



prof. dr hab. inż. Maria Kotelko  
Katedra Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji  
Wydział Mechaniczny, Politechnika Łódzka  
ul. B. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź  
[maria.kotelko@p.lodz.pl](mailto:maria.kotelko@p.lodz.pl)

**Recenzja rozprawy doktorskiej  
mgr inż. Aleksandry Magdaleny Pawlak**

**pt.: "Badania cienkościennych słupów ceowych o niestandardowych przekrojach poprzecznych"**

Podstawę do opracowania niniejszej recenzji stanowi pismo Pana Dziekana Wydziału Inżynierii Mechanicznej Politechniki Poznańskiej dr hab. inż. Olafa Ciszaka, prof. PP z dnia 02.11.2023.

**1. Przedmiot rozprawy**

Lekkie konstrukcje cienkościenne, w szczególności zbudowane z profili cienkościennych zimno formowanych, znajdują coraz szersze zastosowanie w wielu dziedzinach inżynierii, m.in. w budownictwie, pojazdach, konstrukcjach magazynowych i wielu innych. Jedną z głównych zalet elementów konstrukcyjnych zimno formowanych jest prosta technologia wykonania, która umożliwia produkcję prętów o niemalże dowolnych kształtach przekroju poprzecznego. Stąd też powstała koncepcja prętów cienkościennych o niestandardowych kształtach przekroju poprzecznego, m.in. prętów ceowych, szeroko stosowanych jako elementy konstrukcji lekkich, o niestandardowych kształtach zarówno środników, jak i półek.

Przekroje te mogą być optymalizowane ze względu na ich stateczność i nośność graniczną, a także stosunek nośności do masy (tzw. współczynnik lekkości). Jednakże ze względu na skomplikowany kształt przekroju poprzecznego, analiza stateczności i nośności takich elementów konstrukcyjnych jest zagadnieniem nie w pełni rozwiązany.

Tematem niniejszej rozprawy jest analiza teoretyczna i doświadczalna stateczności i nośności granicznej ceowych słupów cienkościennych o różnych, niestandardowych przekrojach poprzecznych. Temat ten wpisuje się w najnowsze trendy badań w obszarze stateczności i nośności lekkich konstrukcji cienkościennych.

**2. Treść rozprawy**

Praca składa się z 8-mu rozdziałów, spisu literatury (bibliografii) cytowanej w tekście, zawierającej 129 pozycji, oraz streszczeń w języku polskim i angielskim, po których następuje opis celu i zakresu pracy oraz spis symboli stosowanych w tekście. Ogółem praca zawiera 121 stron.

Rozdział pierwszy „Wstęp” stanowi wprowadzenie do rozprawy, w którym omówiono ogólnie zagadnienie będące jej przedmiotem. Kandydatka omówiła charakterystykę konstrukcji cienkościennych, ze szczególnym uwzględnieniem konstrukcji zimno formowanych. Omówiła także stan wiedzy i opublikowanych wyników badań dotyczących stateczności i nośności słupów i belek cienkościennych o zmodyfikowanych kształtach przekrojów poprzecznych (środników i półek). W konkluzji tego rozdziału Autorka stwierdza,

że istnieją luki w zakresie badań nad urządzeniami cienkościennymi o niestandardowych kształtach przekroju poprzecznego.

Rozdział drugi zawiera szczegółowy opis przedmiotu badań, tj. ceowych słupów cienkościennych o zmodyfikowanych, niestandardowych kształtach zarówno półek, jak i środników. Przedmiotem badań było 7 słupów cienkościennych o różnych przekrojach poprzecznych, tj. standardowego przekroju ceowego z żebrami końcowymi, przekroju ceowego z żebrami końcowymi i wzmocnionym środnikiem, przekroju jw. ze wzmocnionymi zarówno środnikiem i półką oraz czterech przekrojów ceowych ze zmodyfikowanymi półkami (wzmocnienia skrzynkowe), w tym jednego z dodatkowym wzmocnieniem środnika.

W rozdziale 3-m, zatytułowanym „Rozwiązanie analityczne” Doktorantka omówiła metody wyznaczania obciążeń krytycznych i dopuszczalnych konstrukcji cienkościennych, tj. metodę wytrzymałości bezpośredniej (DSM), uogólnioną teorię belek (GBT), metodę szerokości efektywnej oraz wyniki prac opartych na zasadzie stacjonarności energii potencjalnej. W ramach omawiania wyżej wymienionych metod Autorka zacytowała szereg prac opartych na tych metodach. W dalszej części rozdziału omówiono normy obliczeniowe konstrukcji cienkościennych (Eurocod 3, normy amerykańskiej i australijskiej).

