

**Recenzja pracy doktorskiej mgr inż. Pauliny Stempin**  
**„Structural models in the framework of space-Fractional Continuum Mechanics”**

**1. Podstawa formalna przedmiot recenzji**

Recenzja została opracowana w odpowiedzi na pismo z dnia 8 listopada 2023r prof. dra hab. inż. Jacka Pielechy, Przewodniczącego Rady Dyscypliny Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport Politechniki Poznańskiej.

Przedmiotem oceny jest praca doktorska mgr inż. Pauliny Stempin o tytule „Structural models in the framework of space-Fractional Continuum Mechanics”, wykonana pod opieką naukową prof. dra hab. inż. Wojciecha Sumelki. Rozprawa doktorska została przygotowana na podstawie pięciu artykułów opublikowanych w języku angielskim w recenzowanych czasopismach z impakt faktorem w latach 2020-2023. We wszystkich tych publikacjach Doktorantka figuruje jako pierwszy autor, co wskazuje zapewne jej przeważający udział w badaniach, opracowaniach wyników i przygotowania artykułów. Przedstawione opracowanie składa się z części zasadniczej, w której zostały przedstawione osiągnięcia Doktorantki, oraz dwóch dodatków zawierających odpowiednio przedruki artykułów będących podstawą osiągnięcia naukowego oraz oświadczenia autorów przedstawionych publikacji i ich udziale w powstawaniu tych dzieł.

**2. Ogólna charakterystyka rozprawy doktorskiej**

**2.1. Tematyka rozprawy**

Problem naukowy zaprezentowany w rozprawie odnosi się do modelowania matematycznego i numerycznego podstawowych elementów konstrukcyjnych takich jak belki i płyty, które przy obciążeniu mechanicznym wykazują efekty skali. Zjawisko to obserwuje się w szczególności w skali nano i mikro, i z tego powodu klasyczna mechanika kontinuum nie znajduje tutaj zastosowania. Wynika to z faktu, że w tak małych skalach rozmiar struktury materiału (ziarna, pustki) w stosunku do wymiaru geometrycznego badanego elementu konstrukcyjnego nie jest pomijalnie mała. Aby prawidłowo zamodelować zachowanie się takiej konstrukcji należy dodatkowo zastosować parametr skali, który będzie uwzględniał rozmiar struktury wewnętrznej materiału. Aby zbudować efektywne modele matematyczne i obliczeniowe wykorzystano rachunek niecałkowitego rzędu w mechanice ośrodków ciągłych, gdzie w sposób naturalny pojawia się parametr skali. Doktorantka postawiła sobie za cel opracowanie modeli matematycznych i obliczeniowych dla belki i płyty z wykorzystaniem

pochodnych niecałkowitego rzędu w mechanice ośrodków ciągłych (space-Fractional continuum mechanics s-FCM). Dla każdego opracowanego modelu matematycznego zostały przygotowane modele obliczeniowe z wykorzystaniem metody różnic skończonych w połączeniu z schematem numerycznego całkowania Newtona-Cotesa pierwszego rzędu. Tematem tych opracowań były statyka, dynamika i plastyczność w belkach Eulera-Bernoulliego i Timoszenki oraz statyka płyt wielowarstwowych. W analizie numerycznej Doktorantka dokonywała kalibracji modeli a następnie ich walidacji z wynikami eksperymentalnymi.

## 2.2. Charakterystyka dorobku będącego podstawą dysertacji

Lista artykułów przedstawionych jako osiągnięcie naukowe to:

- [1] P. Stempin and W. Sumelka. *Space-fractional Euler-Bernoulli beam model - Theory and identification for silver nanobeam bending*. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 186, 105902. (IF2020 = 5.329)
- [2] P. Stempin and W. Sumelka. *Formulation and experimental validation of space-fractional Timoshenko beam model with functionally graded materials effects*. Computational Mechanics, 2021, 68, 697-708. (IF2021 = 4.391)
- [3] P. Stempin and W. Sumelka. *Dynamics of Space-Fractional Euler-Bernoulli and Timoshenko Beams*. Materials, 2021, 14, 1817. (IF2021 = 3.748)
- [4] P. Stempin and W. Sumelka. *Space-fractional small-strain plasticity model for microbeams including grain size effect*. International Journal of Engineering Science, 2022, 175, 103672. (IF2022 = 6.600)
- [5] P. Stempin, T. P. Pawlak and W. Sumelka. *Formulation of non-local space-fractional plate model and validation for composite micro-plates*. International Journal of Engineering Science, 2023, 192, 103932. (IF2022 = 6.600)

