

POLITECHNIKA POZNAŃSKA  
WYDZIAŁ AUTOMATYKI, ROBOTYKI I ELEKTROTECHNIKI  
INSTYTUT ELEKTROTECHNIKI I ELEKTRONIKI PRZEMYSŁOWEJ  
ZAKŁAD MECHATRONIKI I MASZYN ELEKTRYCZNYCH



**mgr inż. Milena Agnieszka Kurzawa**

*Rozprawa doktorska*

**Obwodowo – polowa analiza i synteza układów uzwojeń  
w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej**

Promotor: *dr hab. inż. Rafał M. Wojciechowski, prof. PP*

Promotor pomocniczy: *dr inż. Łukasz Knypiński*

Poznań 2023



## SPIS TREŚCI

Streszczenie .....	5
Abstract .....	6
Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów .....	7
1. Wprowadzenie, cel i teza pracy .....	10
2. Systemy bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej .....	16
2.1. Wprowadzenie .....	16
2.2. Zastosowanie systemów bezprzewodowej transmisji energii .....	18
2.2.1. Motoryzacja .....	18
2.2.2. Elektronika użytkowa .....	21
2.2.3. Medycyna .....	25
2.2.4. Przemysł .....	30
2.3. Układy cewek systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej .....	31
2.3.1. Cewki spiralne płaskie .....	31
2.3.2. Płytki drukowane .....	36
2.3.3. Cewki solenoidalne .....	38
2.4. Układy zasilające i odbiorcze stosowane w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej .....	43
2.4.1. Układy zasilające .....	44
2.4.2. Obwody rezonansowe stosowane w SBTE .....	49
2.4.3. Układy odbiorcze .....	50
2.5. Podsumowanie .....	54
3. Obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym o parametrach skupionych .....	55
3.1. Wprowadzenie .....	55
3.2. Modele obwodowe .....	57
3.3. Metody wyznaczania parametrów skupionych modeli obwodowych .....	60
3.3.1. Modele o parametrach wyznaczanych na podstawie zależności analitycznych i wzorów empirycznych .....	60

3.3.2. Modele o parametrach skupionych wyznaczone na podstawie modeli polowych .....	70
3.4. Podsumowanie .....	82
4. Polowe modele układów z polem elektromagnetycznym .....	84
4.1. Wprowadzenie .....	84
4.2. Dwuwymiarowy model polowy wykorzystujący sformułowanie $A-V-T_0$ oraz $A-V$ .....	88
4.3. Modele polowe trójwymiarowe .....	97
4.4. Podsumowanie .....	102
5. Modele ekwiwalentne układów elektromagnetycznych .....	103
5.1. Wprowadzenie .....	103
5.2. Modele wykorzystujące obwody Fostera i Cauera .....	103
5.3. Wyznaczanie parametrów obwodów Fostera i Cauera na podstawie modeli polowych .....	105
5.3.1. Metoda dopasowania - „ <i>Fitting Method</i> ” .....	108
5.3.2. Metoda redukcji modelu - Bezpośredni rozkład ortogonalny „ <i>Proper Orthogonal Decomposition</i> ” .....	117
5.3.3. Metoda redukcji modelu - <i>Padé via Lanczos</i> .....	122
5.4. Podsumowanie .....	125
6. Wyniki obliczeń testujących skuteczność opracowanych modeli układów z polem elektromagnetycznym .....	127
6.1. Wprowadzenie .....	127
6.2. Układ pojedynczej cewki oraz koncentratora pola .....	129
6.3. Układ cewek sprzężonych magnetycznie .....	142
6.3.1. Układ cewek I .....	142
6.3.2. Układ cewek II .....	153
6.4. Układ transformatora impulsowego .....	158
6.5. Podsumowanie .....	162
7. Podsumowanie i wnioski końcowe .....	165
8. Literatura .....	168

## STRESZCZENIE

### **Obwodowo – polowa analiza i synteza układów uzwojeń w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej**

W rozprawie omówiono modele numeryczne współcześnie stosowane w analizie i syntezie układów uzwojeń w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej. W szczególności skoncentrowano się na modelach obwodowo – polowych, zwykle nazywanych modelami ekwiwalentnymi. W pracy Autorka przedstawiła uzasadnienie podjęcia badań nad wyżej wymienionym tematem, postawioną tezę i celem pracy. Pierwsza część pracy obejmuje przegląd literatury dotyczący układów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej. Omówiono stosowane modele polowe, modele o parametrach skupionych oraz modele ekwiwalentne wykorzystujące obwody równoważne Foster'a i Cauera. W części głównej pracy Autorka zaprezentowała opracowane i wdrożone przez siebie metody analizy i syntezy układów z polem elektromagnetycznym za pomocą modeli ekwiwalentnych wykorzystujących obwody Foster'a i/lub Cauera. W tym celu opracowała: modele polowe zaimplementowane do autorskiego oprogramowania, metody wyznaczania wartości parametrów obwodów Foster'a i/lub Cauera oraz modele obwodowe. W pracy przeprowadzono analizę układów z polem elektromagnetycznym zasilanych ze źródeł wyższych częstotliwości, tj. cewki solenoidalnej z koncentratorem pola oraz układu cewek sprzężonych magnetycznie. Zweryfikowano poprawność działania opracowanych algorytmów i procedur. W wyniku przeprowadzonych badań Autorka wykazała, że istnieje możliwość połączenia równoważnych obwodów Foster'a i Cauera z modelami obwodowymi oraz modelami wykorzystującymi najnowsze wielostopniowe ujęcie metody elementów skończonych. Ponadto pokazała, że dzięki zastosowaniu modeli ekwiwalentnych istnieje możliwość przyspieszenia obliczeń symulacyjnych stanów pracy układów z polem elektromagnetycznym.

#### ***Słowa kluczowe:***

System bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej, model o parametrach skupionych (model obwodowy), model polowy, model ekwiwalentny (model obwodowo – polowy), obwody Foster'a i Cauera.

## ABSTRACT

### **The circuit-field analysis and synthesis of windings in systems of wireless power transmission**

The Ph. D dissertation deals with contemporary numerical models used in the analysis and synthesis of winding systems in wireless power transmission systems. In particular, the focus was on circuit – field models, usually called the equivalent models. In the work, the Author presented the motivation that prompted her to research the above-mentioned topic, the thesis and the aim of the work. In the first part of the work, a review of the literature on wireless electricity transmission systems was carried out. The applied field models, lumped parameter models and equivalent models using the Foster and Cauer equivalent circuits are discussed. In the main part of the dissertation, the Author have developed and implemented methods of analysis and synthesis of electromagnetic systems using the equivalent models coupled with the Foster and/or Cauer circuits. For this purpose, Author developed: field models, which were implemented in own software, methods for determining the values of parameters of the Foster and/or Cauer Circuits, and circuit models. The analysis of systems with an electromagnetic field supplied from higher frequency sources, i.e., a solenoid coil with a field concentrator and systems of magnetically coupled coils, were performed. The correct of the developed algorithms and procedures was verified. As a result of the research, the author showed that it is possible to combine equivalent Foster and Cauer circuits with circuit models and models using the latest multi-stage approach to the finite element method. Moreover, it has been proved that thanks to the use of equivalent models, it is possible to accelerate simulation calculations of operating states of systems with an electromagnetic field.

#### ***Keywords:***

Wireless energy transmission system, circuit model, field model, equivalent model, Foster and Cauer Circuits.

## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SKRÓTÓW:

- BTE – bezprzewodowa transmisja energii elektrycznej
- ES – strategia ewolucji
- FM – metoda dopasowania
- GA – algorytm genetyczny
- GAES – metoda łącząca elementy strategii ewolucji z algorytmem genetycznym
- GWO – algorytm szarych wilków
- ME – modele ekwiwalentne, modele obwodowo-polowe
- MES – metoda elementów skończonych
- MOR – metoda redukcji modelu
- MP – modele polowe
- MPE – metoda perturbacji energii
- MPS – modele o parametrach skupionych, modele obwodowe
- MPSA – modele obwodowe o parametrach wyznaczanych na podstawie zależności analitycznych i wzorów empirycznych
- MPSP – modele obwodowe o parametrach skupionych wyznaczanych na podstawie modeli polowych
- NPP – cewki niespolaryzowane
- POD – metoda bezpośredniego rozkładu ortogonalnego
- PP – cewki spolaryzowane
- PSO – metoda roju cząstek
- PVL – metoda Padé via Lanczos
- SBTE – systemy bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej
- SK** – siatka konduktancyjna
- SR** – siatka reluktancyjna
- SR<sup>e</sup>** – siatka rezystancyjna
- SP** – siatka permeancyjna

## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ:

$\Lambda$	– macierz permeancji gałęziowych
$\epsilon_0$	– przenikalność dielektryczna powietrza
$\mu_0$	– przenikalność magnetyczna powietrza
$C_{mc}$	– pojemność między cewkowa
$C_{mz}$	– pojemność między zwojowa
$L_1, L_2$	– indukcyjność własna uzwojenia pierwotnego i wtórnego
$R_1, R_2$	– rezystancja własna uzwojenia pierwotnego i wtórnego
$R_{loss}$	– rezystancja reprezentująca straty dodatkowe
$A$	– magnetyczny potencjał wektorowy
$E$	– wektor natężenia pola elektrycznego
$e_o$	– wektor oczkowych sił elektromotorycznych siatki ściankowej (rezystancyjnej)
$e_{oc}$	– wektor oczkowych sił elektromotorycznych dla oczek wokół obszarów niespójności
$G_e$	– macierz konduktancji siatki krawędziowej sprzężonej z siatką reluktancyjną
$G_{EC}$	– macierz konduktancji w obszarze przewodzącego rdzenia
$i_0$	– wektor prądów oczkowych, krawędziowa wartość potencjału wektorowego $T_0$
$i_m$	– wektor prądów oczkowych, krawędziowa wartość potencjału wektorowego $T$
$i_c$	– wektor reprezentujący prądy w uzwojeniach
$J$	– wektor gęstości prądu
$K$	– macierz transponująca wielkości oczkowe siatki ściankowej w wielkości przyporządkowane oczkom siatki krawędziowej
$k_m$	– macierz oczkowa siatki reluktancyjnej
$R_c$	– macierz opisująca wartości rezystancji oczkowych uzwojeń
$R_\mu$	– macierz reluktancji oczkowych
$T$	– elektryczny potencjał wektorowy



- $T_0$  – elektryczny potencjał wektorowy pola przepływowego prądu o zdeteminowanym kierunku wektora gęstości prądu
- $u_c$  – wektor opisujący wartości napięć zasilających badane układy
- $V$  – elektryczny potencjał skalarny
- $z_E$  – macierz opisująca rozkład uzwojeń w przestrzeni krawędzi elementów
- $\varepsilon$  – przenikalność dielektryczna
- $\theta_0$  – wektor oczkowych sił magnetomotorycznych w obszarze uzwojeń z prądami indukowanymi
- $\theta_{EC}$  – wektor oczkowych sił magnetomotorycznych w obszarze rdzenia z uwzględnionymi prądami wirowymi
- $\mu$  – przenikalność magnetyczna
- $\sigma$  – konduktywność
- $\phi_e$  – wektor strumieni gałęziowych magnetycznej siatki krawędziowej (permeancyjnej)
- $\Omega$  – magnetyczny potencjał skalarny
- $M$  – indukcyjność wzajemna
- $Q$  – dobroć układu
- $k$  – współczynnik określający stopień sprzężenia pomiędzy cewkami
- $B$  – wektor indukcji magnetycznej
- $H$  – wektor natężenia pola magnetycznego

**WPROWADZENIE, CEL I TEZA PRACY**

Rozpoczęty z końcem XX wieku dynamiczny rozwój sprzętu elektrycznego i elektronicznego oraz dążenie do jego ciągłego udoskonalania spowodował wzrost zainteresowania metodami oraz nowymi technologiami bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej. Wśród wielu obecnie stosowanych metod [38,64,93,131,135,136], najczęściej spotykanym sposobem transferu energii elektrycznej jest sposób, w którym bezprzewodowa transmisja energii elektrycznej (BTE) odbywa się za pomocą pola elektromagnetycznego wyższych częstotliwości [35,120,139]. Taki sposób transferu energii jest korzystny między innymi ze względu na bezpieczeństwo, niezawodność, jak i dużą wygodę związaną z pełną mobilnością urządzeń elektrycznych i elektronicznych, bez konieczności stosowania połączeń przewodowych. Biorąc pod uwagę powyższe zalety, systemy bezprzewodowego transferu energii (SBTE) znajdują dziś zastosowanie zarówno w elektrotechnice, robotyce, jak i elektronice. SBTE stosuje się między innymi w układach ładowania urządzeń elektronicznych [22,141], w robotyce do zasilania ramion szeregu manipulatorów [99], w medycynie do ładowania baterii urządzeń wspomagających pracę organów ludzkich [68,121] czy układach zasilających sensory medyczne wykorzystywane w badaniach i diagnostyce [145]. Systemy te znajdują również szerokie zastosowanie w dynamicznie rozwijanej współcześnie elektromobilności, np. w stacjach bezprzewodowego ładowania akumulatorów pojazdów elektrycznych [144,146,164]. Trwają także intensywne prace nad budową i rozwojem infrastruktury drogowej pozwalającej na dynamiczne ładowanie baterii pojazdów elektrycznych podczas jazdy. Duże osiągnięcia posiada Firma Qualcomm, która, jako jedna z pierwszych, opracowała prototyp systemu dynamicznego ładowania pojazdów elektrycznych (z ang. *Dynamic Electric Vehicle Charging* – DEVC) o długości 100 m. System ten pozwala na jednoczesne ładowanie dwóch pojazdów elektrycznych poruszających się z prędkościami rzędu 100 km/h [171,184]. W roku 2015, na targach w Detroit koncepcję podobnego układu przedstawiła japońska firma Honda. Zaproponowany przez Hondę system DEVC pozwalał wówczas na dynamiczne ładowanie akumulatorów pojazdów poruszających się z wyższymi prędkościami niż w przypadku oferowanego przez firmę Qualcomm systemu [140]. Obecnie powstaje

wiele nowych koncepcji SBTE wspierających działanie urządzeń codziennego użytku [22].

Prace nad systemami bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej prowadzone są przez wiele ośrodków badawczych, zarówno krajowych [24,89,107], jak również zagranicznych [141]. Przesył energii elektrycznej w takich układach najczęściej odbywa się za pomocą układu bezrdzeniowych cewek odpowiednio: dwóch [19,81], czterech [161] lub ich większej liczby; sprzężonych magnetycznie i umieszczonych w powietrzu. Taki układ cewek w literaturze przyjęło się nazywać transformatorem powietrznym. W celu zwiększenia jego sprawności oraz ilości przesyłanej energii, do układu składającego się z magnetycznie sprzężonych cewek dołącza się kondensatory kompensacyjne, które umożliwiają kompensację indukcyjności rozproszeń uzwojeń transformatora [132]. W licznych publikacjach naukowych zawarto opisy różnych problemów dotyczących SBTE, w tym obejmujących m.in. struktury transformatorów powietrznych [57,115], stosowane układy rezonansowe oraz możliwości wykorzystania tych urządzeń w różnych dziedzinach nauki, jak również analizy stanów pracy tych systemów.

Początkowo do analizy stanów pracy systemów bezprzewodowego transferu energii elektrycznej za pomocą pola elektromagnetycznego wyższych częstotliwości najczęściej stosowano metody wykorzystujące modele o parametrach skupionych (MPS), nazywane również modelami obwodowymi lub powszechnie schematami zastępczymi [44,56]. Parametry tych modeli obliczano najczęściej stosując zależności lub formuły analityczne [56]. Z biegiem czasu do analizy SBTE wprowadzono modele polowe wykorzystujące metodę elementów skończonych (MES) [34]. W przypadku SBTE o prostej geometrii cewek, najczęściej stosowanym podejściem było ujęcie polegające na analizie SBTE za pomocą modeli dwuwymiarowych (2D) [96]. Z reguły jednak modele 2D stosowano do określania wartości parametrów obwodów zastępczych, np. indukcyjności własnych lub wzajemnych układu cewek, których to wartości wprowadzano następnie do modeli o parametrach skupionych. W przypadku SBTE charakteryzujących się złożoną strukturą układu uzwojeń do obliczeń symulacyjnych implementowano modele trójwymiarowe (3D). Zaletą stosowania modeli trójwymiarowych jest wyższa wiarygodność otrzymywanych wyników obliczeń niż w przypadku modeli dwuwymiarowych. Niestety, modele 3D charakteryzują się bardzo dużą czasochłonnością i wysoką złożonością obliczeniową. Dlatego obecnie stosowane są jedynie wówczas, gdy dokładność uzyskiwanych wyników ma większe

znaczenie niż czas obliczeń, tj. zwykle przy projektowaniu i optymalizacji bardzo złożonych struktur układów zasilanych ze źródeł wyższych częstotliwości [75].

Równolegle z modelami polowymi rozwijane są w dalszym ciągu modele o parametrach skupionych (MPS). Powszechnie przyjęto, że modele obwodowe stosuje się wszędzie tam, gdzie wymagany jest krótki czas obliczeń, a odpowiedź rozpatrywanego układu powinna być niemal natychmiastowa, np. w systemach sterowania przetwornikami elektromagnetycznymi. Modele obwodowe charakteryzują się przede wszystkim mniejszą złożonością obliczeniową niż modele polowe ze względu na przyjęte założenia oraz uproszczenia. Dokładność uzyskiwanych wyników na podstawie MPS bywa jednak bardzo często niesatysfakcjonująca, w szczególności w analizie układów wysokoczęstotliwościowych, np. układów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej (SBTE). W celu zwiększenia wiarygodności obliczeń parametrów skupionych rozpatrywanych układów, wartości ich parametrów, o czym wspomniano wcześniej, wyznaczano za pomocą modeli polowych. Niestety, zwykle wartości parametrów zastępczych określano dla wartości z góry przyjętej częstotliwości źródła zasilania i zadanych wartości prądów lub napięć. W układach z prądami wirowymi i/lub prądami przesunięcia dielektrycznego, parametry skupione dla badanych układów są jednak zależne od wartości częstotliwości źródła zasilania. Wówczas parametry takiego układu należałoby określać dla każdej rozpatrywanej wartości częstotliwości tworząc szereg niezależnych MPS.

Ze względu na przedstawione wyżej niedogodności dotyczące stosowania modeli polowych (tj. długi czas obliczeń), jak i modeli o parametrach skupionych (np. niesatysfakcjonująca dokładność otrzymywanych wyników obliczeń) w dalszym ciągu poszukiwane są nowe metody analizy układów z polem elektromagnetycznym zasilanych ze źródeł wyższych częstotliwości. Obecnie w analizie tych układów coraz częściej korzysta się z modeli łączących zarówno modele polowe, jak również modele o parametrach skupionych. Tego typu modele przyjęło się powszechnie nazywać modelami ekwiwalentnymi (ME) lub modelami obwodowo - polowymi (MOP). Formułując te modele, do ich tworzenia wykorzystuje się równoważne obwody Fostera i Cauera [79], nazywane także potocznie „*obwodami wielołańcuchowymi*”. Przy wyznaczaniu wartości parametrów obwodów Fostera i Cauera korzysta się między innymi z metody elementów skończonych (MES) w połączeniu z: metodą nazywaną z angielskiego *Fitting method*, tj. metodą polegającą na dopasowaniu krzywych opisujących impedancje rozpatrywanych układów (uzyskanych metodą MES) w funkcji

częstotliwości źródła zasilania za pomocą algorytmów optymalizacyjnych [79,133,134]; metodami opartymi na podejściu Lanczos – Padé (z ang. *Lanczos via Padé method – PVL method*) [4,129], tj. metodami bazującymi na poszukiwaniu wartości i wektorów własnych macierzy MES; metodami wykorzystującymi bezpośredni rozkład ortogonalnych macierzy MES (z ang. *Proper Orthogonal Decomposition method – POD method*) [84,127,133,134], tj. metodami bazującymi na dekompozycji równań MES za pomocą wektorów własnych i wartości osobliwych oraz metodami sieci drabinkowych Cauera (z ang. *Cauer Ladder Network method – CLN method*) [40,61], tj. metodami polegającymi na bezpośrednim wyznaczaniu wartości parametrów sieci Cauera na podstawie równań MES. Dzięki zastosowaniu modeli ME można skrócić czas obliczeń układów SBTE przy zachowaniu wysoce satysfakcjonującej wiarygodności uzyskiwanych wyników obliczeń [79,129,133].

Niestety, aktualnie na rynku brak jest kompleksowych narzędzi do analizy stanów pracy systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej zasilanych ze źródeł wyższych częstotliwości, w których oprócz prądów przewodnictwa mogą występować również prądy przesunięcia dielektrycznego. Konieczne wydaje się zatem opracowanie nowych, kompleksowych modeli umożliwiających analizę wspomnianych prądów w badanych układach. W niniejszej rozprawie Autorka ma zamiar opracować szybkozbieżne algorytmy i procedury umożliwiające analizę stanów pracy i syntezę systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej zasilanych ze źródeł wyższych częstotliwości.

*Celem rozprawy jest opracowanie szybkozbieżnych algorytmów oraz procedur numerycznych umożliwiających analizę stanów pracy oraz syntezę układów uzwojeń systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej (SBTE) zasilanych z przemienników (falowników) wyższych częstotliwości. Przy opracowywaniu wymienionych algorytmów przewiduje się zastosowanie równoważnych obwodów Fostera i Cauera oraz nowego ujęcia metody elementów skończonych, w którym do opisu pola elektromagnetycznego wykorzystuje się funkcje interpolacyjne elementu krawędziowego i ściankowego.*

Autorka podejmując się realizacji wspomnianego celu postawiła następującą tezę:

***W analizie ustalonych oraz przejściowych stanów pracy układów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej istnieje możliwość zastosowania***

*równoważnych obwodów Fostera i Cauera w połączeniu z modelami obwodowymi oraz modelami wykorzystującymi najnowsze wielostopniowe ujęcie metody elementów skończonych.*

*Dzięki zastosowaniu wyżej wymienionych modeli numerycznych istnieje możliwość przyspieszenia obliczeń symulacyjnych dotyczących analizy stanów pracy systemów bezprzewodowej transmisji energii, ale również możliwość przyspieszenia obliczeń projektowych układów uzwojeń stosowanych w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej.*

W rozdziale drugim rozprawy przedstawiono przegląd literaturowy dotyczący układów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej. Opisano systemy BTE wykorzystujące pole magnetyczne. Przedstawiono obszary, w których zastosowanie znajdują SBTE, tj. motoryzacja, medycyna, elektronika użytkowa i przemysł. Omówiono układy cewek SBTE oraz podział uzwojeń ze względu na ich budowę, a także układy zasilające i odbiorcze stosowane w SBTE. Przedstawiono wady i zalety SBTE oraz ich elementów składowych.

W rozdziale trzecim rozprawy opisano obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym o parametrach skupionych. W pierwszej części opisano powszechnie stosowane modele SBTE, tj. te, które korzystają ze schematu transformatora powietrznego. Następnie przedstawiono schemat SBTE wykorzystujący koncentratory pola. W dalszej części rozdziału Autorka przedstawiła metody wyznaczania parametrów schematu zastępczego na podstawie zależności i równań analitycznych, jak również za pomocą formuł stosowanych przy obliczaniu wartości parametrów SBTE metodami polowymi.

Rozdział czwarty zawiera opis polowego modelu zjawisk w układach elektromagnetycznych. W pierwszej części opisano sposób formułowania równań dla ujęcia dwuwymiarowego (2D) metody elementów skończonych wykorzystującej sformułowanie  $A-V-T_0$  oraz  $A-V$  dla układów osiowosymetrycznych. W części drugiej przedstawiono sposób formowania równań dla ujęcia trójwymiarowego (3D) MES korzystając z sformułowania  $\Omega-T-T_0$ . Wybór opisanych metod nie był przypadkowy, ponieważ sformułowania te zostały wykorzystane przy opracowaniu programów własnych do analizy i syntezy SBTE. Tworząc model polowy wykorzystano funkcje interpolacyjne elementu krawędziowego oraz ściankowego. Dla każdego sformułowania

zdefiniowano macierz impedancji, która posłużyła do wyznaczania parametrów obwodów Fostera i/lub Cauera dla badanych w rozprawie układów SBTE.

W rozdziale piątym przedstawiono ekwiwalentne modele układów elektromagnetycznych wykorzystujące zastępcze obwody Fostera i Cauera. W tej części rozprawy skupiono się na omówieniu metod wyznaczania wartości parametrów rozważanych obwodów tj. na metodzie dopasowania, na metodzie bezpośredniego rozkładu ortogonalnego oraz na metodzie Padé via Lanczos. Zaprezentowane w rozdziale metody zostały zaimplementowane do autorskiego oprogramowania w celu zminimalizowania czasu obliczeń systemów BTE przy zachowaniu zadowalającej dokładności otrzymanych wyników.

W kolejnym rozdziale Autorka przedstawiła wyniki obliczeń weryfikujących skuteczność opracowanych modeli ekwiwalentnych układów z polem elektromagnetycznym. Jako pierwszy układ testowy wybrała prosty układ złożony z cewki solenoidalnej i przewodzącego rdzenia. Na podstawie wykonanych obliczeń potwierdziła słuszność stosowania zaproponowanych w pracy modeli. Najważniejszym jednak obszarem badań w pracy był obszar związany z analizą cewek sprzężonych magnetycznie. Autorka przeprowadziła testy dla dwóch układów cewek sprzężonych magnetycznie, przy czym jeden z układów złożony był z płaskich cewek powietrznych, natomiast w drugim układzie cewek dodano koncentratory pola oraz płytki ekranujące. Dodatkowo przetestowano układ transformatora impulsowego zasilanego ze źródła wyższej częstotliwości. Wykonane testy potwierdziły słuszność postawionej przez Autorkę tezy.

Na końcu rozprawy zostały podsumowane wyniki badań oraz przedstawione najważniejsze osiągnięcia Autorki.

## SYSTEMY BEZPRZEWODOWEJ TRANSMISJI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

### 2.1. WPROWADZENIE

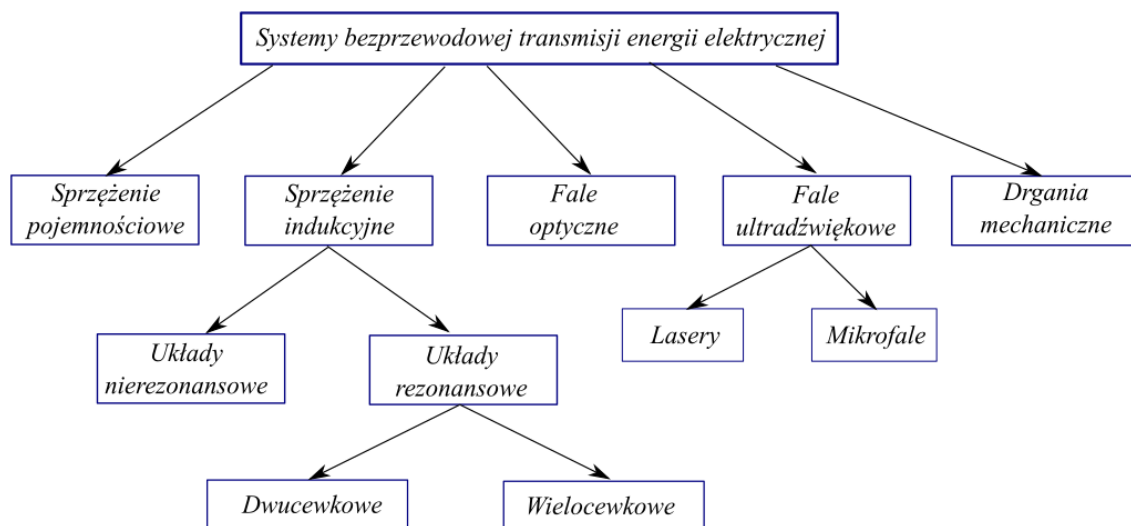
Zainteresowanie systemami bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej (STBE) zapoczątkował Nicola Tesla już na początku XX wieku. Inżynier – wynalazca prowadził intensywne badania nad przesyłem energii elektrycznej wykorzystując w tym celu zmienne pole elektromagnetyczne [90,138,142,191]. Pomimo zaawansowanych prac, rozwiązania zaproponowane przez Teslę nie znalazły wówczas powszechnego zastosowania. Przyczyn tego stanu należy upatrywać w żywołowo dokonującej się w tamtym czasie elektryfikacji gospodarki światowej wykorzystującej właściwości prądu przemiennego. Stosowany wówczas system dystrybucji energii elektrycznej za pomocą sieci prądu przemiennego charakteryzował się dużo wyższymi sprawnościami niż zaproponowany przez Teslę system bezprzewodowego transferu tej formy energii. Z tego właśnie powodu idea bezprzewodowego przesyłu energii nie była rozwijana. Dopiero na początku lat 90-tych XX-go wieku można zaobserwować wzrost zainteresowania wspomnianą technologią (technologia SBTE), który trwa do chwili obecnej. W ogólnodostępnej literaturze można znaleźć wiele propozycji nowatorskich rozwiązań systemów bezprzewodowego transferu energii, które mogą być stosowane w różnorodnych aplikacjach [68,99,109,141,164]. Wyróżnić wśród nich można metody realizowane za pomocą:

- a) pola elektrycznego występującego pomiędzy okładzinami tworzącymi kondensator,
- b) pola magnetycznego wzajemnie sprzężonych cewek,
- c) fali świetlnej (transmisja optyczna) pomiędzy źródłem (emiterem) a fotoogniwem, w tym lasery,
- d) fal ultradźwiękowych o różnych długościach, w tym mikrofały,
- e) drgań mechanicznych z wykorzystaniem piezoelektryków.

Podstawowy podział metod bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej zestawiono na rysunku 2.1.1.

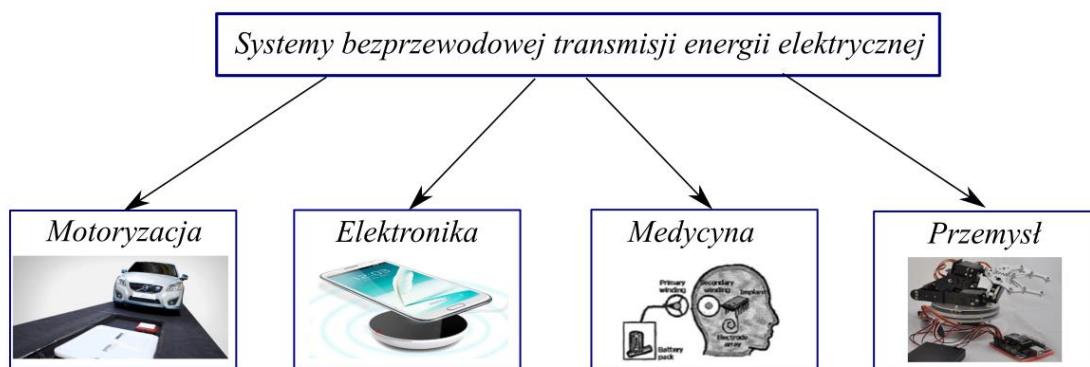
Ze względu na podejmowaną tematykę badawczą w niniejszej pracy Autorka ograniczyła się do analizy układów, w których przesył energii elektrycznej odbywa się przy wykorzystaniu pola magnetycznego i cewek sprzężonych magnetycznie.





Rys. 2.1.1. Podział metod bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej

Współcześnie systemy bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej znajdują zastosowanie m.in. w motoryzacji, np. przy ładowaniu akumulatorów samochodów elektrycznych, w gospodarstwach domowych np. przy ładowaniu przenośnych urządzeń elektrycznych, w przemyśle np. do zasilania ramion manipulatorów, czy w medycynie do zasilania implantów, protez, jak również kapsuł pomiarowych (rys. 2.1.2).



Rys. 2.1.2. Obszary zastosowania systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej

Ze względu na tak szerokie zainteresowanie SBTE w ogólnodostępnej literaturze można znaleźć sporo propozycji układów cewek sprzężonych magnetycznie [1,66,132]. Układy cewek różnią się między sobą konstrukcją oraz sposobem realizacji. W zależności od zastosowań wykorzystuje się uzwojenia spiralne lub solenoidalne. W niektórych układach, w celu zwiększenia sprawności systemu z bezprzewodową transmisją energii elektrycznej, stosuje się koncentratory pola, np. w formie płyt

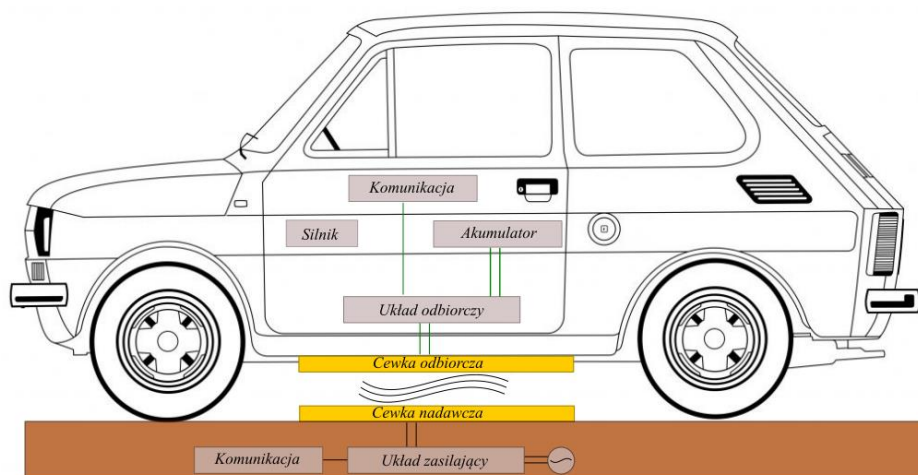
wykonanych z materiałów ferromagnetycznych umieszczonych w pobliżu cewki. W dalszej części pracy określenie SBTE odnosić się będzie do systemów bezprzewodowej transmisji energii wykorzystujących magnetycznie sprzężone cewki.

Podstawowymi elementami składowymi SBTE są układy cewek sprzężonych magnetycznie, dołączone do nich obwody rezonansowe oraz układy zasilające i odbiorcze. SBTE najczęściej zasilane są z przemienników częstotliwości lub inwerterów rezonansowych. Częstotliwość pracy układów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej uzależniona jest od mocy danego urządzenia i zawiera się w zakresie od kilkuset kHz do kilkudziesięciu MHz [57,115]. W celu zwiększenia sprawności SBTE do cewki nadawczej i odbiorczej najczęściej dołącza się obwody rezonansowe. Układy odbiorcze mają za zadanie ładowanie baterii urządzeń lub pojazdów. Zbudowane są one z konwerterów AC/DC oraz z odbiornika, jakim jest zwykle bateria.

## **2.2. ZASTOSOWANIE SYSTEMÓW BEZPRZEWODOWEJ TRANSMISJI ENERGII ELEKTRYCZNEJ**

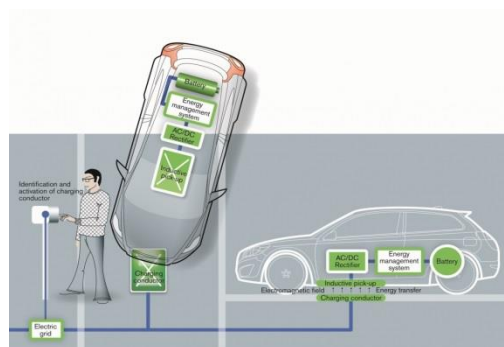
### **2.2.1. Motoryzacja**

Firmy motoryzacyjne oferujące pojazdy elektryczne prześcigają się obecnie w opracowywaniu i budowaniu stacji ładujących baterie nieruchomych pojazdów oraz zasilaniu pojazdów poruszających się po drogach publicznych [115]. Schemat typowego systemu ładowania baterii nieruchomego pojazdu elektrycznego przedstawiono na rys. 2.2.1. Podstawowymi podzespołami takich układów są: falownik wysokoczęstotliwościowy, cewka pierwotna transformatora (cewka nadawcza), cewka wtórna transformatora (cewka odbiorcza), prostownik oraz akumulator pojazdu. Najczęściej ładowanie pojazdu odbywa się po zaparkowaniu na specjalnie przygotowanym miejscu postojowym, w którym zamontowane jest uzwojenie strony pierwotnej transformatora. Uzwojenie wtórne transformatora, czyli cewka odbiorcza umieszczona jest w samochodzie. Przekazuje ona energię, poprzez przetwornicę AC/DC, do akumulatora pojazdu.



Rys. 2.2.1 Schemat SBTE wykorzystywany w ładowaniu baterii nieruchomych pojazdów elektrycznych

Na całym świecie firmy dążą do wprowadzenia bezprzewodowego ładowania baterii samochodów elektrycznych. Zaletą takiego ładowania jest brak przewodów zasilających. Ładowanie odbywa się poprzez zaparkowanie samochodu na stacji ładującej. Przykładowe rozwiązanie wyprodukowane przez firmę Volvo zostało przedstawione na rysunku 2.2.2.



Rys. 2.2.2 System bezprzewodowego ładowania akumulatorów nieruchomych samochodów elektrycznych zaproponowany przez firmę Volvo [180]

W roku 2022 w Goeteborgu w Szwecji zostały zainstalowane stacje bezprzewodowego ładowania baterii nowej generacji samochodów elektrycznych Volvo (rys. 2.2.3). Stacja ładująca firmy Momentum Dynamics została „zatopiona” w nawierzchni drogi. Zamontowane w pojeździe kamery i czujniki pozwalają na właściwe zaparkowanie samochodu nad stacją [167].

W ostatnich latach można zaobserwować intensywne prace nad infrastrukturą drogową umożliwiającą dynamiczne ładowanie akumulatorów pojazdów elektrycznych podczas jazdy DEVC (ang. *Dynamic Electric Vehicle Charging*). Ze względu na zmieniającą się podczas ruchu pojazdu moc wyjściową jest to dość złożone zagadnienie.

Aktualnie poszukuje się metod i wysokosprawnych technologii przesyłu energii elektrycznej do obiektu będącego w ruchu [115,157]. Zaletą stosowania systemu DEVC jest zmniejszenie rozmiarów oraz kosztów akumulatorów [115], jak również zwiększenie zasięgu pojazdu [115,157]. W ogólnodostępnej literaturze można znaleźć różne rozwiązania wykorzystujące system DEVC [59,76,163].



Rys. 2.2.3 System bezprzewodowego ładowania baterii samochodów elektrycznych w mieście [167]

System DEVC składa się, jak każdy SBTE, z obwodu nadawczego i odbiorczego. Falownik, układ kompensacji (z ang. *compensation network*) oraz uzwojenia pierwotne nadajnika energii elektrycznej tworzą obwód nadawczy, natomiast obwód odbiorczy złożony jest z uzwojenia wtórnego odbiornika, przetwornicy i układu kompensacyjnego. Przesył energii w tych układach odbywa się za pomocą sprzężenia magnetycznego. Nadajnik energii jest umieszczony pod jezdnią i może być zbudowany z jednej długiej cewki (z ang. *long track coil*) lub kaskady szeregu cewek. W przypadku zastosowania szeregu cewek nadawczych, załączanie poszczególnych uzwojeń uzależnione jest od lokalizacji cewki odbiorczej znajdującej się w przemieszczającym się pojeździe. Zwykle stosuje się załączanie pojedynczej cewki nadawczej, lecz czas przełączania cewek może być zbyt długi w przypadku DEVC, a to wymusza ograniczenie prędkości pojazdu. Dlatego coraz częściej stosuje się jednoczesne załączanie przynajmniej dwóch cewek nadawczych [157].

W wielu krajach prowadzone są badania nad systemami DEVC. Przykładem tutaj może być firma Qualcomm Technologies z Kalifornii, posiadająca własny tor badawczy o długości 100 metrów. Umożliwia on jednoczesne ładowanie dwóch samochodów niezależnie od kierunku jazdy. Prędkość pojazdu poruszającego się na tym torze podczas ładowania może osiągać nawet 100 km/h. Na rysunku 2.2.4

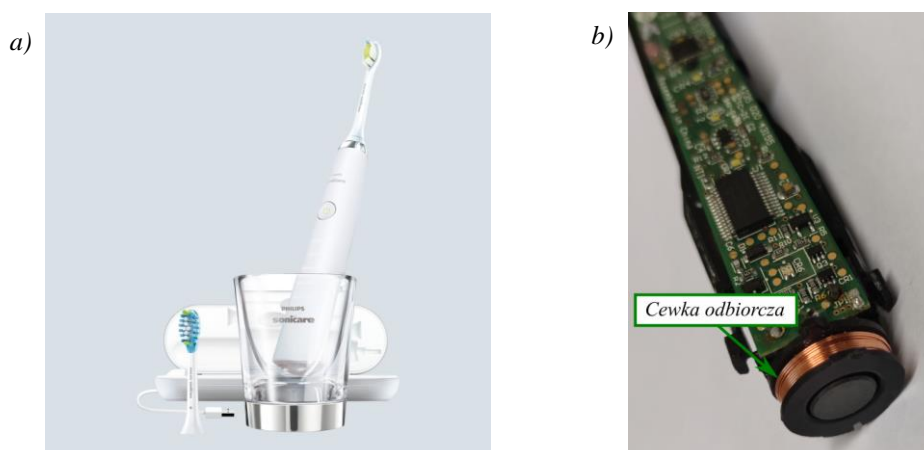
przedstawiono zdjęcie wspomnianego toru testowego do bezprzewodowego ładowania akumulatorów samochodów elektrycznych.



Rys. 2.2.4 Tor testowy firmy Qualcomm [166]

### 2.2.2. Elektronika użytkowa

Systemy bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej znajdują również szerokie zastosowanie w zasilaniu baterii urządzeń elektronicznych, takich jak: elektryczne szczoteczki do zębów, myszki komputerowe, smartfony oraz przenośne komputery. Systemy SBTE znalazły szerokie zastosowanie przy ładowaniu baterii szczoteczek do zębów ze względu na spełnienie kryterium bezpieczeństwa ich użytkowników. W standardowych, przewodowych, rozwiązaniach styki komutacyjne układu zasilania narażone były na kontakt z wodą, dlatego na rynku coraz częściej oferowane są szczoteczki z zasilaniem bateryjnym lub wykorzystującym SBTE (rys. 2.2.5).



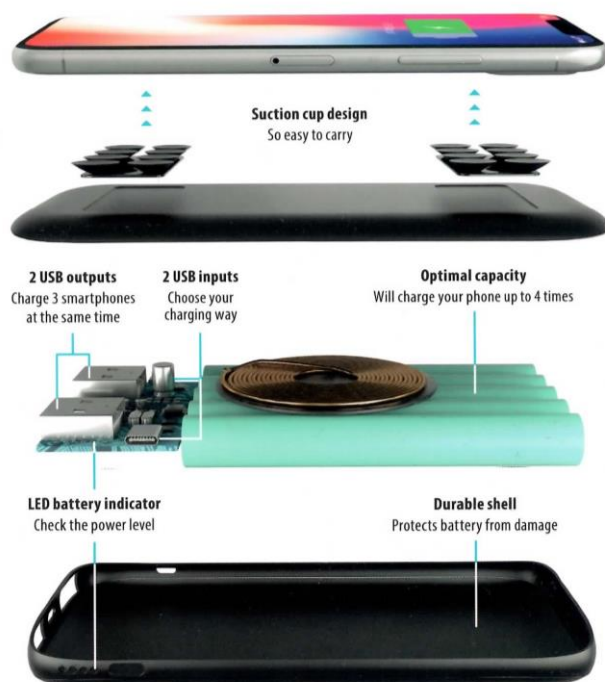
Rys. 2.2.5 Szczoteczka elektryczna zasilana bezprzewodowo (Philips Sonicare),  
(a) widok szczoteczki wraz ze szklanką umożliwiającą ładowanie baterii [182],  
(b) cewka odbiorcza umieszczona w szczoteczce

Ze względu na wygodę użytkowania coraz częściej SBTE wykorzystywane są w ładowaniu baterii smartfonów. Nowoczesne telefony komórkowe, ze względu na swoje parametry, bardzo szybko się rozładowują. W erze dążenia do minimalizacji, tzn. nie tylko zmniejszania gabarytów tych sprzętów, ale również ich masy oraz smukłości, wykorzystywane są akumulatory o stosunkowo niewielkiej pojemności. Zaletą takich akumulatorów jest możliwość szybkiego ładowania prądem o małym natężeniu (od 0,5 do 1 A). Dostępne na rynku bezprzewodowe ładowarki telefonów komórkowych projektowane i optymalizowane są właśnie w takim zakresie prądowym. Niestety, obecnie brak jest jednolitego standardu technologii ładowania bezprzewodowego, czy też kompatybilności pomiędzy rozwiązaniami już istniejącymi. Obecnie zastosowanie znajdują trzy standardy: Qi, PMA oraz Rezence. Standard Qi (najczęściej spotykany w Polsce) został opracowany w 2008 roku przez organizację Wireless Power Consortium (WPC). Dotyczy on technologii wykorzystującej zjawisko indukcji magnetycznej. Podobną technologię opisuje standard PMA, który został stworzony przez organizację Power Matter Alliance w roku 2012. W tym samym roku, co PMA został opracowany standard Rezence przez organizację All For Wireless Power (A4WP). W przeciwieństwie do dwóch pierwszych, standard Rezence stosuje transmisję energii elektrycznej wykorzystującą zjawisko rezonansu magnetycznego. Z powyższych względów bezprzewodowe ładowarki smartfonów tworzone są w oparciu o wybrany standard i przeznaczone do określonych modeli telefonów (w których wbudowane są specjalne układy lub do których można dokupić nakładkę do bezprzewodowego ładowania) [172]. Przykładowe rozwiązania zamieszczono na rysunku 2.2.6.



Rys. 2.2.6 Przykładowe urządzenia do ładowania telefonów komórkowych [165,169]

Obecnie na rynku można znaleźć również PowerBanki z możliwością ładowania bezprzewodowego. Przykład takiego urządzenia przedstawiono na rysunku 2.2.7.



Rys. 2.2.7. PowerBank z możliwością ładowania bezprzewodowego [45]

W 2017 roku firma DELL zaprezentowała urządzenie tablet/laptop 2w1 (Latitude 7285), który uznany został jako pierwszy na świecie laptop z możliwością bezprzewodowego ładowania. W urządzeniu tym przesył energii elektrycznej odbywa się za pomocą sprzężenia magnetycznego, podobnie jak ma to miejsce w telefonach komórkowych. Układ zasilania bezprzewodowego opracowany we współpracy z WiTricity pozwala na dostarczanie 30 W mocy wymaganej do pełnego naładowania laptopa. Proces ładowania urządzenia odbywa się poprzez dołączaną specjalną klawiaturę wyposażoną w układ umożliwiający ładowanie bezprzewodowe baterii. Nadajnikiem energii, tak jak w przypadku smartfonów jest mata, na której musi zostać umieszczone urządzenie podczas ładowania [170,175,189]. Widok urządzenia Latitude 7285 ilustruje rysunek 2.2.8.

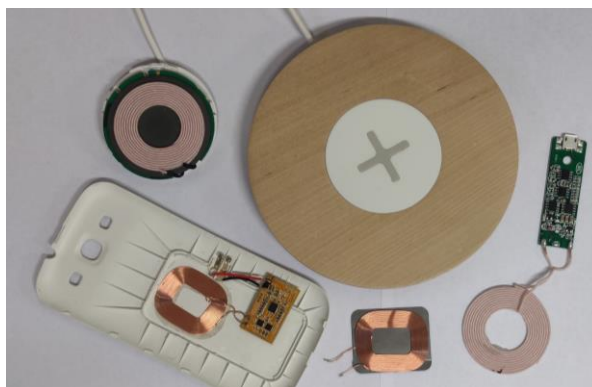
Na Wydziale Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej Uniwersytetu Floryda trwają również badania nad układem bezprzewodowego ładowania baterii komputerów przenośnych. Świadczy o tym m.in. opublikowana w 2010 roku praca „A wireless power station for laptop computers” autorstwa J.A. Taylora i in. Naukowcy opracowali i zbudowali system bezprzewodowego przesyłu energii wykorzystujący zjawisko

indukcji magnetycznej, który może dostarczyć do laptopa 32 W mocy. Sprawność opracowanego układu wynosiła 60% [141].



Rys. 2.2.8 Dell Latitude 7285 (fot. Dell) [170]

Zaletą systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej zasilających urządzenia elektroniczne jest przede wszystkim brak przewodów podczas ładowania akumulatorów, jak również bezpieczeństwo ich stosowania. Przewodowe ładowanie baterii urządzeń elektronicznych z biegiem czasu może nie zapewniać bezpiecznego połączenia, ze względu na częste ich użytkowanie, jak również częste ładowanie baterii. Z czasem gniazdo ładowania zużywa się, co może doprowadzić do poluzowania styków i kosztownych napraw. Niestety, wadą systemów SBTE jest niższa wydajność w porównaniu z klasycznymi ładowarkami przewodowymi, ze względu na niższą sprawność bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej. Różnica pomiędzy wytworzoną energią w cewce nadawczej, a ilością energii przekazanej do akumulatora wskazuje, że następuje przetworzenie części transmitowanej energii na ciepło przekazywane całej powierzchni telefonu. Może przełożyć się to na skrócenie żywotności baterii. Z tego powodu w układach ładowania smartfonów wykorzystuje się ekranujące płytki ferrytowe (rys. 2.2.9).



