.v4i5.19177.
- [135] X. Zhang, W. Xue, H. Fang, and X. He. On extended state based Kalman-Bucy filter. In *2018 IEEE 7th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS)*, pages 1158–1163. IEEE, 2018. doi:10.1109/DDCLS.2018.8515987.
- [136] X. Zhang, W. Xue, and H.-T. Fang. On extended state based Kalman filter for nonlinear time-varying uncertain systems with measurement bias. *Control Theory and Technology*, 19:142–152, 2021. doi:10.1007/s11768-021-00034-2.
- [137] X. Zhang, X. Zhang, W. Xue, and B. Xin. An overview on recent progress of extended state observers for uncertain systems: Methods, theory, and applications. *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, 3(2):art. no. e89, 2021. doi:10.1002/adc2.89.
- [138] Z. Zhang, J. Cheng, and Y. Guo. PD-based optimal ADRC with improved linear extended state observer. *Entropy*, 23(7):art. no. 888, 2021. doi:10.3390/e23070888.
- [139] Z. Zhang, Z. Yang, G. Zhou, S. Liu, D. Zhou, S. Chen, and X. Zhang. Adaptive fuzzy active-disturbance rejection control-based reconfiguration controller design for aircraft anti-skid braking system. In *Actuators*, volume 10, page art. no. 21. MDPI, 2021. doi:10.3390/act10080201.

- [140] C. Zhao and D. Li. Control design for the SISO system with the unknown order and the unknown relative degree. *ISA transactions*, 53(4):858–872, 2014. doi:10.1016/j.isatra.2013.10.001.
- [141] Y. Zhao, Y. Huang, and Z. Gao. On tuning of ADRC with competing design indices: a quantitative study. *Control Theory and Technology*, 21(1):16–33, 2023. doi:10.1007/s11768-023-00136-z.
- [142] R. Zhou and W. Tan. A generalized active disturbance rejection control approach for linear systems. In *2015 IEEE 10th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, pages 248–255. IEEE, 2015. doi:10.1109/ICIEA.2015.7334120.
- [143] X. Zhou, H. Gao, B. Zhao, and L. Zhao. A GA-based parameters tuning method for an ADRC controller of ISP for aerial remote sensing applications. *ISA transactions*, 81:318–328, 2018. doi:10.1016/j.isatra.2018.08.001.