Poniżej opisana jest skrótowo zawartość wymienionych artykułów:

Ad.[1] W artykule tym analizowane było statyczne zginanie nano-belek srebra typu Euler-Bernoulli z użyciem analizy frakcyjnej. Zaproponowano odpowiedni model matematyczny z użyciem pochodnych frakcyjnych. Opracowany model numeryczny uwzględniał wszystkie rodzaje warunków brzegowych jak również obciążenia statycznego. Na tej podstawie została przeprowadzona analiza parametryczna, która wskazuje, że efekt skali jest zależny od warunków brzegowych jak również wielkości parametrów frakcyjnych. Model został skalibrowany opierając się na wynikach eksperymentalnych, uzyskując relatywną zgodność wyników numerycznych z eksperymentalnymi.

Ad.[2] W artykule tym rozszerzony został przestrzenno-ułamkowy model belki to belki Timoszenki, z uwzględnieniem materiału gradientowego, gdzie własności fizyczne belki zmieniają się po przekroju. Podobnie jak w poprzednim artykule wykonano wyprowadzono model obliczeniowy z zastosowaniem podejścia różnicowego i całkowania numerycznego. Dokonano analizę wrażliwości wartości dwóch nowych parametrów, tj. długość charakterystyczną i wartość niecałkowitej pochodnej, na statyczną odpowiedź nano-belki przy różnych warunkach brzegowych. Porównano również wyniki dla opracowanych modeli belki

Eulera-Bernoulliego i belki Timoszenki, wskazując sytuacje, w których efekt ścinania ma widoczny wpływ na odpowiedź statyczną belki. Model matematyczny został następnie skalibrowany dla mikrobarki z polimeru SU-8.

Ad.[3] W artykule tym ponownie analizowano belkę Eulera-Bernoulliego oraz belkę Timoszenki z zastosowaniem pochodnych niecałkowitego rzędu ale tym razem skupiono się na problemie dynamiki, a w szczególności na drganiach swobodnych. Podobnie jak w poprzednich pozycjach, dokonano analizy parametrów analizy nielokalnej ale tym razem pod kątem ich wpływu na częstotliwości i postaci drgań własnych. W wyniku tego potwierdzone zostało, że dla smukłych belek wystarczający jest prostszy model belki Eulera-Bernoulliego. Również i tym razem zweryfikowano otrzymane wyniki wynikami eksperymentalnymi znanymi z literatury. W konkluzjach tego artykułu zauważono, że można wyznaczyć wartości parametrów nielokalnych, które są niezależne od przekroju, smukłości, warunków brzegowych i rodzaju problemu (statyka, dynamika). Na tej podstawie stwierdzono, że analizowane parametry nielokalne są ściśle zależne od materiału.

Ad.[4] W artykule tym zaprezentowano nielokalną analizę sprężysto-plastyczną dla belki Eulera-Bernoulliego i Timoszenki z wykorzystaniem pochodnej niecałkowitej. Do modelowania zachowania plastycznego wykorzystano hipotezę wyężeniową Hubera-Misesa-Hencky'ego ze wzmocnieniem izotropowym przy użyciu relacji Hall'a-Petch'a. Przygotowany został przyrostowo-iteracyjny model obliczeniowy, który następnie posłużył do dalszej analizy. Parametry modelu skalibrowano na podstawie dostępnych w literaturze wyników eksperymentalnych dla węglaków spiekanych. Podczas obliczeń uzyskano strefy plastyczne w przekroju belki symetryczne względem środka belki dla różnych warunków obciążenia i warunków brzegowych. W konkluzjach stwierdzono, że wartość parametru skali odpowiada wielkości ziaren struktury materiału.