W paragrafie 3.3. Kandydatka przedstawia własne rozwiązanie analityczne stateczności ściskanych słupów cienkościennych będących przedmiotem rozprawy. W ramach tego rozwiązania wyznaczono siły krytyczne dla wyboczenia ogólnego, miejscowego oraz dystorsyjnego. Siły krytyczne wyznaczono wychodząc z zasady minimum całkowitej energii potencjalnej. Stateczność miejscową (lokalną lub dystorsyjną) zanalizowano przy założeniu, że ścianka jest płytą prostokątną podpartą przegubowo na wszystkich brzegach lub, że ścianka jest podparta przegubowo na trzech krawędziach, a jedna krawędź jest swobodna.

Rozdział 4-ty zawiera szczegółowy opis przeprowadzonych badań doświadczalnych słupów będących przedmiotem rozprawy, poddanych osiowemu ściskaniu oraz wyniki tych badań. W rozdziale omówiono metodykę badań, tj. zastosowanie metody tensometrycznej oraz metodę optyczną cyfrowej korelacji obrazu. Słupy były poddane osiowemu ściskaniu na maszynie wytrzymałościowej. W paragrafie 4.2. podano wyniki badań wytrzymałościowych materiału, z którego wykonano słupy. Przedstawiono wykresy rozciągania próbek pobranych z materiału wyjściowego oraz próbek pobranych z naroży. W następnym paragrafie przedstawiono wyniki badań tensometrycznych. Z wykresów siła-odkształcenie średnie wyznaczono siły krytyczne za pomocą trzech metod: metody przecięcia prostych (nazwanej przez Autorkę metodą uśrednionego odkształcenia), metodą stycznej i metodą Koitera (P-w).

Następnie przedstawiono wyniki badań metodą cyfrowej korelacji obrazu, przy wykorzystaniu systemu pomiarowego Aramis. Za pomocą tej metody Autorka wyznaczyła postaci wyboczenia słupów oraz wartości sił nazwanych siłami wyboczeniowymi (w odróżnieniu od sił krytycznych) oraz wartości sił maksymalnych (nośności granicznej) słupów.

Rozdział 5-ty poświęcony jest analizie numerycznej stateczności i nośności badanych słupów przy zastosowaniu metody elementów skończonych (MES) oraz metody pasm skończonych (MPS). W paragrafie 5.1. Kandydatka opisuje ogólnie MES oraz przytacza pozycje literaturowe poświęcone analizie stateczności MES urządzeń cienkościennych. Następnie Autorka opisuje model numeryczny MES słupa, przytacza wyniki badania zbieżności rozwiązania oraz wyniki obliczeń sił krytycznych i maksymalnych. Analizę przeprowadzono w dwóch krokach. W pierwszym kroku przeprowadzono analizę liniową, na podstawie której wyznaczono postaci wyboczenia słupów. Postaci wyboczenia otrzymane w pierwszym kroku zaimplementowano jako imperfekcje wstępne w analizie nieliniowej. W wyniku tej analizy otrzymano ścieżki równowagi w pełnym lub prawie pełnym zakresie obciążenia, tj. do wartości maksymalnej i w fazie zniszczenia. Na podstawie otrzymanych ścieżek równowagi wyznaczono siły krytyczne metodą przecięcia prostych (nazwaną przez Autorkę metodą uśrednionego odkształcenia).

W paragrafie 5.2 przedstawiono wyniki analizy stateczności metodą pasm skończonych (MPS) przy zastosowaniu programu CUFISM. Omówiono modele słupów (podział na pasma skończone) oraz wyniki analizy zbieżności rozwiązania. Następnie przedstawiono wyniki obliczeń w postaci wykresów (tzw. *signature curves*) otrzymanych bezpośrednio z programu CUFISM, wyniki obliczeń sił krytycznych oraz wykresy przedstawiające udział procentowy poszczególnych postaci w funkcji długości słupa.