Rys.2.2.9 Układy bezprzewodowej transmisji energii wykorzystywane do ładowania baterii urządzeń elektronicznych



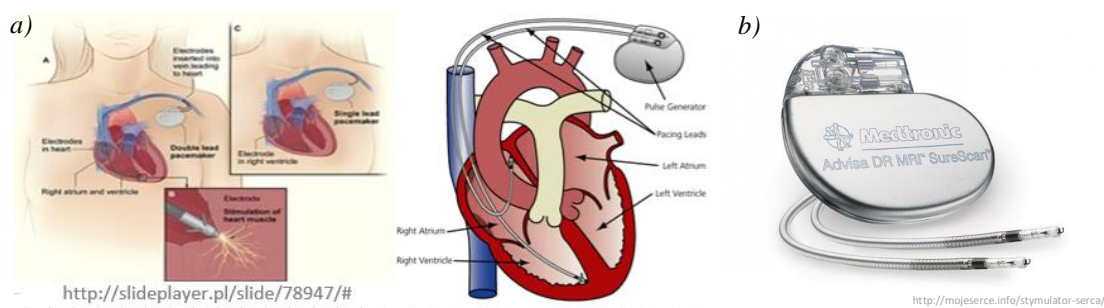
### 2.2.3. *Medycyna*

Rozwój medycyny, sensorów medycznych oraz urządzeń wspomagających pracę organów człowieka spowodował wzrost zainteresowania systemami bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej. Na całym świecie dąży się do opracowania sztucznych organów, wspomagających lub zastępujących pracę narządów ludzkich, takich jak sztuczne serce, czy nerka. Zwykle urządzenia te pomagają przeżyć pacjentowi do czasu znalezienia dawcy. W ogólnodostępnej literaturze można również znaleźć wiele informacji na temat implantów ułatwiających życie i poprawiających zdrowie, takich jak np. implant ślimakowy, implant wzrokowy, implant neuronowy, czy też implant żołądkowy. Niestety, w większości układów wszczepialnych w organizm ludzki zastosowane akumulatory mają krótką żywotność (wynika to z niewielkich rozmiarów samych baterii), lub są zasilane z akumulatorów zewnętrznych co może przyczynić się do pogorszenia jakości życia. Główną wadą układów wszczepianych z baterią jest konieczność ich wymiany w czasie użytkowania. Wiąże się to zwykle z operacją lub zabiegiem chirurgicznym, co może narazić pacjenta na utratę zdrowia bądź życia. Natomiast wadą urządzeń z zewnętrznymi akumulatorami jest tworzenie przepustów przez skórę, co z kolei może prowadzić do wystąpienia infekcji i stanów zapalnych oraz jest utrudnieniem dla człowieka w wykonywaniu podstawowych czynności.

Z powyższych względów bezprzewodowy przesył energii elektrycznej przez ciało ludzkie jest interesującym zagadnieniem dla naukowców. Zaletą bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej stosowanej w medycynie jest brak przewodu łączącego źródło energii z odbiornikiem poprzez tkankę ludzką, jak również brak możliwości mechanicznego uszkodzenia toru transmisji oraz przemieszczania się źródła energii względem odbiornika [23]. Układy bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej, poza swoją podstawową funkcją (ładowanie baterii), mogą również służyć do przesyłu danych i informacji z poszczególnych modułów znajdujących się po stronie odbiornika, takich jak, np. stan naładowania baterii, uszkodzenie modułu, czy parametry życiowe pacjenta (tj. bicie serca, ciśnienie krwi lub temperatura). Wadą bezprzewodowej transmisji energii, w odniesieniu do klasycznego sposobu, jest konieczność stosowania dodatkowych elementów i układów energoelektronicznych, które zwiększają złożoność samego urządzenia i mogą powodować obniżenie niezawodności działania [24].

Obserwując rozwój technologii i ogólnodostępną literaturę fachową implanty można zasilać bezprzewodowo za pomocą fal ultradźwiękowych [98], fal optycznych [57] jak również za pomocą indukcji magnetycznej. Jako bezpieczne źródło energii uważa się fale ultradźwiękowe, ale mają one ograniczone zastosowanie ze względu na duże straty przesyłowe. Przesył energii i informacji za pomocą fal ultradźwiękowych może odbywać się tylko na niewielkie odległości. W przypadku fal optycznych, można je stosować do bezprzewodowego przesyłu zarówno danych jak i energii. Niestety, wiązka lasera podnosi temperaturę skóry, co może prowadzić do niepożądanych efektów. Systemy te mogą być stosowane nie tylko w przypadku zasilania implantów podskórnych, lecz nieumieszczonych głębiej w ciele człowieka. Najpopularniejszym rozwiązaniem jest sprzężenie magnetyczne, które umożliwia przesył danych i energii potrzebnej do zasilenia implantów oraz urządzeń wspomagających pracę organów ludzkich. Zapotrzebowanie na moc standardowych implantów aktywnych mieści się w zakresie od kilku mikrowatów do kilkudziesięciu miliwatów i jest uzależnione od konkretnych zastosowań tych urządzeń.

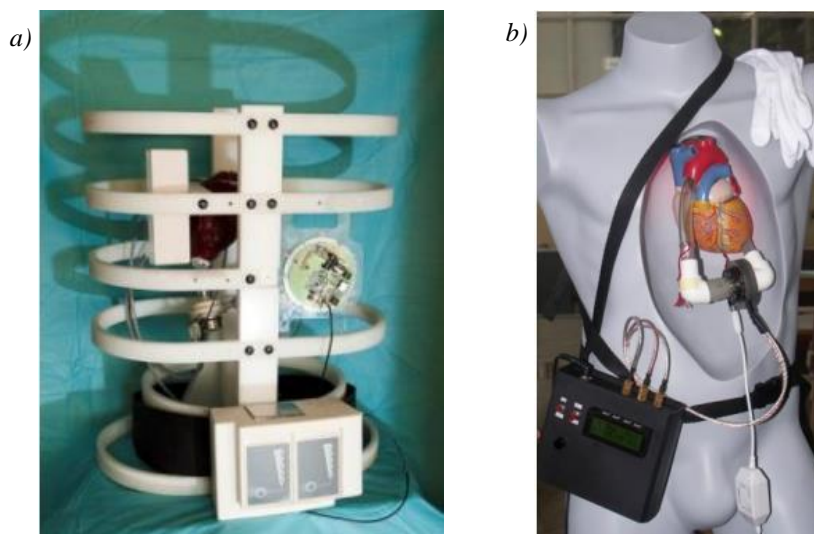
W kraju i na świecie można zaobserwować duże zainteresowanie implantami serca, ze względu na wynikające powikłania wieńcowo-sercowe po przebytych infekcjach wirusowych, które prowadzą do dużej liczby zgonów. Do implantów serca można zaliczyć stymulatory – rozruszniki, kardiowertery – defibrylatory, sztuczne zastawki, oraz pompy serca. Większość z wymienionych implantów wspomaga pracę serca, jedynie pompy serca mogą zastąpić pracę uszkodzonego organu i podtrzymywać funkcje życiowe do momentu przeszczepu. Urządzenia wspomagające pracę serca kontrolują rytm serca i w razie potrzeby korygują jego pracę, najczęściej poprzez podanie stosownego impulsu elektrycznego (rys. 2.2.10).



Rys. 2.2.10. Przykładowe implanty serca, (a) połączenie i umiejscowienie stymulatora w organizmie człowieka (b) rozrusznik serca [181,187]

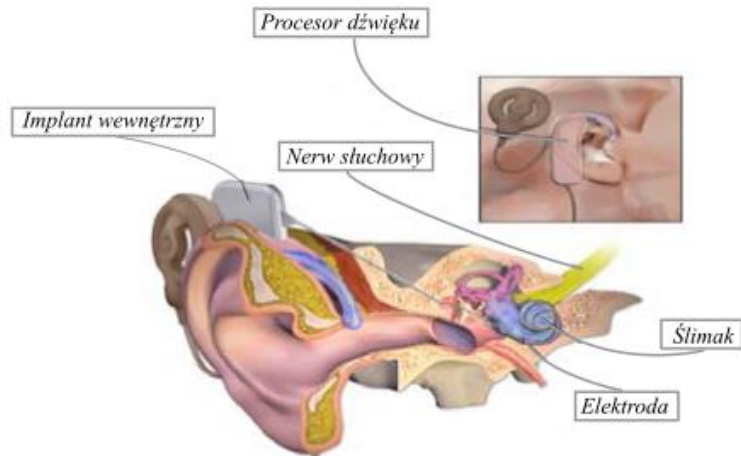
Najbardziej rozbudowanym urządzeniem wspomagającym pracę serca jest pompa lub inaczej proteza serca. Składa się ona ze współpracujących ze sobą modułów takich jak układ sterowania, układ napędowy oraz układ zasilający. Ze względu na swoją złożoność może nie być w pełni wszczepiana w organizm ludzki. Dąży się jednak do minimalizacji tych urządzeń, aby mogły być w pełni wszczepiane i pozwalały na normalne funkcjonowanie osoby chorej. Niestety problem pojawia się przy zasilaniu takich urządzeń, ze względu na duży pobór energii. Najczęściej stosuje się przepusty przez skórę i pompę podłącza się do akumulatorów zewnętrznych, co może powodować wiele powikłań i zakażeń ran, w których umieszczone są przewody zasilające.

W Polsce powstały różne konstrukcje pomp serca dzięki Fundacji Kardiochirurgii prof. Zbigniewa Religi [88,89]. Jedną z nich jest całkowicie wszczepialna pompa ReligaHeart TOTAL, która została wyposażona w bezprzewodowy układ transmisji energii. System ten zasila pompę serca wraz z układem sterowania i zdalnego nadzorowania jego pracy. Prototyp pompy przedstawiono na rysunku 2.2.11.



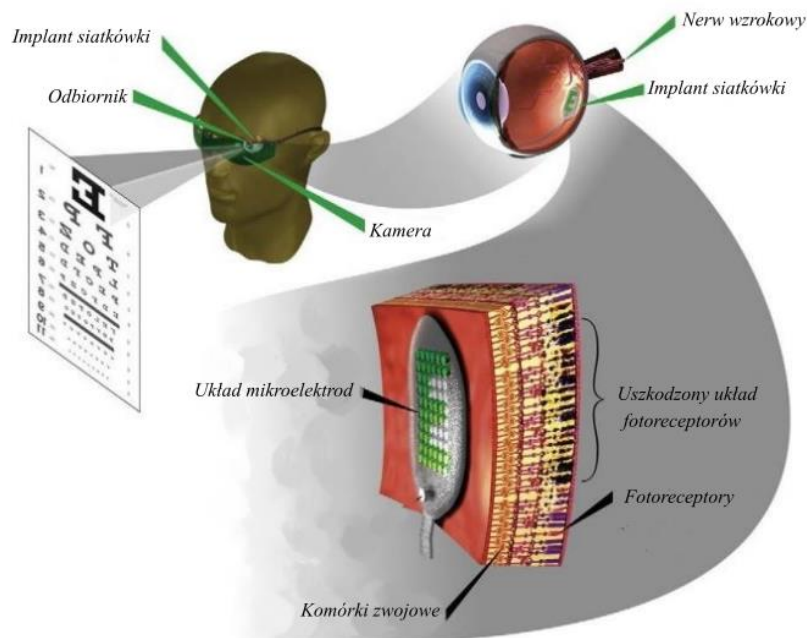
Rys. 2.2.11. (a) Prototyp pompy ReligaHeart TOTAL, (b) prototyp osiowej pompy wspomagającej serce [183]

Istnieją również inne implanty pomagające w funkcjonowaniu organów ludzkich. Jednym z układów jest implant ślimakowy, czyli małe i złożone urządzenie zapewniające percepcję dźwięków osobom cierpiącym na głuchotę lub poważne problemy ze słuchem. W urządzeniu dźwięk jest przesyłany przez metalowe pręty w przewodzie słuchowym stymulowane elektrycznie [41,168,178,188]. Budowa implantu ślimakowego została zaprezentowana na rysunku 2.2.12.



Rys. 2.2.12. Budowa implantu ślimakowego [168]

Implant wzroku został wdrożony przez niemiecką firmę medyczną Optobionics, który zawiera małe światłoczułe fotodiody. Czujniki te mają za zadanie zastąpić uszkodzone fotosensory: pręty i czopki. Fotodiody przetwarzają promienie świetlne na impulsy elektryczne, które przesyłają sygnały do komórek nerwowych znajdujących się w siatkówce. Implant może być zasilany bezprzewodowo za pomocą pola magnetycznego [15,41,185]. Zasadę działania implantu zilustrowano na rysunku 2.2.13.



Rys. 2.2.13. Zasada działania implantu wzrokowego [185]

Naukowcy na całym świecie dążą również do opracowania różnych implantów neuronowych. Przykładowo na Uniwersytecie Southern California zaprojektowano i zbudowano implant mózgowy poprawiający pamięć krótkotrwałą o kilkanaście

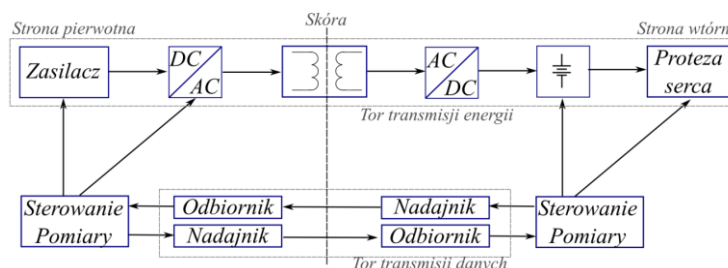
procent, a pamięć roboczą o dwadzieścia pięć procent. Takie urządzenia mogą przyczynić się do poprawy życia osobom dotkniętym chorobą Alzheimera, jak również demencją starczą [41,179].

Kolejnym ośrodkiem, w którym opracowano implant mózgowy ładowany bezprzewodowo (rys. 2.2.14), jest Instytut KAIST (*Korea Advanced Institute of Science and Technology*) z Korei. Urządzenie można obsługiwać na pomocą smartfonu w celu manipulowania obwodami neuronowymi co umożliwi szczegółowe badania funkcji mózgu [190].



Rys.2.2.14. Implant mózgowy (fot. KAIST) [190]

W systemach bezprzewodowej transmisji energii stosowanych w medycynie przyjęto, że moduł realizujący przesył energii nazywać się będzie torem transmisji energii, natomiast moduł przesyłu danych – torem transmisji danych. W torze transmisji energii wyróżnia się źródło napięcia stałego, przekształtnik energoelektroniczny, transformator powietrzny – obwód sprzężonych elektromagnetycznie cewek, zasobnik energii wbudowany w urządzenie wewnątrzustrojowe (implant, proteza). Zasobnik energii, którym najczęściej jest akumulator zasilający dane urządzenie, stanowi obciążenie dla SBTE. Natomiast w torze transmisji danych można wyróżnić odbiorniki i nadajniki znajdujące się po stronie pierwotnej (na zewnątrz ciała) i po stronie wtórnej (umieszczone pod skórą). Układy te współpracują z podsystemami umożliwiającymi wykonywanie pomiarów i sterowanie modułami SBTE [80]. Schemat blokowy typowego systemu bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej przez ciało ludzkie ilustruje rysunek 2.2.15.



Rys. 2.2.15. Schemat blokowy systemu bezprzewodowego ładowania baterii i zasilania pompy serca [80]

#### 2.2.4. Przemysł

Systemy bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej znalazły także szerokie zastosowanie w przemyśle, np. w automatyce lub elektrotechnice. Intensywne badania nad ich zastosowaniem prowadzone są w kraju i na świecie. Przykładowo w Instytucie Elektrotechniki w Warszawie trwają badania dotyczące zastosowanie SBTE do przesyłu energii poprzez przeguby i ramiona skrętne manipulatorów [107].

Firma TDK opracowała SBTE służące do różnych zastosowań przemysłowych, w tym robotów. Układy te umożliwiają przesył mocy o wartości 50 W, 200 W oraz 1 kW. Mogą zostać zastosowane w: pojazdach autonomicznych (AGV z ang. *Automated Guided Vehicle*), windach, urządzeniach obrotowych, ramionach manipulatorów jak również kamerach monitorujących. Samojezdne wózki transportowe AGV zostały wprowadzone na rynek przez firmę SEW-EURODRIVE Polska. Posiadają one indukcyjne i samoczynne doładowywanie superkondensatorów podczas jazdy lub na stacjach docelowych [173].

Zaletą zastosowania SBTE w urządzeniach przemysłowych jest zwiększenie niezawodności w porównaniu ze standardowymi połączeniami przewodowymi. Brak kabli zasilających eliminuje możliwość korozji odsłoniętych połączeń oraz umożliwia stosowanie SBTE w trudnych warunkach środowiska. Bezprzewodowy przesył energii umożliwia projektowanie urządzeń zabezpieczających przed kurzem i wodą ze względu na możliwość ładowania akumulatorów przez szkło czy też pod wodą. Kolejnymi zaletami SBTE jest bezpieczeństwo i automatyczne ładowanie, oraz większa wydajność produkcji, jak również możliwość dostarczania energii do obszarów o trudnych warunkach środowiska, do których ludzie nie mają dostępu. Przesył energii odbywa się najczęściej za pomocą cewek sprzężonych magnetycznie zintegrowanych z kondensatorami rezonansowymi. Przykład zastosowania zamieszczono na rysunku 2.2.16.



Rys. 2.2.16 Samojezdny wózek transportowy zasilany bezprzewodowo [173]

## 2.3. UKŁADY CEWEK SYSTEMÓW BEZPRZEWODOWEJ TRANSMISJI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Jednym z najważniejszych elementów składowych systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej są oczywiście uzwojenia, czyli cewki sprzężone magnetycznie. W ciągu ostatnich kilkunastu lat prowadzone badania naukowe nad układami cewek SBTE koncentrowały się głównie na optymalizacji systemów podkładek ładujących poprzez zastosowanie różnych sposobów rozłożenia uzwojeń oraz rdzeni różnych kształtów. W ogólnodostępnej literaturze można odnaleźć sporo propozycji konstrukcji oraz sposobów realizacji uzwojeń SBTE, począwszy od układu uzwojeń spiralnych czy solenoidalnych umieszczonych w powietrzu po układy, w których w celu zwiększenia sprawności transferu energii elektrycznej wykorzystuje się różnorodne koncentratory pola. Najczęściej układy uzwojeń wykonuje się jako dwucewkowe [19,81], ale w praktyce spotykane są również uzwojenia wielocewkowe [111,161]. Podstawowy podział układów uzwojeń stosowanych w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej przedstawiono na rysunku 2.3.1. Wybrane konstrukcje cewek nadawczych i odbiorczych tworzących transformator powietrzny opisano poniżej. Każdy z omawianych typów uzwojeń może być wykorzystany jako nadajnik lub odbiornik energii elektrycznej.



Rys. 2.3.1. Podstawowy podział układu uzwojeń stosowanych w SBTE

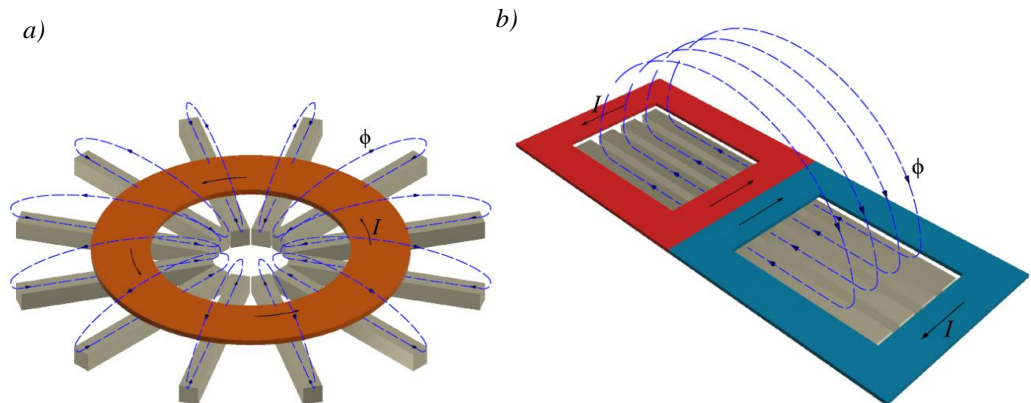
### 2.3.1. Cewki spiralne płaskie

Cewki spiralne płaskie wykonane są z drutu miedzianego lub z przewodu miedzianego typu Litz (z pol. *przewód typu lica*). Na rysunku 2.3.2 przedstawiono przykłady podstawowych rodzajów cewek spiralnych płaskich różniących się między sobą kształtem oraz rodzajem wykorzystanego przewodu. Uzwojenia cewek spiralnych mogą być jedno- lub wielowarstwowe.



Rys. 2.3.2. Przykłady cewek spiralnych płaskich

W literaturze wyróżnia się także inny podział cewek spiralnych [3]. Cewki te dzielą się pod względem sposobu ukierunkowania strumienia magnetycznego na tzw. cewki spolaryzowane (z ang. *Polarized Pad*, PP) oraz niespolaryzowane (z ang. *Non Polarized Pad*, NPP). W przypadku cewek spolaryzowanych przykładowy sposób drogi strumienia głównego przedstawiono na rysunku 2.3.3.a, natomiast dla układu cewek niespolaryzowanych (układ NPP) na rysunku 2.3.3.b. Cewki typu PP składają się najczęściej z wielu cewek, których układy odbiorcze lub nadawcze można łączyć ze sobą w sposób równoległy lub szeregowy. Natomiast układy typu NPP to zwykle pojedyncze cewki, o mniejszej odporności na niewspółosiowość niż cewki PP [3]. Podział cewek spiralnych przedstawiono na rysunku 2.3.4.

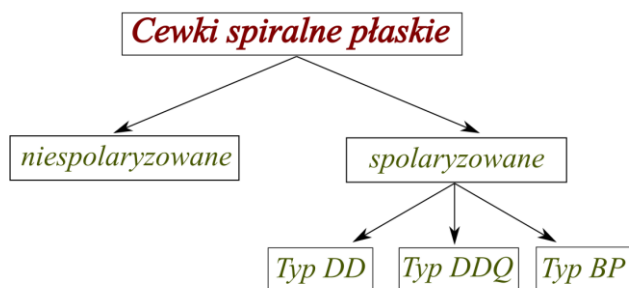


Rys. 2.3.3. Ukierunkowanie strumienia głównego dla (a) cewki spolaryzowanej, (b) cewki niespolaryzowanej [3]

Niespolaryzowane układy cewek zwykle stosuje się przy ładowaniu małych urządzeń elektrycznych (np. telefonów komórkowych). Cewki te mogą różnić się zarówno kształtem, jak również zastosowaniem lub brakiem koncentratorów pola. Niestety ich wadą jest bardzo mała odporność na niewspółosiowość cewki nadawczej



i odbiorczej w kierunku prostopadłym tj. wzajemne położenie osi cewek w płaszczyźnie prostopadłej do ich osi, i dlatego istotne jest, aby cewka odbiorcza wraz z urządzeniem znajdowała się idealnie nad cewką nadawczą.



Rys. 2.3.4. Podział cewek spiralnych płaskich

Cewki spiralne zwykle umieszczane są na podkładkach wykonanych, w zależności od przeznaczenia, z tworzyw sztucznych, materiałów ferromagnetycznych lub materiałów ferromagnetycznych wraz z płytami ekranującymi. Podkładki wykonane z tworzyw sztucznych bardzo często stosowane są w urządzeniach biomedycznych, gdyż mogą być wykonane z materiałów biokompatybilnych. Stosowane są także w układach, gdzie istotna jest niewielka masa układu bądź mały koszt ich wytworzenia. Takie podkładki pełnią funkcje stabilizujące cewkę i uniemożliwiające jej odkształcenie. Nie ingerują one w sprzężenie pomiędzy cewkami nadajnika i odbiornika. Podkładki wykonane z materiałów ferromagnetycznych i płyt ekranujących, nazywane bardzo często koncentratorami pola, wykorzystywane są z reguły w układach bezprzewodowego ładowania baterii urządzeń elektrycznych oraz w układach do bezprzewodowego ładowania akumulatorów pojazdów elektrycznych. Cewki wraz z koncentratorami pola tworzą integralny obwód magnetyczny, dlatego wymagane jest dostosowanie charakterystyki materiału ferromagnetycznego do częstotliwości źródła zasilania z jaką pracuje dany układ. Zastosowanie dodatkowych elementów ferromagnetycznych ma na celu odpowiednie ukierunkowanie strumienia magnetycznego oraz wzmocnienie współczynnika sprzężenia pomiędzy cewką nadawczą i odbiorczą. Płyty ekranujące wykonywane są najczęściej z aluminium i stosowane są do ograniczenia strumienia rozproszenia. Ten ostatni może negatywnie wpływać na pracę innych układów wchodzących w skład danego urządzenia.

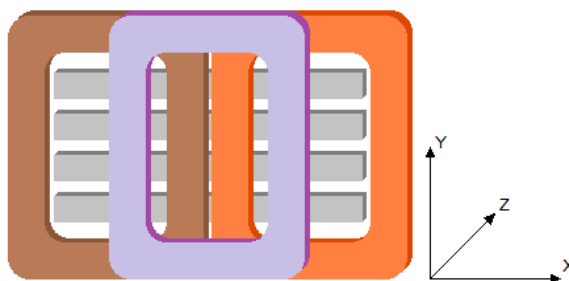
W przypadku spolaryzowanych układów cewek można wyróżnić konstrukcje *DD*, *DDQ*, *BP* [1]. Konfiguracja *DD* to podwójna cewka typu *D* (rys. 2.3.5), która posiada większą tolerancję na niewspółosiowość niż cewki niespolaryzowane. W literaturze

odnajduje się informacja, że cewki typu *DD* zapewniają aż pięciokrotnie większą strefę ładowania w porównaniu z cewkami okrągłymi, przy zachowaniu podobnego kosztu materiału [1,3]. Dzięki ich zastosowaniu możliwa jest minimalizacja układu. Cewki spiralne *DD* wytwarzają ukierunkowany strumień magnetyczny, dzięki temu wartość strumienia rozproszenia jest mała co pozwala na dodanie aluminiowego ekranu bez znacznego wpływu na sprawność całego układu. Konfiguracja cewek *DD* zapewnia kilkukrotnie większą strefę ładowania w porównaniu z okrągłymi cewkami spiralnymi.



Rys. 2.3.5. Konfiguracja *DD* cewki spiralnej płaskiej

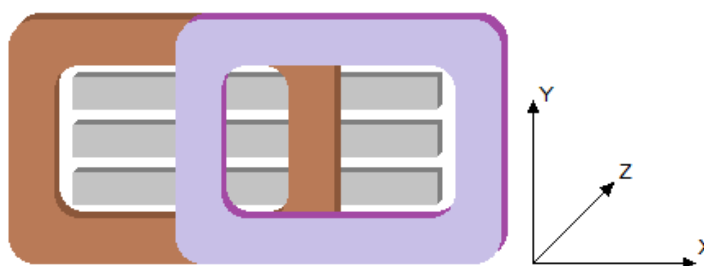
Konstrukcja cewek *DDQ* (rys. 2.3.6) to również podwójna cewka typu *DD*, nad którą umieszczono dodatkową cewkę kwadratową. *DDQ* umożliwia współpracę nie tylko ze spolaryzowanymi cewkami, ale również cewkami typu *NPP*, co jest niemożliwe w przypadku cewek *DD*. Cewki typu *DDQ* posiadają większą tolerancję na niewspółosiowość zarówno w kierunku osi *x* jak i *z*. Wadą tych układów jest konieczność zastosowania dwóch zsynchronizowanych falowników (jeśli taka konfiguracja stosowana jest jako nadajnik energii) oraz dwóch zsynchronizowanych prostowników (gdy jest odbiornikiem energii elektrycznej).



Rys. 2.3.6. Konfiguracja *DDQ* cewki spiralnej płaskiej

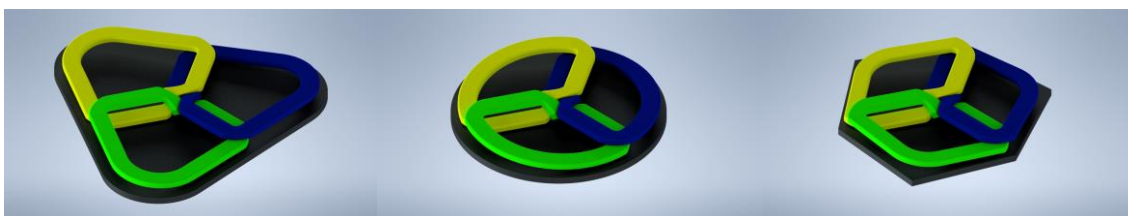
Konfiguracja *BP* (rys. 2.3.7) to połączenie układu *DD* i *DDQ*, tzn. są to dwie cewki, które wzajemnie nachodzą na siebie. Zaletą układu *BP* jest, tak samo jak

w przypadku *DDQ*, kompatybilność z innymi rodzajami cewek, w tym z cewkami *NPP*. Charakteryzuje się on również większą tolerancją na niewspółosiowość niż konfiguracja *DD*. Wadą tych układów, tak jak w przypadku cewek o konfiguracji *DDQ*, jest potrzeba stosowania dwóch zsynchronizowanych falowników czy dwóch zsynchronizowanych prostowników. Układy *BP* wymagają również dodatkowego czujnika położenia, ze względu na wrażliwość na niewspółosiowość kątową (tj. odchylenie kątowe osi pomiędzy układem cewek nadawczych, a odbiorczych), oraz skomplikowanego sposobu sterowania, co powoduje wzrost ceny i złożoności układu.



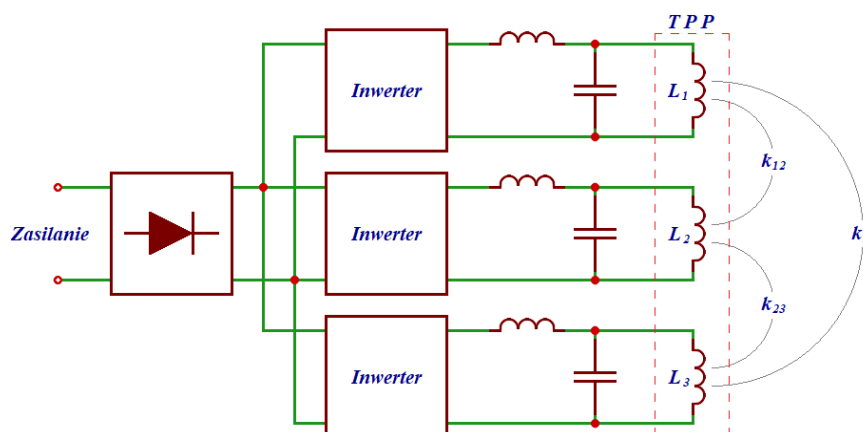
Rys. 2.3.7. Konfiguracja BP cewki spiralnej płaskiej

Ostatnim układem cewek PP są cewki *TPP* (z ang. *Tripolar Pad*) składające się z trzech oddzielnych cewek umieszczonych na jednej płytce ferromagnetycznej. Cewki te mogą być różnego kształtu w zależności od zastosowanej płytki (okrągłe, kwadratowe lub trójkątne) – rysunek 2.3.8. W tego typu układach trzy cewki zachodzą na siebie współpłaszczyznowo. Cewki *TPP* zachowują tolerancję na przemieszczenia podobną do cewek niespolaryzowanych (*NPP*), lecz wykorzystują pole spolaryzowane poprawiające sprawność układu. Do układu cewek *TPP* dokłada się również płytkę aluminiową umieszczaną w niewielkiej odległości od płytki ferrytowej. Zapewnia to zmniejszenie strumienia rozproszenia magnetycznego [66].



Rys. 2.3.8. Konfiguracja TPP

Każdą cewkę wchodzącą w skład układu *TPP* zasila się z osobnego falownika ze wspólną szyną DC (rys. 2.3.9).

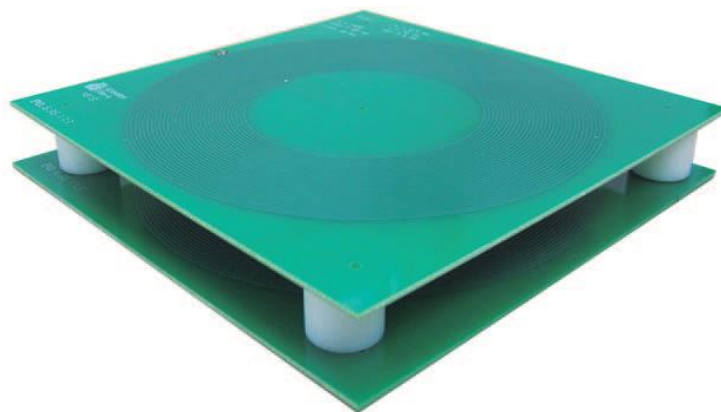


Rys. 2.3.9. Układ zasilania *TPP*

W układach bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej dąży się do doboru takiej pary cewek, która jest najmniej wrażliwa na niewspółosiowość. Zapewnia to efektywny transfer energii w szerokim zakresie wzajemnego położenia cewek, jak również ułatwia użytkowanie. Układy cewek w SBTE nie zawsze są symetryczne, tzn. nadajnik i odbiornik energii elektrycznej nie zawsze mają takie same rozmiary i jest są samej konfiguracji. Analizując ogólnodostępną literaturę stwierdzono, że w przypadku zastosowania niesymetrycznych par uzwojeń, należy stosować kilka reguł zapewniających osiągnięcie maksymalnie korzystnego sprzężenia magnetycznego. Zauważono, że zewnętrzny promień cewki wtórnej powinien być równy zewnętrznemu promieniowi cewki pierwotnej, ale wewnętrzny promień cewki wtórnej powinien być większy niż wewnętrzny promień cewki pierwotnej [1,66].

### 2.3.2. Płytki drukowane

Alternatywną technologią dla konwencjonalnych cewek spiralnych wykonanych z przewodów są płytki drukowane. Wykorzystywane są one przy przesyłach średniej lub małej mocy. Zaletami płytek drukowanych jest duża powtarzalność, kompaktowość oraz niski koszt wytworzenia. Rysunek 2.3.10 ilustruje strukturę układu z cewkami drukowanymi.

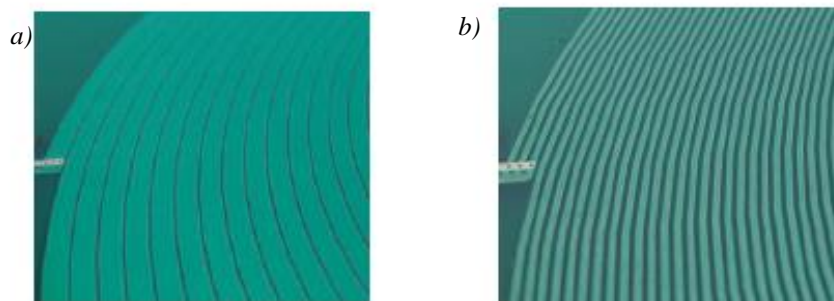


Rys. 2.3.10. Przykład układu cewki drukowanej [130]

Płytki drukowane mogą być wykonane jako pojedyncza ścieżka (pojedynczy drut) lub w strukturze Litz w celu zmniejszenia strat. Metoda automatycznego wytwarzania niestandardowych nadrukowywanych cewek została opisana w pracy [130]. Strukturę Litz można uzyskać stosując dwuwarstwową płytkę PCB. Na takiej płytce pasma mogą zmieniać swoje położenie wzdłuż cewki. W takich układach ważne jest, aby każde pasmo było równoważne i miało taką samą impedancję. Przykładową strukturę przedstawia rysunek 2.3.11. Natomiast na rysunku 2.3.12 przedstawiono przykład cewki nadrukowywanej (a) jednopasmowej oraz (b) wielopasmowej z pasmami równoległymi.



Rys.2.3.11. Struktura cewki drukowanej Litz – ułożenie pasm [130]

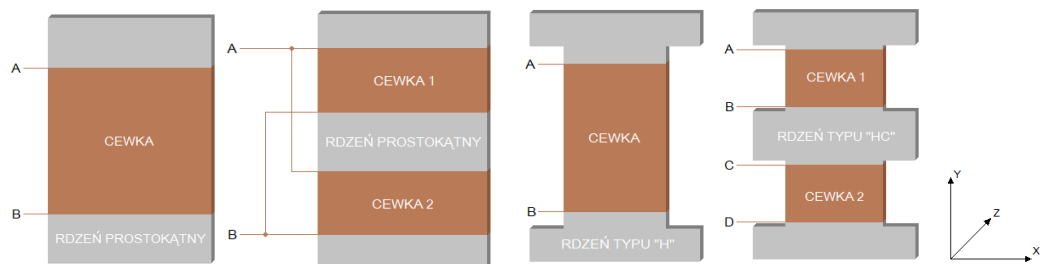


Rys. 2.3.12. Cewka drukowana (a) jednopasmowa, (b) wielopasmowa z pasmami równoległymi [130]

Płytki drukowane są coraz chętniej wykorzystywane w wielu układach bezprzewodowego przysyłu energii, jak również do nagrzewania indukcyjnego.

### 2.3.3. Cewki solenoidalne

W ostatnim czasie poza badaniem i analizowaniem układów cewek spiralnych płaskich, coraz częściej pojawiają się informacje na temat układów cewek solenoidalnych. Cewki te zaliczane są do cewek spolaryzowanych. Cewki solenoidalne najczęściej nawijane są na rdzeniach ferrytowych. W systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej dąży się do minimalizacji masy oraz rozmiarów układów cewek. Najistotniejszym parametrem optymalizacyjnym jest wymiar cewki w osi z, czyli grubość cewki. Najczęściej w SBTE stosowane są rdzenie płaskie. Właściwości magnetyczne wykorzystywanych rdzeni powinny być dobrane do częstotliwości pracy układu. W ogólnodostępnej literaturze można znaleźć wiele informacji o wynikach badań dotyczących wpływu kształtu rdzenia na wydajność obwodów sprzężonych magnetycznie [1,19]. W układach bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej wykorzystuje się pojedyncze cewki lub podwójne cewki połączone zarówno elektrycznie, jak i magnetycznie. Wybór geometrii rdzenia oraz odpowiedniej konfiguracji połączenia cewek – w przypadku układów wielocewkowych – ma istotny wpływ na właściwości strumienia magnetycznego oraz kompatybilność z innymi strukturami magnetycznymi. Przykłady konstrukcji rdzeni cewek solenoidalnych przedstawiono na rysunku 2.3.13.



Rys. 2.3.13. Przykłady konstrukcji rdzeni cewek solenoidalnych

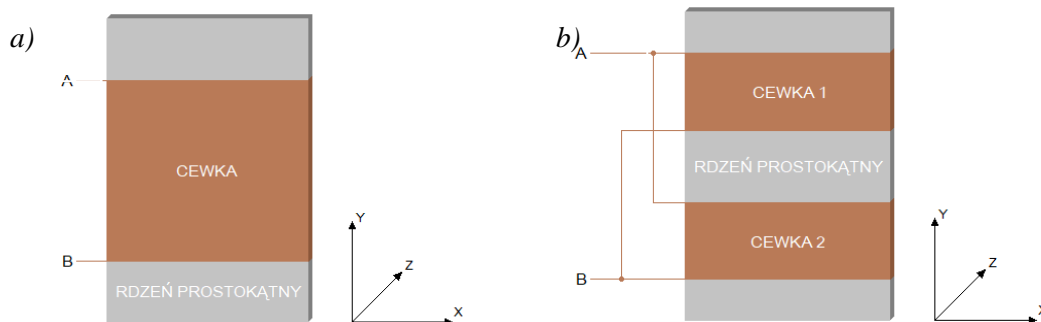
Zaletą cewek solenoidalnych jest uzyskiwanie większej wartości strumienia magnetycznego w szerszym zakresie zmian odległości pomiędzy nadajnikiem i odbiornikiem energii elektrycznej niż w przypadku zastosowania cewek spiralnych o tych samych wymiarach. Natomiast wadą takich konstrukcji cewek jest sposób rozprzężenia strumienia magnetycznego, który generowany jest po obu stronach cewki. W związku z tym tylko połowa strumienia przyczynia się do sprzężenia pomiędzy nadajnikiem a odbiornikiem, natomiast pozostała część strumienia jest

niewykorzystywana. Niestety zastosowanie ekranu (najczęściej płyty aluminiowej) w celu ograniczenia strumienia doprowadza do powstania znacznych wartości prądów wirowych w ekranie. Powoduje to duże, dodatkowe straty mocy. W pracy [101] można znaleźć rozwiązanie z wykorzystaniem dwóch odbiorników po jednym z każdej strony nadajnika. Pozwala to efektywniej wykorzystać wytwarzany strumień magnetyczny. Niestety takie rozwiązanie rzadko znajduje zastosowanie w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej.

Ponieważ struktura i kształt rdzenia ferromagnetycznego decyduje o istotnych parametrach użytkowych systemu transferu energii, to dalszym szczegółowym rozważaniom poddano trzy typy rdzeni stosowanych w układach cewek solenoidalnych wykorzystywanych w SBTE, a mianowicie:

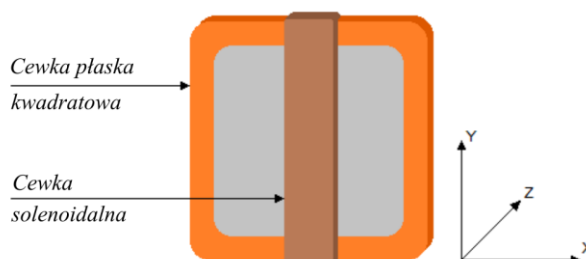
- rdzenie prostokątne,
- rdzenie o strukturze  $H$ ,
- rdzenie o strukturze  $H_C$ .

Najprostszą konstrukcją cewek solenoidalnych są cewki o rdzeniu prostokątnym (rys. 2.3.14.a). W konstrukcjach tego typu wytwarzana jest silna składowa wektora indukcji w kierunku osi  $y$ , dzięki czemu uzyskuje się dużą tolerancję niewspółosiowości w kierunku prostopadłym do wytwarzanego pola magnetycznego, tj. w kierunku osi  $y$ . W celu dalszego zwiększenia tolerancji niewspółosiowości w kierunku osi  $y$  wprowadza się tzw. ferrytowe skrzydła, czyli pręty ferrytowe, ułożone w stronę osi  $y$  [132]. Tolerancja w kierunku osi  $x$  jest podobna jak w przypadku okrągłych cewek spiralnych. W celu poprawy tolerancji w tym kierunku, zwiększa się szerokość rdzenia. Niestety zwiększenie szerokości rdzenia powoduje zwiększenie liczby zwojów. W konsekwencji uzyskuje się dużą indukcyjność własną struktury. W celu obniżenia indukcyjności własnej pojedynczej struktury najczęściej stosuje się dwie połączone ze sobą cewki. W takich strukturach cewki łączy się elektrycznie równoległe a magnetycznie szeregowo. Cewki te umieszczone są na jednym rdzeniu magnetycznym (rys. 2.3.14.b).



Rys. 2.3.14. Uzwojenie solenoidalne na rdzeniu prostokątnym z: (a) jedną cewką i (b) dwoma cewkami

Trwają również badania nad połączeniem cewki solenoidalnej o rdzeniu prostokątnym z cewką spiralną kwadratową [159]. Koncepcja pokazana na rysunku 2.3.15 jest podobna pod względem właściwości do topologii *DDQ* opisanej w podrozdziale 2.3.1. Takie połączenie różnych rodzajów cewek pozwala uzyskać większą tolerancję niewspółosiowości zarówno w kierunku osi  $x$  oraz osi  $y$ . Niestety wadą takiego rozwiązania jest konieczność zastosowania dwóch synchronicznych falowników po stronie pierwotnej, gdy dana konstrukcja jest nadajnikiem energii lub dwóch synchronicznych prostowników po stronie wtórnej, jeśli takie rozwiązanie dotyczy odbiornika energii.

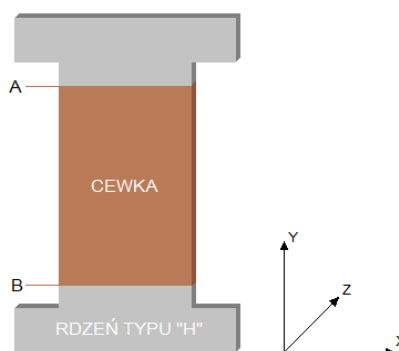


2.3.15. Połączenie cewki solenoidalnej z cewką spiralną płaską

W układzie złożonym z dwóch cewek z rdzeniem w kształcie litery H (widok pojedynczej cewki typu H pokazano na rysunku 2.3.16, które umieszczono względem siebie równoległe, wówczas pomiędzy cewkami wystąpi jednokierunkowe sprzężenie strumienia magnetycznego w płaszczyźnie  $yz$  [132]. W przypadku zmiany położenia uzwojenia wtórnego w kierunku  $y$  wypadkowy strumień przechodzący przez uzwojenie wtórne zmaleje nieznacznie, a współczynnik sprzężenia nie ulega istotnej zmianie [19,132]. Cewka H posiada dobrą tolerancję na niewspółosiowość boczną (tj. w kierunku oddziaływania strumienia) [132]. Zaletą konstrukcji cewek z rdzeniem H

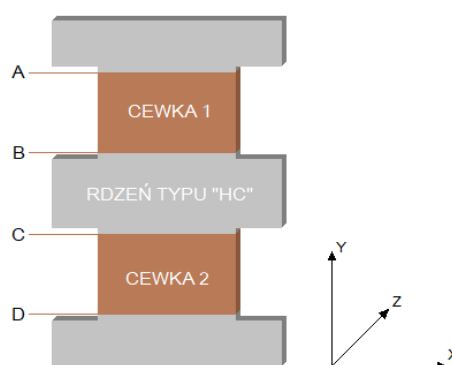


jest możliwość zmniejszenia rozmiarów przy zachowaniu podobnych właściwości co cewka o rdzeniu prostokątnym. Pozwala to również na zmniejszenie wagi konstrukcji poprzez zmniejszenie długości uzwojeń i objętości rdzenia. Konstrukcja ta może być mniejsza i lżejsza w porównaniu z cewkami spiralnymi. Zastosowanie rdzenia typu H ogranicza rezystancję cewki ze względu na ograniczenie długości przewodu uzwojenia. Wadą cewek z rdzeniem H jest brak kompatybilności z okrągłymi cewkami spiralnymi.



Rys. 2.3.16. Uzwojenie solenoidalne na rdzeniu w kształcie litery H

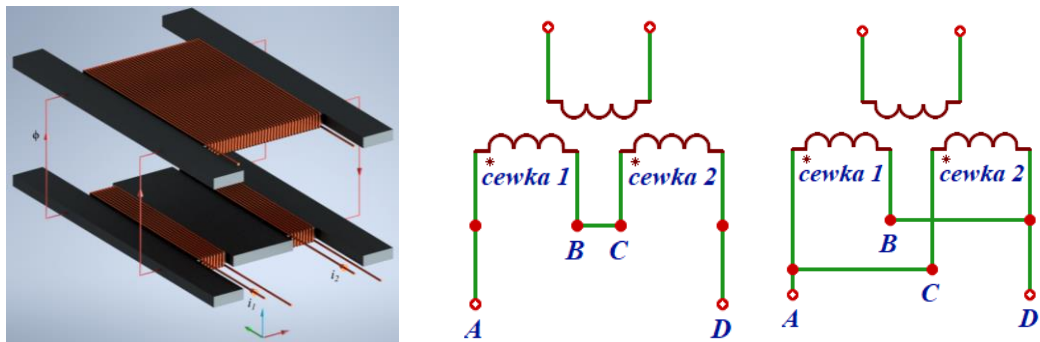
Cewki solenoidalne o rdzeniu  $H_C$  są konstrukcyjnie podobne do cewek o rdzeniu H, różnią się tylko „dołączonym” w środkowej części rdzenia dodatkowym „nabiegunkiem” zwanym w dalszej części pracy centralnym biegunem magnetycznym [132]. Ze względu na wprowadzony biegun cewka zostaje podzielona na dwie części (cewkę I i cewkę II). Widok takiej konstrukcji został przedstawiony na rysunku 2.3.17.