Ad.[5] W tej pracy opracowano nielokalny model matematyczno-kompozytowy nano/mikropłyttek poddanych zginaniu z wykorzystaniem analizy różniczkowej niepełnego rzędu. Zaproponowany model opiera się na teorii płyt cienkich Kirchoffa-Love'a. Podobnie jak w przypadku pozostałych artykułów, model obliczeniowy był wykonany z wykorzystaniem techniki różnic skończonych i całkowania numerycznego N-C pierwszego rzędu. Dla zbudowanego modelu obliczeniowego wykonano analizę parametryczną, która pokazywała wrażliwość wyników od wartości nielokalnych parametrów dla różnych przypadków podparcia/utwierdzenia płyty. Do weryfikacji zaproponowanego modelu posłużyły wyniki eksperymentalne zginania dwuwarstwowej mikropłyty poddanej obciążaniu skupionym. Również i w tym wypadku wykazano zgodność z wynikami eksperymentalnymi zaproponowanego nowego modelu, podczas gdy wyniki dla standardowego modelu znacznie odbiegały od eksperymentalnych.



### 3. Uwagi krytyczne

#### 3.1. Uwagi o charakterze ogólnym

1. W przedłożonych artykułach każdy opracowany model numeryczny jest weryfikowany poprzez porównanie z wynikami eksperymentalnymi. Na tej podstawie formułowane dosyć kategorięczne konkluzje, 'zostało 'udowodnione, że:'
  - długość skalująca ' $l_f$ ' odpowiada wielkości ziarna materiału [4], lub
  - jest możliwe określić wielkości parametrów skali ' $l_f$ ', ' $\alpha$ ', które odpowiadają mikrostrukturze badanego materiału [3].Słowo 'udowodnione' tym kontekście jest raczej pewnym naużyciem. Na podstawie pojedynczych porównań wyników z modelu obliczeniowego nie można formułować kategorięcznego stwierdzenia, że się coś 'udowodniło'. Aby powyższe twierdzenia miały walor dowodu należałoby przeprowadzić pogłębioną analizę matematyczno-obliczeniową z wielokrotną weryfikacją eksperymentalną. Bardziej odpowiedni byłoby w tej sytuacji co najwyżej 'zauważyć/stwierdzić/wykazać dla rozpatrywanego przypadku' itp.
2. Model numeryczny należy weryfikować pod kątem zbieżności rozwiązania, aby wykazać poprawności zastosowanego modelu. Rozwiązanie przybliżone powinno zbiegać monotonicznie do rozwiązania ścisłego przy zwiększającej się dyskretyzacji problemu. W zaprezentowanych pracach nie przeprowadzono takiej zbieżności ani analitycznie, ani też numerycznie. W zaprezentowanych przykładach modele numeryczne zostały zaimplementowane z zastosowaniem tylko pojedynczych dyskretyzacji. W najprostszym przypadku należało zaprezentować wyniki dla wielu dyskretyzacji wskazującej, że rozwiązanie, w ogólności, jest niezależne, co do charakteru, od przyjętej gęstości dyskretyzacji.
3. W każdym artykule dobierane są nielokalne parametry modelu, tj. charakterystyczna długość ' $l_f$ ' oraz wartość niecałkowitej pochodnej ' $\alpha$ ', na podstawie wyników eksperymentalnych. W artykułach nie zostało opisana procedura w jaki sposób wyznaczano wartości tych parametrów. Czy była realizowana jakaś procedura optymalizacyjna, czy też statystyczna? Jeżeli była, to jaka została określona funkcja celu? Czy podana para parametrów jest jedyna, czy może istnieją inne pary parametrów równie dobre. Czy możliwe jest znalezienie takich wartości parametrów, które dałyby jeszcze lepsze wyniki?
4. W artykułach stwierdza się, że parametry ' $l_f$ ' oraz ' $\alpha$ ' są to parametry materiałowe. Wydaje się, że takie stwierdzenie jest przedwczesne. Należałoby przeprowadzić dużo głębszą i szerszą analizę aby móc wysnuć taką tezę. Zwłaszcza, że dobór długości skali ' $l_f$ ' nie jest stały dla całego materiału, gdyż zmierza do zera na brzegu obszaru, a rodzaj tej zbieżności jest zależna od warunku brzegowego.
5. W konkluzjach do opracowania Doktorantka stwierdza, że zaproponowany sposób modelowania w skali micro/nano wymaga 'tylko dwóch dodatkowych parametrów'. Jest to stwierdzenie trochę zaskakujące, zważywszy na fakt, że standardowy model materiału posiada dwa parametry (np. moduł Younga i współczynnik Poissona). Zatem zwiększenie modelu o dodatkowe dwa parametry to wzrost o sto procent liczby parametrów modelu. W przypadku belki, gdzie wykorzystuje się tylko moduł Younga, jest to wzrost liczby parametrów o trzysta procent. Należy tutaj mieć świadomość, że zaproponowany model matematyczny i numeryczny, za pomocą którego



uzyskuje się satysfakcjonujące wyniki w skali mikro/nano, jest kosztem znacznego zwiększenia liczby parametrów problemu.