W rozdziale 6-tym Autorka podsumowuje uzyskane wyniki badań zarówno teoretycznych, jak i doświadczalnych. W tablicach odpowiednio 6.1 i 6.2 zestawiono uzyskane zarówno teoretycznie, jak i doświadczalnie wartości sił krytycznych oraz sił maksymalnych (nośności). Omówiono różnice w otrzymanych wynikach. Omówiono także postacie wybożenia badanych słupów. W tabeli 6.3 zestawiono bezwymiarowe wartości sił krytycznych i maksymalnych w odniesieniu do słupa bazowego B1 (ceownika z żebrami końcowymi bez dodatkowych wzmocnień), a także procentowy przyrost masy pozostałych słupów w odniesieniu do słupa B1.

Rozdział 7-my zawiera wnioski końcowe. Autorka wskazuje na znaczny wzrost sił krytycznych i maksymalnych słupów o niestandardowych kształtach przekroju poprzecznego. Następnie dokonuje oceny poszczególnych metod doświadczalnych i numerycznych, zastosowanych przy wyznaczaniu sił krytycznych.

W rozdziale 8-mym przedstawione są kierunki dalszych badań.

## 2. Ogólna ocena rozprawy

Doktorantka podjęła się rozwiązania zagadnienia stateczności i nośności granicznej słupów ceowych o niestandardowych kształtach środników i półek, w tym półek wzmocnionych zagięciami skrzynkowymi. Jest to zagadnienie dotychczas nie rozwiązane, o charakterze nowatorskim. Rozprawa zawiera kompleksowe rozwiązanie tego zagadnienia, tj. rozwiązanie analityczne zagadnienia stateczności (sił krytycznych), rozwiązanie numeryczne dwiema metodami MES i MPS, przy czym drugą z metod numerycznych zastosowano do wyznaczania sił krytycznych i postaci wybożenia słupów. Rozwiązania teoretyczne zostały zweryfikowane wynikami badań doświadczalnych, przeprowadzonych metodą tensometryczną oraz optyczną metodą cyfrowej korelacji obrazu.

Rozwiązanie analityczne stateczności Kandydatka oparła na istniejących już rozwiązaniach, wychodzących z zasady minimum całkowitej energii potencjalnej. Jednakże dokonała modyfikacji algorytmów obliczeniowych dla potrzeb konkretnego przedmiotu analizy.

Analiza MES została przeprowadzona zarówno w zakresie liniowym, jak i nieliniowym, co pozwoliło na wyznaczenie ścieżek równowagi w pełnym zakresie obciążeń (do sił maksymalnych i w fazie odciążenia). Modele obliczeniowe słupów opracowano poprawnie, przeprowadzono również analizę zbieżności rozwiązania dla określenia optymalnego wymiaru elementu skończonego. Obliczenia przeprowadzono za pomocą komercyjnego kodu Ansys. Na podkreślenie zasługuje wyznaczenie sił krytycznych z rozwiązania nieliniowego, na podstawie pełnozakresowych lub prawie pełnozakresowych ścieżek równowagi, przy zastosowaniu metody przecięcia prostych.

Analizę stateczności metodą pasm skończonych przeprowadzono za pomocą ogólnie dostępnego kodu CUFISM. Przeprowadzono analizę zbieżności dla określenia optymalnego wymiaru pasma skończonego. Na podkreślenie zasługuje przeprowadzenie analizy udziału poszczególnych postaci wybożenia przy obciążeniu krytycznym.

W części doświadczalnej swojej pracy Doktorantka podjęła się jednego z najtrudniejszych i dotychczas nie w pełni rozwiązanych zadań w dziedzinie mechaniki eksperymentalnej, tj. doświadczalnego wyznaczania obciążeń krytycznych cienkościennych struktur.

Zadanie to wykonała przeprowadzając badania doświadczalne na obiektach rzeczywistych, tj. 7-mu wariantach słupów stalowych. W mojej opinii ta część rozprawy stanowi istotny wkład Doktorantki w dziedzinie doświadczalnych badań wyboczenia i obciążeń krytycznych konstrukcji cienkościennych, biorąc szczególnie pod uwagę niestandardowe elementy konstrukcyjne, będące przedmiotem eksperymentu. Badania te przeprowadzono w sposób kompleksowy (abstrahując od uwag krytycznych, podanych niżej).

Odkształcenia mierzono metodą tensometryczną, w dwóch wybranych punktach odpowiednio na środku i półce. Na podstawie pomiarów odkształceń w tych dwu punktach wyznaczono ścieżki równowagi, tj. obciążenia w funkcji wartości średniej z tych dwu punktów (jak wynika z treści rozdziału). Dokonano analizy porównawczej oszacowania obciążeń krytycznych trzema różnymi metodami wymienionymi wyżej. Wyniki doświadczalne porównano dodatkowo z wynikami z eksperymentu numerycznego MES (metodą przecięcia prostych).