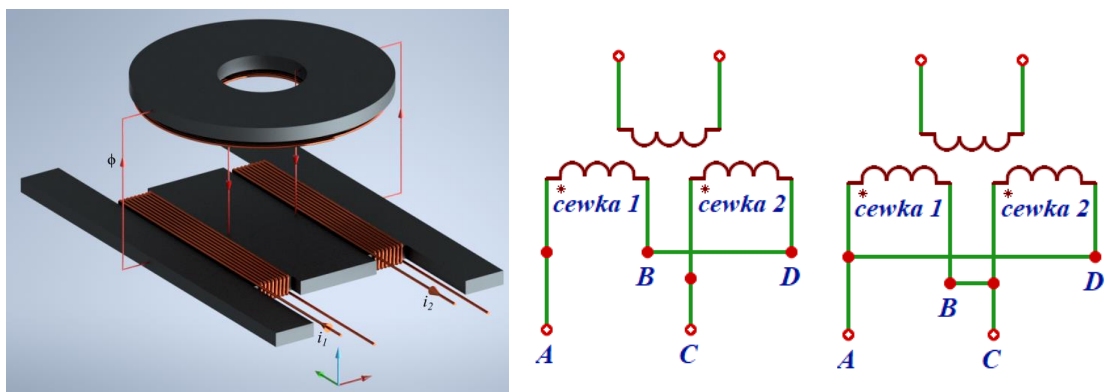
Rys. 2.3.17. Uzwojenie solenoidalne na rdzeniu  $H_C$

Cewki  $H_C$  najczęściej wykorzystywane są jako nadajniki energii elektrycznej SBTE stosowanych przy zasilaniu akumulatorów samochodów elektrycznych, np. jako nadajnik energii na parkingach. Zaletą ich stosowania jest kompatybilność zarówno z odbiornikami wykorzystującymi cewki solenoidalne o rdzeniu w kształcie litery H,

jak również z płaskimi cewkami okrągłymi. Struktura magnetyczna pojedynczego obwodu ulega zmianie w zależności od kierunku prądu przepływającego przez cewki I i II. Zmiana kierunku przepływu prądu w poszczególnych uzwojeniach związana jest z odpowiednią konfiguracją połączenia tych cewek. W zależności od rodzaju konstrukcji odbiornika zmienia się połączenie cewek I i II [132]. Gdy odbiornikiem energii jest cewka z rdzeniem magnetycznym typu H, nadajnik działa jak układ H i w tym przypadku centralny biegun magnetyczny nie jest wykorzystywany (rys. 2.3.18). Oznacza to, że kierunek przepływu prądu przez cewkę I i cewkę II musi być zgodny. Centralny biegun magnetyczny jest wykorzystywany, gdy odbiornikiem energii elektrycznej jest cewka płaska okrągła, tzn. że kierunek przepływu prądu w cewkach musi być wzajemnie przeciwny. Poszczególne konfiguracje połączeń cewek I i II pokazano na rysunku 2.3.19. W przypadku zastosowania połączenia szeregowego, można zaobserwować spadek współczynnika sprzężenia  $k$  w porównaniu z zastosowaniem klasycznego rdzenia H. Natomiast wpływ dodatkowego rdzenia i cewki dzielonej jest niewielki.



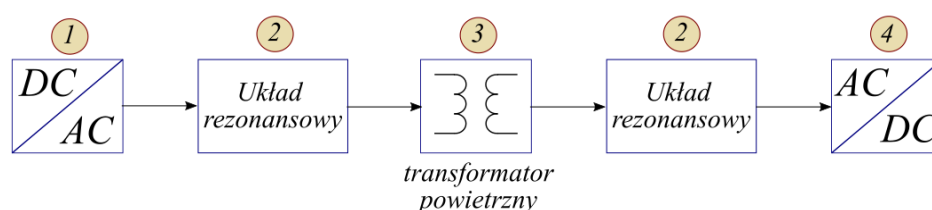
Rys. 2.3.18. Metody połączeń cewek I i II kompatybilnych z cewką na rdzeniu typu H [132]



Rys. 2.3.19. Metody połączeń cewek I i II kompatybilnych z okrągłą cewką spiralną [132]

## 2.4. UKŁADY ZASILAJĄCE I ODBIORCZE STOSOWANE W SYSTEMACH BEZPRZEWODOWEJ TRANSMISJI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Układy bezprzewodowej transmisji energii składają się z dwóch podstawowych torów transmisji, tj. toru transmisji energii elektrycznej oraz toru transmisji danych przekazywanych obustronnie pomiędzy układem nadajnika i odbiornika energii. W niniejszej pracy omówiony zostanie wyłącznie tor transmisji energii elektrycznej systemu składającego się najczęściej z falownika/inwertera wyższych częstotliwości (tj. przemiennika częstotliwości lub inwertera rezonansowego), układu cewek sprzężonych magnetycznie połączonych z obwodami rezonansowymi oraz układu prostownika. Uproszczony schemat blokowy toru elektrycznego układu przedstawiono na rysunku 2.4.1.



Rys. 2.4.1. Schemat blokowy toru transmisji energii elektrycznej (1 – układ zasilający, 2 – obwody rezonansowe, 3 – transformator powietrzny, 4 – układ odbiorczy)

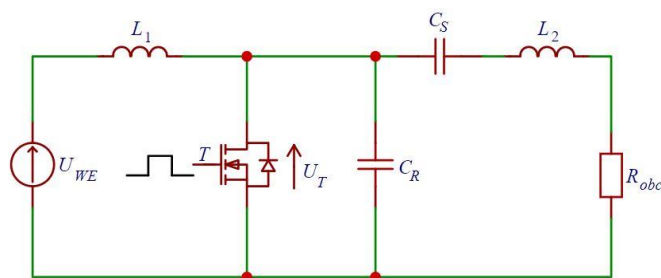
Blok pierwszy DC/AC, oznaczony na rysunku 2.4.1 numerem 1, reprezentuje układy zasilające SBTE, którymi zwykle są falowniki wyższych częstotliwości. Układy te powinny charakteryzować się sinusoidalnym lub quasi-sinusoidalnym przebiegiem prądu wyjściowego oraz małymi stratami mocy. Szczegółowy opis tych układów został przedstawiony w dalszych częściach niniejszej pracy. Blok (2) i (3) reprezentuje układ cewek sprzężonych magnetycznie z dołączonymi obwodami rezonansowymi. Sposób aranżacji cewek stosowanych w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej został szczegółowo opisany w podrozdziale 2.3. W podrozdziale 2.4.2 przedstawiono szczegółowo obwody rezonansowe stosowane w SBTE. Ostatnim blokiem systemu (4) jest układ odbiorczy energii elektrycznej, czyli układ prostownika wraz z odbiornikiem. Prostowniki w SBTE służą do przekształcania napięcia przemiennego cewki wtórnej na napięcie stałe. Układ ten jest niezbędny ze względu na odbiorniki energii jakimi w SBTE są najczęściej akumulatory lub baterie.

### 2.4.1. Układy zasilające

Układami zasilającymi uzwojenie strony pierwotnej transformatora wykorzystywanego w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej są najczęściej falowniki (inwertery) wyższych częstotliwości. Jak wcześniej zauważono, układy te powinny charakteryzować się sinusoidalnym lub quasi-sinusoidalnym przebiegiem prądu wyjściowego, małymi stratami mocy oraz możliwością regulacji mocy wyjściowej. Ponadto falowniki wykorzystywane w systemach bezprzewodowego zasilania układów medycznych oraz elektronicznych powinny mieć małe gabaryty oraz małą masę własną. W SBTE najczęściej wykorzystuje się falowniki rezonansowe. Układy te, ze względu na połączenie elementów  $RLC$ , dzielą się na falowniki szeregowo i równoległe. W zależności od liczby użytych tranzystorów wyróżniamy falowniki klasy D, E, F oraz ich kombinacje.

Falowniki rezonansowe klasy E są szeregowymi falownikami rezonansowymi. Falowniki tej klasy charakteryzują się prostym układem sterowania wykorzystującym jeden tranzystor [94,108]. Schemat takiego falownika przedstawiono na rysunku 2.4.2. W układach tych stosuje się dodatkowe kondensatory  $C_S$  i  $C_R$ , które umożliwiają pracę z tzw. komutacją miękką tranzystorów. W celu osiągnięcia optymalnej pracy falownika klasy E należy w odpowiedni sposób dobrać parametry sterowania pracą tranzystora oraz parametry binarne układu głównego. Doboru tych parametrów najczęściej dokonuje się poprzez wyznaczenie wartości pojemności kondensatorów  $C_R$  i  $C_S$  dla wybranej częstotliwości pracy, współczynnika wypełnienia przewodzenia tranzystora, dobroci obwodu rezonansowego oraz rezystancji układu obciążenia. Szeregowe połączenie źródła napięcia z cewką  $L_I$  powoduje wygładzenie przebiegu prądu zasilającego. W przypadku odpowiednio dobranej wartości indukcyjności dławika  $L_I$  układ falownika można rozpatrywać, jako układ zasilany z równoważnego źródła prądu stałego.

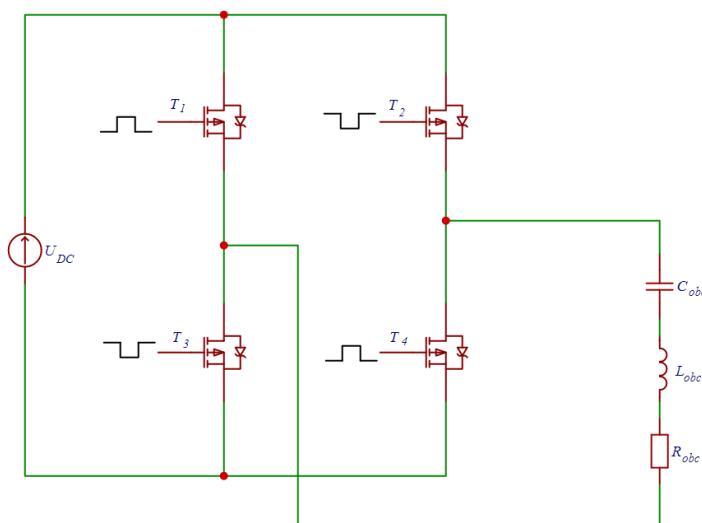
Sterowanie falownikami klasy E staje się jednak bardziej złożone w przypadku zasilania SBTE pracującego z wyższymi częstotliwościami sięgającymi setek kilo- i mega herców. W takim przypadku projektując lub próbując wysterować taki układ należy również uwzględnić parametry pasożytnicze takie jak np. pojemności wyjściowe tranzystorów MOSFET, czy rezystancję pasożytniczą zastosowanych kondensatorów.



Rys. 2.4.2. Schemat falownika rezonansowego klasy E

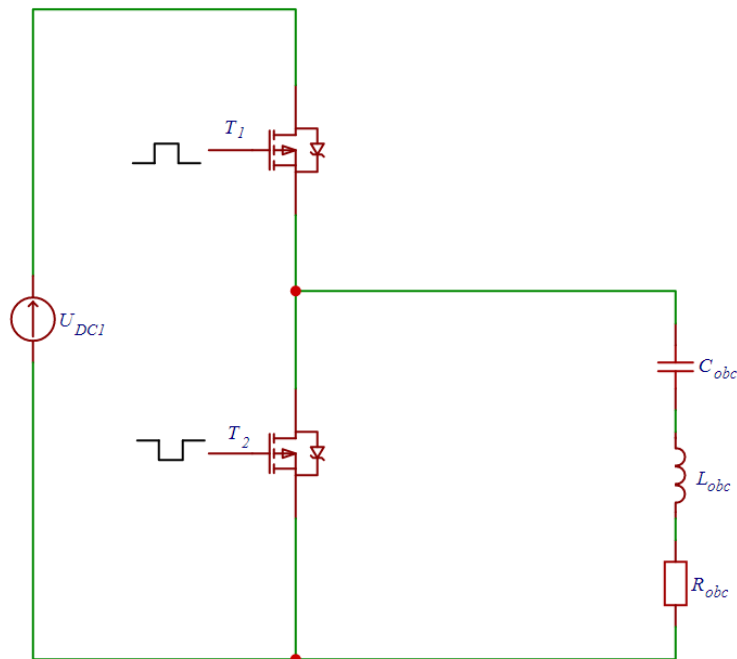
Kolejną grupę falowników stanowią falowniki klasy D. Falowniki rezonansowe klasy D, to falowniki z klasycznym mostkiem H złożone z 4 modułów tranzystorowych wraz z diodą zwrotną. Przemienne prąd wyjściowy uzyskuje się poprzez cykliczne załączanie par tranzystorów  $T_1 - T_4$  i  $T_2 - T_3$ . Schemat mostkowy falownika rezonansowego klasy D przedstawiono na rysunku 2.4.3.

Wadą tych falowników jest ich waga oraz gabaryty wynikające z zastosowania aż 4 tranzystorów, najczęściej umieszczonych na radiatorze. Ponadto zachodzi konieczność zastosowania złożonego układu sterowania, który musi zapewnić odpowiednie wartości tzw. „czasów martwych” pomiędzy zadziałaniem przełączanych tranzystorów. Sterowanie zapewniające odpowiednią wartość czasów martwych jest konieczne ze względu na wyeliminowanie przejściowego zwierania źródła zasilania poprzez tranzystory pracujące w wspólnym pół-mostku. Zaletą falowników klasy D jest mała wrażliwość na zmiany parametrów obciążenia oraz stosunkowo proste metody sterowania mocą wyjściową wynikające z możliwości zmiany częstotliwości i wypełnienia sygnałów sterujących tranzystorami.



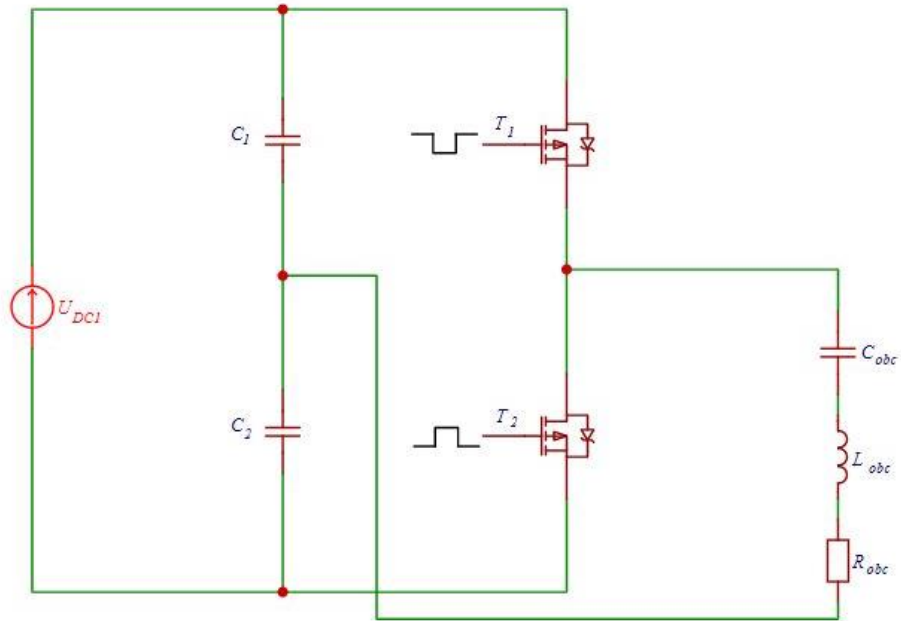
Rys. 2.4.3. Schemat falownika rezonansowego klasy D

W SBTE stosuje się również uproszczoną wersję mostkowego falownika klasy D, czyli pół-mostkowy falownik klasy D. W tego typu układach wykorzystuje się dwa tranzystory (rys. 2.4.4). Ze względu na uproszczoną strukturę falownik pół-mostkowy jest częściej wykorzystywany.



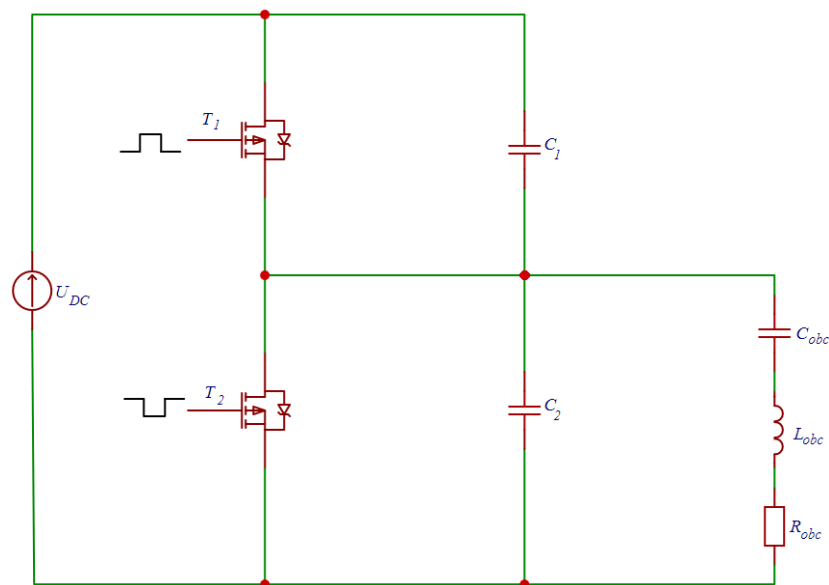
Rys. 2.4.4. Schemat pół-mostkowego falownika rezonansowego klasy D

Kolejną odmianą falowników klasy D, jest pół-mostkowy falownik z dzielonym kondensatorem rezonansowym. W porównaniu z klasycznym, mostkowym falownikiem klasy D, w tego typu układach zastępuje się jedną gałąź tranzystorów kondensatorami  $C_1$  i  $C_2$ , gdzie  $C_1=C_2=C/2$ . Schemat takiego falownika przedstawiono na rysunku 2.4.5. Układy tego typu znajdują szerokie zastosowanie w przemyśle, np. przy nagrzewaniu indukcyjnym [25,63], bezprzewodowym przesyłaniu energii elektrycznej za pomocą cewek sprzężonych magnetycznie oraz bezprzewodowym zasilaniu urządzeń monitorujących funkcje życiowe za pomocą fal ultradźwiękowych. Zaletą tych układów jest szeroki zakres regulacji częstotliwości z zachowaniem warunku ZVS (ang. *zero switch voltage*) przy sterowaniu mocą wyjściową za pomocą zmiennego współczynnika wypełnienia.



Rys. 2.4.5. Schemat pół-mostkowego falownika rezonansowego klasy D

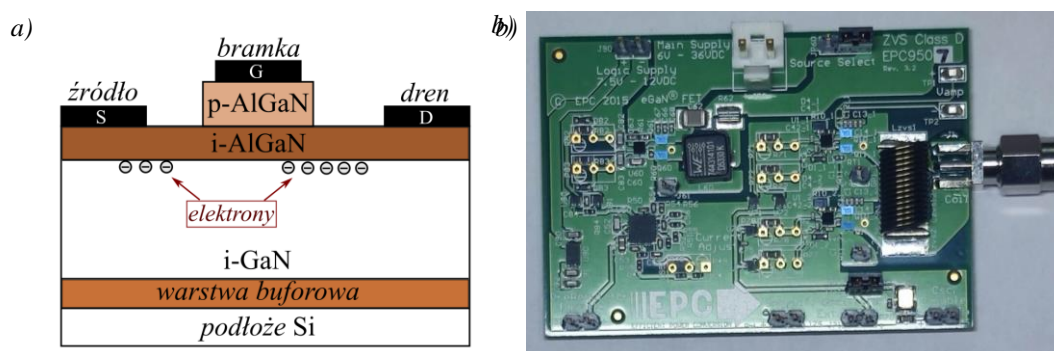
Innym typem falowników rezonansowych wykorzystywanym w SBTE jest pół-mostkowy falownik klasy DE. Falownik klasy DE jest również modyfikacją klasycznych falowników mostkowych typu D. Układy te pracują z częstotliwością większą od częstotliwości rezonansowej, to znaczy, że gałąź odbiornika ma charakter indukcyjny. Schemat przykładowego układu falownika klasy DE przedstawiono na rysunku 2.4.6. Zaletą tych układów jest wysoka sprawność, porównywalną ze sprawnością falowników E, niestety zakres częstotliwości jest ograniczony ze względu na pojemności równoległe.



Rys. 2.4.6 Schemat pół-mostkowego falownika rezonansowego klasy DE

Opisane powyżej typy falowników buduje się zazwyczaj korzystając z tranzystorów typu MOSFET. Rozwój technologii SBTE sprawia, że stawiane są coraz wyższe wymagania co do częstotliwości pracy konwerterom rezonansowym. Dąży się przy tym do minimalizacji wymiarów układów nadawczych i odbiorczych. Obecnie tranzystory MOSFET coraz częściej nie spełniają wymagań stawianych układom falownikowym stosowanym w SBTE. W ogólnodostępnej literaturze można natomiast zaobserwować rosnące zainteresowanie nowymi technologiami wykorzystujących nowoczesne komponenty półprzewodnikowe mocy [122].

W ostatnich latach obserwuje się dynamiczny rozwój w zakresie nowych komponentów wykonanych z azotku galu (GaN) [122]. Zaletą układów wykorzystujących tranzystory wykonane z GaN nad standardowymi tranzystorami MOSFET są mniejsze rozmiary oraz małe wartości pojemności pasożytniczych. Tranzystory GaN nadają się do pracy w warunkach wysokiej częstotliwości, dlatego mogą z powodzeniem być stosowane w układach falowników przeznaczonych do SBTE [37]. Najczęściej stosowane w SBTE tranzystory to tzw. tranzystory GIT (z ang. Gate Injection Transistor). Tranzystory GIT różnią się w budowie od standardowych tranzystorów GaN. Posiadają dodatkową warstwę półprzewodnikową typu „p” pod bramką. Dzięki tej warstwie istnieje możliwość blokowania kanału tranzystora przy braku polaryzacji bramki, co nie jest możliwe w standardowych tranzystorach wykorzystujących technologię GaN [123]. Przekrój pojedynczej komórki tranzystora GIT przedstawiono na rysunku 2.4.7a, natomiast przykładowy falownik wykorzystujący technologię GaN i stosowany w SBTE pokazano na rysunku 2.4.7b.



Rys. 2.4.7. (a) przekrój pojedynczej komórki tranzystora GIT;  
(b) płytki falownika wykorzystującego tranzystory GaN



### 2.4.2. Obwody rezonansowe

Podstawowym elementem systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej jest układ cewek sprzężonych magnetycznie. W SBTE przesył energii zwykle występuje w powietrzu, co powoduje, że wartość sprzężenia magnetycznego maleje wykładniczo wraz ze wzrostem odległości pomiędzy cewkami. Wzrost odległości pomiędzy cewkami wpływa zatem na powstanie stosunkowo dużych wartości indukcyjności rozproszenia, które znacząco obniżają sprawność przesyłu energii w SBTE. W celu uzyskania wyższych wartości parametrów przesyłu do układu cewek sprzężonych dołącza się obwody rezonansowe [24]. Zazwyczaj są to kondensatory dołączone do układu cewek SBTE szeregowo lub równoległe. Wartości pojemności tych kondensatorów zostają tak dobrane, aby skompensować indukcyjność rozproszoną oraz umożliwić efektywną transmisję energii elektrycznej. Maksymalizacja sprawności obwodu pozwala zminimalizować straty mocy oraz zmniejszyć nagrzewanie uzwojeń. W zależności od wartości przesyłanej mocy stosuje się odpowiednie połączenie kondensatorów z uzwojeniami transformatora powietrznego. Przykładowo do transmisji dużych mocy stosuje się obwody z szeregowym kondensatorem wyjściowym. Wynika to z praktycznej realizowalności cewki wtórnej. Do przesyłu małych mocy, natomiast, stosuje się połączenie równoległe kondensatora z cewką wtórną (odbiorczą). W tabeli 2.4.1 przedstawiono przykładowe sposoby włączenia kondensatorów w obwody uzwojeń transformatorów SBTE.

Tabela 2.4.1. Schematy połączeń kondensatorów do układu [80]

		Kondensator po stronie pierwotnej	
		szeregowy	równoległy
Kondensator po stronie wtórnej	szeregowy		
	równoległy		

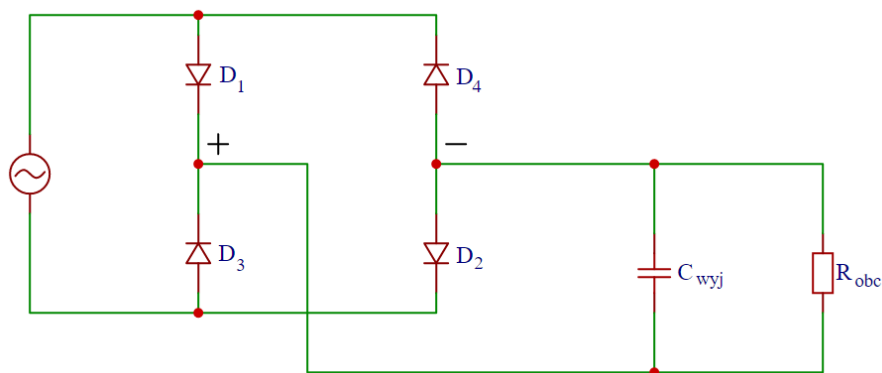
Na średnią wartość energii oraz sprawność SBTE ma wpływ podłączenie kondensatora po stronie wtórnej transformatora, natomiast podłączenie kondensatora po stronie pierwotnej transformatora dobiera się w zależności od rodzaju zastosowanego falownika.

### **2.4.3. Układy odbiorcze**

Układami odbiorczymi systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej są najczęściej układy prostownikowe wraz z odbiornikiem energii. Układy te są integralną częścią składową SBTE ze względu na odbiorniki energii elektrycznej, tj. akumulatory, baterie, ogniwa. Odbiorniki te należą do elementów ładowanych prądem stałym, dlatego SBTE w swojej budowie muszą zawierać przekształtniki AC/DC.

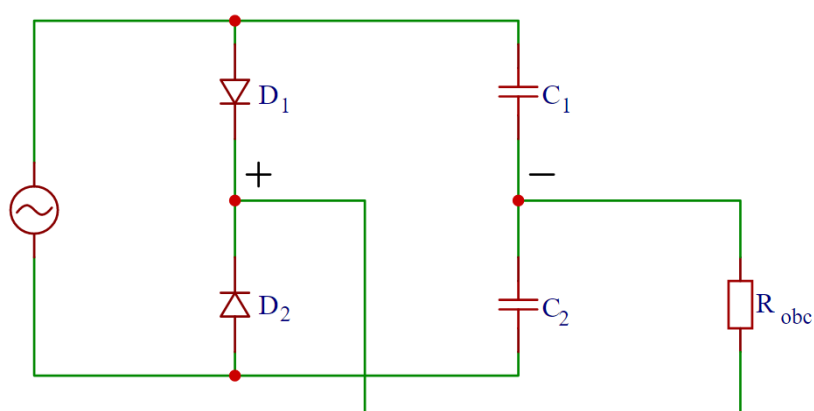
Prostowniki stosowane w SBTE powinny charakteryzować się małymi stratami mocy, a w przypadku systemów wykorzystywanych w elektronice i medycynie również małymi gabarytami i niską wagą.

W systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej najczęściej wykorzystuje się klasyczne konstrukcje prostowników mostkowych tj. jedno- i dwupołówkowe [21,114]. Klasyczne prostowniki mostkowe dwupołówkowe złożone są z układu czterech diod oraz dołączonego do nich najczęściej kondensatora wyjściowego. Stosowane są również układy z dołączoną indukcyjnością wyjściową, oraz połączeniem elementów (*LC*). Rodzaj elementu wyjściowego zależy od rodzaju zasilania odbiornika, jeśli zostanie wykorzystana indukcyjność układ będzie prądowy, kondensator – napięciowy, kondensator oraz indukcyjność – prądowy z filtracją napięcia. Kondensator włączony w układ odbiorczy pełni rolę filtru dolnoprzepustowego i ma za zadanie wygładzenie niepożądanych tętnień napięcia wyjściowego. Zaletami prostowników mostkowych są: mała wrażliwość na zmiany parametrów obciążenia oraz wysoka sprawność ze względu na przełączanie diod przy zerowym prądzie i niezerowym napięciu. Niestety wadą jest konieczność wykorzystania aż czterech diod, co wpływa na wagę, cenę i gabaryty prostownika. Schemat prostownika mostkowego dwupołówkowego przedstawiono na rysunku 2.4.8.



Rys. 2.4.8. Schemat prostownika dwupołówkowego

Prostowniki mostkowe jednapołówkowe (prostowniki pół-mostkowe) składają się natomiast z dwóch diod z dołączonymi kondensatorami. Przełączanie diod również odbywa się przy zerowym prądzie i niezerowym napięciu, a dołączone kondensatory pełnią rolę filtra dolnoprzepustowego i mają za zadanie wygładzić niepożądane tętnienia napięcia wyjściowego. Zaletami prostowników pół-mostkowych jest mała wrażliwość na zmiany parametrów obciążenia oraz wysoka sprawność ze względu na przełączanie diod przy zerowym prądzie. Wadą natomiast jest konieczność stosowania dodatkowych elementów, tj. kondensatorów, w miejsce gałęzi z diodami prostownika mostkowego. Zastosowanie układu dodatkowych kondensatorów powoduje zwiększenie tętnień napięcia wyjściowego prostownika pół-mostkowego w porównaniu z prostownikiem mostkowym przy założeniu  $C_1=C_2=C$ . Spowodowane jest to mniejszą pojemnością kondensatorów ze względu na szeregowe połączenie diody i kondensatora. Schemat prostownika mostkowego jednapołówkowego przedstawiono na rysunku 2.4.9.

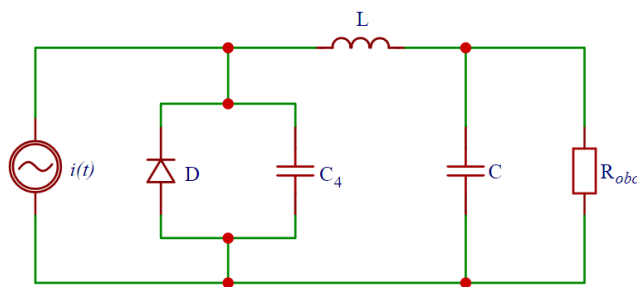


Rys. 2.4.9. Schemat prostownika jednapołówkowego

Klasyczne prostowniki jedno- i dwupołówkowe charakteryzują się dużym współczynnikiem THD, co powoduje niesinusoidalny prąd wejściowy. W celu poprawy sprawności klasycznych prostowników stosuje się tranzystory MOSFET w miejsce diod. Prostowniki z zastosowanymi tranzystorami nazywa się prostownikami synchronicznymi. Niestety wadą takich układów jest skomplikowany algorytm sterowania oraz konieczność zapewnienia odpowiednich czasów martwych związanych z czasem przełączania tranzystorów. Jest to zazwyczaj skomplikowane w układach wysokoczęstotliwościowych.

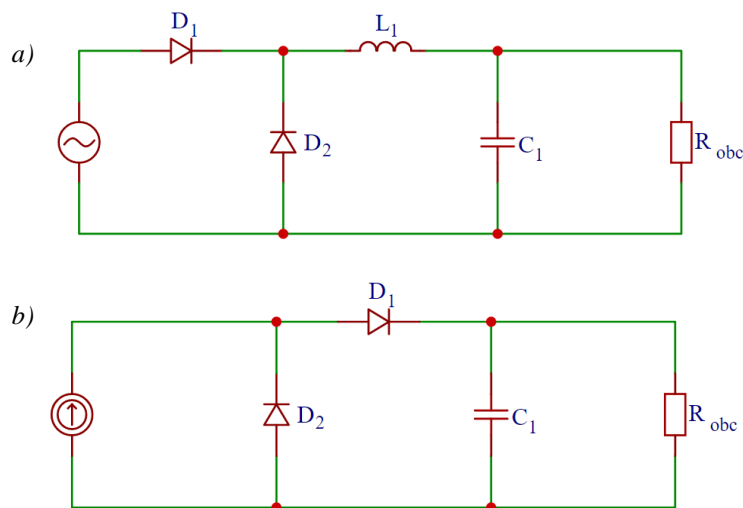
W ogólnodostępnej literaturze coraz częściej oprócz opisu prostowników klasycznych można znaleźć opisy prostowników pracujących z SBTE klasy D, E lub mieszanych tj. DE, EF. Konstrukcje te mają na celu poprawę wydajności systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej wykorzystujących falowniki/inwertery rezonansowe. Wyżej wymienione typy prostowników charakteryzują się sinusoidalnym prądem i/lub napięciem wejściowym, oraz „miękką” komutacją umożliwiającą znaczne ograniczenie strat i redukcję zakłóceń elektromagnetycznych.

Prostowniki klasy E budowane są z wykorzystaniem jednej diody prostowniczej oraz elementów biernych ( $LC$ ). Dławik  $L$  wraz z dołączonym kondensatorem  $C$  tworzą filtr dolnoprzepustowy. Filtr ten ma na celu, tak samo jak w przypadku prostowników dwu- i jednopołówkowych, wygładzenie tętnień prądu. Należy zauważyć, że zwykle przyjmuje się wartość indukcyjności dławika  $L$  na tyle dużą, że przepływający przez tę gałąź prąd jest stały i w przybliżeniu równy prądowi wyjściowemu. Zaletą prostowników klasy E jest wysoka sprawność ze względu na przełączanie diody w warunkach komutacji miękkiej. Wadą natomiast jest wrażliwość na zmiany parametrów obciążenia, jak również brak możliwości minimalizacji gabarytów i masy prostownika ze względu na dołączony do układu dławik  $L$ . Schemat prostownika klasy E przedstawiono na rysunku 2.4.10.



Rys. 2.4.10. Schemat prostownika klasy E

Prostowniki klasy D wchodzą w skład prostowników jednopółkowych pracujących z wykorzystaniem układu dwudiodowego. Tego typu konstrukcje umożliwiają uzyskiwanie sinusoidalnego przebiegu napięcia w przypadku prostowników napięciowych (rys 2.4.11.a) lub sinusoidalnego przebiegu prądu – prostownik prądowy (rys 2.4.11.b)

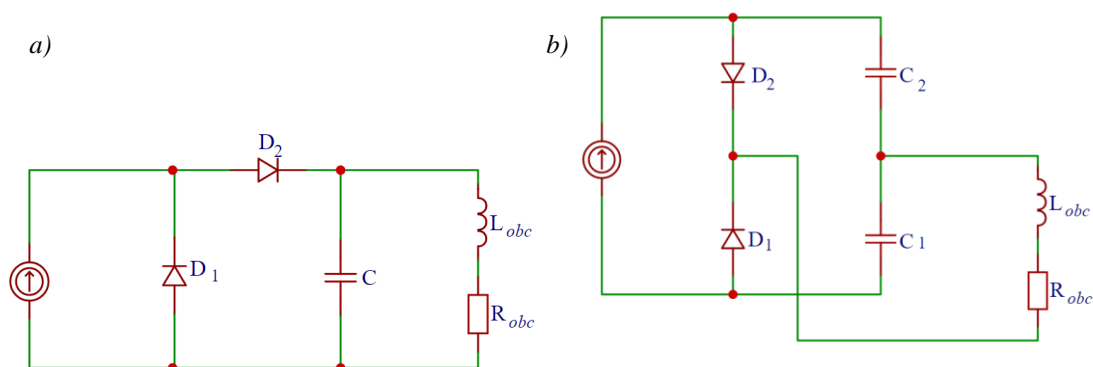


Rys. 2.4.11. Schemat prostownika klasy D (a) napięciowy, (b) prądowy

Sinusoidalny przebieg prądu lub napięcia pozwala na poprawę współczynnika mocy oraz zawartości wyższych harmonicznych THD prądu lub/i napięcia w stosunku do klasycznych prostowników. Prostowniki klasy D cechują się cyklicznym załączaniem diody ze współczynnikiem wypełnienia równym 0,5. Zaletą tych układów jest kompatybilność z inwerterami rezonansowymi klasy E, D itp. Zaletą prostowników prądowych jest równość wartości napięcia maksymalnego diody na odbiorniku, natomiast prostowników napięciowych równość maksymalnego prądu oraz prądu przepływającego przez odbiornik. Prostowniki mieszane tj. prostowniki klasy DE łączą zalety zarówno prostowników klasy D oraz klasy E. W swojej budowie to kolejne modyfikacje prostownika klasy D. Modyfikacja polega na dołączeniu dodatkowych kondensatorów umożliwiających uwzględnienie pojemności wyjściowej diody. Zaletą tych prostowników jest możliwość uzyskania warunków komutacji miękkiej, tak jak w przypadku falowników E oraz równość maksymalnej wartości napięcia lub prądu diody i maksymalnej wartości napięcia lub prądu na odbiorniku.

Prostowniki klasy DE najczęściej stosowane w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej to prostowniki zasilane ze źródła prądu. Układy te można podzielić na jedno-półkowe (rys. 2.4.12.a) oraz pół-mostkowe (rys. 2.4.12.b).

Prostowniki jedno-połówkowe w swojej budowie wykorzystują jeden kondensator filtrujący  $C$ , natomiast prostowniki pół-mostkowe posiadają dwa kondensatory filtrujące  $C_1$  i  $C_2$ . W prostownikach pół-mostkowych wykorzystywany jest dzielnik pojemnościowy, pojemności kondensatorów są sobie równe ( $C_1=C_2=C/2$ ). Napięcie na pojedynczym kondensatorze jest dwa razy niższe niż napięcie na kondensatorze  $C$  w prostowniku jedno-połówkowym.



Rys. 2.4.12. Schemat prostownika klasy DE prądowy (a) jedno-połówkowy, (b) pół-mostkowy

## 2.5. PODSUMOWANIE

W rozdziale dokonano przeglądu literaturowego dotyczącego układów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej. Przystawiono systemy SBTE, w których przesył energii odbywa się przy wykorzystaniu pola magnetycznego, tj. poprzez cewki sprzężone magnetycznie. Zilustrowano obszary, w których stosowane są SBTE, tj. motoryzacja, elektronika użytkowa, medycyna i przemysł. Przedstawiono najnowsze osiągnięcia techniczne w zakresie systemów bezprzewodowej transmisji, m.in. dotyczące możliwości ładowania baterii pojazdów statycznie jak i dynamicznie, ale również wysoko zaawansowanych systemów stosowanych w medycynie np. systemów wszczepianych w organizm ludzki, bardzo często w obrębie ważnych organów.

Ponadto omówiono układy uzwojeń stosowanych w SBTE. Dokonano podziału uzwojeń na uzwojenia spiralne płaskie, drukowane i solenoidalne. Zilustrowano możliwości zastosowania każdego z wymienionych układów uzwojeń. Podano wady i zalety poszczególnych konstrukcji układów uzwojeń, a także scharakteryzowano układy zasilające i odbiorcze stosowane w SBTE.

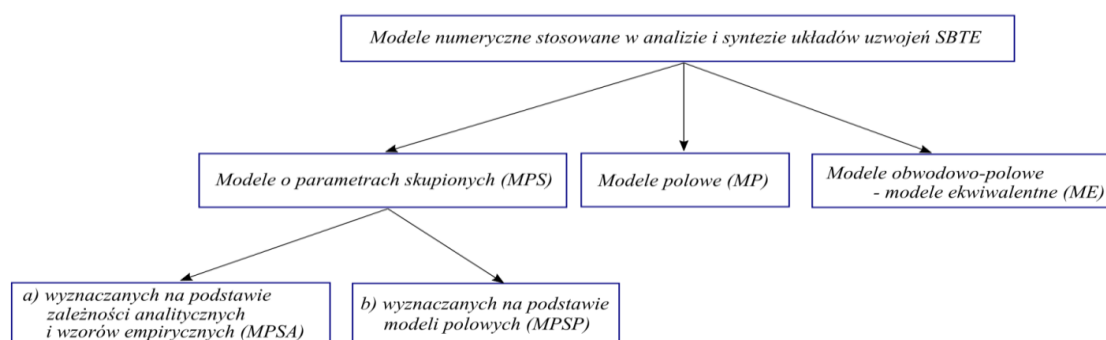
## OBWODOWE MODELE UKŁADÓW Z POLEM ELEKTROMAGNETYCZNYM O PARAMETRACH SKUPIONYCH

### 3.1. WPROWADZENIE

Projektanci zajmujący się modelowaniem przetworników elektromagnetycznych, a w szczególności układami bezprzewodowego transferu energii, od wielu już lat poszukują skutecznych i szybkozbieżnych metod analizy i syntezy tych układów. Chociaż zjawiska zachodzące w SBTE mają charakter polowy oraz są wzajemnie ze sobą sprzężone, to do ich analizy, w przeważającej większości, wykorzystuje się modele obwodowe umożliwiające przede wszystkim analizę ustalonych stanów pracy.

Modelem nazywamy matematyczny opis układu elektromagnetycznego, który w jak najdokładniejszy sposób odwzorowuje występujące w nim zjawiska [118]. Zatem dla potrzeb projektowania jak i modelowania systemów bezprzewodowej transmisji, konieczne jest opracowanie wiarygodnego modelu, który będzie obejmował jak największą liczbę zachodzących zjawisk. Obecnie w obliczeniach projektowych, modelowaniu oraz analizie SBTE wykorzystuje się trzy grupy modeli (rys. 3.1.1), tj.:

- (a) **modele o parametrach skupionych,**
- (b) **modele polowe lub polowo-obwodowe,**
- (c) **modele obwodowo - polowe wykorzystujące obwody równoważne Fostera lub Cauera, nazywane powszechnie modelami równoważnymi lub ekwiwalentnymi.**



Rys. 3.1.1. Modele numeryczne stosowane w analizie i syntezie układów SBTE

Każdy z wymienionych powyżej modeli wykazuje zarówno wady jak i zalety. W ogólnodostępnej literaturze można zauważyć, że w procesie projektowania obwodów

magnetycznych SBTE najczęściej wykorzystuje się **modele polowe** (MP), zarówno dwuwymiarowe (2D) [96,97] jak i trójwymiarowe (3D) [34,152]. Do zalet modeli polowych należy przede wszystkim zaliczyć dużą dokładność obliczeniową oraz wysoką wiarygodność uzyskiwanych wyników. Wadą tych modeli jest jednak duża złożoność obliczeniowa, a także duże zapotrzebowanie na pamięć operacyjną RAM w jednostkach obliczeniowych, co przekłada się na długi czas obliczeń. Opis modeli polowych znajdujących zastosowanie w projektowaniu i modelowaniu SBTE, w tym modeli opracowanych i wdrożonych przez Autorkę niniejszej rozprawy, zostanie szczegółowo omówiony w **rozdziale 4**.

Do analizy stanów pracy oraz modelowania SBTE dużo częściej, niż modele polowe, zastosowanie znajdują prostsze **modele o parametrach skupionych** (MPS) [44,56], nazywane powszechnie **modelami obwodowymi**. Wyróżnia się dwa typy modeli MPS, tj.: (a) modele o parametrach wyznaczanych na podstawie zależności analitycznych i wzorów empirycznych (MPSA) [56] oraz (b) modele o parametrach skupionych wyznaczanych na podstawie obliczeń wykorzystujących modele polowe (MPSP). Zaletą tych pierwszych, tj. modeli typu MPSA, jest krótki czas obliczeń oraz niewielkie zapotrzebowanie na pamięć operacyjną RAM. Do wad należy zaliczyć mało zadowalającą wiarygodność uzyskiwanych rezultatów, która wynika z przyjętych założeń upraszczających, stosowania zależności empirycznych, a także pewnych trudności związanych z uwzględnianiem wpływu zmian częstotliwości na wartości obliczanych parametrów skupionych modelu. Do zalet modeli MPSP zalicza się krótki czas realizacji obliczeń jak i małe zapotrzebowanie na pamięć operacyjną. Nieocenioną zaletą modeli MPSP, w porównaniu z MPSA, jest dużo wyższa wiarygodność wyników obliczeń. Wadą tych modeli, podobnie jak i modeli MPSA, jest trudność związana z wyznaczaniem wartości parametrów skupionych w szerokim zakresie zmian częstotliwości źródła zasilania. W celu rozwiązania tego problemu konieczne jest wyznaczenie tablic zawierających wartości parametrów skupionych dla wybranych wartości częstotliwości. Podczas obliczeń wartości parametrów wybierane są z tabel wyznaczonych przed rozpoczęciem procesu modelowania. Szczegółowy opis **modeli o parametrach skupionych** zaprezentowano w niniejszym rozdziale.

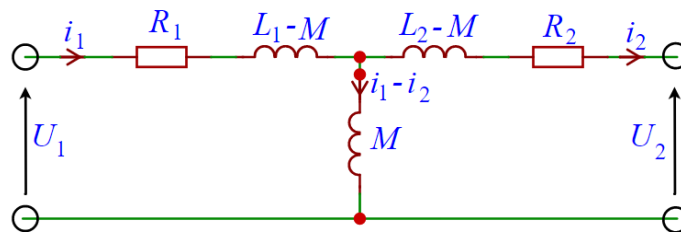
W okresie ostatnich 5 lat w analizie i syntezie SBTE zasilanych z przemienników częstotliwości można zauważyć rosnące zainteresowanie **modelami obwodowo-polowymi** wykorzystującymi **równoważne obwody Fostera i/lub Cauera**, nazywane powszechnie **modelami równoważnymi** lub **modelami ekwiwalentnymi**



(ME). Modele te łączą zalety zarówno modeli polowych jak również modeli o parametrach skupionych. Zaletą modeli ME jest możliwość analizy stanów pracy w szerokim zakresie zmian częstotliwości źródła zasilania, wyższa wiarygodność wyników obliczeń niż w przypadku modeli MPS, łatwość uwzględniania wpływu prądów wirowych występujących w rozpatrywanym układzie, a także krótszy czas obliczeń w odniesieniu do modeli MP. Wadą modeli ME jest jednak dłuższy ‘całkowity’ czas obliczeń w porównaniu do MPS, wynikający m.in. z zastosowania kilku następujących po sobie etapów procesu obliczeniowego, koniecznych do wyznaczenia m.in. parametrów zastępczych SBTE oraz obwodów równoważnych. Te ostatnie są zależne od zastosowanego podejścia, tj. Fostera lub Cauera.

### 3.2. MODELE OBWODOWE

W literaturze przedmiotu dotyczącej projektowania, analizy oraz modelowania układów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej najczęściej zastosowanie znajduje model, w którym układ cewek sprzężonych magnetycznie rozpatruje się korzystając z klasycznego schematu zastępczego transformatora powietrznego (rys. 3.2.1).



Rys. 3.2.1. Schemat zastępczy transformatora powietrznego – SBTE stanowiącego układ sprzężonych magnetycznie cewek

Dla tak przyjętego schematu zastępczego SBTE równania napięciowe przyjmują postać (3.2.1):

$$u_1 = i_1 \cdot R_1 + (L_1 - M) \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{d(i_1 - i_2)}{dt}, \quad (3.2.1a)$$

$$u_2 = M \cdot \frac{d(i_1 - i_2)}{dt} - (L_2 - M) \cdot \frac{di_2}{dt} - i_2 \cdot R_2, \quad (3.2.1b)$$

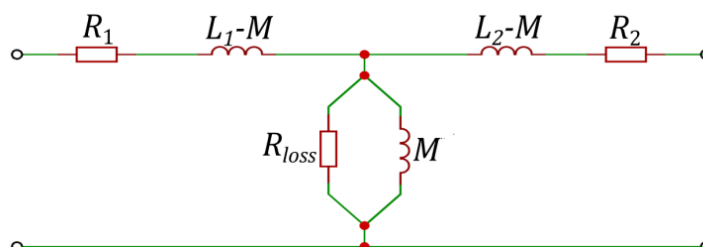
gdzie:  $R_1$ ,  $R_2$  to odpowiednio rezystancja uzwojenia pierwotnego i wtórnego,  $L_1$  i  $L_2$  są indukcjami własnymi odpowiednio uzwojenia pierwotnego i uzwojenia

wtórnego,  $M$  jest indukcyjnością wzajemną, natomiast  $i_1, i_2$  to odpowiednio prądy w uzwojeniu pierwotnym i wtórnym SBTE.

Równania (3.2.1a) i (3.2.1b) można zapisać także w poniższej postaci macierzowej, wykorzystując przy tym zapis zespolony (3.2.2), tj.:

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ -U_2 \end{bmatrix}. \quad (3.2.2)$$

Przedstawiony na rysunku 3.2.1 schemat zastępczy znajduje szerokie zastosowanie w analizie układów z transformatorami powietrznymi, w których nie występują koncentratory pola. Koncentratory pola bardzo często znajdują natomiast zastosowanie w transformatorach SBTE, w których projektanci dążą do lepszego ukierunkowania oraz większego wykorzystania strumienia magnetycznego, co przekłada się na zwiększenie wartości współczynnika sprzężenia pomiędzy cewkami systemu. Należy zauważyć, że jako koncentratory pola wykorzystywane są elementy wykonane z materiałów ferromagnetycznych, które bardzo często umieszcza się na płytach ekranowych wykonanych najczęściej z aluminium [158]. W przypadku analizy układów, w których znajdują się koncentratory pola w SBTE schemat zastępczy, przedstawiony na rysunku 3.2.1, należy rozszerzyć o dodatkowy komponent, tj. rezystancję reprezentującą straty dodatkowe ( $R_{loss}$ ) powstające w układzie. Przez straty dodatkowe rozumie się straty mocy, które powstają w masywnych elementach przewodzących (tj. elementach innych niż uzwojenia SBTE), jak również straty generowane w elementach ferromagnetycznych, np. związane z przemagnesowywaniem materiału. Na rysunku 3.2.2 przedstawiono schemat zastępczy transformatora SBTE uzupełniony o rezystancję reprezentującą straty dodatkowe.