6. W przedstawionych rozważaniach modelowano mikro/nano konstrukcje korzystając z tzw. sformułowania mocnego. Czy znane są w literaturze zastosowanie sformułowania słabego i czy ewentualnie Doktorantka rozważała użycie sformułowania słabego dla rozważanych problemów?
- 7.

### 3.2. Uwagi edycyjne

W prezentowanych publikacjach zlokalizowałem kilka błędów o charakterze edycyjnym. Takie błędy pojawiają się głównie w pierwszej i drugiej pracy, co świadczy o tym, że Doktorantka z każdym kolejnym artykułem przykładała większą wagę do spraw edycyjnych.

Ad [1]

1. W równaniu (1) i w opisie poniżej jest niekonsekwencja w oznaczaniu obszaru 'Omega' i jego brzegu, (1)\_6
2. W zestawieniu literatury wkradły się niestety liczne błędy, w tym przy nazwiskach
  - Euler, Bernoulli, Lagrange, Caputo pisane z małej litery [17, 38, 45, 54]
  - Tomasz B. zamiast T. Błaszczyk [45]
  - Lewiski zamiast Lewiński
  - Leszczyski zamiast Leszczyński [59]
  - Błąd w tytule i brak numeru stron [59]
  - Niepoprawne dane bibliograficzne [19]
  - Academini zamiast Academic [40]
  - 'fg' zamiast 'FG' (functionally graded) [23]

Ad [2]

1. Przed równaniem (18) i po równaniu (19) powtórzono zdanie
2. Błędy w zestawieniu literatury
  - Nazwisko małą literą: [1,27,28,45,46]
  - Boiński zamiast Bobiński: [8]
  - sic-si 3dptm zamiast SiC-SI 3DPTM [30]

Ad [4]

1. Błąd w zestawieniu literatury
  - Brak umlaut przy 'O': [Akgöz, Civalek 2013,2014,2015,2016]

Ad [5]

2. Błąd w zestawieniu literatury
  - Nazwisko małą literą: [Stempin, Sumelka 2021a]

## 4. Wniosek końcowy

Opiniowana rozprawa doktorska mgr inż. Pauliny Stempin przedstawia oryginalne rozwiązanie problemu naukowego jakim jest modelowanie matematyczne i numeryczne elementów konstrukcji w skali micro/nano, które z uwagi na budowę struktury wewnętrznej, wymagają uwzględnienia efektu

skali. W tym celu Doktorantka zastosowała rachunek różniczkowy niepełnego rzędu, gdzie w sposób naturalny wykorzystuje się parametr skali, dzięki czemu otrzymane modele mają nielokalny charakter. Na tej podstawie zostały przygotowane modele numeryczne w obszarach 1D lub 2D z wykorzystaniem podejścia różnicowego i numerycznych schematów całkowania. Doktorantka w swoich badaniach przeprowadziła analizę statyczną, dynamiczną w postaci drgań własnych oraz plastyczną. Doktorantka przeprowadziła wiele eksperymentów numerycznych w których analizowała wrażliwość modeli numerycznych na wartości nowo wprowadzonych dwóch parametrów. Zaproponowane modele były zweryfikowane poprzez porównanie z wynikami eksperymentalnymi dostępnymi w literaturze.