Za pomocą systemu optycznego Aramis wyznaczono doświadczalnie postaci wyboczenia oraz obciążenia maksymalne. Wyniki tych badań porównano z wynikami analizy MES oraz MPS. Analiza porównawcza otrzymanych wyników (sił krytycznych, postaci wyboczenia oraz nośności) jest oryginalnym elementem rozprawy.

Otrzymane wyniki analiz zarówno teoretycznych, jak i doświadczalnych, pozwoliły na sformułowanie wniosku, iż zastosowanie słupów o niestandardowych kształtach przekroju poprzecznego skutkuje znacznym wzrostem sił krytycznych oraz nośności przy stosunkowo niewielkim (dla niektórych słupów) wzroście masy, co pokazuje tablica 6.3. Jest to wniosek o znaczeniu aplikacyjnym, z punktu widzenia projektowania tego typu struktur.

Ogólnie stwierdzam, że rozprawa stanowi istotny wkład w postępie badań teoretycznych, a szczególnie doświadczalnych nad statecznością i nośnością konstrukcji cienkościennych i wyczerpuje w mojej opinii wymóg ustawowy, zawiera bowiem oryginalne rozwiązanie problemu naukowego w dyscyplinie inżynieria mechaniczna.

Zakres pracy jest kompletny i obejmuje zarówno opracowanie modelu numerycznego MES i MPS, przeprowadzenie symulacji numerycznych, jak i zaplanowanie procedury pomiarowej oraz przeprowadzenie badań doświadczalnych.

Kandydatka wykazała się zatem szeroką wiedzą z zakresu metod numerycznych mechaniki, teorii stateczności i nośności granicznej konstrukcji cienkościennych, a także z zakresu metod eksperymentalnych mechaniki oraz umiejętnością planowania i wykonania eksperymentu.

Układ pracy jest przejrzysty a jej redakcja jest staranna. Bibliografia opracowana jest adekwatnie do tematu pracy (z wyjątkiem jednej uwagi krytycznej podanej niżej). Biorąc powyższe pod uwagę, moja ogólna merytoryczna ocena rozprawy jest wysoka. Poniżej przedstawiłam uwagi krytyczne, które w większości mają charakter komentarzy dyskusyjnych i nie umniejszają mojej pozytywnej oceny pracy mgr inż. Aleksandry Pawlak.

### **3. Uwagi krytyczne**

3.1. W Rozdziale 3-m dotyczącym rozwiązania analitycznego, zastosowano pewne skróty myślowe, które utrudniają ocenę prawidłowości rozwiązania oraz oryginalnego wkładu Doktorantki w to rozwiązanie. Stwierdzenie w paragrafie 3.5. iż wzory podane w rozdziale zostały zaimplementowane do programu GUI nie wyjaśnia do końca sposobu tej implementacji. Należałoby przytoczyć pracę źródłową, albo bardziej szczegółowo omówić zastosowaną w programie GUI metodę. Rys. 3.4. niewiele w tej kwestii wyjaśnia. W spisie symboli brakuje też symbolu „h” występującego we wzorach 113, 118 i 119.

3.2. Autorka wyznacza siły krytyczne (analitycznie, numerycznie i doświadczalnie) oraz tzw. siły wyboczeniowe (doświadczalnie metodą optyczną i z rozwiązania liniowego MES). W tym drugim przypadku (Rys. 5.3) są to prawdopodobnie wartości własne wyznaczone z rozwiązania liniowego, a więc siły krytyczne jednakże nie wynika to jasno z opisu w paragrafie 5.1.2. Ponadto prawdopodobnie wystąpił błąd w tym paragrafie. Zamiast „*Structural Stability*” powinno być „*Static structural*”, co pośrednio wynika z rys. 5.5.

W pierwszym przypadku, tj. doświadczalnie siła tzw. wyboczeniowa wyznaczana była, jak należy się domyślać, jakościowo, jako (wg opisu Autorki) „*siła, przy której wystąpiły pierwsze oznaki wyboczenia*”. Autorka nie komentuje też bardzo dużych różnic między siłami wyznaczonymi doświadczalnie z metody optycznej (tzw. wyboczeniowymi), wartościami sił podanymi na rys. 5.3 (prawdopodobnie wartościami własnymi z rozwiązania liniowego), wartościami  $F_w$  podanymi w tabelicy 4.5 oraz wartościami sił krytycznych wyznaczonymi z badań tensometrycznych i MES na podstawie ścieżek równowagi.