Rys. 3.2.2. Schemat zastępczy transformatora powietrznego z koncentratorem pola

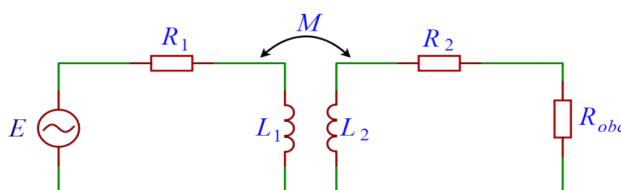
Dla takiego przypadku układ równań opisujących transformator, w którym zastosowano koncentrator pola zapisywany jest w postaci macierzowej (3.2.3) [79]:

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & (R_{loss}^{-1} - j(\omega M)^{-1})^{-1} \\ (R_{loss}^{-1} - j(\omega M)^{-1})^{-1} & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ -\underline{U}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.2.3)$$

Poniższe równania są równaniami napięciowymi opisującymi układ cewek sprzężonych magnetycznie (3.2.4) i (3.2.5). Przykład układu złożonego z magnetycznie sprzężonych cewek przedstawiono na rysunku 3.2.3.

$$u_1 = i_1 \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - M \cdot \frac{di_2}{dt}, \quad (3.2.4)$$

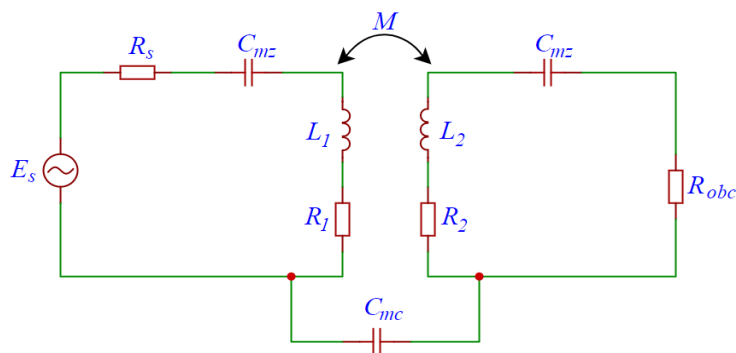
$$u_2 = M \cdot \frac{di_1}{dt} - L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} - i_2 \cdot R_2. \quad (3.2.5)$$



Rys. 3.2.3. Schemat zastępczy cewek sprzężonych magnetycznie

Przedstawione dotychczas przez Autorkę schematy zastępcze transformatorów powietrznych stosowanych w SBTE znajdują zastosowanie do modelowania stanów pracy układów w zakresie częstotliwości nieprzekraczających 1 MHz. Częstotliwość ta stanowi pewnego rodzaju barierę, po przekroczeniu której wielu projektantów w swoich obliczeniach uwzględnia wpływ pojemności pasożytniczych. W przypadku SBTE pracujących z wysokimi częstotliwościami w schemacie zastępczym z rysunku 3.2.1 uwzględnia się m.in. pojemności między cewkowe ( $C_{mc}$ ) jak i między zwojowe ( $C_{mz}$ ). Schemat zastępczy uwzględniający pojemności pasożytnicze przedstawiono na rysunku 3.2.4.

Pojemności pasożytnicze, w literaturze, najczęściej wyznaczane są na podstawie zależności analitycznych. Parametry te zależą od pola przekroju przewodnika, grubości izolatora oraz przenikalności dielektrycznej. Obliczone wartości pojemności obejmują zarówno pojemności między zwojowe  $C_{mz}$  jak również pojemności  $C_{mc}$  pomiędzy cewkami, a dodatkowymi płytkami stanowiącymi koncentratory pola [102].



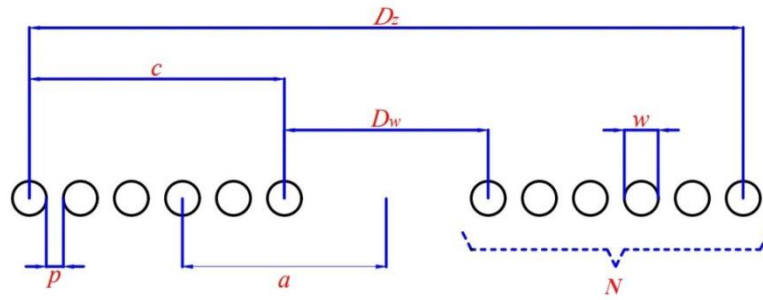
Rys. 3.2.4. Schemat zastępczy transformatora powietrznego uwzględniający pojemności pasożytnicze

### 3.3. METODY WYZNACZANIA PARAMETRÓW SKUPIONYCH MODELI OBWODOWYCH

Wartości parametrów schematu zastępczego przedstawionego w podrozdziale 3.2 można wyznaczyć za pomocą zależności analitycznych lub przy wykorzystaniu modelu polowego. Tak jak wspomniano wcześniej, wartości wyznaczone za pomocą zależności analitycznych są obarczone dużą niepewnością wynikającą z przyjętych uproszczeń. Parametry wyznaczone za pomocą modelu polowego z kolei charakteryzują się większą wiarygodnością, jednak są one bardzo często określane dla zadanych punktowo wartości częstotliwości źródła zasilania.

#### 3.3.1. Modele o parametrach wyznaczanych na podstawie zależności analitycznych i wzorów empirycznych

Wyznaczenie wartości parametrów schematu zastępczego SBTE na podstawie zależności analitycznych lub wzorów empirycznych wymaga wiedzy o wymiarach cewek, ich kształcie i liczbie zwojów. W literaturze przedmiotu opisano wiele podejść pozwalających obliczyć wspomniane wielkości [50,147]. Najprostszym i często stosowanym podejściem jest zastosowanie zależności empirycznych modyfikowanych w zależności od m.in. kształtu projektowanej cewki. Przykładowo w celu zaprojektowania cewek spiralnych, wykorzystywanych w SBTE, można zastosować uproszczoną procedurę wyznaczania indukcyjności własnych  $L$ , pojemności  $C$ , rezystancji  $R$ , dobroci układu  $Q$  czy współczynnika określającego stopień sprzężenia  $k$  [147]. Wyżej wymienione parametry wyznaczone są na podstawie geometrii rozpatrywanych cewek, tj. średnicy zewnętrznej cewki ( $D_z$ ), liczby zwojów ( $N$ ), odległości pomiędzy zwojami ( $p$ ) i średnicy drutu nawojowego cewki ( $w$ ) – rysunek 3.3.1.



Rys. 3.3.1. Przekrój poprzeczny cewki płaskiej

Indukcyjność własną spiralnej cewki płaskiej przedstawionej na rysunku 3.3.1 wyznacza się z zmodyfikowanej zależności Wheelera dla jednowarstwowej cewki spiralnej (3.3.1):

$$L = \frac{N^2(D_z - N(w+p))^2}{16D_z + 28N(w+p)} \cdot \frac{39,37}{10^6}. \quad (3.3.1)$$

Biorąc pod uwagę przenikalność magnetyczną powietrza  $\mu_0$ , indukcyjność własną cewki (rys. 3.3.1) można obliczyć także na podstawie formuły (3.3.2) [58]:

$$L = \mu_0 \frac{D_z}{2} N^2 \left( \ln \frac{8D_z}{w} - 2 \right). \quad (3.3.2)$$

Pojemność pasożytnicza cewki - podobnie jak indukcyjność - zależy od geometrii rozpatrywanego układu, liczby zwojów, jak również od rodzaju zastosowanych przewodów, tj. przewodów w izolacji lub bez. W pracy [50] przedstawiono zestaw formuł analitycznych pozwalających na wyznaczanie wartości różnych pojemności pasożytniczych występujących w układach cewkowych, w tym pojemności między zwojowych  $C_{mz}$  cewek wykonanych z przewodów nieizolowanych jak i w izolacji, o przekroju okrągłym oraz prostokątnym. W niniejszej rozprawie Autorka ograniczyła się do opisanie zależności pozwalającej na wyznaczanie wartości pojemności między zwojowej w układzie z nieizolowanym przewodem okrągłym, tj. zależności (3.3.3):

$$C_{mz} = \frac{\pi^2 w \epsilon_0}{\ln \left( \frac{p}{w} + \sqrt{\left( \frac{p}{w} \right)^2 - 1} \right)}, \quad (3.3.3)$$

gdzie:  $\epsilon_0$  jest przenikalnością dielektryczną powietrza.

Za straty mocy w cewce spiralnej odpowiadają straty radiacyjne (z ang. *radiation losses*) i przewodzenia (z ang. *conduction losses*). Typowe cewki SBTE są

stosunkowo małe w porównaniu z długością fali elektromagnetycznej  $\lambda$  jaką generują (np. dla SBTE pracującego z częstotliwością 1 MHz długość fali  $\lambda$  wynosi ok. 300 m). Dlatego, w większości SBTE straty przewodzenia są dominujące, podczas gdy straty promieniowania są zwykle pomijane [147]. Wartość strat przewodzenia z kolei zależy od efektu naskórkowości (z ang. *skin effect*) jak i efektu zbliżeniowego (z ang. *proximity effect*). Zarówno pierwszy jak i drugi wpływa niekorzystnie na przewodnik ograniczając wartość przepływu prądu poprzez zmniejszenie efektywnej powierzchni przekroju przewodu. Wynikiem niniejszego jest zwiększenie efektywnej wartości rezystancji przewodnika  $R_{coil}$  widzianej od strony zacisków – zależności (3.3.4.a). W przypadku rozpatrywanych tu cewek największy wpływ na wartość rezystancji  $R_{coil}$  ma odległość pomiędzy zwojami, tj. wymiar  $p$  (rys. 3.3.1). W przypadku, gdy odległość pomiędzy przewodami  $p$  jest niewielka a cewka „ciasno” nawinięta, wartość rezystancji  $R_{prox}$  będącej wynikiem efektu zbliżeniowego można określić na podstawie relacji (3.3.4.b). Natomiast, gdy zwoje znajdują się w pewnej odległości  $p$  większej od głębokości wnikania pola  $\delta$  (3.3.5), tzn. cewkę nawinięto ze znacznym odstępem pomiędzy zwojami – wówczas efekt zbliżeniowy w takim układzie można pominąć i przyjąć, że rezystancja  $R_{coil}$  zależy wyłącznie od rezystancji  $R_{skin}$  będącej efektem wypierania prądu (3.3.4.c). W celu oszacowania wartości rezystancji  $R_{skin}$  na podstawie relacji (3.3.4.c) potrzebna jest wiedza o wartości wektora natężenia pola magnetycznego  $H$  występującego w obrębie przewodów cewki [65], jak również aktualnej wartości prądu płynącego przez cewkę. Takie podejście niestety bardzo mocno komplikuje obliczenia. Dlatego w przypadku cewek, w których efekt zbliżania można pominąć, wartość rezystancji  $R_{coil}$  korzystniej jest obliczać na podstawie modelu wysokoczęstotliwościowego zaproponowanego przez K. Kaisera [60], tj. zastosować zależność (3.3.6):

$$R_{coil} = (R_{skin} + R_{prox}), \quad (3.3.4.a)$$

$$R_{prox} = \frac{2\pi l}{\sigma} \left( \frac{w}{\delta} - 1 \right) \left( \frac{H}{I_{coil}} \right)^2, \quad (3.3.4.b)$$

$$R_{skin} = \frac{4l}{\sigma\pi w^2} \cdot \left( 0.25 + \frac{w}{4\delta} + \frac{3}{16} \frac{\delta}{w} \right), \quad (3.3.4.c)$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu_0}}, \quad (3.3.5)$$

$$R_{coil} = \sqrt{\frac{f\pi\mu_0}{\sigma} \frac{N(D_o - N(w+p))}{w}}, \quad (3.3.1.6)$$

gdzie:  $l$  to długość przewodu, z którego wykonano cewkę spiralną.

Na wartość indukcyjności wzajemnej  $M$  między dwiema wielozwojnymi cewkami spiralnymi ma wpływ odległość między cewką nadajnika i cewką odbiornika, jak również parametry geometryczne obu cewek. Indukcyjność wzajemną oblicza się korzystając z zależności (3.3.7). W przywołanej formule uwzględniono założenie, że cewki sprzężone są umieszczone współosiowo [147]:

$$M = \sum_{i=1}^{N_{TX}} \sum_{j=1}^{N_{RX}} \mu_0 a_i a_j \int_0^\pi \frac{\cos(\Theta) d\Theta}{\sqrt{a_i^2 + a_j^2 + d^2 - 2a_i a_j \cos(\Theta)}}, \quad (3.3.7)$$

gdzie:  $d$  jest odległością pomiędzy cewkami,  $N_{TX}$  i  $N_{RX}$  reprezentują liczbę zwojów odpowiednio cewki nadajnika ( $TX$ ) i odbiornika ( $RX$ ), podczas gdy  $a_i$  i  $a_j$  są odpowiednio promieniami poszczególnych zwojów cewek (rys. 3.3.1).

Kolejnym parametrem przy projektowaniu uzwojeń SBTE jest współczynnik określający stopień sprzężenia cewek  $k$ . On również jest zależny od geometrii cewek, odległości pomiędzy nimi i ich wzajemnego położenia (3.3.8) [147]:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_i L_j}}, \quad (3.3.8)$$

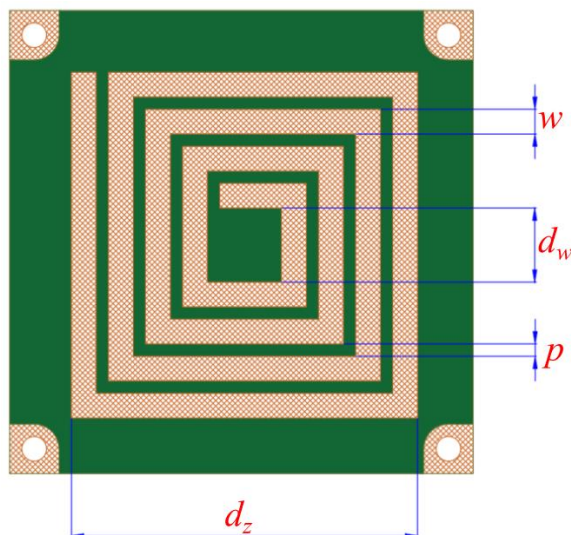
gdzie:  $L_i, L_j$  to odpowiednio indukcyjności cewek sprzężonych magnetycznie.

Z zależności (3.3.8) wynika, że współczynnik  $k$  osiąga wartość maksymalną dla dwóch cewek o takiej samej geometrii. Jednak jego wartość maleje szybciej wraz ze wzrostem odległości między cewkami symetrycznymi. Ze względu na fakt, że cewki SBTE są zwykle niesymetryczne, konieczny jest optymalny dobór parametrów strukturalnych obu cewek, aby osiągnąć maksymalną dobroć układu  $Q$  bez zmniejszania współczynnika  $k$  [147]. Dobroć układu określana jest zależnością (3.3.9):

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{39.37}{10^6} \sqrt{\frac{f\pi\sigma}{\mu_0} \frac{wN(D_z - N(w+p))}{8D_z + 14N(w+p)}}. \quad (3.3.9)$$

W przypadku cewek planetarnych, tj. cewek płaskich drukowanych na płytach PCB (z ang. *Printed Circuit Board*), obliczając indukcyjność własną również można

skorzystać z formuły Wheelera [102]. W celu określenia wartości indukcyjności rozpatrywanych cewek spiralnych w kształcie czworokąta (rys. 3.3.2) niezbędna jest znajomość liczby zwojów  $N$ , szerokość zwoju  $w$  rozumiana tutaj - jako grubość ścieżki, odległość pomiędzy zwojami  $p$ , tj. odległość pomiędzy ścieżkami, jak również wymiar zewnętrzny  $d_z$  i wewnętrzny  $d_w$  cewki.



Rys. 3.3.2. Widok kwadratowej cewki spiralnej na obwodzie drukowanym

Można skorzystać zatem z następującej formuły (3.3.10):

$$L = 2.34\mu_0 \frac{N^2 d_{sr}}{1+2.75\rho}, \quad (3.3.10)$$

w której:  $d_{sr}$  jest średnim wymiarem cewki obliczanym z  $d_{sr} = 0.5(d_z + d_w)$ , a  $\rho$  jest współczynnikiem wypełnienia obszaru cewki obliczanym z relacji (3.3.11):

$$\rho = \frac{d_z - d_w}{d_z + d_w}. \quad (3.3.11)$$

Wyznaczając wartości indukcyjności własnej czworokątnej cewki z rysunku 3.3.2 można również zastosować wzór (3.3.12) wykorzystujący współczynniki  $C_i$  (gdzie  $i = 1, \dots, 4$ ) jak w [102]:

$$L = \frac{C_1 \cdot \mu_0 n^2 d_{sr}}{2} \left[ \ln\left(\frac{C_2}{\rho}\right) + C_3 \cdot \rho + C_4 \cdot \rho^2 \right], \quad (3.3.12)$$

w której: dla spiralnej cewki czworokątnej, wartości współczynników  $C_i$  są odpowiednio równe:  $C_1 = 1.27$ ,  $C_2 = 2.07$ ,  $C_3 = 0.18$  oraz  $C_4 = 0.13$ .



Pomimo, różnych formuł (3.3.10) oraz (3.3.12) opisujących indukcyjności należy zauważyć, że różnice pomiędzy otrzymanymi wartościami indukcyjności nie przekraczają z reguły kilku procent [106]. W pracy [106] wykazano również, że formuła (3.3.12) jest uniwersalna i może być z powodzeniem stosowana do wyznaczania wartości indukcyjności nie tylko czworokątnych cewek spiralnych, ale również cewek o strukturach sześciokątnych, ośmiokątnych czy okrągłych. W przypadku pozostałych wspomnianych struktur przyjmuje się odpowiednio inne wartości współczynników  $C_i$  [106].

Niepożądanym parametrem często występującym w układach z cewkami drukowanymi jest pojemność pasożytnicza  $C_s$  definiowana w tym przypadku, jako pojemność między zwojowa (tj. pomiędzy ścieżkami). Pojemność ta w dużej liczbie przypadków zależy od pola powierzchni ścieżek wiodących prąd, grubości izolacji, odległości pomiędzy poszczególnymi ścieżkami, a także przenikalności dielektrycznej  $\epsilon$  materiału zastosowanego na podłożu, na którym umieszczono cewkę. Wartość pojemności zależy zatem od kształtu cewki, tj. jej długości, szerokości i grubości. Niestety dla dużej liczby ścieżek (zwojów) bardzo trudno jest określić wartość pojemności pasożytniczej ze względu na jej nieliniową zależność w stosunku do sąsiednich zwojów. Wartość tej pojemności zwykle jest rzędu kilku pF. W dużej liczbie prac przyjęło się, że wartość tej pojemności można obliczać na podstawie następującej zależności (3.3.13):

$$C_s = 0,3\epsilon_0 \frac{2\pi \cdot h}{\ln\left(\frac{d_z}{d_w}\right)} + K_{off}, \quad (3.3.13)$$

gdzie:  $h$  jest grubością warstwy miedzianej ścieżki,  $\epsilon_0$  jest przenikalnością dielektryczną powietrza, a  $K_{off}$  to stała pojemnościowa układu (w literaturze najczęściej przyjmuje się, że  $K_{off} = 2,6$  pF). Należy zauważyć, że stosując zależność (3.3.13) otrzymane wartości pojemności pasożytniczych mogą nie pokrywać się w szerokim zakresie z wartościami pojemności rzeczywistych, ze względu na znaczące różnice m.in. pomiędzy wysokością ścieżek a promieniami cewek. Należy zauważyć, że wysokość danej ścieżki może być bardzo mała, a promień cewki stosunkowo duże. Autorka uważa, że w przypadku analizy cewek drukowanych, a w szczególności cewek czworokątnych, obliczenia wartości pojemności  $C_s$  powinny być wykonane przy użyciu modeli polowych [102].

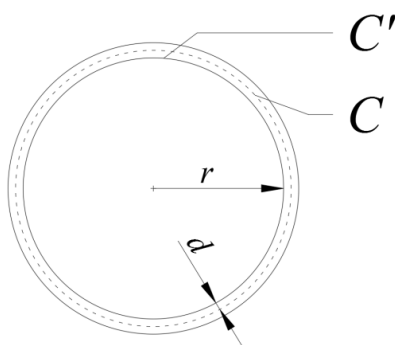
Autorka pracy zapoznając się z literaturą zauważyła, że innym bardzo często stosowanym podejściem przy obliczeniu wartości parametrów schematu zastępczego SBTE, jest podejście, w którym stosuje się funkcje eliptyczne. W pracy H. Hiroshi [53] został przedstawiony SBTE złożony z cewek spiralnych (rys. 3.3.3) oraz podano zależności analityczne na podstawie, których wyznacza się zarówno wartości indukcyjności wzajemnych jak i własnych cewek badanego systemu. Przy obliczaniu indukcyjności własnych korzysta się z zależności czysto analitycznych, podczas gdy wartości indukcyjności wzajemnych wyznacza się na podstawie funkcji eliptycznych. Indukcyjność własną cewki (3.3.14), Autor [53], oblicza rozbijając ją na sumę dwóch indukcyjności, tj. indukcyjności nazywanej przez niego zewnętrzną  $L_e$  oraz indukcyjności wewnętrznej  $L_i$ , tj.:

$$L = L_e + L_i. \quad (3.3.14)$$

Przez indukcyjność zewnętrzną wspomniany autor rozumie indukcyjność będącą wynikiem działania pola magnetycznego występującego wokół przewodnika, którą można obliczyć korzystając ze wzoru (3.3.2). Indukcyjność wewnętrzna definiowana jest jako indukcyjność wynikająca z oddziaływań pola magnetycznego wewnątrz przewodnika. Wartość tej indukcyjności zależy zatem od wartości przewodności elektrycznej  $\sigma$ , przenikalności magnetycznej  $\mu$  materiału, z jakiego wykonano uzwojenia, pulsacji elektrycznej  $\omega$ , a zatem od parametru nazywanego powszechnie głębokością wnikania pola  $\delta$ , tj.(3.3.15):

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}. \quad (3.3.15)$$

Przy obliczaniu wartości indukcyjności wewnętrznej korzysta się z poniższej całki (3.3.16):



Rys. 3.3.3. Widok przekroju zwoju cewki

$$L_i = \frac{\Phi_i}{I} = 2\pi r \frac{\int_{d-\delta}^d B_i dr}{I}, \quad (3.3.16)$$

w której:  $I$ ,  $\Phi_i$ ,  $B_i$  to odpowiednio: wartość prądu w przewodniku, wartość strumienia magnetycznego sprzężonego z przewodnikiem oraz wartość gęstość strumienia w przewodniku. W tym przypadku symbolem  $d$  oznaczono promień rozpatrywanego przewodu cewki. Należy także wspomnieć, że przy obliczaniu wartości wektora gęstości strumienia  $B_i$  korzysta się wprost z prawa Ampera [53]. Przyjmując, że gęstość prądu w przewodniku jest jednorodna, wówczas dla  $\delta > d$ , wartość indukcyjności wewnętrznej można określić jako (3.3.17):

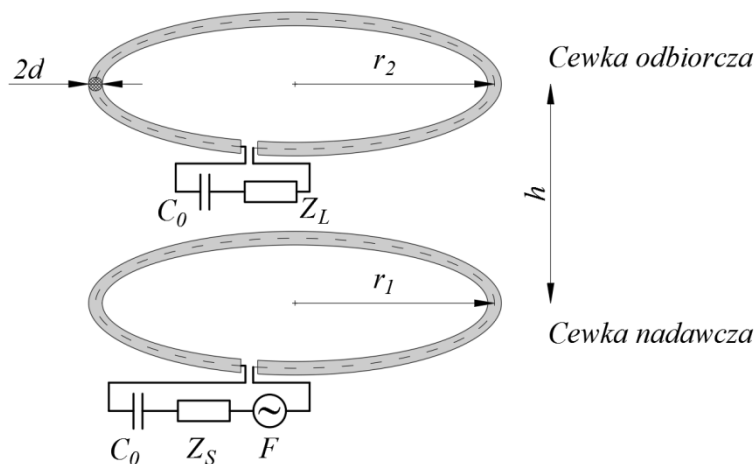
$$L_i = \frac{\mu r}{4}. \quad (3.3.17)$$

W celu określenia wartości indukcyjności wzajemnej, w pracy [53] zastosowano zależność Neumanna oraz całki eliptyczne (3.3.18):

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_1 \oint_2 \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}}, \quad (3.3.18)$$

gdzie:  $dl_1$ ,  $dl_2$  to elementarna długość odpowiednio cewki nadawczej i odbiorczej, a  $r_{12}$ , w tym przypadku, jest odległością pomiędzy cewką nadawczą i odbiorczą.

W przypadku, gdy uzwojenia wykonane są z przewodów cienkozwojnych, tj. przewodów, w których nie uwzględnia się efektu wypierania prądu, wartość indukcyjności wzajemnej  $M$  dla przykładu z rys. 3.3.4 obliczyć należy wykorzystując całki eliptyczne (3.3.19):



Rys. 3.3.4. Układ cewek cienkozwojnych

$$M = \mu_0 \sqrt{r_1 r_2 \left\{ \left( \frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right\}}, \quad (3.3.19)$$

przy czym:

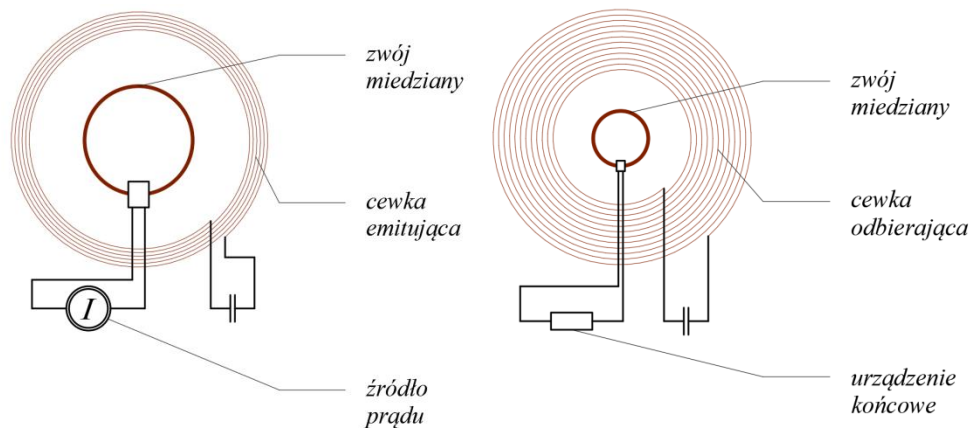
$$k = \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 + h^2}, \quad (3.3.20)$$

natomiast  $K(k)$  i  $E(k)$  są całkowitymi całkami eliptycznymi opisanymi poniższymi zależnościami:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi}} d\phi, \quad (3.3.21)$$

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi} d\phi. \quad (3.3.22)$$

Funkcje eliptyczne do określania wartości indukcyjności cewek wykorzystują także autorzy publikacji [91], w której rozpatrują cztero-cewkowy układ bezprzewodowej transmisji energii. Przykład takiego układu został przedstawiony na rys. 3.3.5.



Rys. 3.3.5. Cztero-cewkowy układ bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej

W pracy [91] badano wielowarstwowy model cewki, której nadajnik energii składa się z dwóch cewek umieszczonych jedna nad drugą – podobnie jak ma to miejsce w przypadku odbiornika. W takim układzie indukcyjność wyznacza się jako sumę indukcyjności każdego zwoju niezależnie oraz indukcyjności wzajemnej pomiędzy każdym ze zwojów (3.3.23):

$$L_a = N_t \sum_{i=1}^{N_a} \mu_0 \ln \left( \frac{8R_i}{a} - 2 \right) + \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{l=1}^{N_t} M(a_{ik}, a_{jl}, \rho = d_l |k-l|) \times (1 - \delta_{ij})(1 - \delta_{kl}) \quad (3.3.23)$$

gdzie:  $N_a$  to liczba warstw,  $N_t$  to liczba zwojów przypadająca na warstwę,  $R_i$  ( $i=1,2,\dots,N_a$ ) to promień zwoju w  $i$ -tej warstwie, natomiast  $a$  to promień drutu nawojowego;  $d_l$  określa minimalną odległość między dwoma kolejnymi zwojami natomiast  $\delta_{ij}$  (lub  $\delta_{kl}$ ) = 1 dla  $\delta_{ij}$  (lub  $\delta_{kl}$ ) = 0 i  $\delta_{ij}$  (lub  $\delta_{kl}$ ) = 0 dla  $\delta_{ij}$  (lub  $\delta_{kl}$ ) = 1.

Pierwszy z członów powyższej zależności reprezentuje sumę indukcyjności poszczególnych zwojów, natomiast drugi sumę wartości indukcyjności wzajemnych pomiędzy każdym ze zwojów, którą oblicza się zgodnie z formułą 3.3.23 [91].

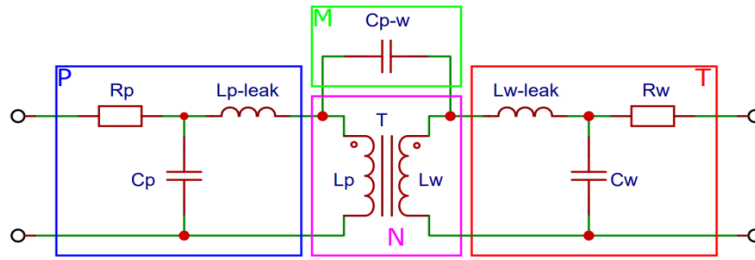
W pracy [91] autorzy uwzględniają również pojemność pasożytniczą ( $C_s$ ) cewki wielowarstwowej (3.3.24) jako:

$$C_s = \frac{1}{N^2} [C_b(N_t - 1)N_a + C_m \sum_{i=1}^{N_t} (2i - 1)^2(N_a - 1)], \quad (3.3.24)$$

gdzie:  $C_b$  reprezentuje pojemność pasożytniczą pomiędzy dwoma pobliskimi zwojami tej samej warstwy,  $C_m$  to pojemność pasożytnicza pomiędzy różnymi warstwami.

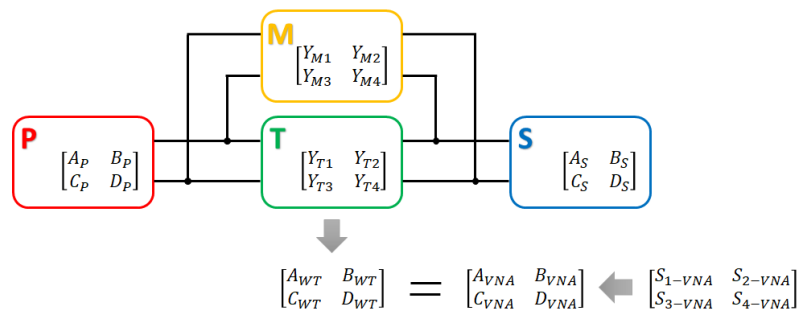
Reasumując, w zależności od rodzaju rozpatrywanych uzwojeń istnieją empirycznie określone formuły i zależności analityczne umożliwiające wyznaczenie parametrów tych cewek. Przy projektowaniu uzwojeń SBTE należy wziąć pod uwagę kształt i rodzaj materiału z jakiego zostały wykonane cewki.

W przypadku istniejących obiektów, tj. transformatorów powietrznych, wartości parametrów schematu zastępczego można wyznaczyć za pomocą analizatora sieci wektorowej VNA (z ang. *Vector Network Analyzer*). W artykule [92] zaproponowano metodologię oraz algorytm wyznaczania wartości parametrów transformatora na podstawie parametrów  $S$ , tj. parametrów opisujących w sposób ilościowy dopasowanie danego obwodu, jak i jego dyfrakcji. W tym przypadku zależności analityczne opisujące parametry  $S$  są wyprowadzane dla każdego parametru transformatora, w tym parametrów pasożytniczych, tj. pojemność między zwojowa czy pomiędzy cewkami. Na rysunku 3.3.6 przedstawiono schemat zastępczy transformatora zasilanego z źródeł wysokiej częstotliwości.



Rys. 3.3.6. schemat zastępczy transformatora wysokiej częstotliwości

Powyższy schemat zastępczy reprezentowany jest za pomocą czterech bloków (czwórników), z których każdy, umożliwia obliczanie wartości macierzy parametrów ABCD z teorii obwodów. Macierz parametrów ABCD powinna być równa wartości przekształconej macierzy ABCD z wyników macierzy  $S$  przez VNA. Każdy parametr transformatora oblicza się rozwiązując równanie macierzowe (rys. 3.3.7).



Rys. 3.3.7. Algorytm wyznaczania parametrów transformatora na podstawie parametrów  $S$

Podsumowując, parametry wyznaczone na podstawie zależności analitycznych i wzorów empirycznych często obciążone są błędami wynikającymi z przyjętych założeń i uproszczeń umożliwiającymi ich obliczenie. W celu zwiększenia wiarygodności wartości parametrów skupionych coraz częściej do ich obliczeń stosowane są modele polowe.

### 3.3.2. Modele o parametrach skupionych wyznaczanych na podstawie modeli polowych

Wartości parametrów skupionych schematu zastępczego (rozpatrywanego w podrozdziale 3.2) modelu transformatora powietrznego, można wyznaczać korzystając również z modeli polowych. Najczęściej poszukiwanymi wartościami parametrów są wartości indukcyjności własnych i wzajemnych cewek stanowiących

obwód SBTE. W literaturze tematu można odnaleźć sporą liczbę prac prezentujących podejścia pozwalające na określanie wartości indukcyjności z użyciem zarówno modeli dwu- jak i trójwymiarowych [34,75,96,97,152]. Najczęściej przy wyznaczaniu wartości indukcyjności cewek wykorzystuje się modele magnetostatyczne. Stosując zwykle ten rodzaj modeli otrzymuje się wartości indukcyjności przy pominięciu zjawiska wypierania prądu w przewodach. Model ten nie uwzględnia także wpływu strat dodatkowych powstających w innych (*poza przewodami cewek*) przewodzących elementach konstrukcyjnych obwodu SBTE. Projektanci układów energoelektronicznych stosowanych do zasilania SBTE, którym zależy na określeniu wartości indukcyjności w funkcji częstotliwości źródła zasilania, wykorzystują modele polowe nazywane w literaturze obcojęzycznej modelami „*time harmonics*”, w których rozkład pola magnetycznego oblicza się z wykorzystaniem zespolonych potencjałów magnetycznych, tj. wektorowego  $A$  lub skalarnego  $\Omega$  [9,100]. Modele te poza określeniem wartości indukcyjności w funkcji częstotliwości pozwalają również w łatwy sposób określić wartości rezystancji dodatkowych wynikających z indukowania się prądów wirowych w masywnych elementach systemu bezprzewodowego transferu. Inną dość istotną kwestią związaną z określaniem wartości indukcyjności własnych jak i wzajemnych jest wpływ nasycania się elementów ferromagnetycznych, występujących w układzie, na wartość indukcyjności. Należy zauważyć, że w przypadku analizy pracy układów bezprzewodowego transferu energii elektrycznej, ze względu na dużą szczelinę roboczą, wchodzenie danego materiału ferromagnetycznego w stan nasycenia będzie trudno osiągalne [110]. Można, zatem na tej podstawie stwierdzić, że w większości przypadków, SBTE będą opisane liniową charakterystyką obwodu.

Zdecydowanie mniej dostępne są publikacje przedstawiające sposoby i techniki wyznaczania wartości rezystancji cewek SBTE (*szczególnie w odniesieniu do modeli 2D*), które uwzględniałyby ‘*wprost*’ wpływ częstotliwości sygnału zasilającego [6]. Należy zauważyć, że przy wyznaczaniu wartości rezystancji cewek stanowiących układ transmisji bezprzewodowej, większość projektantów w dalszym ciągu korzysta z zależności analitycznych.

Ostatnim z parametrów wyznaczanych metodami polowymi jest pojemność pomiędzy cewkami układu. Wartość tej pojemności najczęściej oblicza się korzystając z modeli elektrostatycznych.

W niniejszej pracy najwięcej uwagi poświęcono sposobom obliczania indukcyjności własnych i wzajemnych cewek.

Wśród najczęściej stosowanych metod obliczania wartości indukcyjności obwodów magnetycznych zastosowanie znajdują metody oparte na dwóch podejściach, tj.:

- (a) **podejściu energetycznym** [2,39],
- (b) **podejściu wykorzystującym wartości strumieni skojarzonych (SS)** [2,39].

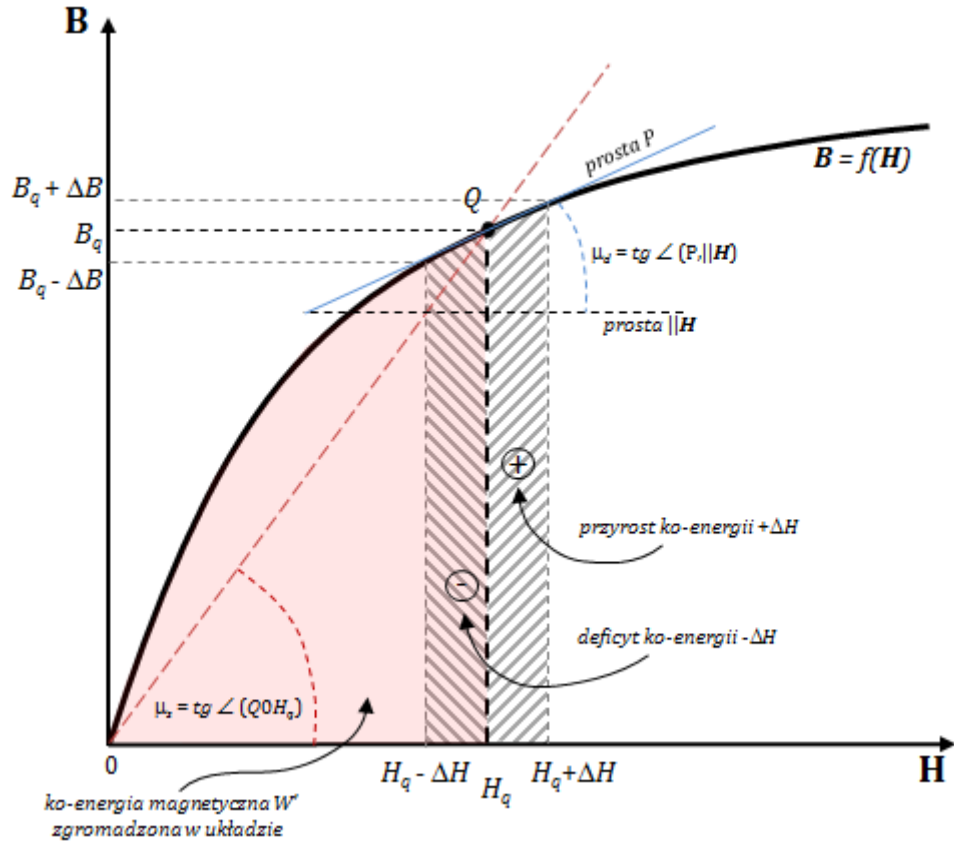
Pierwsze z wymienionych powyżej podejść znajduje szerokie zastosowanie w oprogramowaniu komercyjnym, tj. ANSYS Maxwell, INFOLYTICA Magnet czy FEMM. Wśród powszechnie stosowanych metod wykorzystujących podejście energetyczne zwykle stosowana jest metoda nazywana *Metodą Perturbacji Energii* (MPE) – z ang.: *Energy Perturbation Method*. W metodzie tej wartość wypadkową indukcyjności dla rozpatrywanego układu określa się na podstawie dwóch składników, tj. składnika reprezentującego indukcyjność statyczną  $L_s$  oraz składnika określanego jako indukcyjność dynamiczna  $L_d$ . W podejściu energetycznym wartość indukcyjności  $L_s$  definiuje się poprzez pochodną drugiego rzędu z ko-energii magnetycznej  $W$  zgromadzonej w układzie względem wartości prądów w poszczególnych uzwojeniach układu. Jej interpretację geometryczną można utożsamiać z prostą reprezentującą statyczną przenikalność magnetyczną  $\mu_s$  materiału ( $L_s \sim \mu_s$ ), tj. prostą przechodzącą przez punkt pracy układu na nieliniowej charakterystyce magnesowania i początek układu współrzędnych (rys. 3.3.8). Druga z wspomnianych powyżej indukcyjności, tj. indukcyjność dynamiczna  $L_d$ , jest natomiast funkcją przenikalności magnetycznej  $\mu_d$  nazywanej dynamiczną. Przenikalność  $\mu_d$  określa się na podstawie stycznej  $P$  do krzywej magnesowania w punkcie pracy  $Q$  obwodu, gdzie jej wartość odpowiada tangensowi kąta nachylenia stycznej  $P$  do osi odciętych (rys. 3.3.8).

W podejściu energetycznym wartość indukcyjności statycznych  $L_s$  jak i dynamicznych  $L_d$  oblicza się korzystając z poniższej zależności (3.3.25), tj.:

$$L_{ij} = \frac{\partial^2 W'}{\partial i_i \partial i_j}. \quad (3.3.25)$$

Przyjmując w (3.3.25), że  $i = j$  uzyskuje się formułę do wyznaczania wartości indukcyjności własnych, podczas gdy dla  $i \neq j$  otrzymuje się zależność umożliwiającą obliczanie wartości indukcyjności wzajemnych. Podaną powyżej relację (3.3.25), uzyskano w wyniku transformacji wyrażenia opisującego ko-energię magnetyczną zgromadzoną w układzie  $n$ -cewkowym [28].





Rys. 3.3.8. Graficzna reprezentacja przenikalności magnetycznej statycznej i dynamicznej w materiałach nieliniowych z uwzględnieniem zaburzeń ko-energii

W celu implementacji zależności (3.3.25) w oprogramowaniu, w którym zastosowano Metodę Elementów Skończonych (MES), wartość pochodnych cząstkowych oblicza się korzystając ze schematu różnicowego po zastosowaniu, którego formuła pozwalająca na wyznaczanie wartości własnych indukcyjności przyjmuje postać (3.3.26):

$$L_{ii} = \frac{\partial^2 W'}{\partial i_i \partial i_i} \approx \frac{W'(i_i + \Delta i_i) - 2 \cdot W'(i_i) + W'(i_i - \Delta i_i)}{(\Delta i_i)^2}, \quad (3.3.26)$$

natomiast, dla indukcyjności wzajemnych:

$$L_{ij} = \frac{\partial^2 W'}{\partial i_i \partial i_j} \approx \frac{W'(i_i + \Delta i_i, i_j) - W'(i_i - \Delta i_i, i_j + \Delta i_j)}{4\Delta i_i \Delta i_j} - \frac{W'(i_i + \Delta i_i, i_j - \Delta i_j) - W'(i_i - \Delta i_i, i_j + \Delta i_j)}{4\Delta i_i \Delta i_j}. \quad (3.3.27)$$

Występująca w formule (3.3.26) wielkość  $W'(i_i)$  określa wartość ko-energii magnetycznej zgromadzonej w wybranym punkcie pracy dla przypadku, gdy zasilana jest tylko  $i$ -ta cewka układu, natomiast  $W'(i_i \pm \Delta i_i)$  definiuje zmianę wartości ko-energii w obrębie obranego punktu pracy układu po uwzględnieniu niewielkiej dodatniej jak i ujemnej wartości przyrostu prądu  $\Delta i_i$  w  $i$ -tej cewce. Bardzo podobnie można interpretować sposób obliczania ko-energii dla przypadku, w którym określa się wartości indukcyjności wzajemnych z tą różnicą, że poszukiwaną wartość ko-energii  $W'(i_i \pm \Delta i_i, i_j \pm \Delta i_j)$ , oblicza się dla przypadku, w którym jednocześnie rozpatruje się wartość prądu w  $i$ -tej jak i  $j$ -tej cewce układu. Wartość samej ko-energii w układach z polem magnetycznym oblicza się najczęściej wprost z definicji, tj. korzysta się z poniższej zależności (3.3.28):

$$W' = \int_V \left( \int_0^H \mathbf{B}(\mathbf{H}) d\mathbf{H} \right) dV, \quad (3.3.28)$$

w której:  $\mathbf{B}$  jest wektorem indukcji magnetycznej – gęstości strumienia magnetycznego;  $\mathbf{H}$  jest wektorem natężenia pola magnetycznego, a symbol  $V$  określa objętość rozpatrywanej przestrzeni.

Wcześniej wspomniano, że zależność (3.3.25) pozwala na wyznaczanie wartości indukcyjności zarówno statycznych jak i dynamicznych. Pomimo, że formuły opisujące indukcyjności  $L_s$  oraz  $L_d$  są takie same, to jednak ich wartości uzyskuje się na podstawie dwóch różnych algorytmów obliczeniowych. W przypadku indukcyjności statycznych  $L_s$  sposób wyznaczania ich wartości obrazuje poniższy algorytm:

**Krok 1** algorytmu polega na rozwiązaniu układu równań nieliniowych MES dla z góry przyjętych chwilowych wartości prądów w poszczególnych cewkach rozpatrywanego układu niezależnie od zastosowanego podejścia, metody lub ujęcia. Następnie w **kroku 2** na podstawie otrzymanego rozkładu pola przystępuje się do określania wartości przenikalności statycznych  $\mu_{sk}^e$ , w każdym  $k$ -tym elemencie skończonym rozpatrywanej przestrzeni, tj.:

$$\mu_{sk}^e = \frac{B_k^e}{H_k^e}, \quad (3.3.29)$$

gdzie:  $B_k^e$  oraz  $H_k^e$  są odpowiednio obliczonymi wartościami modułu wektora indukcji (gęstości strumienia) magnetycznej oraz wektora natężenia pola w  $k$ -tym elemencie skończonym.

Wyznaczone w ten sposób wartości przenikalności  $\mu_{sk}^e$  poddaje się następnie procesowi zamrażania, tj. zapamiętaniu wartości przenikalności statycznych w poszczególnych elementach skończonych.

W **kroku 3** algorytmu, otrzymane wartości przenikalności  $\mu_{sk}^e$  wprowadza się do równań MES, jako wartości stałe i niezmiennie, uzyskując tym samym układ równań liniowych. Następnie, otrzymane równania poddaje się wielokrotnemu rozwiązywaniu dla różnych wartości prądów z uwzględnieniem ich niewielkich przyrostów, tj.:  $i_i, i_i \pm \Delta i_i, i_j \pm \Delta i_j$ , w obrębie punktu pracy  $Q$  układu.

W **kroku 4**, na podstawie otrzymanych rozkładów wektora gęstości strumienia magnetycznego i wektora natężenia pola magnetycznego, oblicza się wartości ko-energii  $W'$  układu dla wartości prądów zgodnie z zależnościami (3.3.26) i (3.3.27). Wartości ko-energii wykorzystywane są następnie w **kroku 5** do wyznaczenia wartości indukcyjności statycznych  $L_s$  układu – zależność (3.3.26) oraz (3.3.27) – dla przyjętego, na charakterystyce B-H, punktu pracy  $Q$  układu.

Algorytm obliczania indukcyjności dynamicznych  $L_d$  jest bardzo podobny do wyżej omówionego algorytmu obliczania indukcyjności statycznych  $L_s$ . **Krok 1** i **krok 2** algorytmu obliczania indukcyjności dynamicznych  $L_d$  jest identyczny jak algorytmu przedstawionego wcześniej. Różnice w algorytmach można zauważyć dopiero w **kroku 3**. W kroku tym, przy obliczaniu wartości indukcyjności  $L_d$  należy w pierwszej kolejności wyznaczyć ko-energię  $W_s'$  układu w punkcie  $Q$  – nazywaną powszechnie ko-energię spoczynkową [155] – wykorzystując w tym celu formułę (3.3.28).

**Krok 4** algorytmu, obejmuje już procedurę obliczania przenikalności dynamicznych  $\mu_{dk}^e$  dla każdego  $k$ -tego elementu skończonego rozpatrywanej przestrzeni. Przy obliczaniu  $\mu_{dk}^e$  korzysta się z następującej zależności:

$$\mu_{dk}^e = \frac{\Delta B_k^e}{\Delta H_k^e}. \quad (3.3.30)$$

W **kroku 5**, dla przyjętych wartości prądów, przy uwzględnieniu niewielkich ich przyrostów, tzn.:  $i_i, i_i \pm \Delta i_i, i_j \pm \Delta i_j$ , zgodnie z (3.3.26) i (3.3.27), tworzony jest globalny

system równań przyrostowych MES, tj. równań wykorzystujących przenikalności dynamiczne  $\mu_{dk}^e$ . Pozwalają one na określenie nachylenia stycznej  $P$  (lub stycznych) przechodzącej przez punkt pracy układu  $Q$ , a tym samym umożliwiającą obliczenie zmian (przyrostów) wartości wektora gęstości strumienia magnetycznego  $\Delta B_k^e$  oraz wektora natężenia pola  $\Delta H_k^e$ . Następnie w **kroku 6** dokonuje się obliczeń przyrostu koenergii  $\Delta W'$  dla wspomnianych kombinacji prądów i ich przyrostów. Korzysta się w tym przypadku z wyznaczonych wartości  $\Delta B_k^e$  i  $\Delta H_k^e$ . Następnie sumuje się otrzymane przyrosty  $\Delta W'$  z ko-energią spoczynkową  $W_s'$  układu. Ostatnim krokiem algorytmu (**krok 7**) jest obliczenie wartości indukcyjności dynamicznych układu zgodnie z zależnościami (3.3.26) i (3.3.27).