Wyniki swoich badań Doktorantka publikowała na bieżąco w wysoko punktowanych czasopismach cieszących się światową renomą, w których proces recenzji nie powinien budzić wątpliwości. Zatem wyniki tych badań zostały już pozytywnie ocenione przez niezależnych recenzentów co do poprawności analizy, poprawności wniosków jak i oryginalności badań. Zgodnie z załączonymi oświadczeniami Doktorantki oraz współautorów, Doktorantka miała swój znaczący udział w powstawaniu każdego z dzieła. Przygotowanie artykułów wymagało od Doktorantki znacznego zaangażowania naukowego jak i poznania dogłębnie analizowanych tematów. Modele matematyczne, prezentowane w tych pracach, oznaczają się stosunkowo wysokim stopniem złożoności, która wynikała z zastosowania niecałkowitych pochodnych. Wymagało to od Doktorantki szczegółowego rozpoznania tematu badań aby wyprowadzić końcowe relacje matematyczne. Na tej podstawie Doktorantka wyprowadziła modele numeryczne, w tym przyrostowo-iteracyjne, które następnie zaimplementowała w środowisku obliczeniowym. Przeprowadzone badania i analizy potwierdzają wysoką wiedzę Doktorantki oraz dobrze przygotowanie do prowadzenia badań naukowych w zakresie dyscypliny inżynieria lądowa, geodezja i transport. Przedstawione w pkt 3 recenzji uwagi krytyczne, nie obniżają mojej wysokiej oceny osiągnięć Doktorantki, gdyż mają w większości charakter dyskusji naukowej i Doktorantka będzie mogła się do nich odnieść podczas publicznej obrony.

Uważam, że recenzowana praca w pełni spełnia wymogi stawiane pracom doktorskim, zgodnie z obowiązującą Ustawą. Stawiam wniosek do Rady dyscypliny Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport Politechniki Poznańskiej o **dopuszczenie rozprawy doktorskiej mgr inż. Pauliny Stempin do publicznej obrony.**

Po szczegółowym zapoznaniem się z dorobkiem Doktorantki mgr inż. Pauliny Stempin niniejszym zgłaszam wniosek o wyróżnienie recenzowanej rozprawy doktorskiej. Poniżej przedstawiam uzasadnienie merytoryczne wniosku.

W latach 2020-2023 mgr inż. Paulina Stempin była opublikowała jako pierwszy autor, głównie we współpracy ze swoim promotorem prof. Sumelką, pięć artykułów w wysoko punktowanych czasopismach naukowych. Według aktualnej punktacji listy ministerialnej publikacje w tych czasopismach wynoszą odpowiednio 3x140pkt oraz 2x200pkt. Na chwilę obecną prace te uzyskały 28 cytowań (bez autocytowań), według bazy Scopus. Oznacza to, że osiągnięcia pani Stempin są już zauważane w środowisku naukowym.

Do najważniejszych osiągnięć Doktorantki, zasługujących na wyróżnienie uważam:

1. Opracowanie nowych modeli matematycznych niepełnego rzędu dla belek Eulera-Bernoulliego i Timoshenki dla zadań statyki, dynamiki oraz plastyczności oraz dla statyki płyty warstwowej.
2. Dla modeli matematycznych doktorantka zaproponowała efektywne modele numeryczne, w tym nieliniowe, bazujące na podejściu różnic skończonych w połączeniu z całkowaniem numerycznym.

3. Doktorantka zaimplementowała wszystkie model numeryczne w środowisku obliczeniowym, i przeprowadziła analizę wrażliwości modelu na wartości nowy parametrów wynikających z pochodnych niepełnego rzędu.
4. Doktorantka dla swoich modeli uzyskała zgodność z wynikami eksperymentalnymi przeprowadzonych dla konstrukcji w skali nano/mikro uzyskanymi z literatury

Opracowanie nowych, złożonych modeli matematycznych oraz ich komputerowa implementacja wymagała od Doktorantki ponadprzeciętnego przygotowania z zakresu mechaniki, matematyki, analizy numerycznej oraz programowania. Jej aktywność naukowa skupiła się na rozwijaniu stosunkowo nowego obszaru nauki jakim są kontinua niepełnego rzędu w modelowaniu konstrukcji w skali micro/nano. Bez wątpienia jej wkład w rozwój tego obszaru nauki, a poprzez to rozwój dyscypliny inżynieria lądowa, geodezja i transport jest istotny, o czym świadczą wartościowe publikacje będące podstawą dysertacji.

Dodatkowo należy tutaj podkreślić, że Doktorantka w pierwszej połowie zeszłego 2023 roku rozpoczęła realizację projektu finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki w ramach konkursu 'Preludium 21', pn. 'Mechanika konstrukcji prętowo-płytowych z silnym efektem skali - modelowanie matematyczne i analiza eksperymentalna', nr. 2022/45/N/ST8/02421. W ramach tego projektu będzie kontynuowała swoje badania związane z nielokalnym modelowaniem wybranych konstrukcji uwzględniając efekt skali. Ostatni artykuł z dysertacji ukazał się właśnie w ramach tego projektu.

*Jan Jankowski*