W opinii recenzentki, siła krytyczna lub siła bifurkacyjna jest to pojęcie ściśle określone jako wartość własna rozwiązania liniowego. Natomiast niektórzy badacze stosują termin „siła wyboczeniowa” tylko w przypadku struktur z imperfekcją wstępną.

3.3. Kandydatka otrzymała dobrą zgodność wartości sił krytycznych otrzymanych 3-ma doświadczalnymi metodami na bazie ścieżek równowagi. Natomiast zgodność tych wyników z wynikami MES, MPS i w niektórych przypadkach rozwiązania analitycznego (tablica 6.1) jest stosunkowo mała (np. dla słupa B1 rozrzut sięga 50%, dla pozostałych słupów wynosi ok. 20%). O ile te różnice, szczególnie poniżej 20% przy wyznaczaniu sił krytycznych są raportowane przez wielu badaczy, o tyle różnice w nośności granicznej wyznaczonej teoretycznie i doświadczalnie budzą wątpliwość. Dla słupa B2 jest to 35%, zaś dla słupa B3 23%. W badaniach konstrukcji cienkościennych wyznaczenie sił maksymalnych jest stosunkowo proste i tak dużych różnic się nie notuje.

Różnice te mogłyby być mniejsze, gdyby siły maksymalne wyznaczano z wykresu siła - skrócenie, który otrzymujemy bezpośrednio z maszyny wytrzymałościowej lub z wykresu siła-ugięcie. Wykresy te mogłyby też być wykorzystane do wyznaczenia sił krytycznych. Czujnik ugięcia był zainstalowany na stanowisku badawczym, jak wynika z rys. 4.1.

Wyznaczenie sił krytycznych z wykresu siła-odkształcenie średnie w sytuacji, kiedy naklejono dwa tensometry (jeden na środku od wewnątrz, jeden na półce od zewnątrz) budzi pewne wątpliwości. Autorka nie wyjaśnia też, czy na wykresach ścieżek równowagi otrzymanych z analizy MES (rys. 5.6 i 5.7) odkształcenie „zdejmowano” z jednego punktu na półce lub środku, czy też brano średnią z tych samych punktów, na których naklejono tensometry.

3.4. Nie podano, jaką prędkość obciążenia (przesuwu tawersy maszyny) zastosowano. W badaniach tego typu prędkość ta jest istotna. Nie podano także, ile słupów danego typu przebadano i jaka była powtarzalność wyników.

#### 4. Uwagi edytorskie

4.1. Jak wspomniano wyżej, układ pracy jest przejrzysty. Nieco utrudnia lekturę rozłożenie przeglądu literatury na poszczególne rozdziały. Ponadto, w odniesieniu do niektórych zagadnień jest on trochę chaotyczny. Brakuje prac źródłowych, wprawdzie o znaczeniu historycznym, ale należałoby je zacytować. Dotyczy to

szczególnie rozdziału 3-go, gdzie Autorka omawia metody analizy stateczności konstrukcji cienkościennych.

4.2. Wielokrotnie błędnie podano nazwisko autora metody P-w. Był to W.T. Koiter.

4.3. Formy zniszczenia badanych słupów są mało widoczne na rys. 4.7.

### **Wniosek końcowy**

Dorobek publikacyjny Doktorantki obejmuje 3 publikacje (według bazy Scopus), co wypełnia wymogi ustawowe.

Biorąc pod uwagę wysoką ocenę rozprawy, przedstawioną powyżej, oraz dotychczasowy dorobek publikacyjny Doktorantki spełniający wymagania ustawowe, stwierdzam, że rozprawa doktorska mgr inż. Aleksandry Pawlak .pt: „*Badania cienkościennych słupów ceowych o niestandardowych przekrojach poprzecznych*” **spełnia wszystkie warunki stawiane przez ustawę „Prawo o Szkolnictwie Wyższym i Nauce” z dn. 20.07. 2018 r. (Dz.U. poz. 1669)** i na tej podstawie wnoszę o przyjęcie rozprawy i dopuszczenie jej do publicznej obrony.

Łódź, 15. stycznia 2024 r