Drugim powszechnie stosowanym podejściem jest metoda wynikająca z definicji obliczania wartości indukcyjności, tj. ujęcie wykorzystujące wartości stosunku **strumieni skojarzonych**  $\Psi_i$  z uzwojeniami układu do **wartości prądów**  $i_j$  w tych uzwojeniach. Niniejsze podejście bardzo często znajduje zastosowanie w oprogramowaniu osób piszących własne aplikacje. Wśród ogólnodostępnych programów komercyjnych zostało ono zaimplementowane m.in. w oprogramowaniu CST Studio Suite. W podejściu tym wartości indukcyjności statycznych  $L_s$  oblicza się korzystając z poniższej relacji:

$$L_{ij} = \frac{\Psi_i}{i_j} \text{ gdzie: } i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.3.31)$$

gdzie:  $\Psi_i$  jest wielkością reprezentującą strumień magnetyczny skojarzony z  $i$ -uzwojeniem, a  $i_j$  wartością prądu w  $j$ -tym uzwojeniu.

Algorytm obliczania wartości indukcyjności stycznych na podstawie powyższego podejścia przedstawia się następująco:

**Krok 1** algorytmu, podobnie jak ma to miejsce w algorytmie *MPE*, rozpoczyna się od rozwiązania układu równań nieliniowych MES dla przyjętych wartości prądów w poszczególnych cewkach układu, by następnie - w **kroku 2** - na podstawie otrzymanego przestrzennego rozkładu pola magnetycznego określić wartości przenikalności statycznych  $\mu_{sk}^e$  w poszczególnych elementach skończonych dla rozpatrywanej przestrzeni - zgodnie z formułą (3.3.29). Uzyskane w ten sposób wartości przenikalności, podobnie jak ma to miejsce w *MPE*, poddaje się *procesowi zamrażania*.

Różnica pomiędzy algorytmami wcześniejszymi a prezentowanym dotyczy dopiero **kroku 3**.

W **kroku 3** algorytmu, otrzymane wartości przenikalności  $\mu_{sk}^e$  wprowadza się ponownie do równań MES, jako wartości stałe i niezmiennie, uzyskując układ równań liniowych. Otrzymane równania poddaje się  $n$ -krotnemu rozwiązaniu. Liczba  $n$  rozwiązań układu równań MES powiązana jest z liczbą uzwojeń występujących w badanym układzie; gdzie dla każdego z uzwojeń dokonuje się niezależnych iniekcji jednostkowych wartości prądów.

Następnie - **krok 4** - dla każdej z iniekcji niezależnie wyznacza się wartości strumieni skojarzonych  $\psi_i$  z uzwojeniami układu, które odniesione do wartości jednostkowej prądu określają wartości poszczególnych indukcyjności statycznych zarówno własnych jak i wzajemnych pomiędzy uzwojeniami.

Analogicznie do przedstawionego powyżej algorytmu wygląda algorytm obliczania wartości indukcyjności dynamicznych przy zastosowaniu podejścia bazującego na wartościach obliczanych strumieni skojarzonych z uzwojeniami. Różnica polega jedynie na zapamiętywaniu (*tu zamrażaniu*) i zastosowaniu indukcyjności dynamicznych  $\mu_{dk}^e$  w poszczególnych elementach skończonych, uzyskanych w procesie rozwiązywania układu równań nieliniowych MES, by następnie dokonać  $n$  - krotnego rozwiązania liniowych równań różnicowych MES. Liczba rozwiązań równań w tym przypadku uzależniona jest od liczby rozpatrywanych w układzie uzwojeń. Ostatnim etapem algorytmu jest obliczenie wartości strumieni skojarzonych z uzwojeniami na podstawie jednostkowych wartości prądu. Najlepiej dostosowanym algorytmem rozwiązywania nieliniowych równań MES jest algorytm Newtona – Raphsona. W algorytmie tym w sposób naturalny korzysta się zarówno ze statycznych jak i dynamicznych wartości przenikalności. A zatem obliczanie wartości indukcyjności zarówno statycznych jak i dynamicznych w programie, w którym zastosowano metodę Newtona – Raphsona sprowadza się do  $2n$ -krotnego rozwiązania liniowych równań MES.

Oba z wyżej wymienionych podejść wyznaczania indukcyjności są równoważne i pozwalają uzyskiwać te same wartości indukcyjności wówczas, gdy uzyskane rozwiązania są „wystarczająco dokładne”. Jest to możliwe w przypadku, gdy wyniki obliczeń zostały uzyskane dla układów, w których zastosowano regularną siatkę dyskretyzującą [39]. Należy zauważyć, że metoda perturbacji energetycznej wymaga

jednak większej liczby rozwiązań równań MES i może być numerycznie niestabilna w niektórych sytuacjach, szczególnie wówczas, gdy błędnie dokona się wyboru wartości prądu w celu określenia zaburzeń energii [39]. Ponadto, metoda ta wymaga dużo większych nakładów obliczeniowych, poprzez wielokrotne przeliczanie równań modelu polowego. Metoda bazująca na strumieniach skojarzonych jest metodą prostszą w implementacji, a jej koszty obliczeniowe są znacząco niższe, wynikające m.in. ze względu na mniejszą liczbę przeliczeń równań modelu [39].

Autorka niniejszej rozprawy uważa jednak, że najkorzystniej, a zarazem i najprościej wartości indukcyjności statycznych jak i dynamicznych (*zarówno własnych jak i wzajemnych*) określa się korzystając z metody bazującej na krawędziowym ujęciu Metody Elementów Skończonych oraz sformowaniu wykorzystującym magnetyczny potencjał wektorowy  $\mathbf{A}$  [28,155]. Przywołane podejście jest alternatywą do dwóch wcześniej wymienionych metod obliczania wartości indukcyjności. Punktem wyjścia, w tym podejściu, jest uformowanie oraz rozwiązanie równań MES dla rozpatrywanego układu z polem elektromagnetycznym. Wynikiem, są równania macierzowe o następującej postaci:

$$\mathbf{R}_\mu(\boldsymbol{\varphi}) \cdot \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\theta}. \quad (3.3.32)$$

gdzie:  $\mathbf{R}_\mu$  jest macierzą współczynników równań uformowanych dla krawędziowego ujęcia MES (powszechnie przyjmuje się, że macierz  $\mathbf{R}_\mu$  nazywana jest również macierzą reluktancji oczkowych),  $\boldsymbol{\varphi}$  jest wektorem reprezentującym krawędziowe wartości potencjału  $\mathbf{A}$  (nazywanym powszechnie wektorem strumieniami oczkowymi), podczas gdy  $\boldsymbol{\theta}$  jest wektorem opisującym wymuszenia źródłowe, tj. oczkowe siły magnetomotoryczne.

W omawianym podejściu wartości macierzy indukcyjności statycznych  $\mathbf{L}_s$  oblicza się wprost, korzystając z macierzy współczynników równań metody, tj. macierzy  $\mathbf{R}_\mu$ . Jednak w celu właściwego obliczenia wartości indukcyjności statycznych – należy pamiętać, że w badanym układzie mogą wystąpić komponenty ferromagnetyczne podlegające nasycaniu – w obliczeniach końcowych przyjmuje się wartość współczynników macierzy  $\mathbf{R}_\mu$  dopiero po rozwiązaniu układu równań (3.3.32), wykorzystując następującą formułę:

$$\mathbf{L}_s = \mathbf{z}^T \cdot [\mathbf{R}_\mu(\boldsymbol{\varphi})]^{-1} \cdot \mathbf{z}, \quad (3.3.33)$$

w której:  $\mathbf{z}$  jest macierzą opisującą rozkład zwojów poszczególnych cewek (uzwojeń) rozpatrywanego układu w przestrzeni elementów krawędziowych [155].

W celu określenia wartości opisujących macierz indukcyjności dynamicznych  $\mathbf{L}_d$  stosuje się również formułę bardzo podobną do formuły (3.3.33) z tą różnicą, że przy obliczaniu wartości indukcyjności wykorzystuje się macierz Jacobiego, tj. macierz  $\mathbf{J}$  stanowiącą pochodną po zmiennych przestrzennych  $u_i$  z macierzy  $\mathbf{R}_\mu$ , tj.: stosuje się następującą formułę:

$$\mathbf{L}_d = \mathbf{z}^T \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial u_i} (\mathbf{R}_\mu(\boldsymbol{\varphi})) \Big|_{u_i=x,y,z} \right]^{-1} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{z}^T \cdot [\mathbf{J}(\boldsymbol{\varphi})]^{-1} \cdot \mathbf{z}. \quad (3.3.34)$$

Również w tym przypadku wartości indukcyjności dynamicznych należy obliczać po zakończonym procesie rozwiązywania równań (3.3.32).

Zaletą przedstawionego powyżej podejścia jest to, że bardzo często równania (3.3.32) rozwiązuje się metodą Newtona – Raphsona, w której w sposób naturalny korzysta się zarówno z macierzy współczynników  $\mathbf{R}_\mu$  jak i macierzy Jacobiego  $\mathbf{J}$ . Takie podejście ułatwia znacząco obliczanie wartości indukcyjności.

Wśród metod wyznaczania wartości rezystancji uzwojeń układów z polem najczęściej znajduje zastosowanie podejście, w którym wartość rezystancji oblicza się korzystając z formuły opisującej straty mocy czynnej (tj. straty mocy Joule'a) powstające w przewodniku [55], tj.:

$$P = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dV = \frac{1}{2\sigma} \iiint_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{J} \times dV. \quad (3.3.35)$$

gdzie:  $\mathbf{J}$  i  $\mathbf{E}$  są odpowiednio wektorami gęstości prądu przewodnictwa oraz natężenia pola elektrycznego, a  $\sigma$  jest konduktancją elektryczną materiału. Uzyskaną na podstawie tej formuły (3.3.35) wartość strat mocy następnie dzieli się wprost przez wartość skuteczną prądu  $I_{RMS}$  podniesioną do kwadratu uzyskując tym samym wartości rezystancji badanego uzwojenia lub cewki:

$$R_{uzw} = \frac{P}{I_{RMS}^2}. \quad (3.3.36)$$

W przypadku implementacji wymienionych wcześniej, formuł do metody elementów skończonych, niezależnie od zastosowanego w danym przypadku podejścia oraz sformułowania, wartość rezystancji rozpatrywanego uzwojenia można obliczyć korzystając z relacji:

$$R_{uw} = \frac{P}{I_{RMS}^2} = \frac{\sum_{i=1}^{l_u} \frac{1}{2\sigma_{ui}} |J_{ui}|^2 V_{ui}}{I_{RMS}^2}, \quad (3.3.37)$$

w której:  $l_u$  reprezentuje liczbę elementów skończonych przyporządkowanych  $u$ -temu uzwojeniu lub cewce,  $V_{ui}$  jest objętością  $i$ -tego elementu skończonego wchodzącego w skład zbioru elementów skończonych przyporządkowanych  $u$ -temu uzwojeniu,  $\sigma_{ui}$  jest konduktywnością dla  $i$ -tego elementu, podczas gdy  $J_{ui}$  jest wektorem gęstości prądu obliczonym dla  $i$ -tego elementu skończonego  $u$ -tego uzwojenia.

Przedstawiona powyżej formuła (3.3.37) jest uniwersalna i znajduje zastosowanie dla dowolnego podejścia numerycznego. Na podstawie tej formuły można obliczyć wartość rezystancji zarówno dla zastosowanego ujęcia dwu- jak i trójwymiarowego MES, ale także zaaplikować w innych metodach, np. w metodzie nazywanej z języka angielskiego *Finite Integral Technique* (FIT) [26], czy metodzie „Komórek” z ang. „*Cell*” *Finite Element Method* [143]. Ponadto formuła ta może być stosowana do obliczania wartości rezystancji zarówno w układach zasilanych prądem stałym ( $R_{DC}$ ) jak i prądem przemiennym, tj. przy obliczaniu rezystancji  $R_{AC}$  uwzględniającej powstające w danym przewodniku zjawisko wypierania prądu. Formuła (3.3.37) jest również przydatna przy obliczaniu zależności rezystancji uzwojeń od częstotliwości sygnału zasilającego. Należy zaznaczyć, że w każdym z wyżej wymienionych przykładów, przed przystąpieniem do obliczania wartości rezystancji, należy w pierwszej kolejności wyznaczyć rozkład pola oraz wyznaczyć niezbędne wielkości polowe.

W literaturze tematu można odnaleźć również szereg innych metod szacowania wartości rezystancji na podstawie modeli polowych. Najczęściej jednak dotyczą one wartości rezystancji określanych dla układów z uzwojeniami cienkozwojnymi, to jest układów z uzwojeniami, w których pomija się efekt wypierania prądu, jak np. w pracy [155]. W pracy tej do określania wartości rezystancji uzwojenia wykorzystano



krawędziowe ujęcie MES, funkcję elementu ściankowego oraz sformułowanie  $T_0$ . Inną metodą pozwalającą na określanie wartości nie tylko rezystancji, jest metoda, którą powszechnie przyjęło się nazywać z języka angielskiego metodą *Partial Element Equivalent Circuit*, a w skrócie PEEC Method [124,125]. Metoda ta opracowana została przez Alberta Ruehli w latach 70. XX wieku. Technika ta nie nawiązuje do bezpośredniego rozwiązywania równań Maxwella, natomiast korzysta z wzajemnych interakcjach pomiędzy poszczególnymi rodzajami pól, tj. polem elektrycznym i magnetycznym. Rozpatrywane obszary podzielone są na segmenty, a wartości poszczególnych parametrów jak np. wartość rezystancji uzwojenia oblicza się za pomocą odpowiednich całek wykorzystujących funkcję Greena. Metoda ta dobrze sprawdza się przy określaniu niezmiennych wartości parametrów rozpatrywanego układu. Szczegółowe informacje na temat obliczania wartości parametrów na podstawie metody PEEC można odnaleźć m.in. w pracach [16,124,125,156].

Ostatnim z parametrów wyznaczanym przy odwzorowywaniu układów z polem elektromagnetycznym za pomocą modeli o parametrach skupionych jest pojemność. Wyróżnia się tutaj zarówno pojemność między zwojową  $C_{mz}$  jak i pojemność pomiędzy uzwojeniami (cewkami)  $C_{mc}$ . Pierwszą z wymienionych tu pojemności najkorzystniej wyznaczyć stosując metodę PEEC [124,125,156]. W metodzie tej wartość pojemności  $C_{mz}$  określa się na podstawie wartości części urojonej impedancji własnej obliczonej dla rozpatrywanego uzwojenia (cewki) układu z polem w funkcji częstotliwości źródła zasilania. Wartość pojemności poszukuje się zatem dla warunku, przy którym składnik opisujący część urojoną impedancji jest mniejszy od zera, tj.  $Im\{Z(2\pi f)\} < 0$ . Z przeprowadzonych przez Autorkę badań wynika, że wartości pojemności  $C_{mz}$  bardzo często osiągają poziom kilku lub kilkunastu nF, w zależności od tego, czy w rozpatrywanym układzie zastosowano rdzeń ferrytowy oraz jakiego rodzaju. Warto w tym miejscu dodać, że wartości częstotliwości, przy których pojemność  $C_{mz}$  zaczyna dominować w obwodzie SBTE, przekraczają bardzo często poziom kilku MHz. Autorka pragnie zauważyć, że większość opracowanych dotychczas układów bezprzewodowej transmisji energii pracuje z częstotliwościami bardzo rzadko przekraczającymi 1 MHz. Druga z wymienionych wyżej pojemności, tj. pojemność  $C_{mc}$  określana jest jako pojemność między uzwojeniami (cewkami). W celu określenia jej wartości najczęściej wykonuje się obliczenia MES z wykorzystaniem modeli elektrostatycznych. Obliczenia wykonuje się dla przypadku, w którym gradient potencjału elektrycznego  $V$  pomiędzy

dwoma rozpatrywanymi uzwojeniami odpowiada wartości napięcia  $U$  jakie przyłożono do tych uzwojeń. Wówczas wartość pojemności dla takiego przypadku określa się na podstawie energii pola elektrycznego zdefiniowanej poniższą zależnością:

$$W_{ij} = \frac{1}{2} C_{mc} \cdot U^2 = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{D}_i \cdot \mathbf{E}_j dV, \quad (3.3.38)$$

gdzie:  $U$  jest wartością napięcia przyłożoną równocześnie do zacisków  $i$ -tego oraz  $j$ -tego uzwojenia;  $\mathbf{D}_i$  jest wektorem indukcji elektrycznej przyporządkowanym  $i$ -temu uzwojeniu; podczas gdy  $\mathbf{E}_j$  jest wektorem natężenia pola elektrycznego uzyskanym dla  $j$ -tego uzwojenia. Wartość pojemności oblicza się wprost z poniżej formuły:

$$C_{mc} = \frac{2W_{ij}}{U^2} = \frac{\iiint_V \mathbf{D}_i \cdot \mathbf{E}_j dV}{U^2}. \quad (3.3.39)$$

W przypadku implementacji wymienionej formuły, w metodzie elementów skończonych, niezależnie od zastosowanego podejścia oraz sformułowania, wartość pojemności dla rozpatrywanego układu uzwojeń można obliczyć korzystając z:

$$C_{mc} = \frac{2W_{ij}}{U^2} = \frac{\sum_{s=1}^{l_i} \sum_{k=1}^{l_j} |\mathbf{D}_{i,s} \cdot \mathbf{E}_{j,k}|^2 V_{ui}}{U^2}. \quad (3.3.40)$$

w której:  $l_i$  i  $l_j$  reprezentuje odpowiednio liczbę elementów skończonych przyporządkowanych  $i$ -temu oraz  $j$ -temu uzwojeniu,  $V_{ui}$  jest objętością  $i$ -tego elementu skończonego wchodzącego w skład zbioru elementów skończonych przyporządkowanych  $i$ -temu uzwojeniu.

### 3.4. PODSUMOWANIE

W części pierwszej niniejszego rozdziału Autorka przedstawiła oraz szczegółowo omówiła powszechnie wykorzystywane schematy zastępcze systemów bezprzewodowego przesyłu energii elektrycznej. Omawiając te schematy zwróciła uwagę, że najczęściej spotykanym w literaturze jest schemat odpowiadający schematowi zastępczemu transformatora powietrznego. Bardzo często obszar zastosowania klasycznego schematu rozszerza się na systemy SBTE z koncentratorami pola, uzupełniając jego strukturę o dodatkowy komponent reprezentujący straty

w zastosowanych koncentratorach. Autorka omówiła również schematy zastępcze stosowane w układach zasilanych ze źródeł wyższych częstotliwości, w których uwzględnia się pojemności pasożytnicze między zwojowe jak i między uzwojeniowe.

W części drugiej rozdziału przedstawione zostały powszechnie stosowane formuły oraz zależności pozwalające na określanie wartości parametrów skupionych dla wspomnianych schematów zastępczych SBTE, tj. indukcyjności własne i wzajemne, rezystancje uzwojeń oraz wartości pojemności pasożytniczych. Autorka zaprezentowała również formuły i zależności analityczne oraz formuły stosowane przy obliczaniu wartości parametrów SBTE metodami polowymi.

## POLOWE MODELE UKŁADÓW Z POLEM ELEKTROMAGNETYCZNYM

### 4.1. WPROWADZENIE

Od wielu już lat do projektowania, analizy i syntezy układów z polem elektromagnetycznym powszechnie wykorzystywane są metody numeryczne bazujące na dyskretyzacji przestrzeni i czasu [28]. Wśród najczęściej stosowanych metod największą popularnością cieszy się Metoda Elementów Skończonych (MES). Metoda ta, opracowana na przełomie lat 40 i 50 XX wieku, do dnia dzisiejszego jest rozwijana i udoskonalana. Zjawiska elektromagnetyczne rozpatrywane przy wykorzystaniu niniejszej metody opisane są równaniami J. C. Maxwella [12,14], które dla rozpatrywanych przez Autorkę układów w polu elektromagnetycznym można zapisać w następującej formie różniczkowej:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (4.1.1.a)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (4.1.1.b)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4.1.1.c)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0. \quad (4.1.1.d)$$

gdzie:  $\mathbf{H}$  i  $\mathbf{E}$  są odpowiednio wektorami natężenia pola magnetycznego i elektrycznego, a  $\mathbf{J}$  i  $\mathbf{B}$  reprezentują wektory opisujące gęstości odpowiednio prądu oraz strumienia magnetycznego. Zestawione powyżej równania pola magnetycznego i elektrycznego uzupełnia się równaniami konstytutywnymi, opisującymi związki materiałowe pomiędzy poszczególnymi wektorami pól, tj.:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (4.1.2.a)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{J}_m, \quad (4.1.2.b)$$

gdzie:  $\mu$  jest przenikalnością magnetyczną środowiska,  $\sigma$  konduktywnością elektryczną, a  $\varepsilon$  przenikalnością dielektryczną ośrodka, podczas gdy  $\mathbf{J}_m$  reprezentuje wektor gęstości

prądu magnetyzacji. Występujący w równaniach (4.1.1.a) oraz (4.1.2.b) wektor  $\mathbf{J}$  jest sumą trzech składników, tj.: (a) składnika opisującego gęstość prądów przewodnictwa  $\mathbf{J}_\sigma$  ( $\mathbf{J}_\sigma = \sigma \mathbf{E}$ ), (b) składnika opisującego gęstość prądów przesunięcia dielektrycznego  $\mathbf{J}_\varepsilon$  ( $\mathbf{J}_\varepsilon = \varepsilon \partial \mathbf{E} / \partial t$ ) oraz (c) składnika  $\mathbf{J}_m$  reprezentującego gęstość prądu magnetyzacji ( $\mathbf{J}_m = \text{rot } \mathbf{T}_m$ ).

Współcześnie do rozwiązywania zagadnień związanych z polem elektromagnetycznym powszechnie stosuje się metody wykorzystujące potencjały [28,29,36]. Wśród stosowanych potencjałów wyróżnia się najczęściej potencjały skalarne, tj.: (a) magnetyczny  $\Omega$  i (b) elektryczny  $V$  [67,162] oraz potencjały wektorowe, tj.: (a) magnetyczny  $\mathbf{A}$  [10,28,29] i (b) elektryczne  $\mathbf{T}$  i  $\mathbf{T}_0$  [31,150,151]. Te właśnie metody, wykorzystujące potencjały, zastosowano w prezentowanej rozprawie. Dawniej do rozwiązywania równań pola stosowano również metody wykorzystujące sformułowania polowe [28]. Metody te znajdowały, i w dalszym ciągu znajdują, zastosowanie w analizie układów charakteryzujących się liniowością oraz jednorodnością rozpatrywanego środowiska. Współcześnie sformułowania polowe stosowane są rzadko, znajdują zastosowanie głównie w analizie zagadnień związanych z propagacją i radiacją fal elektromagnetycznych. W niniejszej pracy podejście wykorzystujące sformułowania polowe nie będzie przedmiotem rozważań. Zaletą metod wykorzystujących potencjały jest m.in. prostszy sposób formułowania źródeł pola występujących w urządzeniach elektromagnetycznych [28,155]. W tabeli 4.1.1 zestawiono równania opisujące rozkład pola magnetycznego i elektrycznego sformułowane na podstawie równań Maxwella z zastosowaniem wspomnianych potencjałów [155]. W Tabeli podano również podstawienia stosowane w metodach wykorzystujących potencjały.

Należy zauważyć, że wyznaczając rozkład pola magnetycznego metodą potencjałów, spełniając równanie (4.1.1a) równocześnie spełnia się równanie (4.1.1d) i na odwrót. Podobnie jest w przypadku rozwiązywania równań pola elektrycznego. Jeśli spełnione zostanie równanie (4.1.1c) to spełnione będzie również równanie (4.1.1b) oraz odwrotnie.

Tabela 4.1.1. Równania opisujące rozkład pola magnetycznego i elektrycznego dla metod wykorzystujących potencjały

Metoda	Podstawienia	Równanie podlegające rozwiązaniu	Równanie spełnione dla podstawienia
$\Omega$	$\mathbf{H} - \mathbf{T} = \text{grad} \Omega$	$\text{div} \mu(\text{grad} \Omega) = -\text{div}(\mu \mathbf{T})$	$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$
	$\mathbf{H} - \mathbf{T}_0 = \text{grad} \Omega$	$\text{div} \mu(\text{grad} \Omega) = -\text{div}(\mu \mathbf{T}_0)$	$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$
	$\mathbf{H} - \mathbf{T} - \mathbf{T}_0 = \text{grad} \Omega$	$\text{div} \mu(\text{grad} \Omega) = -\text{div} \mu(\mathbf{T} + \mathbf{T}_0)$	$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$
$\mathbf{A}$	$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$	$\text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J}$	$\text{div} \mathbf{B} = 0$
$V$	$\mathbf{E} + \partial \mathbf{A} / \partial t = \text{grad} V$	$\text{div} \sigma(\text{grad} V) = \text{div} \sigma(\partial \mathbf{A} / \partial t)$	$\text{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$
$\mathbf{T}$	$\mathbf{J} = \text{rot} \mathbf{T}$	$\text{rot}(\sigma^{-1} \text{rot} \mathbf{T}) = -\partial \mathbf{B} / \partial t$	$\text{div} \mathbf{J} = 0$
$\mathbf{T}_0$	$\mathbf{J} = \text{rot} \mathbf{T}_0$	$\text{rot} \sigma^{-1}(\text{rot} \mathbf{T}_0) = -\partial \mathbf{B} / \partial t$	$\text{div} \mathbf{J} = 0$
$\mathbf{T} - \mathbf{T}_0$	$\mathbf{J} = \text{rot} \mathbf{T} + \text{rot} \mathbf{T}_0$	$\text{rot} \sigma^{-1}(\text{rot} \mathbf{T} + \text{rot} \mathbf{T}_0) = -\partial \mathbf{B} / \partial t$	$\text{div} \mathbf{J} = 0$

Rozpatrując układy elektromagnetyczne równania pola magnetycznego i elektrycznego należy rozwiązywać wspólnie jako pola wzajemnie sprzężone [29]. Do analizy takich układów łączy się ze sobą metody wykorzystujące potencjały magnetyczne i elektryczne. W analizie układów, w których występują jednoczesne obszary przewodzące zastosowanie znajdują trzy typy sformułowań [31,155], tj.:

- sformułowanie  $\mathbf{A}-V$ , w którym do opisu pola magnetycznego stosuje się potencjał wektorowy  $\mathbf{A}$ , a do opisu pola elektrycznego potencjał skalarny  $V$ ;
- sformułowanie  $\Omega-\mathbf{T}$ , w którym pole magnetyczne jest opisane poprzez potencjał skalarny  $\Omega$ , a pole elektryczne za pomocą potencjału wektorowego  $\mathbf{T}$ ;
- sformułowanie  $\mathbf{A}-\mathbf{T}$  wykorzystujące do opisu pola potencjały wektorowe magnetyczny  $\mathbf{A}$  i elektryczny  $\mathbf{T}$ .

W przypadku analizy układów, w których występują wielospójne obszary przewodzące zastosowanie znajdują poniższe typy sformułowań [155]:

- sformułowanie  $\mathbf{A}-V$ , w którym do opisu pola magnetycznego stosuje się potencjał wektorowy  $\mathbf{A}$ , a do opisu pola elektrycznego potencjał skalarny  $V$ ;
- sformułowanie  $\mathbf{A}-V-\mathbf{T}_0$ , w którym do opisu pola magnetycznego stosuje się potencjał wektorowy  $\mathbf{A}$ , a do opisu pola elektrycznego w obszarze wielospójnych elementów masywnych potencjał skalarny  $V$  oraz elektryczny

potencjał wektorowy  $T_0$  opisujący rozptyw prądów w obszarach z cienkimi przewodami;

- c) sformułowanie  $\Omega-T_0$ , w którym pole magnetyczne jest opisane poprzez potencjał skalarny  $\Omega$ , a pole elektryczne przepływowe prądów indukowanych w uzwojeniach cienkozwojnych za pomocą potencjału wektorowego  $T_0$ ;
- d) sformułowanie  $\Omega-T-T_0$ , w którym pole magnetyczne jest opisane poprzez potencjał skalarny  $\Omega$ , a pole elektryczne w masywnych przewodzących obszarach wielospójnych za pomocą potencjałów wektorowych  $T-T_0$ ;
- e) sformułowania  $A-T_0$  i  $A-T-T_0$ , wykorzystujące do opisu pól potencjały wektorowe.

W rozprawie, rozwiązując równania Maxwella, połączono metodę wykorzystującą potencjały z metodą, w której element skończony rozpatruje się wielostopniowo. Tym sposobem każdy element można rozpatrywać jako element: węzłowy (*element stopnia zerowego*), krawędziowy (*element stopnia pierwszego*), ściankowy (*element stopnia drugiego*) oraz objętościowy (*element stopnia trzeciego*) [28,155]. Uniwersalność rozpatrywanego wielostopniowego ujęcia MES polega na tym, że dzięki zastosowaniu funkcji interpolacyjnych elementu wielostopniowego oraz relacji wiążących ze sobą wartości ściankowe z wartościami krawędziowymi, a także krawędziowych z węzłowymi uzyskuje się kompleksowe formuły opisujące rozkład pola elektrycznego i pola magnetycznego. Należy zauważyć, że w ujęciu tym najczęściej korzysta się z funkcji elementu krawędziowego oraz funkcji elementu ściankowego [155]. W przypadku pierwszego z podejść rozkład danego pola opisuje się za pomocą wartości całek z polowej wielkości wektorowej obliczanej wzdłuż krawędzi elementów, podczas gdy w przypadku drugiego podejścia, rozkład pola opisuje się na podstawie wartości całek obliczonych z wielkości polowej przenikającej przez ścianki elementu.

W niniejszej pracy do rozwiązywania równań pola elektromagnetycznego jak i formułowania modeli ekwiwalentnych układów z polem, Autorka skorzystała przede wszystkim z funkcji interpolacyjnych elementu krawędziowego oraz elementu ściankowego. Do potrzeb analizy rozpatrywanych w pracy układów, opracowano i wdrożono autorskie oprogramowanie wykorzystujące dwuwymiarowe (2D) ujęcie MES z wykorzystaniem sformułowania  $A-V-T_0$  oraz ujęcie trójwymiarowe (3D)

wykorzystując sformułowanie  $\Omega-T-T_0$ . W przypadku analizy układów testowych oraz systemów BTE, w których rozkład pola elektromagnetycznego charakteryzował się symetrią osiową, Autorka korzystała przede wszystkim z dwuwymiarowego ujęcia MES. W przypadku analizy polowej układu bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej o złożonej trójwymiarowej strukturze, Autorka wdrożyła ujęcie trójwymiarowe MES. Wyniki prac nad opracowaniem i wdrożeniem wspomnianych programów przedstawiono w kolejnej części pracy.

#### **4.2. DWUWYMIAROWY MODEL POLOWY WYKORZYSTUJĄCY SFORMUŁOWANIE $A-V-T_0$ ORAZ $A-V$**

W pracy na potrzeby analizy rozkładu pola elektromagnetycznego w układach charakteryzujących się symetrią osiową, opracowano oraz wdrożono autorskie oprogramowanie wykorzystujące 2D krawędziowe ujęcie metody elementów skończonych, a także sformułowanie  $A-V-T_0$  oraz  $A-V$ . Pierwsze z wymienionych sformułowań posłużyło Autorce do opracowania programu, w którym analizowała układy składające się z uzwojeń wykonanych z cienkich przewodów oraz masywnych koncentratorów pola, tj.: układy, w którym rozkład prądów indukowanych w poszczególnych uzwojeniach opisano za pomocą potencjału wektorowego  $T_0$ , a rozptyw prądów wirowych w masywnych elementach układów określano za pomocą wartości potencjału  $V$ . Drugie ze sformułowań znalazło zastosowanie w analizie układów z uzwojeniami, w których uwzględniono efekt wypierania prądów w przewodach. W takim przypadku, poza analizą rozptywu prądów w masywnych przewodzących elementach konstrukcyjnych, do opisu rozptywu prądów w uzwojeniach zastosowano również sformułowanie wykorzystujące potencjał skalarny  $V$ . W obu wyżej wymienionych przypadkach rozkład pola magnetycznego określano wykorzystując magnetyczny potencjał wektorowy  $A$ . Należy zauważyć, że w zastosowanym, wielostopniowym ujęciu MES, przy wyznaczaniu rozkładu pola magnetycznego nie korzysta się wprost z potencjału wektorowego  $A$ , tylko z jego krawędziowych wartości  $\varphi$ , tj.: wartości całek obliczanych wzdłuż krawędzi elementów. W pracy [28] pokazano, że równania metody elementów skończonych w ujęciu wielostopniowym można opisać korzystając z metodyki teorii obwodów. W pracy wykazano, że krawędziowe wartości  $\varphi$  potencjału wektorowego  $A$  można utożsamiać z strumieniami oczkowymi magnetycznej

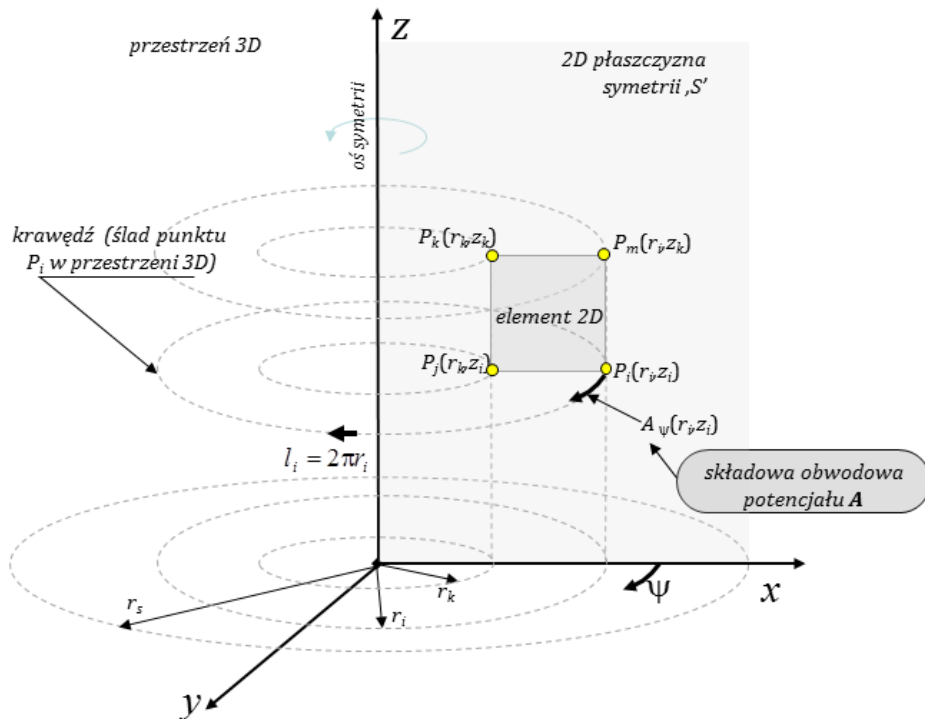


siatki ściankowej nazywanej powszechnie siatką reluktancyjną (**SR**). W przypadku potencjału wektorowego  $T_0$  Autorka również nie korzystała wprost z tego potencjału, a tylko z obwodowej reprezentacji tego potencjału, tj. z krawędziowej wartości  $i_0$  reprezentującej prąd oczkowy w ścieżce o zdeterminowanym kierunku wektora gęstości prądu [155]. Sposób formułowania równania MES dla sformułowania wykorzystującego potencjał  $T_0$  szczegółowo przedstawiono m.in. w pracach [150,153]. Ostatnim sformułowaniem zastosowanym przez Autorkę było sformułowanie wykorzystujące elektryczny potencjał skalarny  $V$ . W przypadku tej metody, można wykazać, że równania MES dla sformułowania  $V$  odpowiadają równaniom węzłowym elektrycznej siatki krawędziowej nazywanej powszechnie siatką konduktancyjną (**SK**) [28].

Na potrzeby realizacji celu niniejszej pracy Autorka opracowała oprogramowanie wykorzystujące numeryczne modele polowe, które pozwalają na wyznaczenie nie tylko rozkładu pola elektromagnetycznego, ale także zależności opisującej impedancję rozpatrywanych układów w funkcji częstotliwości  $f$  lub pulsacji elektrycznej  $\omega$  (gdzie:  $\omega = 2\pi f$ ) napięcia zasilającego. Dlatego do prezentowanej analizy układów z polem zastosowano dwuwymiarowe, krawędziowe ujęcie MES, które połączono ze sformułowaniem wykorzystującym zespolone potencjały: wektorowe  $\underline{A}$ ,  $\underline{T}_0$  oraz skalarny  $\underline{V}$ . To właśnie, ze względu na symetrię osiową badanych układów, równania pola rozpatrywano 2D oraz zapisano je dla osiowosymetrycznego układu współrzędnych. Dla tak zdefiniowanego problemu, tj. układu o symetrii osiowej; wartości krawędziowe  $\varrho$  zdefiniowano jako iloczyn długości krawędzi  $l_i = 2\pi r_i$  będącej „odciskiem węzła”  $P_i(r_i, z_i)$  (rys. 4.2.1) wokół osi symetrii oraz wartości wektora  $\underline{A}$  w węźle  $P_i(r_i, z_i)$ , a zatem  $\varrho_i = 2\pi r_i \underline{A}_\Psi(r_i, z_i)$ .

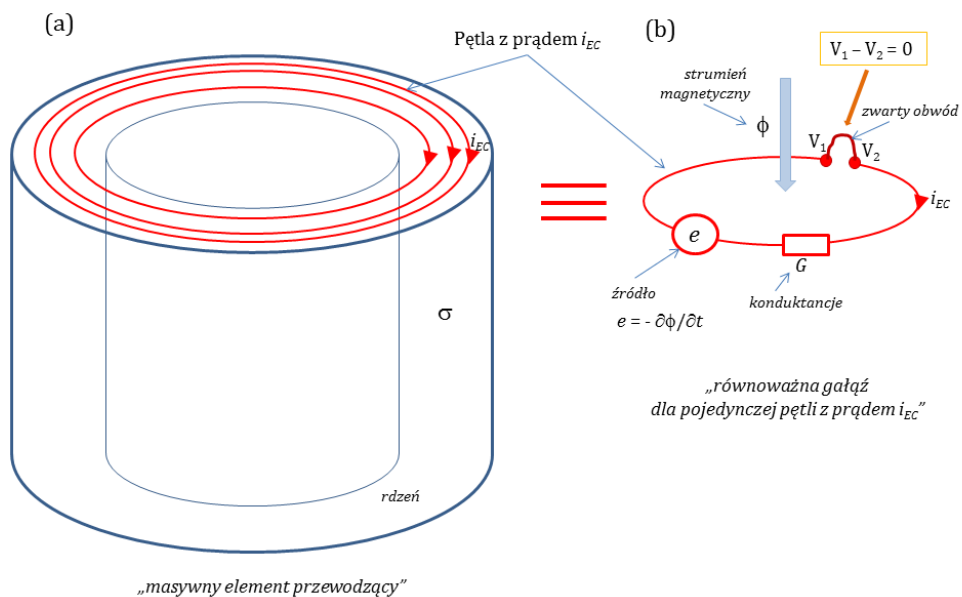
W podobny sposób, w układzie osiowosymetrycznym można interpretować krawędziowe wartości prądów oczkowych  $i_0$  reprezentujących potencjał wektorowy  $T_0$ . Z kolei, przy wyznaczaniu rozkładów prądów wirowych w masywnych, przewodzących elementach układów wykorzystano powiązanie pomiędzy wektorem gęstości prądu  $\underline{J}$ , wektorowym potencjałem magnetycznym  $\underline{A}$  oraz gradientem skalarnym potencjału elektrycznego  $V$  (*grad V*) [149], tj.:

$$\underline{J} = -\sigma \left( \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \nabla V \right). \quad (4.2.1)$$



Rys. 4.2.1. Dwuwymiarowa reprezentacja wartości krawędziowej w układzie charakteryzującym się symetrią osiową

Należy jednak zauważyć, że w przypadku analizy rozptyłu prądów wirowych w masywnych, przewodzących elementach konstrukcyjnych, prądy wirowe stanowią zamknięte pętle prądowe (rys. 4.2.2), a zatem przyjmuje się, że wartość spadku napięcia (różnicy potencjałów  $V$ ) na gałęziach reprezentujących poszczególne pętle prądowe jest równa zero –  $grad V = 0$  [112].



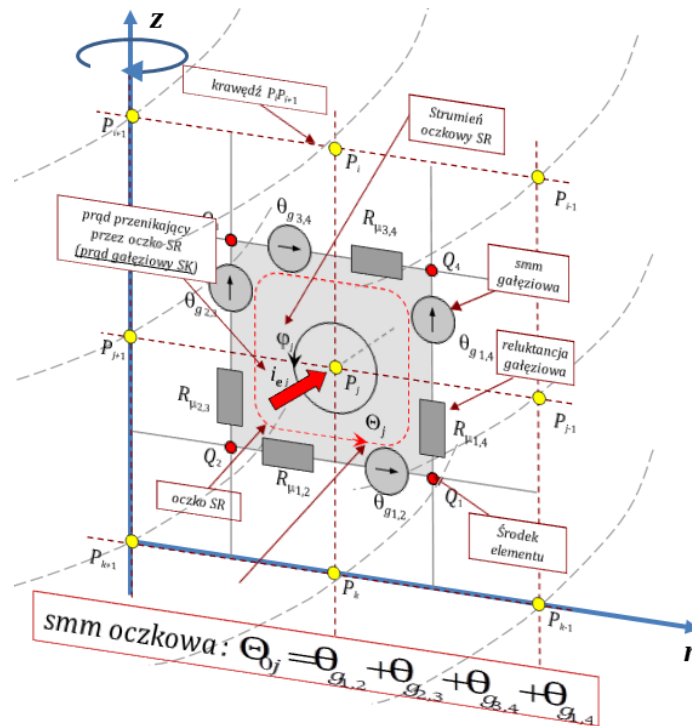
Rys. 4.2.2. (a) Masywny element z ukazanymi prądami oczkowymi oraz (b) równoważna gałąź dla pojedynczej pętli z prądem

Należy zauważyć, że po zastosowaniu omawianego podejścia równania wykorzystujące potencjał  $A$  odpowiadają równaniom oczkowym dwuwymiarowej siatki reluktancyjnej (**SR**) [33]. Równania opisujące rozptyw prądów wirowych można rozpatrywać na równi z równaniami jednowymiarowej (1D) siatki konduktancyjnej (**SK**) [95,149]. Na rysunku 4.2.3 przedstawiono fragment reprezentujący 2D siatkę reluktancyjną dla układu o symetrii osiowej, podczas gdy na rysunku 4.2.4 zilustrowano fragment 2D siatki reluktancyjnej sprzężonej z 1D siatką konduktancyjną. Równania opisujące rozkład pola w badanym układzie można zatem przedstawić następująco:

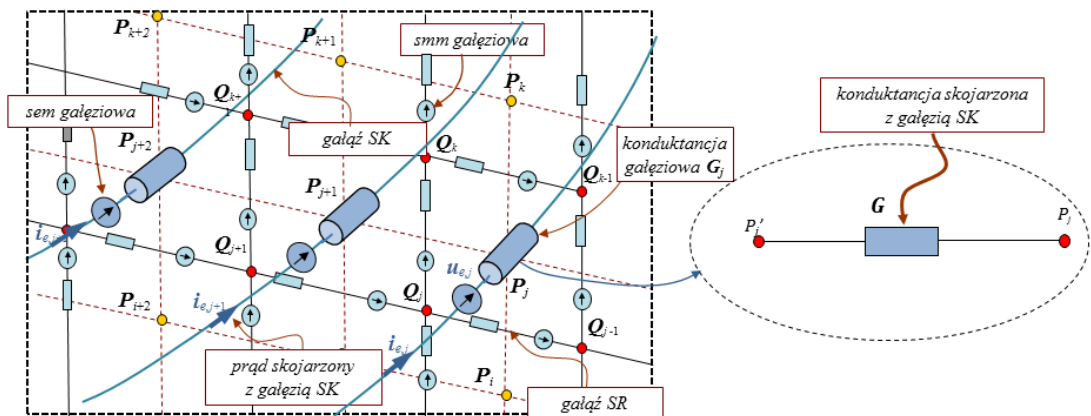
$$\mathbf{R}_\mu \underline{\boldsymbol{\varphi}} = \underline{\boldsymbol{\theta}}_0 + \underline{\boldsymbol{\theta}}_{EC}, \quad (4.2.2)$$

gdzie:  $\mathbf{R}_\mu$  jest macierzą reluktancji oczkowych,  $\underline{\boldsymbol{\varphi}}$  jest wektorem reprezentującym zespolone wartości strumieni oczkowych (wartości krawędziowe  $\underline{\mathbf{A}}$ ),  $\underline{\boldsymbol{\theta}}_{EC}$  i  $\underline{\boldsymbol{\theta}}_0$  są wektorami opisującymi oczkowe siły magnetomotoryczne (*smm*) odpowiednio: w obszarze rdzenia z uwzględnionymi prądami wirowymi oraz w obszarze uzwojeń z prądami indukowanymi. W pracy ograniczono się do wykorzystania formuł, które pozwalają na bezpośrednie wyznaczanie wartości oczkowych *smm*. Należy jednak mieć na uwadze, że w wielostopniowym ujęciu MES wartości oczkowe *smm* jak i reluktancje  $\mathbf{R}_\mu$  najczęściej są określane poprzez wielkości gałęziowe odpowiednio *smm*  $\underline{\boldsymbol{\theta}}_g$  i reluktancje  $\mathbf{R}_{\mu g}$ , tj. parametry przyporządkowane poszczególnym gałęziom siatki **SR**. Sposób obliczania wartości tych parametrów był już wielokrotnie omawiany w licznych pracach, m.in. [28,29,31,155] i nie będzie podejmowany w tej pracy.

Wcześniej zauważono, że rozptyw prądów indukowanych w uzwojeniach można rozpatrywać za pomocą metody potencjału wektorowego  $T_0$  lub potencjału skalarnego  $V$ . W pierwszym z przypadków elektryczny potencjał wektorowy znajduje zastosowanie przy odwzorowywaniu uzwojeń wykonanych z cienkich przewodów, w których pomija się efekt naskórkowości; w przypadku drugim efekt ten jest uwzględniany, wówczas, gdy zastosowanie znajduje elektryczny potencjał skalarny  $V$ . Poniżej przedstawiono zależności opisujące rozptyw prądów dla dwóch wariantów, dla których podano także równania opisujące rozkład pola elektromagnetycznego. Jako pierwszy rozpatrzony zostanie składnik reprezentujący źródła pola - wektor  $\underline{\boldsymbol{\theta}}_{EC}$  - pochodzącego od prądów wirowych w masywnych, przewodzących elementach rdzenia.



Rys. 4.2.3. 2D reprezentacja siatki reluktancyjnej dla układu o symetrii osiowej



Rys. 4.2.4. Fragment 2D siatki reluktancyjnej sprzężonej z 1D siatką konduktancyjną

W zastosowanym podejściu źródła pola pochodzące od prądów wirowych obliczano z iloczynu przewodności elektrycznej oraz pochodnej względem czasu z potencjału wektorowego  $\underline{A}$  ( $-\sigma \cdot \partial \underline{A} / \partial t$ ) [104], tj., gdy w formule (4.2.1) składnik reprezentujący  $grad V = 0$ . Wówczas dla użytego ujęcia MES zastosowanie znajduje poniższa zależność:

$$\underline{\theta}_{EC} = -j\omega \underline{G}_{EC} \underline{\varphi}, \quad (4.2.3)$$

w której,  $j$  jest jednostkowym wektorem urojonym,  $\omega$  jest pulsacją elektryczną, a  $\underline{G}_{EC}$  reprezentuje macierz konduktancji w obszarze przewodzącego rdzenia [104]. W obu

rozpatrywanych w pracy przypadkach, składnik opisujący rozptyw prądów wirowych jest jednakowy.

W przypadku analizy rozptywu prądów indukowanych w uzwojeniach układów z polem elektromagnetycznym, Autorka wspomniała o możliwości zastosowania dwóch metod. Poniżej jako pierwszą rozpatrzono metodę, w której do opisu prądów indukowanych stosuje się potencjał wektorowy  $\underline{T}_0$ .

W przypadku obszarów z uzwojeniami wykonanymi z cienkich przewodów, wartości gałęziowe  $smm$   $\underline{\theta}_0$  można obliczyć na podstawie krawędziowych wartości wektora  $\underline{T}_0$  reprezentujących prądy oczkowe  $\underline{i}_0$  wokół krawędzi elementów przecinających powierzchnie utworzone przez otaczające zwoje [30,31]. Prądy oczkowe  $\underline{i}_0$  odpowiadają zatem całce z wektora  $\underline{T}_0$  wzdłuż krawędzi elementów, tj.:

$$\underline{i}_{0N_{i,j}} = \int_{P_i}^{P_j} \underline{T}_0 d\mathbf{l}. \quad (4.2.4)$$

Ponieważ rozkład potencjału wektorowego  $\underline{T}_0$  nie jest ‘a priori’ znany [155], w celu określenia jego rozkładu, a tym samym jego krawędziowych wartości należy posłużyć się wartościami prądów  $\underline{i}_c$  w uzwojeniach. Korzysta się przy tym z następującej relacji:

$$\underline{i}_0 = \mathbf{z}_E \underline{i}_c, \quad (4.2.5)$$

w której:  $\mathbf{z}_E$  jest macierzą opisującą rozkład uzwojeń w przestrzeni krawędzi.

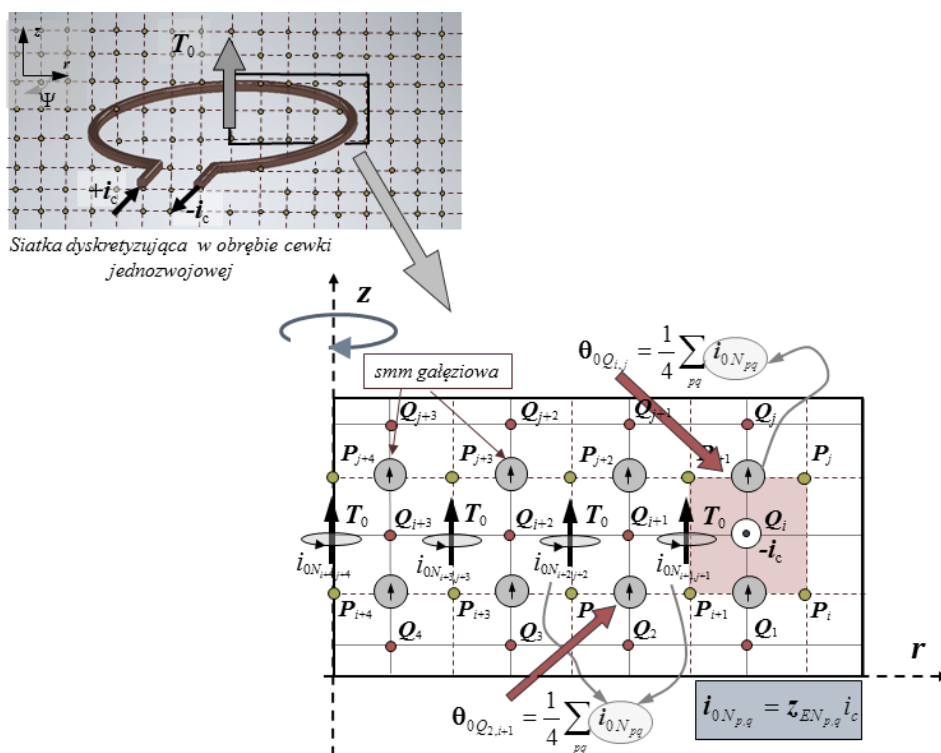
Sposób wyznaczania elementów macierzy  $\mathbf{z}_E$  szczegółowo opisano w pracy [155], i nie będzie on podejmowany w niniejszej rozprawie. Wartości wektora  $\underline{\theta}_0$  oblicza się z kolei z zależności:

$$\underline{\theta}_0 = \mathbf{k}_m^T \mathbf{K} \underline{i}_0, \quad (4.2.6)$$

gdzie:  $\mathbf{k}_m$  jest macierzą oczkową siatki reluktancyjnej  $\mathbf{SR}$ ,  $\mathbf{K}$  jest macierzą transformującą wielkości przyporządkowane krawędziom elementów do wielkości przyporządkowanych oczkom siatki  $\mathbf{SR}$  [28,155]. Macierz ta bywa również nazywana macierzą parametrów wagowych [155]. Po wprowadzeniu relacji (4.2.5) do formuły (4.2.6) siły magnetomotoryczne  $smm$  w obszarach z uzwojeniami wyznacza się z:

$$\underline{\theta}_0 = \mathbf{k}_m^T \mathbf{K} \mathbf{z}_E \underline{i}_c. \quad (4.2.7)$$

Sposób odwzorowania źródeł pola w obszarach z uzwojeniami w przestrzeni elementów krawędziowych zilustrowano na przykładzie cewki jednozwojowej pokazanej na rys. 4.2.5. W przypadku rozpatrywania układów z cewkami wielozwojowymi wypadkowy rozkład potencjału  $T_0$  uzyskuje się poprzez superpozycje rozkładów pochodzących od pojedynczych zwojów.



Rys. 4.2.5. Reprezentacja cewki jednozwojowej w2D przestrzeni SR – układ osiowosymetryczny

Uwzględniając, formuły (4.2.3) oraz (4.2.7) w (4.2.2) równania MES dla zastosowanego podejścia przyjmują następującą postać:

$$(\mathbf{R}_\mu + j\omega\mathbf{G}_{CE}) \cdot \underline{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{k}_m^T \mathbf{Kz}_E \underline{\mathbf{i}}_c. \quad (4.2.8)$$

W związku z tym, że rozpatrywane w pracy układy testowe są najczęściej zasilane ze źródeł napięciowych, wówczas równania (4.2.8) należy uzupełnić o dodatkowe równania napięciowe dla obwodów zewnętrznych, w tym obwodu zasilania, tj.:

$$\underline{\mathbf{u}}_c = \mathbf{R}_c \cdot \underline{\mathbf{i}}_c - \underline{\mathbf{e}}_c, \quad (4.2.9)$$

w którym:  $\mathbf{u}_c$  jest wektorem opisującym wartości napięć zasilających badane układy,  $\mathbf{R}_c$  jest macierzą opisująca wartości rezystancji oczkowych uzwojeń, podczas gdy  $\mathbf{e}$  reprezentuje wektor indukowanych sił elektromotorycznych w uzwojeniach badanych układów i jest określany na podstawie zależności [30]:

$$\underline{e}_c = -j\omega \mathbf{z}_E^T \mathbf{K}^T \mathbf{k}_m \underline{\varphi}. \quad (4.2.10)$$

Po połączeniu równań (4.2.8) i (4.2.9) otrzymuje się układ równań zespolonych opisujących rozkład pola elektromagnetycznego o postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_\mu + j\omega \mathbf{G}_{CE} & -\mathbf{k}_m^T \mathbf{K} \mathbf{z} \\ j\omega \mathbf{z}_k^T \mathbf{K}^T \mathbf{k}_m & \mathbf{R}_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\varphi} \\ \underline{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \underline{u}_c \end{bmatrix}. \quad (4.2.11)$$

Finalnie, aby określić macierz impedancji  $\underline{\mathbf{z}}^{FEM}$ , niezbędną przy wyznaczaniu wartości parametrów zastępczych badanych układów, zastosowano następującą formułę:

$$\underline{\mathbf{z}}^{FEM} = \mathbf{R}_c + j\omega \mathbf{z}_k^T \mathbf{K}^T \mathbf{k}_m (\mathbf{R}_\mu + j\omega \mathbf{G}_{CE})^{-1} \mathbf{k}_m^T \mathbf{K} \mathbf{z}. \quad (4.2.12)$$

W przypadku drugiej z metod, w której do opisu rozptywu prądów indukowanych w obszarach z uzwojeniami taśmowymi wykorzystuje się elektryczny potencjał skalarny  $V$  do określenia źródeł pola wykorzystano relację pomiędzy oczkową  $smm$   $\theta_0$  a wartościami prądów krawędziowych  $\mathbf{SK}$  [149], tj.:

$$\underline{\theta}_0 = \underline{i}_e. \quad (4.2.13)$$

W związku z tym wyrażenie opisujące wektor prądów  $\underline{i}_e$  przyjmie następującą postać:

$$\underline{i}_e = \mathbf{G}_e (\underline{u}_e - j\omega \underline{\varphi}), \quad (4.2.14)$$

gdzie:  $\mathbf{G}_e$  jest macierzą konduktancji siatki  $\mathbf{SK}$  sprzężonej z  $\mathbf{SR}$  [95,149] w obszarze z uzwojeniami taśmowymi, a wektor  $\underline{u}_e$  reprezentuje spadki napięć na poszczególnych gałęziach  $\mathbf{SK}$ .

Ponieważ pojedynczy zwój danego uzwojenia rozpatruje się, jako układ równolegle połączonych ze sobą gałęzi  $\mathbf{SK}$ , wówczas przejście od wektora napięć  $\underline{u}_e$  na gałęziach siatki  $\mathbf{SK}$  do wektora napięć  $\underline{u}_p$  na poszczególnych zwojach uzwojeń, realizuje się za pomocą macierzy  $\mathbf{z}_s$  ( $\underline{u}_e = \mathbf{z}_s \underline{u}_p$ ), tj. macierzy opisującej rozkład zwojów w obszarze uzwojeń taśmowych. Następnie, mnożąc obustronnie wyrażenie (4.2.14) przez  $\mathbf{z}_s^T$  i uwzględniając związek pomiędzy prądami  $\underline{i}_e$  i prądami  $\underline{i}_p$  w zwojach taśmowych  $\underline{i}_p = \mathbf{z}_s^T \underline{i}_e$  oraz  $\underline{u}_e = \mathbf{z}_s \underline{u}_p$  otrzymuje się równanie o postaci:

$$\underline{i}_p = \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e \mathbf{z}_s \underline{u}_p - j\omega \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e \underline{\varphi}. \quad (4.2.15)$$

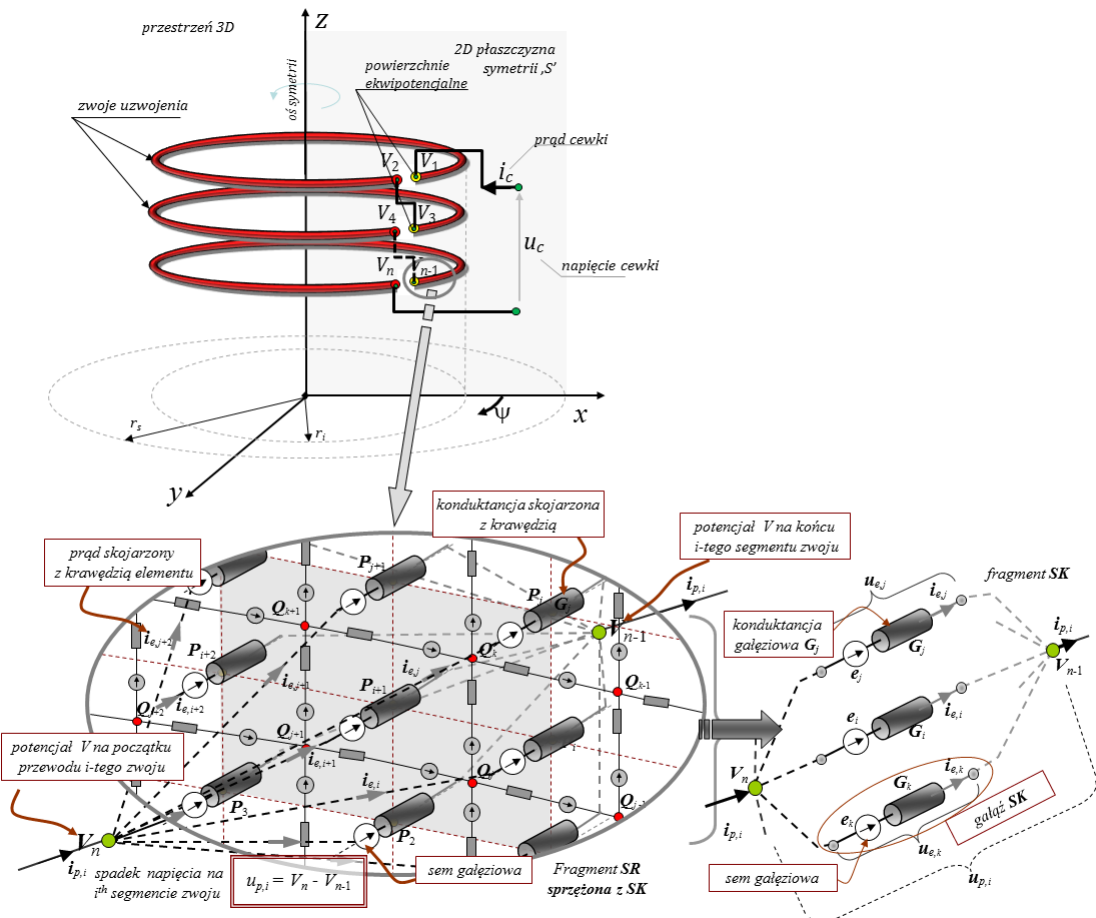
Podane wyżej równanie (4.2.15) opisuje sumaryczne (tj. całkowite) prądy w poszczególnych zwojach cewek. Ponieważ zwoje należące do jednej cewki lub uzwojenia łączy się ze sobą szeregowo, transformacji prądów  $\underline{i}_p$  w zwojach do prądów  $\underline{i}_c$  w cewkach dokonuje się na podstawie macierzy  $\mathbf{k}_s$ , tj.:

$$\underline{i}_p = \mathbf{k}_s \underline{i}_c. \quad (4.2.16)$$

Iloczyn  $\mathbf{k}_s^T \underline{u}_p$  odpowiada sumie spadków napięć na zwojach danej cewki i odpowiada wektorowi napięć  $\underline{u}_c$  uzwojeń dla rozpatrywanego obiektu, tj.:

$$\underline{u}_c = \mathbf{k}_s^T \underline{u}_p. \quad (4.2.17)$$

Sposób odwzorowania źródeł pola w obszarze z uzwojeniami masywnymi Autorka zilustrowała (rys. 4.2.6) na prostym przykładzie reprezentującym cewkę wielozwojną w układzie osiowosymetrycznym.



Rys. 4.2.6. Reprezentacja cewki masywnej powiązanej z SK sprzężonej z SR



Łącząc z sobą równania (4.2.2) z (4.2.3) i (4.2.13) oraz uwzględniając relacje od (4.2.14) do (4.2.17) i fakt, że  $\underline{\mathbf{u}}_e = \mathbf{z}_s \underline{\mathbf{u}}_p$  uzyskuje się układ równań opisujących rozkład pola elektromagnetycznego w rozpatrywanych układach:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_\mu + j\omega(\mathbf{G}_{EC} + \mathbf{G}_e) & -\mathbf{G}_e \mathbf{z}_s & \mathbf{0} \\ -j\omega \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e & \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e \mathbf{z}_s & -\mathbf{k}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_s^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Phi} \\ \underline{\mathbf{u}}_p \\ \underline{\mathbf{i}}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \underline{\mathbf{u}}_c \end{bmatrix}. \quad (4.2.18)$$

Finalnie, w celu określenia macierzy impedancji  $\underline{\mathbf{Z}}^{FEM}$  dla układów z uzwojeniami taśmowymi, po odpowiedniej transformacji układu (4.2.18) uzyskano formułę:

$$\underline{\mathbf{Z}}^{FEM} = \mathbf{k}_s^T \left[ \mathbf{k}_s^{-1} \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e \mathbf{z}_s - j\omega \mathbf{k}_s^{-1} \mathbf{z}_s^T \mathbf{G}_e (\mathbf{R}_\mu + j\omega \mathbf{G}_{CE})^{-1} \mathbf{G}_e \mathbf{z}_s \right]^{-1}, \quad (4.2.19)$$

pozwalającą na bezpośrednie określenie wartości opisujących impedancje dla rozpatrywanych przez Autorkę rodzajów układów w funkcji częstotliwości  $f$  lub pulsacji  $\omega$  źródła zasilania.

### 4.3. MODELE POLOWE TRÓJWYMIAROWE

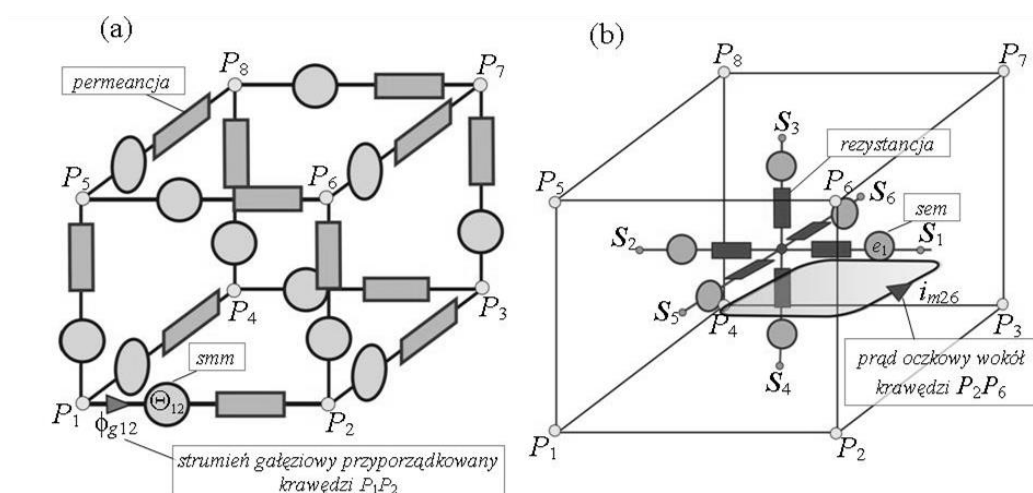
Do modelowania i analizy stanów pracy systemów bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej, Autorka opracowała oraz wdrożyła również własne oprogramowanie łączące 3D wielostopniowe ujęcie MES ze sformułowaniem wykorzystującym potencjały  $\Omega$ - $\mathbf{T}$ - $\mathbf{T}_0$ . W zastosowanym podejściu, rozkład pola magnetycznego określa się na podstawie wartości węzłowych potencjału skalarnego  $\Omega$  - podczas, gdy rozkład prądów wirowych w elementach masywnych oraz prętach uzwojeń transformatorów powietrznych SBTE za pomocą krawędziowych wartości potencjałów elektrycznych  $\mathbf{T}$  i  $\mathbf{T}_0$ . Autorka wykorzystwała równania Maxwella (4.1.1.b,c), które po zastosowaniu podstawienia  $\mathbf{H} - \mathbf{T} - \mathbf{T}_0 = \text{grad } \Omega$  oraz  $\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{T} + \text{rot } \mathbf{T}_0$  można zapisać w postaci:

$$\text{div } \mu(\text{grad } \Omega) = -\text{div } \mu(\mathbf{T} + \mathbf{T}_0), \quad (4.3.1.a)$$

$$\text{rot } \sigma^{-1}(\text{rot } \mathbf{T} + \text{rot } \mathbf{T}_0) = -\partial \mathbf{B} / \partial t. \quad (4.3.1.b)$$

W celu rozwiązania powyższych równań poddano je dyskretyzacji przestrzeni oraz zastosowano metodę potencjałów zespolonych pozwalającą na analizę pracy

układów w dziedzinie częstotliwości (z ang. *frequency domain*). Dyskretyzując przestrzeń, do opisu wektora gradientu potencjału  $\Omega$  zastosowano funkcje interpolacyjne elementu krawędziowego [28,155], podczas gdy do opisu wektorów gęstości prądu  $T$  oraz  $T_0$  funkcje interpolacyjne elementu ściankowego [155]. Dzięki zastosowaniu wymienionych funkcji uzyskano równania MES odpowiadające odpowiednio: równaniom gałęziowym *magnetycznej siatki krawędziowej (MSK)* nazywanej powszechnie *siatką permeancyjną (SP)* [28,29] oraz równaniom oczkowym *elektrycznej siatki ściankowej (ESS)* nazywanej *siatką rezystancyjną (SR<sup>e</sup>)* [155]. Na rysunku 4.3.1 przedstawiono widok modelu permeancyjnego (a) oraz rezystancyjnego (b) elementu sześciściennego [28], tj. modeli elementów, które wykorzystywano w niniejszej rozprawie.



Rys. 4.3.1. Widok modelu elementu wielostopniowego - sześciściennego:  
(a) permeancyjnego oraz (b) rezystancyjnego

W wyniku połączenia z sobą równań gałęziowych **SP** z równaniami oczkowymi **SR<sup>e</sup>** uzyskuje się układ równań macierzowych o postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_n^T \Lambda \mathbf{k}_n & \mathbf{k}_n^T \Lambda & \mathbf{k}_n^T \Lambda \mathbf{z}_E \\ j\omega \Lambda \mathbf{k}_n & \mathbf{k}_s^T \mathbf{R}_\rho \mathbf{k}_s + j\omega \Lambda & \mathbf{R}_w^T \\ j\omega \mathbf{z}_E^T \Lambda \mathbf{k}_n & \mathbf{R}_w & \mathbf{R}_{DC} + j\omega \mathbf{z}_E^T \Lambda \mathbf{z}_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Omega} \\ \underline{i}_m \\ \underline{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \underline{u}_c \end{bmatrix}, \quad (4.3.2)$$

tj. układ równań opisujący rozkład pola elektromagnetycznego w badanych SBTE, przy czym:  $j$  jest jednostkowym wektorem urojonym,  $\omega$  jest pulsacją elektryczną,  $\Lambda$  jest macierzą permeancji gałęziowych **SP**,  $\mathbf{R}_\rho$  macierzą rezystancji gałęziowych **SR<sup>e</sup>**,  $\mathbf{k}_n$  jest macierzą koincydencji węzłowych, podczas, gdy  $\mathbf{k}_s$  jest pełną macierzą oczkową [155]; macierz  $\mathbf{z}_E$  jest macierzą opisującą rozkład uzwojeń w przestrzeni krawędzi elementów

[30],  $\mathbf{R}_{DC}$  jest macierzą rezystancji oczkowych dla oczek obwodów zewnętrznych (w analizowanych w pracy przykładach macierz ta reprezentuje wartości rezystancji uzwojeń wyznaczone prądem stałym),  $\mathbf{R}_w$  reprezentuje macierz rezystancji wzajemnych między oczkami  $\mathbf{SR}^e$  a zewnętrznymi oczkami obwodów, tj. macierzą zdefiniowaną jako  $R_w = \mathbf{z}_E^T \mathbf{k}_S^T \mathbf{R}_p \mathbf{k}_S$ ; wektory  $\underline{\Omega}$ ,  $\underline{i}_m$  oraz  $\underline{i}_c$  reprezentują odpowiednio wartości węzłowe potencjału  $\Omega$  oraz wartości krawędziowe potencjałów  $\mathbf{T}$  oraz  $\mathbf{T}_0$ .

Należy dodać, że w rozpatrywanym tu przypadku, wektor  $\underline{i}_m$  opisuje rozkład prądów oczkowych  $\mathbf{SR}^e$  (rys. 4.3.1), tj. prądów będących wynikiem powstawania prądów wirowych w zwojach uzwojeń oraz w masywnych elementach przewodzących, podczas gdy wektor  $\underline{i}_c$  reprezentuje prądy indukowane w ścieżkach o zdeterminowanym kierunku przepływu prądu wokół obszarów niespójności oraz oczek utworzonych przez cewki rozpatrywanych układów. Wektor  $\underline{u}_c$  w formule (4.3.2) reprezentuje wartości napięć na zaciskach wyjściowych badanych układów SBTE.

W zastosowanym w pracy modelu polowym, sprzężenie pomiędzy siatkami  $\mathbf{SK}$  oraz  $\mathbf{SR}^e$  realizuje się poprzez źródła pola. Oznacza to, że gałęziowe  $\mathbf{smm}$   $\Theta$  modelu  $\mathbf{SK}$  wyznacza się na podstawie prądów  $\underline{i}_m$  w oczkach wokół krawędzi modelu  $\mathbf{SR}^e$  oraz prądów indukowanych  $\underline{i}_c$  w oczkach wokół obszarów niespójności, tj. poprzez zastosowanie następującej formuły [155]:

$$\underline{\Theta} = \underline{i}_m + \mathbf{z}_E \underline{i}_c. \quad (4.3.3)$$

W przypadku źródeł pola przepływowego prądu, tj. sił elektromotorycznych ( $sem$ ) modelu rezystancyjnego, przy określaniu  $sem$   $\underline{e}_o$  w oczkach  $\mathbf{SR}^e$  wokół krawędzi elementu oraz  $sem$   $\underline{e}_{oc}$  w oczkach wokół obszarów niespójności określa się korzystając następujących zależności [155]:

$$\underline{e}_o = j\omega \underline{\Phi}_g, \quad (4.3.4.a)$$

$$\underline{e}_{oc} = -j\omega \mathbf{z}_E^T \underline{\Phi}_g, \quad (4.3.4.b)$$

w których, uwzględnia się, że wektor strumieni gałęziowych  $\underline{\Phi}_g$  siatki krawędziowej obliczany zgodnie z formułą:

$$\underline{\Phi}_g = \Lambda (\mathbf{k}_n \underline{\Omega} + \underline{i}_m + \mathbf{z}_E \underline{i}_c). \quad (4.3.5)$$

Przy obliczaniu wartości permeancji gałęziowych  $\Lambda$  modelu permeancyjnego, Autorka wykorzystała formułę zaproponowaną w pracy [28]:

$$\Lambda_{i,j} = \int_{V_e} \mathbf{w}_{ei}^T \mu \mathbf{w}_{ej} dV, \quad (4.3.6)$$

w której:  $\mathbf{w}_{ei}$  i  $\mathbf{w}_{ej}$  są funkcjami krawędziowymi  $i$ -tej i  $j$ -tej krawędzi elementu modelu permeancyjnego;  $V_e$  to objętość rozpatrywanego elementu a  $\mu$  jest przenikalnością magnetyczną środowiska.

Wartości gałęziowe  $R_\rho$  rezystancji gałęziowych  $\mathbf{SR}^e$  obliczано korzystając z zależności:

$$R_{\rho i,j} = \int_{V_e} \mathbf{w}_{si}^T \sigma^{-1} \mathbf{w}_{sj} dV, \quad (4.3.7)$$

gdzie:  $\mathbf{w}_{si}$  i  $\mathbf{w}_{sj}$  są funkcjami ściankowymi  $i$ -tej i  $j$ -tej ścianki elementu modelu rezystancyjnego, a  $\sigma$  jest przewodnością elektryczną ośrodka.

W celu wyznaczenia całek (4.3.6) oraz (4.3.7) skorzystano z metody przybliżonego całkowania [28,155]:

$$\int_{V_e} f_e(x, y, z) dV = \frac{V_e}{n_w} \sum_{i=1}^{n_w} f_e(Q_i), \quad (4.3.8)$$

gdzie:  $f_e(P_i)$  jest wartością funkcji w wierzchołku elementu  $P_i$  [32], a  $n_w$  oznacza numer wężła (wierzchołka) rozpatrywanego elementu.

Dodać należy, że zastosowanie zależności (4.3.8) do wyznaczenia wartości parametrów modeli obwodowych elementu wielostopniowego prowadzi do otrzymania modeli bez sprzężeń międzygałęziowych, dla których wartości parametrów można także obliczyć korzystając z klasycznego ujęcia metody schematów równoważnych prezentowanego w pracy [28].

W rozprawie, na potrzeby budowy modeli równoważnych systemów bezprzewodowej transmisji energii, korzystających z wielogałęziowych obwodów Fostera oraz Cauera, w celu określenia macierzy impedancji SBTE, Autorka dokonała transformacji układu równań macierzowych (4.2.3) względem relacji  $\underline{\mathbf{Z}}^{FEM}(\omega) = \underline{\mathbf{u}}_c / \underline{\mathbf{i}}_c$  uzyskując następującą zależność:

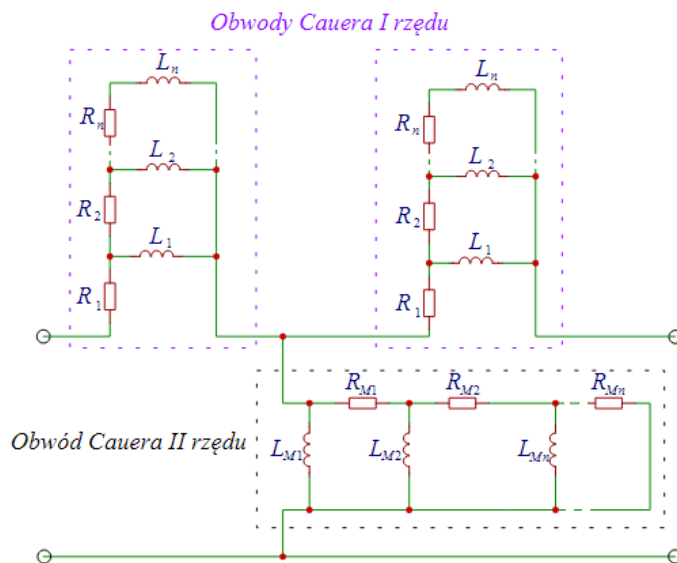
$$\underline{\mathbf{Z}}^{FEM}(\omega) = \mathbf{R}_{DC} + j\omega \mathbf{z}_E^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{z}_E - [j\omega \mathbf{z}_E^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{k}_n \quad \mathbf{R}_w] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{k}_n^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{k}_n & \mathbf{k}_n^T \mathbf{\Lambda} \\ j\omega \mathbf{\Lambda} \mathbf{k}_n & \mathbf{R}_{\rho 0} + j\omega \mathbf{\Lambda} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{k}_n^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{z}_E \\ \mathbf{R}_w^T \end{bmatrix}, \quad (4.3.9)$$

tj. zależność pozwalającą na wykreślenie wartości impedancji poszczególnych gałęzi klasycznego schematu zastępczego transformatora powietrznego SBTE (rys. 3.2.2). Po wykonaniu odpowiednich operacji matematycznych z (4.3.9), macierz  $\underline{\mathbf{Z}}^{FEM}$  można sprowadzić do prostszej i zwartej postaci:

$$\underline{\mathbf{Z}}^{FEM}(\omega) = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & (R_{loss}^{-1} - j(\omega M)^{-1})^{-1} \\ (R_{loss}^{-1} - j(\omega M)^{-1})^{-1} & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix}, \quad (4.3.10)$$

gdzie:  $R_1, R_2$  reprezentują odpowiednio rezystancje uzwojeń transformatora SBTE;  $L_1, L_2$  i  $M$  reprezentują odpowiednio indukcyjności własne oraz indukcyjność wzajemną uzwojeń SBTE opisanego klasycznym schematem zastępczym (rys. 3.2.2). Ponadto,  $R_{loss}$  jest rezystancją reprezentującą straty dodatkowe w systemie BTE, takie jak: straty w masywnych elementach przewodzących czy straty w elementach ferromagnetycznych.

Głównym obszarem zainteresowań Autorki jest jednak, uzyskanie na podstawie relacji (4.3.9) i (4.3.10) ekwiwalentnych schematów zastępczych transformatorów SBTE wykorzystujących obwody równoważne, które w sposób bardziej kompleksowy opisywać będą modele transformatorów powietrznych stosowanych w systemach transmisji energii. Na rysunku 4.3.2 przedstawiono przykładowy schemat zastępczy transformatora powietrznego SBTE wykorzystujący obwody Cauera I oraz II rzędu.



Rys. 4.3.2. Schemat zastępczy transformatora powietrznego SBTE wykorzystujący obwody Cauera I oraz II rzędu

#### 4.4. PODSUMOWANIE

W rozdziale 4 omówiono sposób formułowania równań metody elementów skończonych dla sformułowań wykorzystujących potencjały. Zaprezentowano sposób formułowania równań dla dwuwymiarowego ujęcia MES wykorzystującego sformułowanie  $A-V-T_0$  oraz  $A-V$  dla układów charakteryzujących się symetrią osiową. Następnie przedstawiono sposób tworzenia równań dla ujęcia 3D MES, w którym na potrzeby analizy skorzystano ze sformułowania  $\Omega-T-T_0$ . Podano równania dla wymienionych sformułowań na podstawie, których opracowano i wdrożono oprogramowanie własne do analizy i syntezy bezprzewodowych systemów transferu energii elektrycznej. Formułując równania MES dla zastosowanych sformułowań wykorzystano funkcje interpolacyjne elementu krawędziowego oraz ściankowego, a także odpowiednio wartości krawędziowe i węzłowe. Przedstawiono także sposób formułowania wektorów wymuszeń dla pola magnetycznego dla ujęcia 2D opisanego sformułowaniem  $A$  w obszarze uzwojeń wykonanych z cienkich przewodów jak i uzwojeń, w których rozpatruje się efekt wypierania prądu. W przypadku ujęcia 3D podano natomiast sposób formułowania źródeł pola dla sześciociennego modelu elementu permeancyjnego oraz rezystancyjnego dla układów z uzwojeniami, w których występuje naskórkowość prądu. Opracowując poszczególne równania zarówno dla ujęć 2D jak i 3D MES uwzględniono, że w rozpatrywanych układach mogą występować komponenty (koncentratory pola), w których powstają prądy wirowe. Przedstawiono wyrażenia opisujące wektor gałęziowych  $smm \Theta$  dla permeancyjnych jak i wektor oczkowych  $smm \theta_o$  dla reluktancyjnych modeli układów, a także wektory opisujące oczkowe siły elektromotoryczne  $e_o$  i  $e_{oc}$  dla modelu rezystancyjnego w obrębie krawędzi elementów jak i obwodów zewnętrznych. Ponadto, dla każdego z wymienionych w pracy sformułowań zdefiniowano również macierz impedancji  $\underline{Z}^{FEM}(\omega)$ , która jest przydatna przy wyznaczaniu wartości parametrów zastępczych obwodów Fostera i/lub Cauera dla badanych w pracy układów SBTE.

## MODELE EKWIWALENTNE UKŁADÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH

### 5.1. WPROWADZENIE

W ostatnim czasie w analizie układów z polem elektromagnetycznym, w tym SBTE, zasilanych z przemienników częstotliwości coraz częściej zastosowanie znajdują modele równoważne potocznie zwane modelami ekwiwalentnymi. Modele te można utożsamiać z modelami obwodowo - polowymi wykorzystującymi zastępcze obwody Fostera i/lub Cauera.

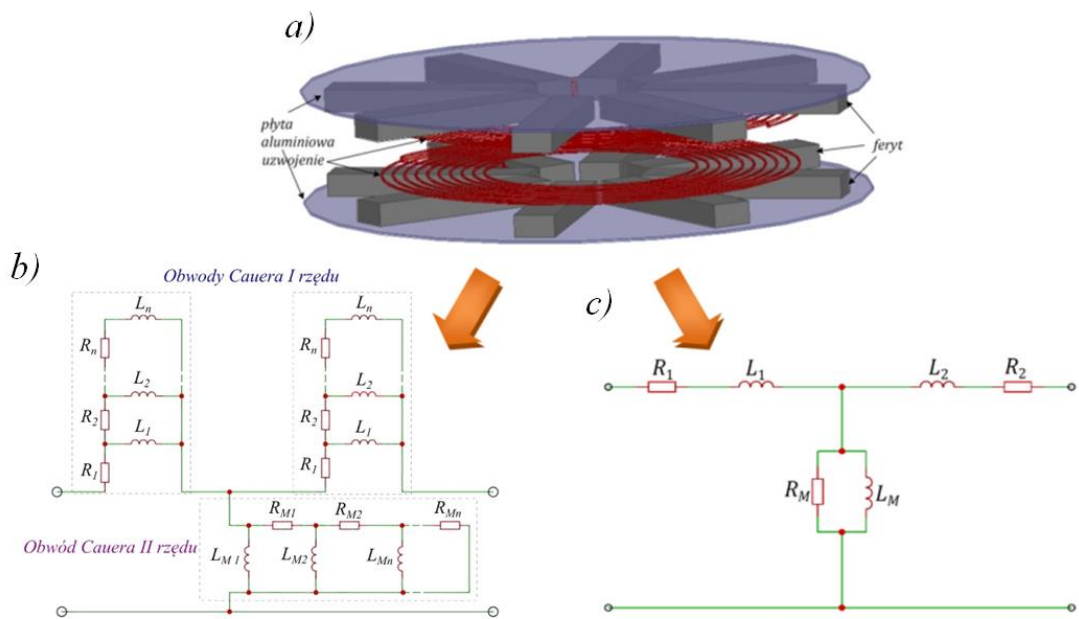
Modele ekwiwalentne (ME) łączą w sobie zalety modeli polowych (MP) i modeli o parametrach skupionych (MPS). Zaletami modeli ekwiwalentnych jest możliwość analizy stanów pracy przetworników w szerokim zakresie zmian częstotliwości źródła zasilania, jak również możliwość uwzględniania wpływu prądów wirowych powstających w masywnych elementach układu. Przewagą ME nad MPS jest większa wiarygodność obliczeń, natomiast w porównaniu z MP, obliczenia wykonywane za pomocą ME trwają stosownie krócej (krótszy czas obliczeń). Analizując modele ekwiwalentne można doszukać się również ich wad, np. dłuższy czas obliczeń w porównaniu z prostszymi modelami o parametrach skupionych. Bardzo często, przy wykorzystaniu ME, należy również stosować równolegle kilka modeli, np. modeli polowych, które umożliwiają wyznaczenie wartości parametrów schematów zastępczych, tj. obwodów Fostera i/lub Cauera oraz modeli obwodowych.

Autorka uważa, że w przypadku modelowania i analizy SBTE (rys. 5.1.1.a), zastosowanie schematu zastępczego uformowanego na podstawie modeli ekwiwalentnych (przykładowy schemat zastępczy SBTE przedstawiono na rys. 5.1.1.b) pozwala na dużo szerszy zakres ich stosowania, niż ma to miejsce w przypadku klasycznego schematu zastępczego SBTE (rys. 5.1.1.c). Poprawność tego twierdzenia Autorka wykaże w tym rozdziale.

### 5.2. MODELE WYKORZYSTUJĄCE OBWODY FOSTERA I CAUERA

Zastosowanie modeli wykorzystujących obwody Fostera i Cauera pozwala na analizę złożonych układów poprzez tworzenie ich modeli zastępczych o niższej

złożoności obliczeniowej. ME pozwalają uzyskiwać wyniki w stosownie krótkim czasie i o wiarygodności zbliżonej do wiarygodności modeli polowych [87]. W literaturze można znaleźć różne warianty obwodów Foster'a i Cauera. Obwody te składają się z odpowiednio połączonych elementów  $RL$ ,  $RC$ ,  $LC$ , jak również połączenia mieszane  $RLC$  [17,105]. Na rysunku 5.2.1 przedstawiono obwody Foster'a i Cauera odpowiednio pierwszego i drugiego rzędu - nazywane powszechnie strukturą kanoniczną równoległą i szeregową Foster'a oraz pierwszą i drugą strukturą kanoniczną - drabinkową Cauera.

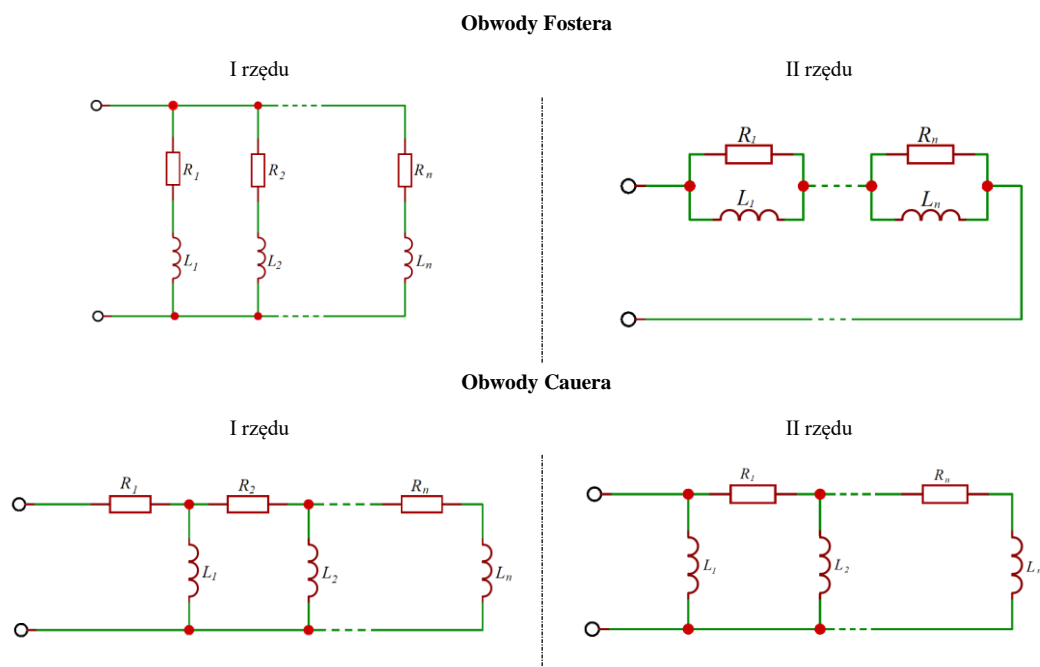


Rys. 5.1.1. Model SBTE (a), schemat zastępczy SBTE wykorzystujący obwody Cauera I i II stopnia (b), klasyczny schemat zastępczy SBTE (c)

Synteza obwodów Foster'a i Cauera stanowi jedną z technik projektowania liniowych obwodów elektrycznych. Służy ona do określania zależności impedancji (admitancji) w funkcji częstotliwości źródła zasilania lub odpowiedzi częstotliwościowej układu, tj. transmitancji obwodu opisanego w dziedzinie zmiennej zespolonej Laplace'a  $s$  [105]. Nazwy wymienionych obwodów wywodzą się od nazwisk dwóch naukowców: Ronalda M. Foster'a i Wilhelma Cauera. R. Foster zaproponował syntezę obwodów  $LC$  o dowolnej liczbie elementów poprzez częściowe rozwinięcie funkcji opisującej impedancję obwodu. W. Cauer natomiast rozszerzył metodę Foster'a o możliwość syntezy obwodów  $RC$ ,  $RL$  oraz  $RLC$  [46].



Podstawowym zastosowaniem syntezy obwodów jest projektowanie filtrów, jak również systemów elektrycznych i mechanicznych. Autorka pracy będzie dążyć do zastosowania tych modeli w modelowaniu cewek sprzężonych magnetycznie.



Rys. 5.2.1 Obwody zastępcze Foster'a i Cauera

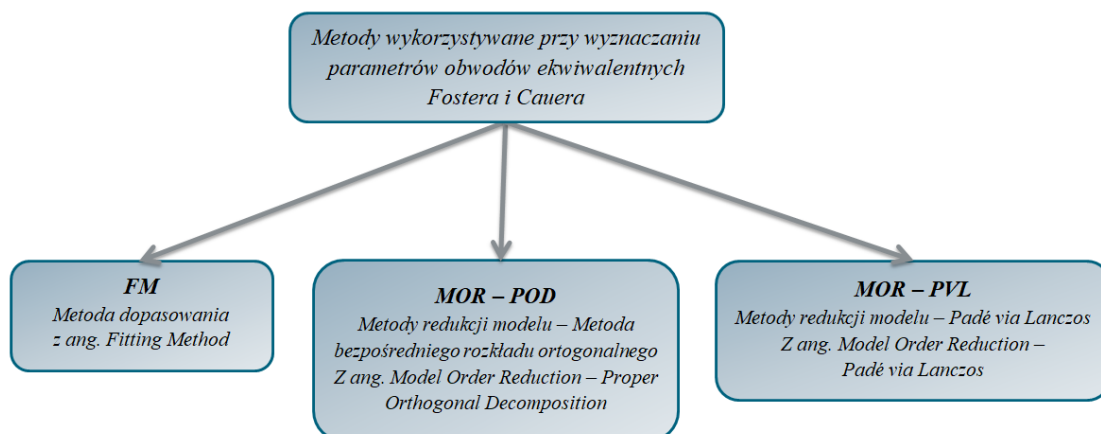
### 5.3. WYZNACZANIE PARAMETRÓW OBWODÓW FOSTERA I CAUERA NA PODSTAWIE MODELI POŁOWYCH

W celu wyznaczenia parametrów obwodów Foster'a i Cauera można zastosować wiele metod. Przykładowe metody zostały zaprezentowane na rysunku 5.3.1. Jedną z nich jest metoda dopasowania, (z ang. *Fitting Method* - FM), czyli metoda wykorzystująca algorytmy optymalizacyjne, tj. algorytmy polegające na poszukiwaniu ekstremum pewnej funkcji celu. Metoda ta, oraz wybrane Metody Redukcji Modelu – MOR (z ang. *Model Order Reduction*) zostaną omówione w dalszej części rozprawy.

Pierwotnie metoda MOR została opracowana dla systemów sterowania i automatyki w celu zmniejszenia złożoności i zachowania zadowalającej dokładności procesów obliczeniowych. W ostatnim czasie, metoda ta zyskuje jednak ponownie na znaczeniu wśród naukowców i jest wykorzystywana zarówno w teorii sygnałów, jak i w analizie numerycznej. Pierwsze metody MOR zostały opracowane w latach osiemdziesiątych XX wieku. W roku 1981 S. Moore opublikował metodę zrównoważonego balansu (z ang. *Truncated Balanced Realization*) [119,129], natomiast

w 1984 roku F. Glover opublikował prace na temat redukcji normy Hankla (z ang. *Hankel-norm Reduction*) [77,129]. Sirovich, w roku 1987, zaproponował z kolei metodę bezpośredniego rozkładu ortogonalnego (z ang. *Proper Orthogonal Decomposition – POD*) [129,134]. W latach pięćdziesiątych XX wieku zostały opublikowane również prace, w których metody redukcji modelu koncentrowały się na wykorzystaniu przestrzeni Kryłowa oraz przybliżeń Padé [11,13,129]. Jedną z pierwszych metod wykorzystujących algorytm Padé, była metoda AWE (z ang. *Asymptotic Waveform Evaluation*) zaproponowana przez L. T. Pillage’a i R. A. Rohrer’a w 1990 roku. Metoda AWE korzysta z przybliżenia Padé, w którym transmitancję układu oblicza się ze stosunku dwóch wielomianów  $P(s)$  i  $Q(s)$  stopnia skończonego. Niestety, metoda ta nie dość, że jest czasochłonna obliczeniowo, to jeszcze szybko staje się źle uwarunkowana, szczególnie w przypadku, gdy liczba momentów dla wielomianów jest większa niż 8, przy jednym punkcie ekspansji. W celu zwiększenia niezawodności metody AWE można zastosować większą liczbę punktów ekspansji. Korzysta się wówczas m.in. z algorytmu CFH (z ang. *Complex Frequency Hopping algorithm*) [20]. Niestety, nawet po zastosowaniu algorytmu CFH - metoda AWE w dalszym ciągu pozostaje wymagająca obliczeniowo. Dlatego w dalszym ciągu poszukiwano nowych metod redukcji modeli [129]. W roku 1993 Freund i P. Feldmann zaproponowali metodę Padé via Lanczos (PVL) [42,129]. W PVL aproksymacja Padé obliczana jest za pomocą dwustronnego algorytmu Lanczosa (z ang. *Two-step Lanczos Algorithm*). Wykorzystywany w tej metodzie algorytm jest również wymagający obliczeniowo, w porównaniu z metodą AWE, ale jest dużo bardziej niezawodny [129]. Ze względu na skuteczność metody PVL jest ona ciągle rozwijana i modyfikowana. Przybliżenie Padé jest jedną z najlepiej dopasowanych technik przybliżania danej funkcji w pobliżu punktu ekspansji przez zastosowanie funkcji wymiernej wyższych rzędów. Stosując tę technikę, szereg potęgowy po przybliżeniu jest tożsamy z szeregiem potęg funkcji, która jest poddana aproksymacji. Dlatego przybliżenie Padé bardzo często daje dużo lepsze przybliżenie funkcji niż jej rozwinięcie w szereg Taylora. Ponadto przybliżenie Padé działa jeszcze w tych obszarach przestrzeni, gdzie szereg Taylora nie jest już zbieżny. Łącząc przybliżenie Padé z algorytmem Lanczosa, uzyskuje się iteracyjną metodę polegającą na adaptacji metod potęgowych w celu znalezienia  $M$  „najbardziej użytecznych” wartości oraz wektorów własnych macierzy współczynników wysokich rzędów. Wiele nowo opracowanych rozwiązań korzysta dziś właśnie z połączenia algorytmu Padé z algorytmem Lanczosa. Jedną z tych metod jest rozbudowana wersja

MPVL (multi-port version PVL), która oprócz standardowego PVL posiada również prognozowanie [43,129]. Inną metodą wykorzystującą podejście Padé via Lanczos jest metoda SyPVL czy jej późniejsza kompilacja SymPVL, tj. metody, które stosuje się przy redukcji rzędu macierzy symetrycznych wykorzystując przy tym dekompozycję Cholesky'ego [47,48,129]. W kolejnych latach (po roku 1993) Freund i Feldmann, wdrożyli metodę PRIMA, w której skorzystali z algorytmu Arnoldiego [113,129].



Rys. 5.3.1. Metody wykorzystywane przy wyznaczaniu parametrów obwodów ekwiwalentnych Foster'a i Cauera

Rozpatrując Metody Redukcji Modelu warto również wspomnieć o metodach bazujących na dwuetapowym algorytmie Lanczosa. W podejściu tym problem redukcji modeli dzieli się na dwa oddzielne procesy. W przypadku pierwszego z procesów zastosowanie znajduje algorytm Lanczosa, wykorzystujący podprzestrzeń Kryłowa obliczaną wprost na podstawie macierzy współczynników. W drugim z procesów stosuje się natomiast standardowy algorytm Lanczosa, w którym w celu przyspieszenia procesu redukcji modelu korzysta się z odwrotności macierzy współczynników [129,148].

Ostatnią z przywołanych w pracy metod jest Metoda CLN, czyli z ang. *Cauer Ladder Network*. Metoda ta polega na bezpośrednim wyznaczaniu wartości parametrów obwodu Cauera na podstawie danych równań MES. CLN jest techniką dekompozycji w trybie przestrzennym. Pierwotnie, metoda CLN została opracowana z myślą o odwzorowaniu zjawisk zachodzących w laminowanych obwodach arkuszy blach magnetycznych (z ang. *Laminated Magnetic Sheets*) w przestrzeni jednowymiarowej (1D) [40]. Ze względu na wysoką dokładność oraz wierne odwzorowanie zjawisk, metoda CLN została uogólniona również do układów 2D i 3D. Metoda ta polega na konstrukcji sekwencyjnych zestawów dotyczących analizy pola magnetycznego MES

[61]. Zaletą CLN jest zachowanie wysokiej interpretacji fizycznej, tzn. indukcyjności oraz rezystancji sieci drabinkowej (obwodu Cauera), tj. parametrów, które są obliczane bezpośrednio z rozłożonych modów (z ang. *Modes*) [61].

Autorka niniejszej pracy skoncentrowała swoją uwagę na trzech metodach wyznaczania parametrów Fostera i/lub Cauera. Pierwszą rozpatrywaną metodą będzie metoda dopasowania, w której Autorka wykorzystowała połączenie algorytmu genetycznego (GA) ze strategią ewolucji (ES). W kolejnych częściach rozdziału zaprezentowane zostaną dwie metody redukcji modelu MOR. Pierwszą z metod, omówioną w rozdziale 5.3.2, będzie metoda bezpośredniego rozkładu ortogonalnego – POD (z ang. *Proper Orthogonal Decomposition*). POD bazuje na dekompozycji równań opisujących obiekt do równań niższego rzędu za pomocą wektorów własnych macierzy i wartościach osobliwych. Drugim z omawianych podejść będzie metoda PVL, czyli Padé via Lanczos, w której parametry obwodów zastępczych wyznacza się na podstawie redukcji stopnia rzędu macierzy współczynników opisującej rozpatrywany obiekt. Szczegółowy opis przedstawiony zostanie w punkcie 5.3.3.

Przystępując do formułowania ekwiwalentnego modelu układu z polem elektromagnetycznym bazującego na obwodach równoważnych, w pierwszej kolejności należy opracować model polowy, w którym zaimplementowany zostanie badany obiekt. W zależności od zastosowanej metody wyznaczania parametrów obwodów Fostera i Cauera na podstawie modelu polowego należy uzyskać: (a) charakterystyki opisujące wypadkową impedancję rozpatrywanego układu w funkcji częstotliwości źródła zasilania lub (b) układ równań opisujący rozpatrywany obiekt. W kroku następnym przystępuje się do wyznaczenia parametrów schematu zastępczego o określonej liczbie gałęzi obwodu Fostera i/lub Cauera, które są podstawą budowy modelu obwodowego.

### **5.3.1. Metoda dopasowania – „Fitting Method”**

Metoda dopasowania (z ang. *Fitting Method*) oparta jest na metodach optymalizacyjnych. Często metoda ta znajduje zastosowanie w procesie projektowania nowych oraz przy przeprojektowywaniu istniejących systemów czy urządzeń. W literaturze można znaleźć sporą liczbę metod dopasowania, zarówno opisujących autorskie algorytmy, jak i powszechnie znane i stosowane algorytmy, zawarte m.in. w oprogramowaniu komercyjnym (tj. Matlab czy Scilab). Wśród powszechnie stosowanych metod najpopularniejsze są metody oparte na genetyce i strategiach

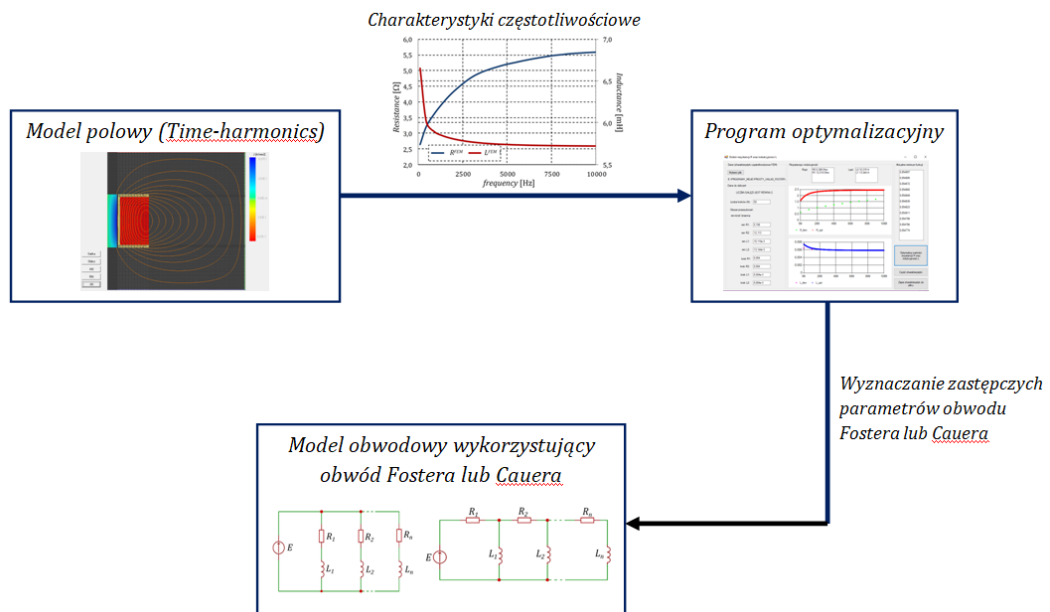
ewolucyjnych, potocznie określane, jako algorytmy genetyczne (z ang. *Genetic Algorithm*, GA) [7,72]. Równoległe z GA rozwijane są również inne techniki optymalizacyjne bazujące na behawioryzmie - zachowaniu różnych gatunków zwierząt czy owadów, np. algorytm szarych wilków (z ang. *Grey Wolf Optimization* GWO) [62,69,74], algorytm nietoperzy (z ang. *Bat Algorithm*, BA) [49,73], metoda kukułki [70,160]; czy metoda roju cząstek (z ang. *Particle Swarm Optimization*, PSO) [8,71]. Większość wymienionych wyżej metod stosuje się przy rozwiązywaniu zadań z niewielką liczbą zmiennych decyzyjnych, zwykle nieprzekraczającą 3 do 5 zmiennych. Jednak w przypadku bardziej złożonych zadań, których celem jest poszukiwanie ekstremum nie tylko funkcji multimodalnej, ale także funkcji wielu zmiennych, najczęściej stosowanym podejściem jest połączenie elementów strategii ewolucji (ES) z algorytmem genetycznym (GA) [27,154]. W związku z uniwersalnością tego ostatniego, to właśnie algorytm genetyczny z elementami strategii Autorka wykorzystwała w swoich badaniach. Zanim jednak zostanie omówiony opracowany algorytm optymalizacyjny łączący GA z ES (GAES), omówiony zostanie algorytm wyznaczania parametrów obwodu Fostera i/lub Cauera metodą dopasowania. Opracowany algorytm przedstawiono na rysunku 5.3.2. Algorytm ten można podzielić na trzy bloki. W bloku pierwszym wyznaczane są charakterystyki częstotliwościowe indukcyjności i rezystancji badanego obiektu. W celu określenia tych charakterystyk najczęściej stosuje się zredukowane modele polowe. Drugi blok związany jest z oprogramowaniem optymalizacyjnym. W tym bloku dąży się do wyznaczenia optymalnych wartości parametrów obwodu Fostera lub Cauera na podstawie charakterystyk uzyskanych na wcześniejszym etapie. W bloku trzecim realizuje się natomiast obliczenia związane z analizą stanów pracy testowanego układu na podstawie modelu obwodowego uformowanego na podstawie obwodów równoważnych.

Najważniejszym blokiem algorytmu z rys. 5.3.2, w opinii Autorki, jest blok drugi, w którym zaimplementowała ona autorskie oprogramowanie optymalizacyjne. Przystępując do poszukiwania wartości parametrów obwodów równoważnych, w pierwszej kolejności sformułowała ona odpowiednią funkcję celu oraz określiła charakterystyki impedancji układu w funkcji częstotliwości źródła zasilania korzystając z autorskiego modelu polowego (blok pierwszy algorytmu z rys. 5.3.2), tj. wyznaczono charakterystykę  $Z^{FEM}$  badanego układu w funkcji pulsacji  $\omega$ , gdzie  $\omega = 2\pi f$ . Następnie, w bloku drugim, zawierającym program optymalizacyjny GAES, dla każdego

z otrzymanych osobników, na podstawie otrzymanych wartości parametrów odpowiednio obwodu Fostera lub Cauera, określono wypadkową charakterystykę impedancji obwodu równoważnego  $Z^{opt}$  (drugi blok algorytmu z rys. 5.3.2). Na podstawie określonych zależności impedancji  $Z^{FEM}$  oraz  $Z^{opt}$  wyznaczono ekstremum funkcjonału. W dostępnej literaturze funkcjonał ten określony jest najczęściej zależnością 5.3.1, która reprezentuje różnicę pomiędzy wspomnianymi impedancjami  $Z^{opt}$  oraz  $Z^{FEM}$  [133,134].

$$f(\mathbf{R}, \mathbf{L}) = \sqrt{\sum_i^M |Z^{FEM}(\omega_i) - Z^{opt}(\omega_i, \mathbf{R}, \mathbf{L})|^2} \rightarrow \min, \quad (5.3.1)$$

gdzie:  $\mathbf{R}$  ( $\mathbf{R} = [R_1, R_2, \dots, R_n]$ ) and  $\mathbf{L}$  ( $\mathbf{L} = [L_1, L_2, \dots, L_n]$ ) są odpowiednio jednokolumnowymi macierzami reprezentującymi wartości rezystancji i indukcyjności gałęzi obwodu równoważnego Fostera lub Cauera, przy czym:  $R_n, L_n \geq 0$ .



Rys. 5.3.2. Algorytm formułowania obwodów zastępczych Fostera lub Cauera na podstawie metody dopasowania

W początkowej fazie badań Autorka również przyjęła funkcjonał dany zależnością (5.3.1). Liczne, przeprowadzone testy wykazały jednak, że charakterystyka impedancji w funkcji częstotliwości dla wyznaczanych parametrów obwodu równoważnych nie odpowiada w pełni rzeczywistym charakterystykom badanych układów. Znaczące odstępstwa pojawiały się szczególnie w zakresie niskich częstotliwości. Z tego też względu podjęto poszukiwania takiej formuły opisującej

funkcję celu, która umożliwiłaby wyznaczenie parametrów obwodu zastępczego i zapewniłaby jak najlepsze odwzorowanie impedancji badanego układu w szerokim zakresie częstotliwościowym źródła zasilania. Na podstawie licznych testów numerycznych oraz uzyskanych wyników, Autorka sformułowała własną funkcję celu wyrażoną poniższą zależnością:

$$f(\mathbf{R}, \mathbf{L}) = \left( \sum_i^M \left| \frac{re(\underline{Z}^{FEM}(\omega_i) - \underline{Z}^{opt}(\omega_i, \mathbf{R}, \mathbf{L}))}{re(\underline{Z}^{FEM}(\omega_i))} + \frac{im(\underline{Z}^{FEM}(\omega_i) - \underline{Z}^{opt}(\omega_i, \mathbf{R}, \mathbf{L}))}{im(\underline{Z}^{FEM}(\omega_i))} \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow min. \quad (5.3.2)$$

Poszukując ekstremum funkcji (5.3.2), zaproponowano trójpoziomowy algorytm optymalizacyjny łączący strategię ewolucji z algorytmem genetycznym, który zaimplementowano w autorskim oprogramowaniu [154]. W opracowanym algorytmie poza elementami łączącymi strategię ewolucji gatunku z operatorami GA, wdrożono również autorską procedurę umożliwiającą stopniowe zawężanie obszaru poszukiwań. Na rysunku 5.3.3 przedstawiono schemat blokowy wykorzystanej w pracy strategii optymalizacyjnej, w którym wyodrębniono trzy poziomy obliczeń. Najniższy poziom strategii (poziom III) obejmuje klasyczne operatory GA, tj. krzyżowanie, selekcja tunelowa, mutacja, a także zaproponowany przez Autorkę operator nazwany „*dopływem świeżej krwi*”. Implementacja tego operatora w programie jest bardzo prosta i polega na wprowadzeniu do tworzonej  $i$ -tej populacji nowo wylosowanych osobników. Udział tego operatora w procesie optymalizacji można zauważyć szczególnie w końcowej fazie obliczeń to jest wówczas, gdy większość osobników posiada te same geny, a wartość funkcji celu znajduje się jeszcze daleko od wartości poszukiwanego globalnego ekstremum. Dzięki wprowadzeniu tego operatora do algorytmu można w łatwy sposób „*wyprowadzić*” osobniki z ekstremum lokalnego, w którym klasyczny algorytm GA mógłby już utknąć.

Obliczenia z wykorzystaniem wyżej wymienionych 4 operatorów wykonuje się równolegle. Uzyskane w każdej operacji najlepsze osobniki tworzą nową  $i$ -tą populację. Przy tworzeniu  $i$ -tej populacji uwzględnia się również osobniki z  $(i-1)$  populacji. Liczba osobników z danej operacji oraz populacji wcześniejszej uzależniona jest od wartości wag przyjętych w strategii.

Proces obliczeń na poziomie III kończy się po osiągnięciu przyjętej liczby pętli  $N^i$ . Następnie, na poziomie II, następuje wpisanie do tablicy  $BI_j$  informacji o najlepszym osobniku uzyskanym z obliczeń. W przypadku, gdy liczba iteracji  $N^i$  na poziomie II nie została osiągnięta, wówczas ponownie przystępuje się do wygenerowania nowej populacji startowej i powtórzenia obliczeń z poziomu III. Ostatni etap (poziom I) proponowanej strategii obejmuje zmianę przedziałów zmiennych decyzyjnych  $S_n$  (obszaru poszukiwań), gdzie  $S_n \in \langle S_{n,min}, S_{n,max} \rangle$ . W omawianym algorytmie zmiana ta dotyczy zawężenia obszaru poszukiwań w obrębie aktualnie najlepszego osobnika  $X_n^{opt}$ . W pracy zakres  $S_n$  w  $k$ -tej iteracji zmieniano zgodnie z poniższą formułą:

$$\begin{aligned} (S_n)^{k+1} &\in \langle S_{n,min}^{k+1}, S_{n,max}^{k+1} \rangle \\ &= \langle (X_n^{opt})^k - r^{-k}(S_{n,max} - S_{n,min}), (X_n^{opt})^k \\ &\quad + r^{-k}(S_{n,max} - S_{n,min}) \rangle \cap R_+. \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

gdzie: symbol  $(S_n)^{k+1}$  reprezentuje zakres (przedział) zmiennych decyzyjnych w  $(k+1)$  iteracji,  $(X_n^{opt})^{k-1}$  jest wektorem zmiennych decyzyjnych dla najlepszego osobnika z  $k$ -tej iteracji,  $S_{n,min}$  i  $S_{n,max}$  reprezentują odpowiednio dolne oraz górne początkowe wartości zmiennych decyzyjnych w  $(k+1)$  iteracji. Symbol  $r$  opisuje natomiast współczynniki szybkości zawężania obszaru  $S_n$ , przy czym  $r \in (1, 2)$ . Proces optymalizacyjny kończy się po osiągnięciu zadanej liczby iteracji  $N^k$  na poziomie I.

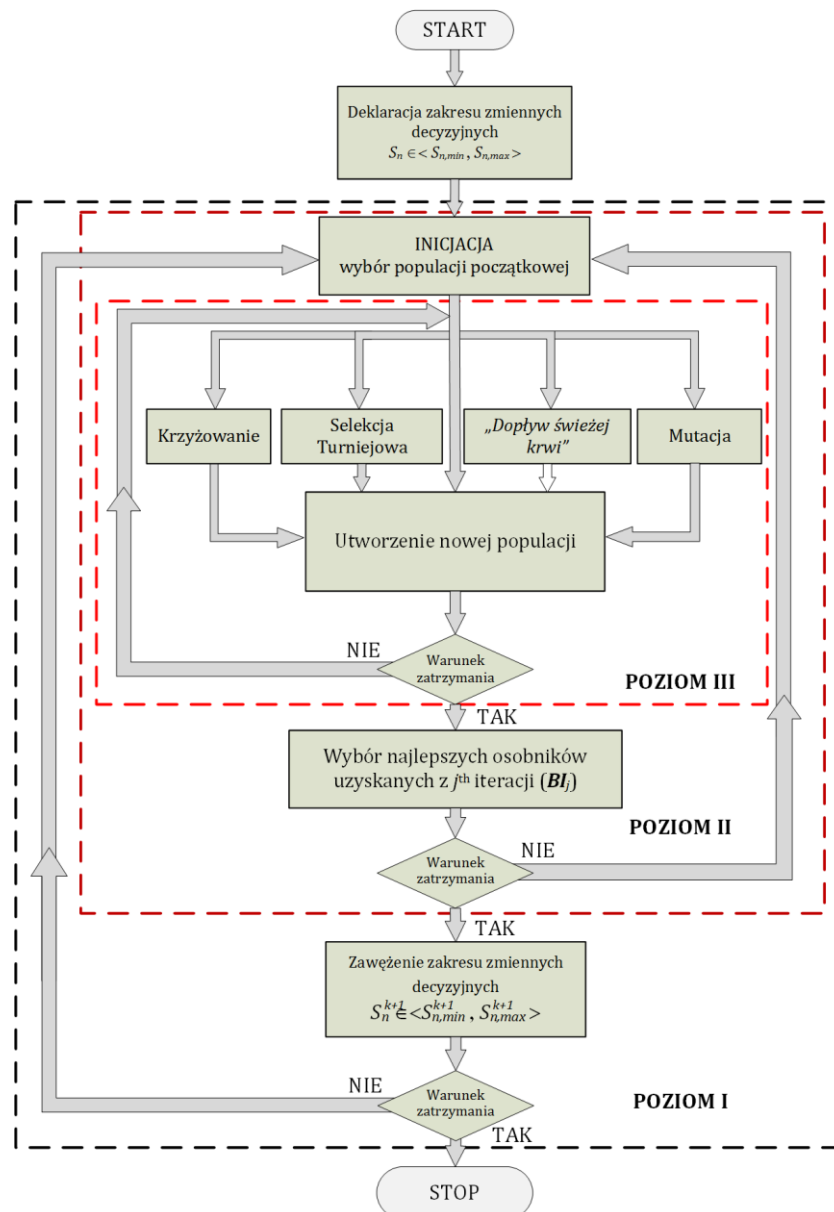
W celu lepszego zrozumienia oraz zilustrowania proponowanego podejścia zawężania przestrzeni  $S_n$ , Autorka pracy na poniżej zamieszczonych rysunkach 5.3.4.a-f przedstawiła wizualnie wyjaśnienie sposobu definiowania kolejnych przestrzeni  $(S_n)^{k+1}$ . Omawianą metodę przedstawiła na prostym przykładzie umiejscowionym w przestrzeni  $n = 2$  przy poszukiwaniu minimum funkcji celu określonej formułą:

$$f(X_1, X_2) = (X_1 - a)^2 + (X_2 - b)^2. \quad (5.3.4)$$

Na początku należy wybrać przestrzeń startową zmiennych decyzyjnych  $(S_n)$ . Dla przypadku rozpatrywanego w pracy zarówno zakres jak i zasięg jest nieznan, dlatego w początkowej fazie obliczeń przyjęto go jako obszar opisany za pomocą dwóch parametrów: (a) pierwszego opisującego przestrzeń od „dołu”  $S_{n,min} \in \{a_{min}, b_{min}\}$  i (b) drugiego opisującego przestrzeń od „góry”  $S_{n,max} \in \{a_{max}, b_{max}\}$ . Następnie

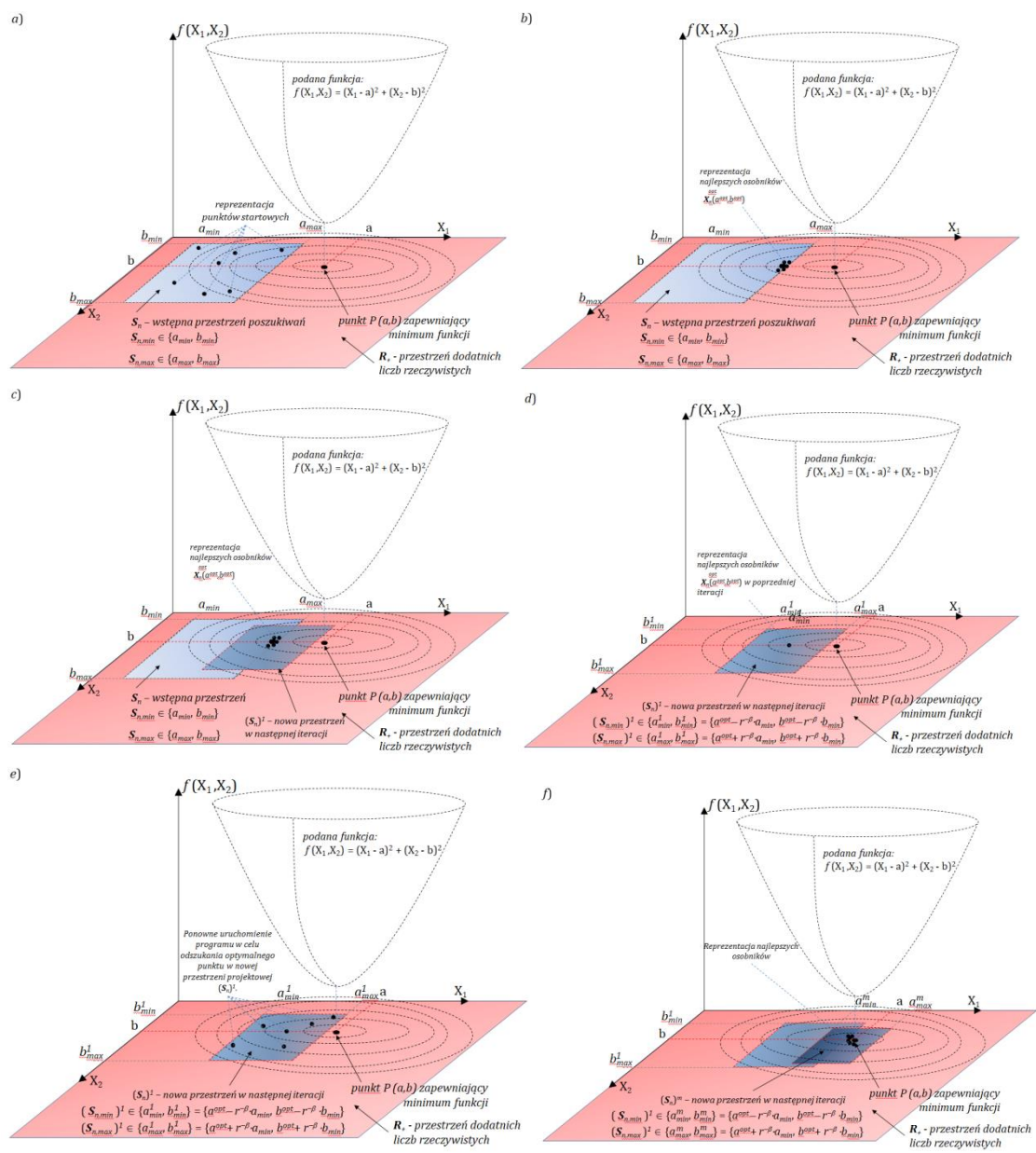


tworzone są początkowe osobniki metodą ruletki. Opisany krok został zilustrowany na rysunku 5.3.4.a. W kroku 2 następuje optymalizacja. Na rysunku 5.3.4.b zobrazowano osobniki w pobliżu minimalnego punktu  $X_{opt}$  dla założonej początkowej powierzchni  $S_n$ , a na rysunku 5.3.4.c i 5.3.4.d przedstawiono sposób wyboru nowego (kolejnego) obszaru poszukiwań zmiennych decyzyjnych ( $S_n$ )<sup>1</sup>. Następnie wykonywany jest ponowny start programu optymalizacyjnego i poszukiwanie nowych osobników spełniających funkcje celu dla nowego obszaru poszukiwań (rys. 5.3.4.e). Sekwencje od (a) do (e) są powtarzane wielokrotnie, aż algorytm nie odnajdzie ekstremum funkcji celu (rys. 5.3.4.f). Przed każdym ponownym startem programu obszar poszukiwań jest zawężany i relokowany.



Rys. 5.3.3. Schemat blokowy strategii optymalizacyjnej

Ze względu na dużą liczbę zmiennych decyzyjnych oraz bardzo duży obszar poszukiwań zmiennych, klasyczne podejście optymalizacyjne bazujące na algorytmach genetycznych nie przynosiło zadowalających rezultatów. Dlatego Autorka pracy zdecydowała się na wprowadzenie autorskich modyfikacji, które przedstawiła powyżej. Zaproponowane w pracy podejście zostało wielokrotnie przebadane i przetestowane na dużej liczbie przykładów. Autorka uważa, że opracowany i wdrożony przez nią algorytm umożliwia poszukiwanie funkcji celu wielu zmiennych decyzyjnych w szerokim zakresie przestrzeni zmiennych oraz pozwala uzyskać lepsze wyniki niż zastosowanie klasycznych GA.



Rys. 5.3.4.a-f. Wizualne przedstawienie sposobu zawężania przestrzeni  $S_n$

Proces optymalizacyjny zwykle jest zadaniem trudnym, ze względu na złożony aparat matematyczny i wybór odpowiedniej metody, a także czasochłonnym. Dlatego wielu projektantów zajmujących się projektowaniem urządzeń rezygnuje z wdrażania własnych algorytmów i pisania autorskich programów na rzecz wykorzystywania programów komercyjnych. Coraz więcej ogólnodostępnych programów udostępnia moduły zawierające m.in. bardziej lub mniej zaawansowane metody dopasowania. W dalszej części rozprawy przedstawiono wybrane oprogramowania komercyjne udostępniające gotowe biblioteki umożliwiające, na podstawie danych wejściowych, wyznaczenie parametrów odpowiadających danej charakterystyce. Jednym z wspomnianych programów komercyjnych jest oprogramowanie Matlab udostępniane przez MathWorks.

W oprogramowaniu Matlab biblioteką odpowiadającą za metody dopasowań (FM) parametrycznych jest *Curve Fitting Toolbox*<sup>TM</sup>. Biblioteka ta obejmuje procedury znajdowania współczynników/parametrów dla jednego lub większej liczby modeli i zapewnia dopasowywanie krzywych oraz powierzchni dla użytych danych. Zestaw narzędzi umożliwia przeprowadzenie eksploracyjnej analizy danych, danych przed- i po-procesowych, jak również porównywanie różnych modeli. Użytkownik ma możliwość wyboru metody FM. Wśród zaimplementowanych do oprogramowania metod można wyróżnić dopasowanie do krzywej i powierzchni metodami wielomianowymi, interpolacją liniową lub sześcienną, wygładzenie spline (krzywą sklejaną), jak również regresję liniową. Dopasowanie jest wykonywane na podstawie np. rozkładu Weibulla, szeregu Fouriera czy też modeli Gaussa. Zestawienie wybranych metod/typów oraz ustawień metod dopasowania zestawiono w Tabeli 5.3.1 [103,176].

Tabela 5.3.1. Zestawienie wybranych metod dopasowań w oprogramowaniu Matlab [176]

Grupa metod	Kategoria metod	Krzywe	Powierzchnie
Regression Models	Polynomial	Tak (do stopnia 9)	Tak (do stopnia 5)
	Exponential	Tak	Nie
	Fourier	Tak	Nie
	Gaussian	Tak	Nie
	Power	Tak	Nie
	Rational	Tak	Nie
Interpolation	Interpolant	Tak dla metod: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Linear</li> <li>• Cubic</li> <li>• Nearest neighbor</li> <li>• Shape-preserving</li> </ul>	Tak, dla metod: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Linear</li> <li>• Cubic</li> <li>• Nearest neighbor</li> <li>• Biharmonic</li> <li>• Thin-plate spline</li> </ul>
Smoothing	Smoothing Spline	Tak	Nie
	Lowess	Nie	Tak
Custom	Custom Equation	Tak	Tak
	Custom Linear Fitting	Tak	Nie

Praktycznie wszystkie metody dopasowań udostępnione przez MathWorks mają możliwość konfiguracji opcji dopasowania, z wyjątkiem *Interpolant* i *Smoothing Spline*. Opcje te dotyczą zarówno dopasowania liniowego, nieliniowego, jak również nieparametrycznego. W etapie końcowym, czyli po zakończeniu dopasowania można zastosować metody przetwarzania końcowego do kreślenia, interpolacji i ekstrapolacji [103]. Oprócz biblioteki *Curve Fitting Toolbox*, można również skorzystać z biblioteki *Statistics* i *Machine Learning Toolbox* umożliwiające dopasowywanie danych  $N$ -wymiarowych, czy też z algorytmów uczenia maszynowego (ang. *Machine learning*) do dopasowania opartego na danych [177].

W oprogramowaniu Matlab można również wykorzystać inne metody dopasowania tj.: asymptotyczne przybliżenie Bode'a (z ang. *Bode's Asymptotic Approximation*), metodę Levy'ego (z ang. *Lavy method*), iteracyjne ponowne ważenie metodą najmniejszych kwadratów (z ang. *Iteratively Reweighted East Squares*), metodę Sanathanana-Koerner (z ang. *Sanathanan-Koerner method*), metodę Nody (z ang. *Noda method*), dopasowanie wektorowe (ang. *Vector Fitting*), metodę Levenberga-Marquardta (z ang. *Levenberg-Marquardt method*), jak również metodę Gaussa-Newtona (z ang. *Gauss-Newton method*). Wszystkie te metody zostały szczegółowo opisane w książce „*Rational Fitting Techniques for the Modeling of Electric Power Components and Systems Using MATLAB Environment*” pod redakcją E. S. Banuelos-Cabral [5]. Oprócz opisu metod są tam również podane przykłady przybliżania parametrów linii przesyłowej zależne od wartości częstotliwości. Podane są również wady i zalety każdej z ww. metod [5].

Innym programem powszechnie dostępnym dla projektantów jest program Scilab. W oprogramowaniu tym nie ma typowej biblioteki dedykowanej metodzie dopasowania, ale użytkownik może skorzystać z dużej liczby ogólnodostępnych materiałów i przykładów umożliwiających wykorzystanie gotowych części kodu do tego właśnie celu [186].

Metody dopasowania bardzo często znajdują zastosowanie w projektowaniu urządzeń i systemów. Niestety, ze względu na złożony proces często są dosyć czasochłonne – szczególnie, jeśli wyznaczana jest duża liczba zmiennych bazująca na wielowymiarowej przestrzeni tych zmiennych. Ze względu na istniejące niedogodności stosowania *Method Fitting'u* w wyznaczaniu parametrów obwodów Fostera i Cauera równolegle rozwijane są inne „szybsze” metody.

### 5.3.2. Metoda redukcji modelu - Bezpośredni rozkład ortogonalny - Proper Orthogonal Decomposition

Metoda bezpośredniego rozkładu ortogonalnego zaliczana jest do metod redukcji modeli (MOR). POD, czyli *Proper Orthogonal Decomposition*, jest metodą bazującą na dekompozycji równań wyższego rzędu ( $N \times N$ ) opisujących układ do równań niższego rzędu ( $n \times n$ ) np. za pomocą wektorów własnych oraz wartości osobliwych (ang. *Singular Value Decomposition* - SVD) [54,129]. Metoda POD została zaproponowana przez K. Pearsona już w 1901 roku [116] i jest ona wykorzystywana oraz modyfikowana także współcześnie. W początkowej fazie była ona wykorzystywana w analizie dynamiki płynów w celu zastąpienia równań Naviera-Stokesa prostszymi do rozwiązania modelami. W kolejnych latach metoda POD była modyfikowana i wykorzystywana w innych dziedzinach nauki. Metoda ta zapewnia optymalnie uporządkowaną, ortogonalną bazę w sensie najmniejszych kwadratur dla danego zestawu danych teoretycznych, eksperymentalnych lub obliczeniowych [129]. Modele o zredukowanym rzędzie lub inaczej modele zastępcze są uzyskiwane poprzez ograniczenie optymalnej bazy danych. Najbardziej znaną i bardzo często stosowaną dekompozycją POD jest metoda „migawek” Sirowicha (z ang. *snapshots method*) [129,137], w której zestawem danych są „migawki” zawierające rozkład przestrzenny pochodzący z symulacji numerycznej: (a) w określonych chwilach czasowych (podejście realizowane w dziedzinie czasu) lub (b) dla wybranych wartości częstotliwości (podejście realizowane w dziedzinie częstotliwości). „Migawki” powinny odzwierciedlać dynamikę badanego systemu. POD w połączeniu z projekcją Galerkin (z ang. *Galerkin projection*) [78,129] zapewnia budowanie modeli zastępczych dla wielowymiarowych, a nawet nieskończenie wymiarowych układów dynamicznych.

Metodę POD można również zastosować w elektrotechnice, np. przy analizie układów z polem wyższych częstotliwości [84,127,133,134]. Poniżej przedstawiono sposób implementacji metody POD w analizie układów z polem elektromagnetycznym.

Stosując POD należy najpierw uformować układ równań MES opisujący obiekt [84]. W pracy układ ten zapisano w postaci ogólnej (5.3.5.a) i uzupełniono o równanie opisujące odpowiedź badanego układu (5.3.5.b):

$$(K + j\omega N)\underline{x} = \underline{bU}, \quad (5.3.5.a)$$

$$\underline{l} = \underline{l}^T \underline{x}, \quad (5.3.5.b)$$

gdzie:  $\underline{b}$  i  $\underline{l}$  są wektorami jednostkowymi [128],  $\underline{U}$  jest wektorem opisującym zespolone wartości napięć na wejściu lub wyjściu układu,  $\underline{K}$  i  $\underline{N}$  są macierzami współczynników reprezentujących odpowiednio rzeczywiste i urojone składniki równań MES, podczas gdy  $\underline{x}$  jest wektorem reprezentującym poszukiwane zespolone wartości prądów oraz strumieni magnetycznych; a  $\underline{l}$  jest wektorem reprezentującym odpowiedź układu.

Punktem wyjścia w metodzie POD jest zastosowanie metody redukcji opartej na metodzie „migawek”. W związku z tym układ równań (5.3.5.a) rozwiązuje się  $n$  – razy dla różnych (wybranych) wartości częstotliwości źródła zasilania  $f$  (podejście w dziedzinie częstotliwości), a następnie konstruuje się macierz danych  $\underline{X}$ , zawierającą  $n$  wyników obliczeń  $\underline{x}_i$  dla tzw. pojedynczych „migawek” [127], tj.:

$$\underline{X} = re[\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n]. \quad (5.3.6)$$

W kolejnym etapie otrzymaną macierz  $\underline{X}$ , korzystając z dekompozycję *SVD*, rozkłada się na macierze ortogonalne  $\underline{W}$  i  $\underline{U}$  zawierające wektory własne oraz macierz diagonalną  $\underline{\Sigma}$  zawierającą wartości osobliwe (5.3.7):

$$\underline{X} = \underline{W}\underline{\Sigma}\underline{U}^T = \sigma_1\omega_1\underline{u}_1^T + \sigma_2\omega_2\underline{u}_2^T + \dots + \sigma_n\omega_n\underline{u}_n^T, \quad (5.3.7)$$

gdzie:  $\underline{W} \in \mathbf{R}^{N \times n}$ ,  $\underline{U} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $\underline{\Sigma} = diag[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ .

Ponieważ macierz  $\underline{W}$  składa się z wektorów własnych iloczynu macierzy  $\underline{X}\underline{X}^T \in \mathbf{R}^{N \times N}$  oraz odpowiada liniowej kombinacji tych wektorów, z powodzeniem może posłużyć do skalowania wartości wektora  $\underline{x}$  z  $N$ –wymiarowej przestrzeni do wektora  $\underline{x}_r$  przestrzeni o wymiarze  $n$ , tj.  $\underline{x} = \underline{W}\underline{x}_r$ . Korzystając zatem z własności macierzy  $\underline{W}$  otrzymuje się zredukowany układem równań o postaci (5.3.8):

$$\underline{W}^T \underline{K} \underline{W} \underline{x}_r + j\omega \underline{W}^T \underline{N} \underline{W} \underline{x}_r = \underline{W}^T \underline{b} \underline{U}, \quad (5.3.8.a)$$

$$\underline{l} = \underline{l}^T \underline{W} \underline{x}_r. \quad (5.3.8.b)$$

Metoda POD korzysta z funkcji opisującej transmitancję systemu, która w tym przypadku reprezentuje admitancję  $Y = \underline{l}/\underline{U}$ . Wówczas korzystając z zależności (5.3.7) oraz (5.3.8), admitancję systemu można określić wzorem (5.3.9):

$$Y = \underline{l}_r^T (\underline{K}_r + j\omega \underline{N}_r)^{-1} \underline{b}_r = \underline{l}_r^T (1 + j\omega \underline{A}_r)^{-1} \underline{r}_r, \quad (5.3.9)$$

gdzie:  $\mathbf{l}_r^T = \mathbf{l}^T \mathbf{W}$ ,  $\mathbf{K}_r = \mathbf{W}^T \mathbf{K} \mathbf{W}$ ,  $\mathbf{N}_r = \mathbf{W}^T \mathbf{N} \mathbf{W}$ ,  $\mathbf{b}_r = \mathbf{W}^T \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{A}_r = \mathbf{K}_r^{-1} \mathbf{N}_r$  oraz  $\mathbf{r}_r = \mathbf{K}_r^{-1} \mathbf{b}_r$ ; podczas, gdy  $\mathbb{1}$  jest macierzą jednostkową.

Następnie, po zastosowaniu dekompozycji spektralnej [18] względem macierzy  $\mathbf{A}_r$  otrzymuje się:

$$Y = \mathbf{l}_r^T (\mathbb{1} + j\omega \mathbf{S}_r \mathbf{A}_r \mathbf{S}_r^{-1})^{-1} \mathbf{r}_r = \mathbf{f}_r^T (\mathbb{1} + j\omega \mathbf{\Lambda}_r)^{-1} \mathbf{g}_r, \quad (5.3.10)$$

gdzie: macierze  $\mathbf{S}_r$  oraz  $\mathbf{\Lambda}_r$  reprezentują odpowiednio macierz wektorów własnych oraz wartości własnych macierzy  $\mathbf{A}_r$ , podczas gdy  $\mathbf{f}_r = \mathbf{S}_r^T \mathbf{l}_r$ , a  $\mathbf{g}_r = \mathbf{S}_r^{-1} \mathbf{r}_r$ .

Ostatecznie zależność opisującą admitancję układu można zapisać w postaci wymiernego przybliżenia wielomianowego (5.3.11) [133]:

$$Y = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\frac{1}{f_{rk} g_{rk}} + j\omega \frac{\lambda_{rk}}{f_{rk} g_{rk}}}. \quad (5.3.11)$$

Część rzeczywista i urojona mianownika w wzorze powyżej odpowiada odpowiednio elementom  $R_k$  i  $L_k$  obwodu Fostera. Ponadto, w metodzie POD numer stopnia liczby gałęzi obwodu Fostera odpowiada liczbie  $n$ , dlatego admitancję obwodu Fostera można zapisać w postaci (5.3.12) [134]:

$$Y(j\omega) \approx \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k + j\omega L_k}. \quad (5.3.12)$$

W przedstawionej metodzie, podczas obliczeń numerycznych,  $R_k$  i  $L_k$  mogą zostać wyznaczone ze znakiem ujemnym, co nie jest możliwe w rzeczywistym układzie. W takim przypadku należy przyjąć wartość bezwzględną uzyskanego elementu, aby spełnić warunek pasywności, w którym  $L_k$  oraz  $R_k > 0$  [133]. Powyższy problem występuje najczęściej w wyższych elementach obwodu (większa liczba gałęzi obwodu zastępczego) ze względu na błędy numeryczne, a wprowadzenie zmiany znaku ma niewielki wpływ na odpowiedź systemu. Zjawisko to było opisywane w wielu pracach dotyczących dopasowania wektorowego, które jest szeroko stosowane do syntezy funkcji wymiernej z danych eksperymentalnych lub numerycznych [51,117].

Przedstawiony powyżej algorytm POD umożliwia bezpośrednią transformację równań MES do zależności opisującej admitancję  $Y(j\omega)$  oraz poszczególne wartości

gałęzi obwodu Fostera. W celu uzyskania parametrów obwodu Cauera należy przeprowadzić jeszcze jedną transformację względem (5.3.12) wykorzystując Algorytm Euklidesa (AE) [128]. W celu dokonania tej transformacji, w pierwszej kolejności należy admitancję  $Y(j\omega)$  przenieść do przestrzeni Laplace'a, tj.  $Y(j\omega) \rightarrow Y(s)$ , by następnie przekształcić do postaci funkcji wymiernej (5.3.13), w której licznik i mianownik są wielomianami postaci  $P(s)$  i  $Q(s)$  odpowiednio rzędu  $n-1$  i  $n$ .

$$Y(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{c_0 + c_1s + \dots + c_{q-1}s^{n-1}}{d_0 + d_1s + \dots + d_qs^n}, \quad (5.3.13)$$

gdzie:  $c_0, c_1 \dots c_{n-1}$  oraz  $d_0, d_1 \dots d_n$  stanowią odpowiednio współczynnikami wielomianów  $P(s)$  i  $Q(s)$ .

Otrzymaną w ten sposób relację (5.3.13) przekształca się do (5.3.14) uzyskując zależność opisującą impedancję  $Z_c(s)$  obwodu Cauera, tj.:

$$Z_c(s) = \frac{1}{Y(s)} = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{d_0 + d_1s + \dots + d_qs^n}{c_0 + c_1s + \dots + c_{q-1}s^{n-1}}. \quad (5.3.14)$$

Ostatnim etapem opisywanej transformacji jest operacja dzielenia wielomianu  $Q(s)$  przez  $P(s)$ , w wyniku, której uzyskuje się jedną z zależności opisującą impedancję oraz parametry obwodu Cauera:

(a) rzędu pierwszego, o postaci:

$$Z_c(s) = \frac{1}{Y(s)} = R_1 + \frac{1}{1/s L_1 + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{1/s L_2 + \dots}}}, \quad (5.3.15)$$

oraz (b) rzędu drugiego:

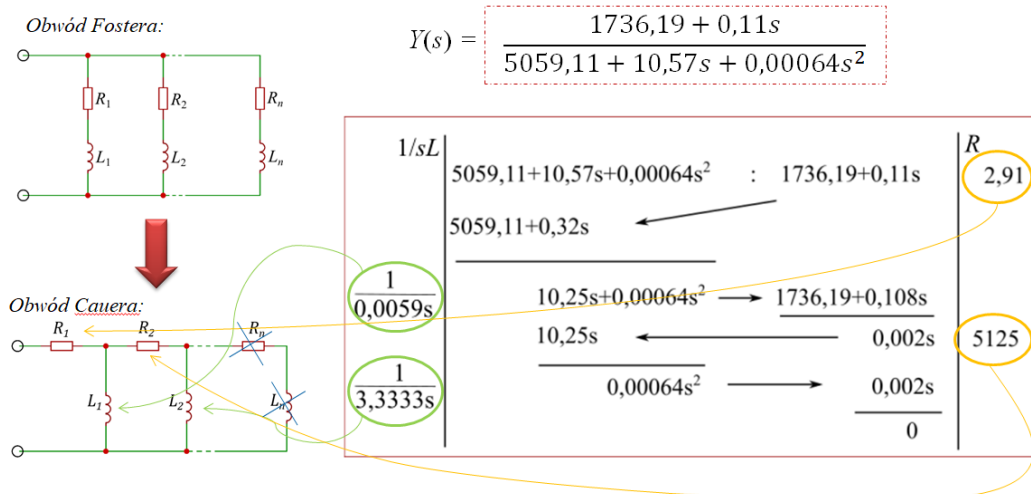
$$Z_c(s) = \frac{1}{Y(s)} = \frac{1}{1/s L_1 + \frac{1}{R_1 + \frac{1}{1/s L_2 + \dots}}}. \quad (5.3.16)$$

Poniżej, na rysunku 5.3.5 zilustrowano sposób wyznaczania wartości parametrów obwodu Cauera I rzędu na podstawie funkcji  $Y(s)$  z wykorzystaniem Algorytmu



Euklidesa. Przykład, realizowano dla obwodu o liczbie gałęzi 2 i funkcji danej

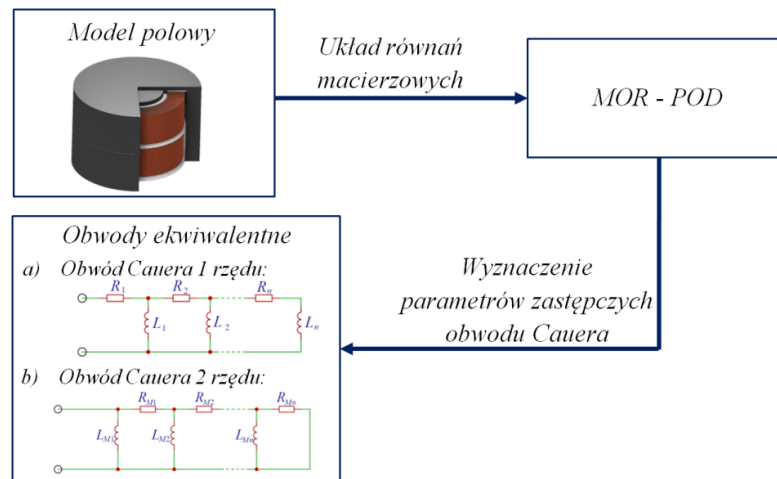
$$\text{zależnością } Y(s) = \frac{1736,19+0,11s}{5059,11+10,57s+0,00064s^2}$$



Rys. 5.3.5. Przykład dzielenia wielomianów dla liczby gałęzi  $n = 2$

Powyższe równanie umożliwia obliczenie wartości poszczególnych parametrów obwodów Cauera.

Algorytm postępowania został przedstawiony na rysunku 5.3.6.



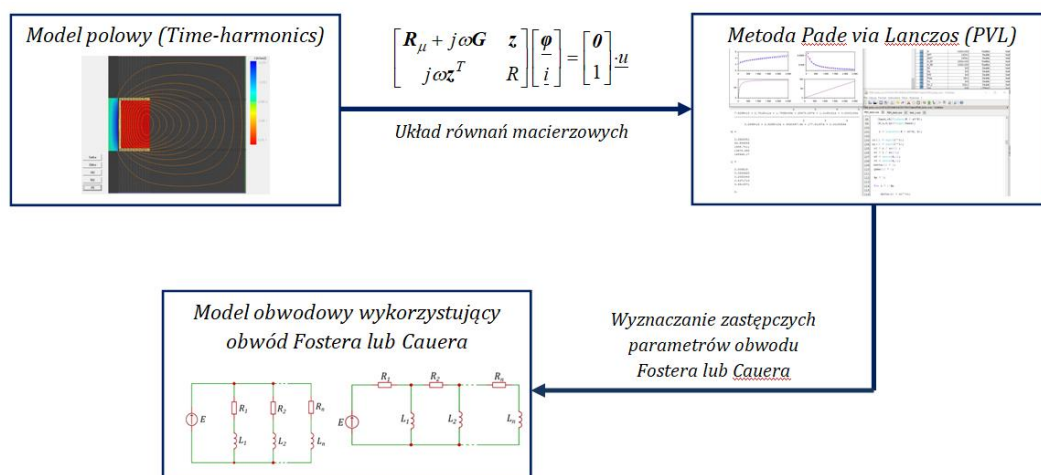
Rys. 5.3.6. Algorytm formułowania obwodów zastępczych Fostera lub Cauera na podstawie metody POD

Tak samo jak w przypadku formułowania modelu ekwiwalentnego na podstawie metody dopasowania, również w przypadku metody POD algorytm dzieli się na trzy bloki. W pierwszym etapie formułowany jest model polowy, z którego uzyskuje się układ równań MES. Kolejny blok algorytmu dotyczy metody wyznaczania parametrów

obwodów Fostera i Cauera za pomocą POD. Ostatnim blokiem jest model obwodowy rozpatrywanego systemu.

### 5.3.3 Metoda Redukcji Modelu - Padé via Lanczos

Na rysunku 5.3.7 przedstawiono algorytm *Workflow* tj. algorytm formułowania modelu ekwiwalentnego wykorzystującego metodę MOR–PVL. Składa się on z trzech głównych bloków. W pierwszym etapie należy wyznaczyć układ równań macierzowych uzyskany na podstawie modelu polowego. Następnie w bloku drugim zostają wyznaczane parametry obwodu Fostera i/lub Cauera na podstawie PVL. W ostatnim etapie zastosowany zostaje model obwodowy, gdzie istnieje możliwość analizy stanów pracy wybranego układu [87].



Rys. 5.3.7 Algorytm formułowania obwodów zastępczych Fostera lub Cauera na podstawie metody MOR

Poniżej omówiono sposób wyznaczania parametrów obwodów równoważnych metodą PVL, zaimplementowany w bloku drugim algorytmu z rysunku 5.3.7.

Punktem wyjścia do PVL jest układ równań MES, który można zapisać w postaci macierzowej (5.3.17.a). Układ ten należy również uzupełnić o równanie reprezentujące odpowiedź układu (5.3.17.b). Podany układ równań (5.3.17) zapisano w postaci ogólnej, niezależnej od rozpatrywanego obiektu, tj.:

$$(\mathbf{K} + j\omega\mathbf{N})\underline{\mathbf{X}} = \mathbf{b}\underline{\mathbf{U}}, \quad (5.3.17.a)$$

$$\underline{\mathbf{I}} = \mathbf{l}^T \underline{\mathbf{X}}, \quad (5.3.17.b)$$

gdzie:  $\mathbf{b}$  i  $\mathbf{l}$  są wektorami jednostkowymi [128],  $\underline{\mathbf{U}}$  jest wektorem zespolonym opisującym wartości napięć na wejściu lub wyjściu układu,  $\mathbf{K}$  i  $\mathbf{N}$  są macierzami

współczynników reprezentujących odpowiednio rzeczywiste i urojone składniki równań MES, podczas gdy  $\underline{X}$  jest zespolonym wektorem reprezentującym poszukiwane wartości strumieni magnetycznych czy prądów, a  $\underline{I}$  wektorem reprezentującym odpowiedź układu.

W wyniku transformacji Laplace'a układ równań (5.3.17) sprowadza się do postaci operatorowej Laplace'a o postaci:

$$(\mathbf{K} + s\mathbf{N})\mathbf{X}(s) = \mathbf{b}\mathbf{U}(s), \quad (5.3.18.a)$$

$$\mathbf{I}(s) = \mathbf{l}^T \mathbf{X}(s), \quad (5.3.18.b)$$

tj. równań, na podstawie których formułuje się funkcję  $H(s)$  (tj. transmitancję układu) nazywaną powszechnie odpowiedzią częstotliwościową badanego obwodu:

$$H(s) = \frac{\mathbf{I}(s)}{\mathbf{U}(s)}. \quad (5.3.19)$$

Po uwzględnieniu zależności (5.3.18) w formule (5.3.19) transmitancja przyjmuje postać:

$$H(s) = \mathbf{l}^T (\mathbf{K} + s\mathbf{N})^{-1} \mathbf{b}. \quad (5.3.20)$$

W celu wyznaczenia finalnej postaci funkcji  $H(s)$  najpierw należy zdefiniować punkt ekspansji  $s_0$  (gdzie:  $s_0 = 2\pi f_{max}$ ), tj. punkt określający górną wartość rozpatrywanego przedziału częstotliwości od wartości równej 0 do jej wartości maksymalnej  $f_{max}$ , dla której wyznacza się  $H(s)$ , a także parametr  $\sigma$  wskazujący aktualny obszar poszukiwań, tj.:

$$\sigma = s - s_0. \quad (5.3.21)$$

Uwzględniając zależność (5.3.21) w (5.3.20) funkcja  $H(s)$  przyjmie postać:

$$H(s) = \mathbf{l}^T (\mathbf{1} + \sigma \mathbf{D})^{-1} \mathbf{r}, \quad (5.3.22)$$

gdzie: macierz  $\mathbf{D} = \mathbf{N}/(\mathbf{K} + s_0\mathbf{N})^{-1}$ , a wektor  $\mathbf{r} = (\mathbf{K} + s_0\mathbf{N})^{-1}\mathbf{b}$ .

Następnie, po diagonalizacji macierzy  $\mathbf{D}$ , funkcja  $H(s)$  przyjmie postać (5.3.23). Do diagonalizacji macierzy  $\mathbf{D}$ , Autorka zastosowała algorytm QR zaimplementowany

w programie Scilab [174], tj. algorytm polegający na iteracyjnej dekompozycji macierzy korzystający z algorytmu algebry liniowej LAPACK [52]:

$$H(s) = \mathbf{l}^T \mathbf{S} (\mathbb{1} + \sigma \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{r}, \quad (5.3.23)$$

gdzie:  $\mathbf{D} = \mathbf{S} \mathbf{\Lambda} \mathbf{S}^{-1}$ ,  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$  jest macierzą diagonalną, której elementy przekątnej są wartościami własnymi macierzy  $\mathbf{D}$  o wymiarze  $N \times N$ , a macierz  $\mathbf{S}$  reprezentuje wektory własne  $\mathbf{D}$ .

W związku z tym, że macierz  $\mathbf{D}$  jest macierzą wielowymiarową  $N \times N$ , określenie wszystkich wektorów oraz wartości własnych macierzy  $\mathbf{D}$  jest „bardzo” czasochłonne, szczególnie wówczas, gdy liczba równań stanowi kilkaset tysięcy lub przekracza milion równań MES. Sposobem na skrócenie czasu obliczeń, a także uzyskania odpowiedzi częstotliwościowej układu, jest zastosowanie aproksymacji Padé w połączeniu z algorytmem Lanczosa. Po zastosowaniu aproksymacji Padé funkcję  $H(s_0 + \sigma)$  sprowadza się do postaci:

$$H_q(s_0 + \sigma) = H(s_0 + \sigma) + O(\sigma^{q+1}) = \frac{\mathbf{l}^T \mathbf{r}}{(\mathbb{1} + \sigma \mathbf{e}^T \mathbf{T}_q \mathbf{e})}, \quad (5.3.24)$$

gdzie:  $\mathbf{e} = [1, 0, 0, \dots, 0]^T \in R^q$ .

W proponowanym podejściu macierz  $\mathbf{D}$  będącą rzędu  $N \times N$  transformuje się do tri-diagonalnej macierzy Lanczosa  $\mathbf{T}_q$  o dużo niższym wymiarze  $q \times q$  (gdzie  $q \ll N$ ). W pracy do obliczeń wartości macierzy  $\mathbf{T}_q$  zastosowano zmodyfikowany algorytm Lanczosa zaproponowany przez Y. Sato w [126]. Następnie, w celu diagonalizacji macierzy  $\mathbf{T}_q$  zastosowano algorytm QR. Po jego zastosowaniu, macierz Lanczosa  $\mathbf{T}_q = \mathbf{S}_q \mathbf{\Lambda}_q \mathbf{S}_q^T$ , a funkcja  $H_q(s_0 + \sigma)$  przyjmie postać:

$$H_q(s_0 + \sigma) = \underbrace{\mathbf{l}^T \mathbf{e}^T \mathbf{S}_q}_{\boldsymbol{\mu}^T} (\mathbb{1} + \sigma \mathbf{\Lambda}_q)^{-1} \underbrace{\mathbf{S}_q^{-1} \mathbf{e} \cdot \mathbf{r}}_{\mathbf{v}} = \sum_{j=1}^q \frac{\mu_j \nu_j}{1 + \sigma \lambda_j}. \quad (5.3.25)$$

gdzie:  $\mathbf{\Lambda}_q = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q\}$  zawiera  $q$  – wartości własnych macierzy  $\mathbf{T}_q$  podczas, gdy wartości  $\mu_j$  i  $\nu_j$  są składnikami wektorów  $\boldsymbol{\mu}$  i  $\mathbf{v}$ ; a macierz  $\mathbf{S}_q$  reprezentuje wektory własne macierzy Lanczosa  $\mathbf{T}_q$ .

Uzyskana powyżej funkcja  $H_q(s_0 + \sigma)$  jest funkcją zmiennej  $s$  w przestrzeni Laplace'a. W celu transformacji funkcji (5.3.25) z przestrzeni operatorowej do dziedziny częstotliwości, należy zastosować podstawienie  $s = (s_0 + \sigma) = j\omega$ . Wówczas zależność opisująca transmitancję układu można sprowadzić do następującej postaci:

$$H_q(j\omega) = \sum_{i=1}^q \frac{1}{\frac{1}{\mu_i \nu_i} + j\omega \frac{\lambda_i}{\mu_i \nu_i}} = \sum_{i=1}^q \frac{1}{R_i + j\omega L_i} = Y(j\omega), \quad (5.3.26)$$

w której, poszczególne człony  $\frac{1}{R_i + j\omega L_i}$  stanowią wyrazy opisujące  $i$ -tą gałąź  $q$ -gałęziowego obwodu Fostera I rzędu (rys. 5.2.1), tj. obwodu o strukturze kanonicznej równoległej.

W tym przypadku transmitancja  $H_q(j\omega)$  opisuje admitancję  $Y(j\omega)$  uzyskanego obwodu Fostera.

Przedstawiony powyżej algorytm PVL umożliwia bezpośrednią transformację równań MES do zależności opisującej admitancję  $Y(j\omega)$  oraz zależności opisującej poszczególne gałęzie obwodu Fostera. Podobnie jak miało to miejsce w przypadku metody POD, również w metodzie PVL, w celu uzyskania wartości parametrów obwodu Cauera I czy to II rzędu należy skorzystać z Algorytmu Euklidesa [128].

#### 5.4. PODSUMOWANIE

W niniejszym rozdziale szczegółowo omówiono sposób formułowania modeli układów z polem elektromagnetycznym wykorzystujących zastępcze obwody Fostera i Cauera. Wskazano wady i zalety stosowania omawianych modeli.

W pierwszej części rozdziału opisano obwody równoważne Fostera i Cauera oraz struktury tych obwodów. Następnie omówiono wyznaczanie wartości parametrów obwodów równoważnych na podstawie równań MES opisujących modele polowe. Przedstawiono metody wyznaczania parametrów Fostera i/lub Cauera. Ponadto szczegółowo omówiono metody stosowane przez Autorkę przy wyznaczaniu powyższych parametrów. W dalszych podrozdziałach zostały omówione trzy stosowane przez Autorkę metody, tj.:

- a) metoda dopasowania oparta na metodach optymalizacyjnych,
- b) metoda bezpośredniego rozkładu ortogonalnego (POD) czyli jedna z metod redukcji modelu (MOR), bazująca na dekompozycji równań wyższego rzędu opisujących układ do równań niższego rzędu za pomocą wektorów własnych macierzy i wartościach osobliwych,
- c) Metoda Pade via Lanczos wchodząca w skład MOR, polegająca na redukcji stopnia macierzy wyższego rzędu do stopnia niższego za pomocą wartości i wektorów własnych macierzy współczynników równań MES.

Za największe osiągnięcie przedstawione w niniejszym rozdziale Autorka uważa opracowanie algorytmów i procedur pozwalających na połączenie równań MES w ujęciu wielostopniowym z metodami redukcji rzędu macierzy, a także na opracowanie metod pozwalających na wyznaczanie wartości parametrów zastępczych obwodów Fostera i/lub Cauera bazujących na równaniach MES. Opracowane algorytmy z powodzeniem zaimplementowano w autorskim oprogramowaniu, które posłużyło do modelowania i analizy rozpatrywanych w niniejszej pracy modeli układów z polem elektromagnetycznym.

## WYNIKI OBLICZEŃ WERYFIKUJĄCYCH SKUTECZNOŚĆ OPRACOWANYCH MODELI UKŁADÓW Z POLEM ELEKTROMAGNETYCZNYM

### 6.1. WPROWADZENIE

W niniejszym rozdziale przedstawiono wybrane wyniki obliczeń weryfikujących skuteczność opracowanych przez Autorkę modeli numerycznych układów z polem elektromagnetycznym. Przetestowano modele dla trzech układów, tj.: (a) cewki solenoidalnej z przewodzącym rdzeniem, (b) cewek sprzężonych magnetycznie oraz (c) transformatora impulsowego.

Na przykładzie opracowanego modelu układu złożonego z pojedynczej cewki solenoidalnej z koncentratorem pola Autorka testowała metodę dopasowania i metodę PVL. Modelem referencyjnym był model polowy wykonany w profesjonalnym oprogramowaniu Maxwell. W celu uzyskania układu równań MES oraz charakterystyk częstotliwościowych rezystancji i indukcyjności testowanego układu wdrożono autorski model polowy. Model ten zrealizowano w oprogramowaniu własnym, w którym zaimplementowano 2D krawędziowe ujęcie MES oraz sformułowanie wykorzystujące zespolony potencjał  $A-V-T_0$ . Korzystając z opisanych w pracy metod (FM, PVL) wyznaczono wartości parametrów obwodów Fostera i Cauera. Ponadto badano wpływ liczby gałęzi obwodów zastępczych na jakość odwzorowania charakterystyk częstotliwościowych układu oraz porównano wartości uzyskanych wyników dla modelu referencyjnego i proponowanych modeli ekwiwalentnych. Przeprowadzono również testy z układem zasilanym ze źródła o wyższej częstotliwości. Porównano wyniki uzyskane dla modelu polowego opracowanego w oprogramowaniu komercyjnym z rezultatami obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem modeli ekwiwalentnych.

W kolejnym etapie badań opracowano model układu cewek sprzężonych magnetycznie. Model referencyjny wykonano w oprogramowaniu Maxwell. Analizowano dwa układy cewek: układ cewek sprzężonych magnetycznie oraz układ cewek sprzężonych magnetycznie z dołączonymi koncentratorami pola i płytami ekranującymi wykonanymi z aluminium. W pierwszym z przypadków do wyznaczania wartości parametrów zastępczych układu cewek (parametrów obwodów Cauera) zastosowano metodę PVL oraz POD. Równania MES dla badanego układu uformowano

korzystając z własnego oprogramowania, w którym zaimplementowano 2D ujęcie MES oraz sformułowanie  $A-V$ . Otrzymane wyniki obliczeń wartości impedancji widzianej od strony zacisków uzwojenia pierwotnego oraz wartości parametrów zastępczych układu cewek zestawiono z wynikami uzyskanymi na stanowisku pomiarowym. W drugim z przykładów przetestowano metodę dopasowania. W celu wyznaczenia charakterystyk częstotliwościowych wykorzystano trójwymiarowy model połowy zaimplementowany do oprogramowania własnego. We wspomnianym oprogramowaniu wykorzystano wieloetapowe podejście MES oraz sformułowanie  $\Omega-T-T_0$ . Porównano wartości impedancji i rezystancji transformatora powietrznego uzyskane dla modelu połowego oraz modelu zaproponowanego w pracy z wykorzystaniem FM. Analizowano również przebiegi prądów w cewkach, nadawczej i odbiorczej, dla różnych wartości częstotliwości źródła zasilania.

Dodatkowo przetestowano poprawność zastosowania proponowanej w pracy metody POD. Wykorzystano w tym celu model transformatora impulsowego zasilanego ze źródeł wyższych częstotliwości. Przy wyznaczaniu układu równań macierzowych wykorzystano 2D osiowosymetryczny model połowy. Model ten został opracowany w oprogramowaniu własnym, w którym zaimplementowano 2D krawędziowe ujęcie MES oraz sformułowanie  $A-V$ . Model referencyjny analizowanego układu wykonano w oprogramowaniu komercyjnym. Opracowano model ekwiwalentny układu wykorzystując metodę POD. Na jego podstawie określono wartości parametrów obwodów Cauera. Przeprowadzono analizę stanów pracy transformatora. Porównano otrzymane wyniki na podstawie ME z wynikami uzyskanymi po zastosowaniu referencyjnego modelu połowego.

Autorka w swoich badaniach wykorzystywała autorskie oprogramowania niezbędne do wykonania testowanych modeli ekwiwalentnych tj.:

- a) oprogramowania do obliczeń połowych, w których zaimplementowała: 2D krawędziowe ujęcie MES oraz sformułowanie  $A-V-T_0$ , 2D krawędziowe ujęcie MES oraz sformułowanie  $A-V$  i 3D ujęcie MES oraz sformułowanie  $\Omega-T-T_0$ ; opracowane programy posłużyły do wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych parametrów skupionych (rezystancji i indukcyjności) testowanych układów, jak również do wyznaczania równań MES wykorzystywanych w oprogramowaniu bazującym na metodach redukcji modelu;

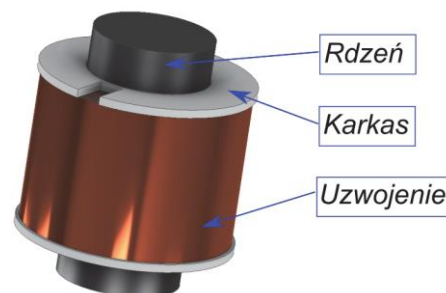


- b) oprogramowanie wykorzystujące metodę dopasowania za pomocą algorytmów optymalizacyjnych, tj. algorytmów polegających na poszukiwaniu minimum określonej funkcji celu; w pracy została zaproponowana oraz opracowana metoda wyznaczania parametrów obwodu Fostera i Cauera z wykorzystaniem strategii ewolucji gatunku w połączeniu z operatorami algorytmu genetycznego;
- c) oprogramowanie wykorzystujące metodę redukcji modelu na podstawie Padé via Lanczos; w metodzie tej parametry obwodów równoważnych wyznacza się na podstawie wartości i wektorów własnych macierzy współczynników równań MES;
- d) oprogramowanie wykorzystujące metodę redukcji modelu na podstawie dekompozycji ortogonalnej (POD). Metoda ta bazuje na dekompozycji równań MES  $N$ -tego rzędu do rzędu  $n$  ( $n \ll N$ ) z wykorzystaniem wektorów własnych macierzy i wartości osobliwych.

W rozdziale wykazano również, że stosując modele ekwiwalentne możliwe jest zredukowanie czasu obliczeń przy zachowaniu zadowalającej dokładności. Porównano opracowane modele oraz przedstawiono analizę wybranych wyników obliczeń. Omówiono wpływ liczby gałęzi obwodów Fostera i Cauera na uzyskiwane wartości wyników obliczeń.

## 6.2. UKŁAD POJEDYNCZEJ CEWKI ORAZ KONCENTRATORA POLA

Pierwsze testy wykonano na podstawie układu składającego się z pojedynczej cewki solenoidalnej oraz koncentratora pola. Widok rozpatrywanego układu przedstawiono na rysunku 6.2.1, natomiast w tabeli 6.2.1 przedstawiono wymiary tego układu.



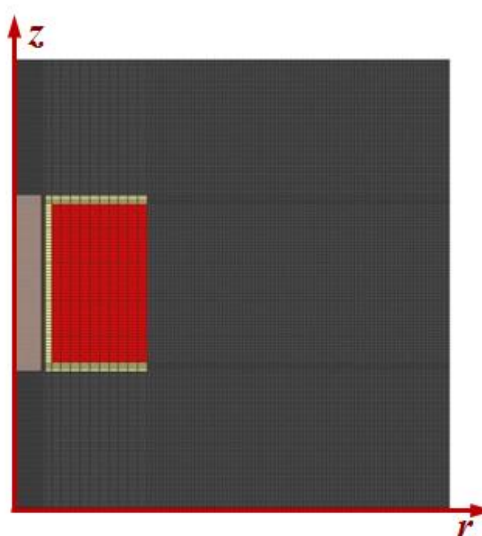
Rys. 6.2.1. Widok rozpatrywanego układu cewki solenoidalnej [87]

Tabela 6.2.1. Wymiary rozpatrywanego układu

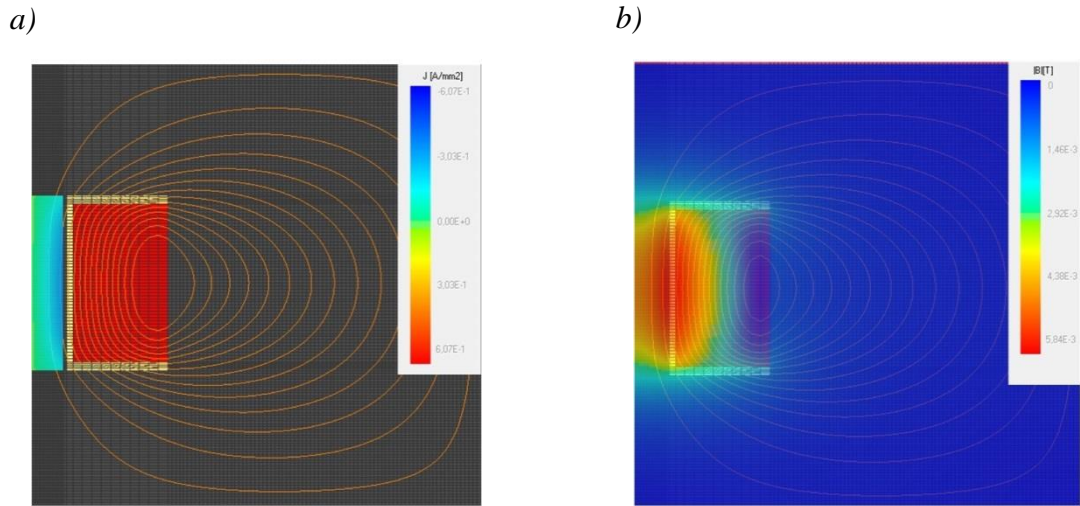
Rdzeń		Uzwojenie		
Wysokość	Średnica	Wysokość	Średnica zewnętrzna	Średnica wewnętrzna
100 mm	30 mm	90 mm	102 mm	40 mm

Autorka wykonała model połowy układu korzystając z oprogramowania własnego, w którym zaimplementowała 2D ujęcie MES oraz sformułowanie wykorzystujące zespolone potencjały  $A-V-T_0$ . Ze względu na fakt, iż rozpatrywany układ jest osiowo symetryczny nie zachodziła konieczność stosowania modelu trójwymiarowego. W celu zaimplementowania badanego układu w programie MES równania metody uzupełniono o równania napięciowe obwodu zasilającego (4.2.11). Na rysunku 6.2.2 przedstawiono widok siatki dyskretyzacyjnej rozpatrywanego układu z cewką solenoidalną. Na rysunku 6.2.3 zilustrowano przykładowy: (a) rozkład gęstości prądu w rdzeniu oraz (b) rozkład pola magnetycznego w rozpatrywanym układzie. Rozkłady te otrzymano dla wartości prądu w uzwojeniu równym 1 A i częstotliwości  $f = 250$  Hz.

Na podstawie 2D modelu połowego zostały wyznaczone wartości parametrów skupionych, tj. rezystancji i indukcyjności dla badanego obwodu w funkcji częstotliwości (rys. 6.2.4). Parametry te były niezbędne przy wyznaczaniu obwodów zastępczych metodą dopasowania, jak również stanowiły punkt odniesienia przy wyznaczaniu wartości parametrów metodą PVL lub metodą POD. Z programu połowego zostały również uzyskane układy równań macierzowych niezbędne przy obliczeniach parametrów metodą redukcji modelu.



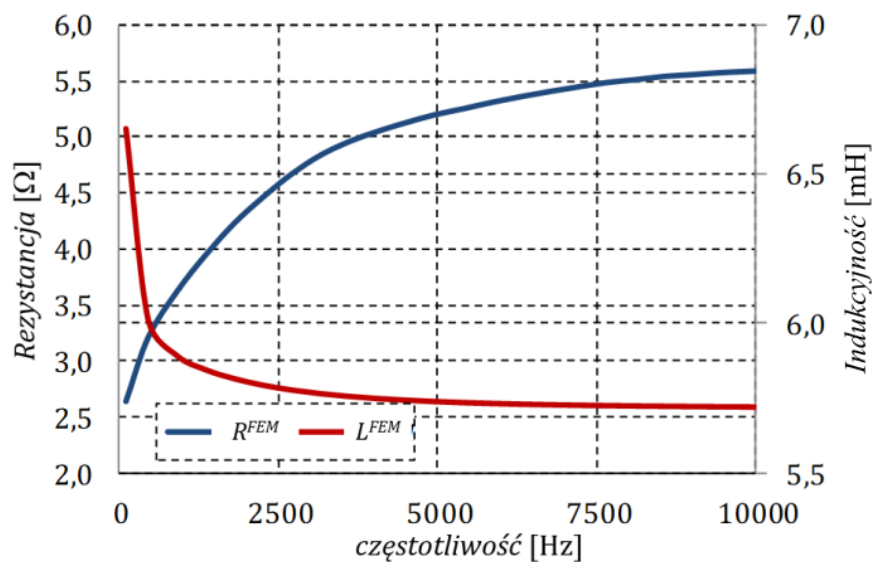
Rys. 6.2.2. Widok siatki dyskretyzacyjnej układu z cewką solenoidalną



Rys. 6.2.3. Rozkład (a) gęstości prądu w rdzeniu rozpatrywanego układu, (b) pola magnetycznego w rozpatrywanym układzie

### Metoda dopasowania

Badany układ przeanalizowano metodą dopasowania. Punktem wyjścia w FM są charakterystyki częstotliwościowe rezystancji ( $R^{FEM}$ ) i indukcyjności ( $L^{FEM}$ ) badanego układu (rys. 6.2.4). W badaniach Autorka wykorzystała oprogramowanie własne, w którym zaimplementowała podejście łączące strategię ewolucji z algorytmami genetycznymi (GAES).



Rys. 6.2.4. Zależność rezystancji  $R^{FEM}$  i indukcyjności  $L^{FEM}$  w funkcji częstotliwości  $f$  źródła zasilania

W tabelach (6.2.2 i 6.2.3) przedstawiono przykładowe wartości parametrów Fostera i Cauera uzyskane w procesie optymalizacyjnym. Analizę wykonano dla różnej

liczby gałęzi, tj. zmieniając liczbę  $n$  od 2 do 5 gałęzi, zarówno dla obwodów Foster'a, jak i Cauera [83,154].

Tabela 6.2.2.a. Wyniki rezystancji obwodu Foster'a

Parametry obwodu Foster'a – rezystancje					
$n$ [-]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
2	2.61	127.75	-	-	-
3	2.55	25.72	1590.27	-	-
4	4.99	2.83	227.76	3186.19	-
5	2.81	10.72	149.96	384.65	2918.22

Tabela 6.2.2.b. Wyniki indukcyjności obwodu Foster'a

Parametry obwodu Foster'a – indukcyjności					
$n$ [-]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$L_3$ [mH]	$L_4$ [mH]	$L_5$ [mH]
2	6,72	41,47	-	-	-
3	8,05	22,81	154,66	-	-
4	8,92	21,52	84,49	215,58	-
5	10,96	14,36	744,44	125,74	210,60

Tabela 6.2.3.a. Wyniki rezystancji obwodu Cauera

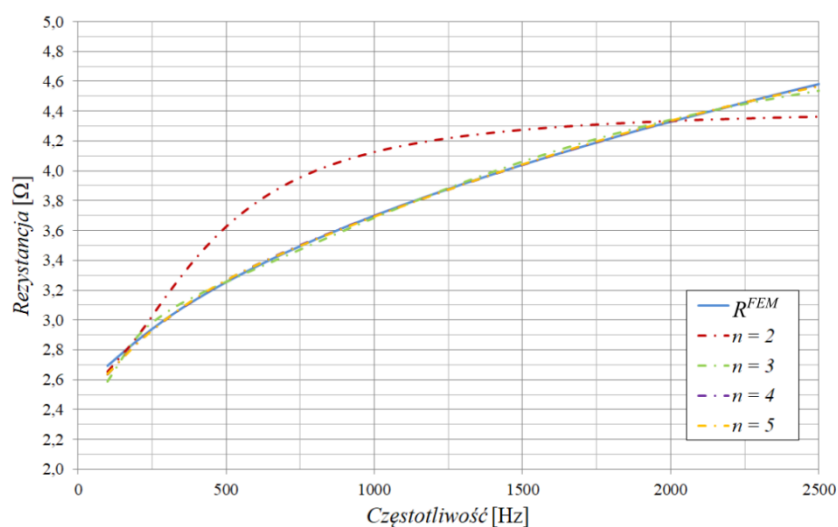
Parametry obwodu Cauera – rezystancje					
$n$ [-]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
2	2,76	743,00	-	-	-
3	2,50	3,60	500,00	-	-
4	2,43	72,15	1442,00	2298,00	-
5	2,32	18,31	25,17	961,56	5399,37

Tabela 6.2.3.b. Wyniki indukcyjności obwodu Cauera

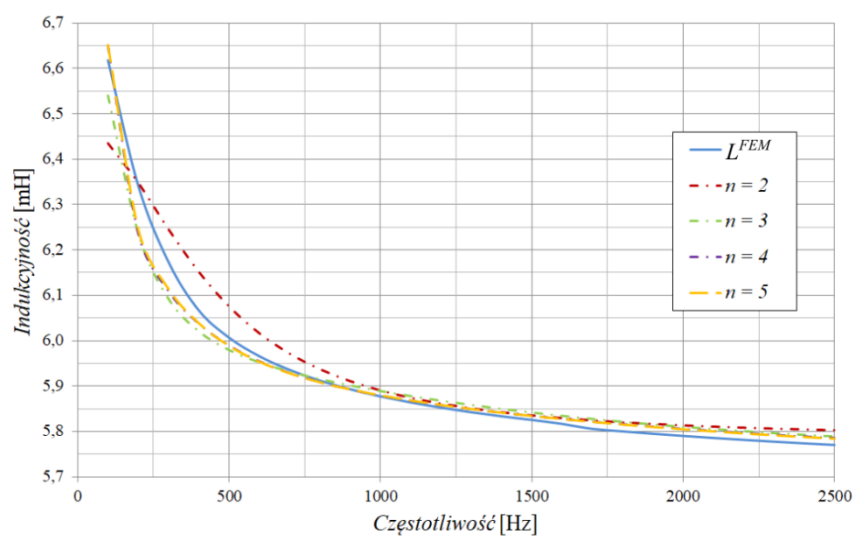
Parametry obwodu Cauera – indukcyjności					
$n$ [-]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$L_3$ [mH]	$L_4$ [mH]	$L_5$ [mH]
2	6,07	111,50	-	-	-
3	8,10	25,30	100,00	-	-
4	6,52	57,15	342,00	487,00	-
5	6,91	336,15	48,32	233,13	499,86

Na rysunku 6.2.5 i 6.2.6 zilustrowano zależności odpowiednio rezystancji i indukcyjności od częstotliwości  $f$  źródła zasilania. Wartości uzyskano w efekcie obliczeń z wykorzystaniem modelu polowego ( $R^{FEM}$  i  $L^{FEM}$ ) oraz modelu

ekwiwalentnego, w którym parametry obwodu Fostera wyznaczone są za pomocą metody dopasowania.

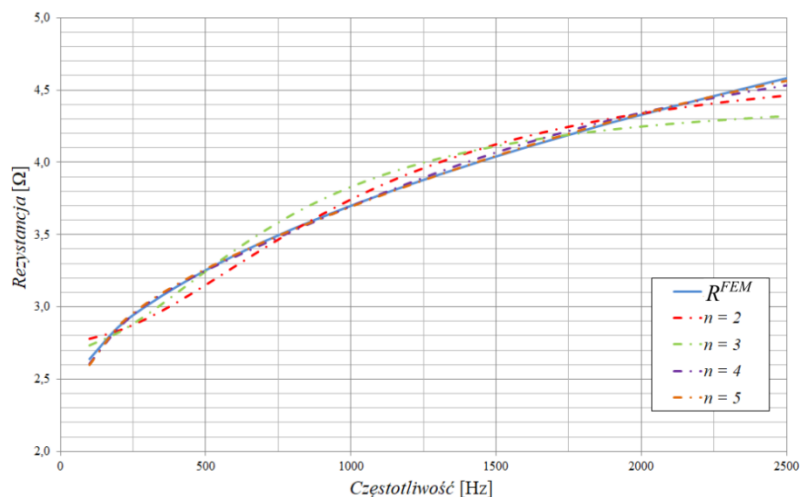


Rys. 6.2.5. Porównanie zależności rezystancji od częstotliwości  $f$  źródła zasilania uzyskanych dla obliczeń modelu polowego oraz obwodu równoważnego Fostera

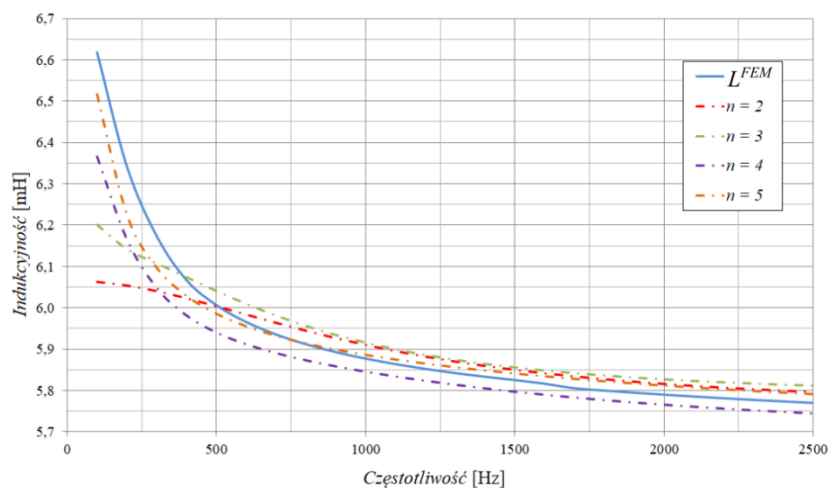


Rys. 6.2.6. Porównanie zależności indukcyjności od częstotliwości  $f$  źródła zasilania uzyskanych dla modelu polowego oraz obwodu równoważnego Fostera

Na kolejnych rysunkach (rys. 6.2.7 i rys. 6.2.8) przedstawiono porównanie odpowiednio zależności rezystancji i indukcyjności w funkcji częstotliwości  $f$  źródła zasilania dla obwodu Cauera i dla modelu polowego.



Rys. 6.2.7. Porównanie zależności rezystancji od częstotliwości  $f$  źródła zasilania uzyskanych w wyniku obliczeń z wykorzystaniem modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera



Rys. 6.2.8. Porównanie zależności indukcyjności od częstotliwości  $f$  źródła zasilania uzyskanych dla modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera

### **Metoda Padé via Lanczos**

Kolejny krok to wyznaczenie parametrów schematu zastępczego Fostera i Cauera na podstawie metody PVL. Układ równań (4.2.11) zaimplementowano w oprogramowaniu własnym wykorzystującym metodę Padé via Lanczos opisaną w rozdziale 5. Korzystając z metody PVL zostały wyznaczone wartości parametrów obwodu Fostera, natomiast parametry obwodu Cauera wyznaczono stosując Algorytm Euklidesa. Procedura przejścia od obwodu Fostera do obwodu Cauera została również zaimplementowana w autorskim oprogramowaniu. W tabeli 6.2.4 i 6.2.5 zostały

zestawione wartości odpowiednio rezystancji i indukcyjności obliczone dla różnej liczby gałęzi ( $n \in \langle 2,5 \rangle$ ) obwodu Foster'a i Cauera [87].

Tabela 6.2.4.a. Wyznaczone wartości rezystancji obwodu Foster'a

Parametry obwodu Foster'a – rezystancje					
$n$ [-]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
2	2,92	1733,27	-	-	-
3	2,57	396,09	7146,88	-	-
4	2,40	129,69	14797,45	2766,252	-
5	2,35	65,94	1589,28	35696,58	8460,99

Tabela 6.2.4.b. Wyznaczone wartości indukcyjności obwodu Foster'a

Parametry obwodu Foster'a – indukcyjności					
$n$ [-]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$L_3$ [mH]	$L_4$ [mH]	$L_5$ [mH]
2	5,92	107,42	-	-	-
3	6,19	80,90	213,03	-	-
4	6,57	53,41	328,58	212,01	-
5	6,97	39,33	194,39	619,07	328,33

Tabela 6.2.5.a. Wyznaczone wartości rezystancji obwodu Cauera

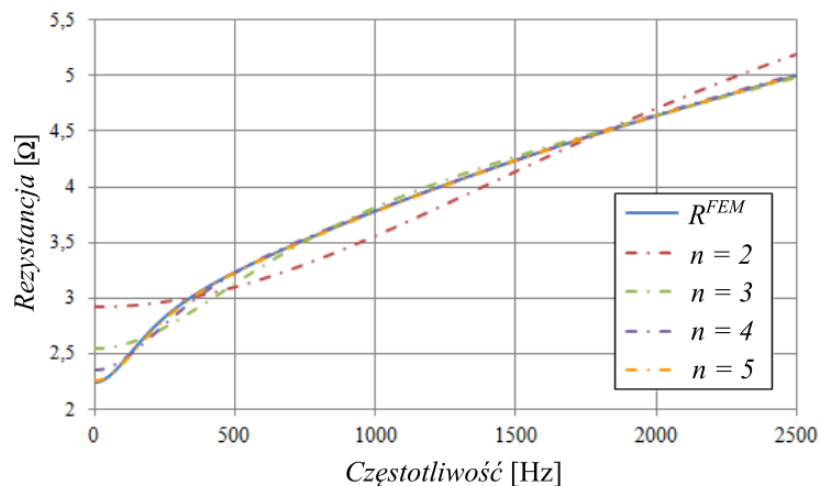
Parametry obwodu Cauera – rezystancje					
$n$ [-]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
2	2,91	1841,36	-	-	-
3	2,55	441,67	9614,50	-	-
4	2,35	165,26	3338,97	30538,97	-
5	2,26	93,99	1939,70	13474,49	168466,17

Tabela 6.2.5.b. Wyznaczone wartości indukcyjności obwodu Cauera

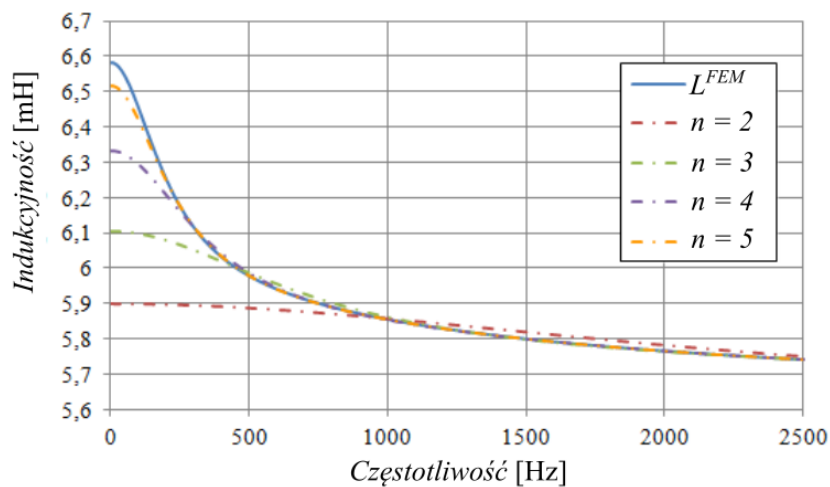
Parametry obwodu Cauera – indukcyjności					
$n$ [-]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$L_3$ [mH]	$L_4$ [mH]	$L_5$ [mH]
2	5,90	114,30	-	-	-
3	6,10	86,08	302,24	-	-
4	6,33	65,25	231,19	796,04	-
5	5,52	54,44	205,00	537,17	3491,06

Na kolejnych rysunkach przedstawiono rezultaty analizy wpływu liczby gałęzi na odwzorowanie charakterystyk opisujących rezystancje i indukcyjności widziane od strony zacisków badanego układu w funkcji częstotliwości źródła zasilania. Rysunki

6.2.9 i 6.2.10 przedstawiają porównanie charakterystyk częstotliwościowych uzyskanych na podstawie parametrów zastępczych obwodu Foster'a z charakterystyką bazową, czyli uzyskaną na podstawie modelu polowego.



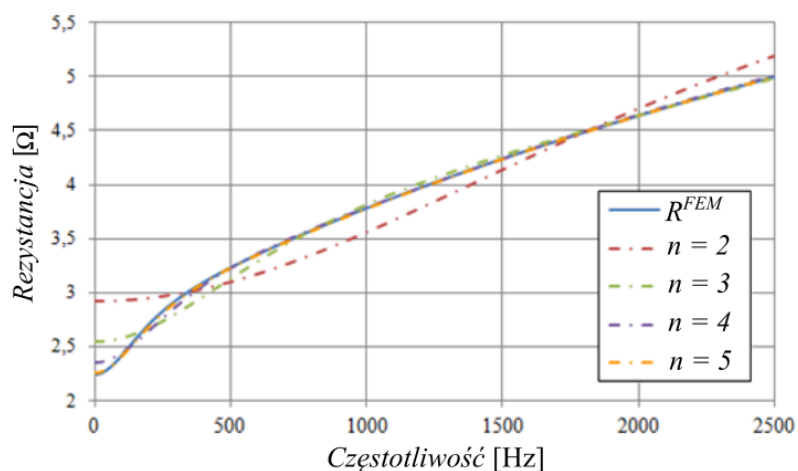
Rys. 6.2.9. Porównanie zależności rezystancji od częstotliwości  $f$  źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Foster'a



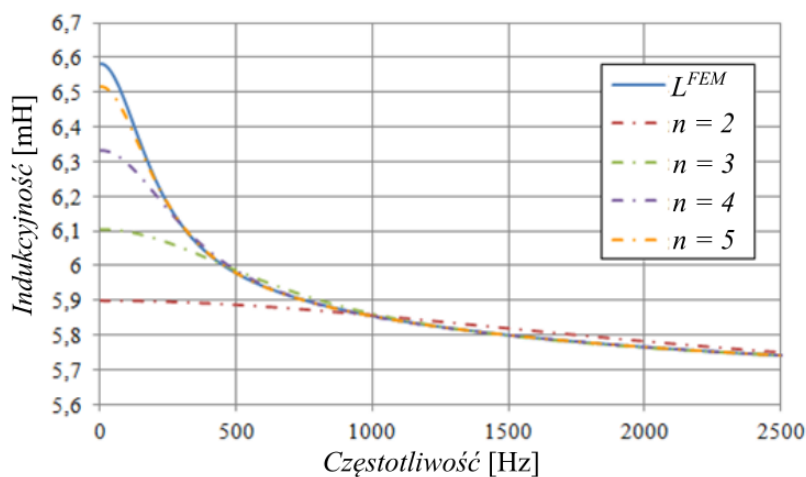
Rys. 6.2.10. Porównanie zależności indukcyjności od częstotliwości  $f$  źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Foster'a

W analogiczny sposób wykonano analizę wpływu liczby gałęzi na sposób odwzorowania charakterystyk uzyskanych na podstawie obwodu równoważnego Cauera. Rysunki 6.2.11 i 6.2.12 przedstawiają porównanie charakterystyk odpowiednio rezystancji i indukcyjności w funkcji częstotliwości źródła zasilania uzyskanych na podstawie obliczeń modelu polowego i modelu wykorzystującego obwody równoważne Cauera.



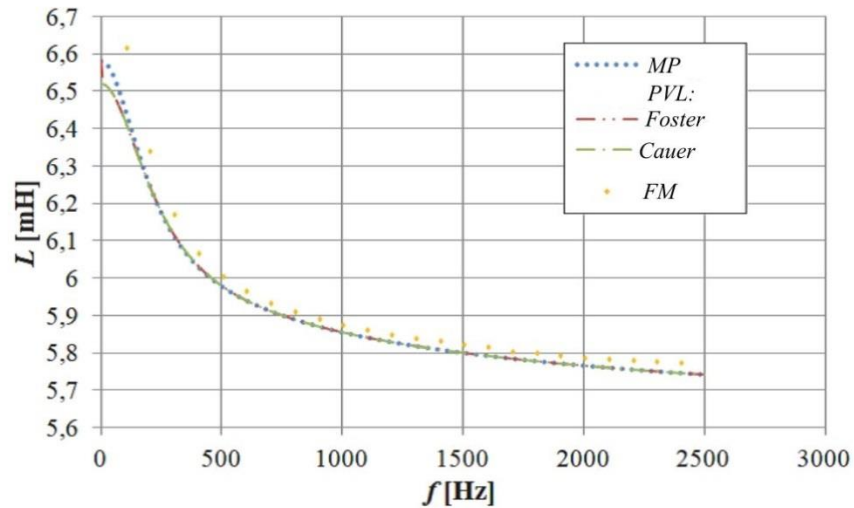


Rys. 6.2.11. Porównanie zależności rezystancji od częstotliwości źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera

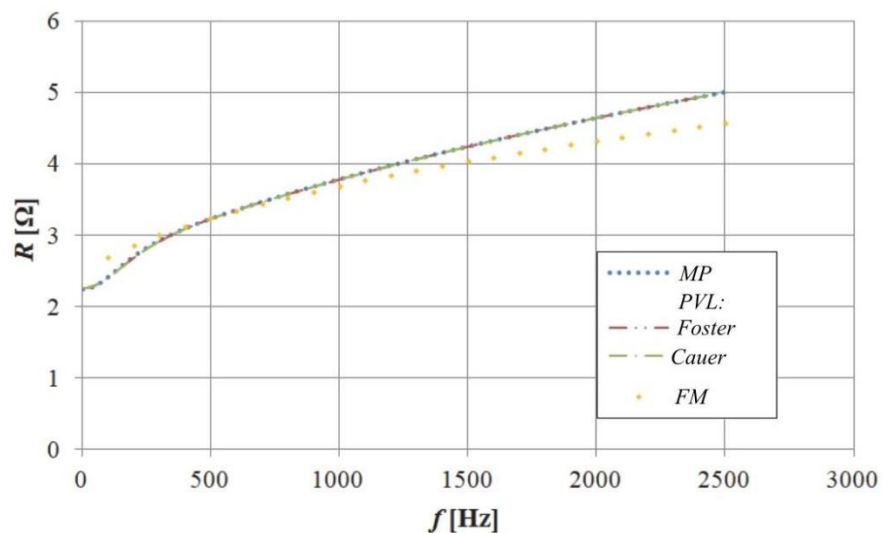


Rys. 6.2.12. Porównanie zależności indukcyjności od częstotliwości źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera

Przeprowadzona analiza wykazała, jaki wpływ na odwzorowanie charakterystyki bazowej – czyli uzyskanej na podstawie modelu polowego – ma liczba gałęzi schematu zastępczego. **Wraz ze wzrostem rozpatrywanej liczby gałęzi różnice pomiędzy charakterystykami stają się coraz mniejsze.** W rozpatrywanym przedziale liczby gałęzi ( $n \in \langle 2,5 \rangle$ ) zauważono, że najlepsze odwzorowanie daje liczba  $n = 5$  gałęzi. Stwierdzono również, że dla rozpatrywanego przedziału częstotliwości, zbieżność charakterystyk jest wystarczająca. Poniżej została przeprowadzona analiza porównawcza dla liczby gałęzi  $n = 5$  dla obwodu Fostera i Cauera oraz wyników uzyskanych na podstawie modelu polowego (rys. 6.2.13 i rys. 6.2.14). Parametry obwodu były obliczane metodą dopasowania oraz metodą PVL.



Rys. 6.2.13. Porównanie zależności indukcyjności od częstotliwości  $f$  dla modelu polowego, po zastosowaniu algorytmu optymalizacyjnego oraz podejścia MOR-PVL dla obwodu Foster'a i Cauera



Rys. 6.2.14. Porównanie zależności rezystancji od częstotliwości  $f$  dla modelu polowego, po zastosowaniu programu optymalizacyjnego oraz podejścia MOR-PVL dla obwodu Foster'a i Cauera

Z zamieszczonych powyżej wykresów wynika, że charakterystyki częstotliwościowe odwzorowane na podstawie PVL dają dokładniejsze wartości parametrów obwodów równoważnych niż po zastosowaniu metody dopasowania dla takiej samej liczby gałęzi obwodu Foster'a i Cauera.

Autorka pracy porównała również czasy obliczeń wartości parametrów obwodów równoważnych. W tabeli 6.2.6 przedstawiono zestawienie czasu potrzebnego na obliczenia wartości tych parametrów po zastosowaniu metod: FM i PVL.

Tabela 6.2.6. Porównanie czasu obliczeń wartości parametrów obwodów równoważnych

Model	Czas obliczeń
FM	średnio 30 s dla każdej z rozpatrywanych wartości częstotliwości z wykorzystaniem własnego modelu polowego oraz 2-5 h stosując optymalizację (GAES)
MOR-PVL	30 s (MES) + 20 s (PVL)

Obliczenia wykonano korzystając z komputera lasy PC o następujących parametrach: procesor Intel I5, 4 GB RAM, stacja robocza Z800.

Przeprowadzone eksperymenty obliczeniowe wykazały, że stosując metodę PVL można skrócić czas obliczeń nawet 200-krotnie w porównaniu z metodą wykorzystującą metody optymalizacyjne. Podejście PVL pozwala również na bardziej precyzyjne odwzorowanie charakterystyk rozpatrywanego obwodu niż ma to miejsce w przypadku algorytmów optymalizacyjnych i metody dopasowania FM.

W kolejnym eksperymencie zweryfikowano dokładność zaproponowanego modelu ekwiwalentnego wykorzystującego obwód Fostera uzyskany metodą PVL, porównując otrzymane przebiegi prądów z wynikami uzyskanymi na podstawie obliczeń modelu polowego wykonanego w oprogramowaniu komercyjnym Maxwell 3D. Określono wartość prądu przepływającego przez cewkę dla wymuszenia napięciowego sinusoidalnie zmiennego o amplitudzie 24 V i trzech wybranych wartości częstotliwości równych 250 Hz, 500 Hz i 750 Hz. Dokładność zaproponowanego modelu oszacowano, obliczając różnicę względną ( $\varepsilon_{\Delta I}$ ) pomiędzy wynikami MES a proponowanym modelem za pomocą wzoru zaproponowanego w [133]:

$$\varepsilon_{\Delta I} = \left( \frac{\sum_{s=1}^q (I_s^{MP}(t_s) - I_s^{ME}(t_s))^2}{\sum_{s=1}^q (I_s^{MP}(t_s))^2} \right) \cdot 100 \%, \quad (6.2.1)$$

gdzie:  $q$  oznacza liczbę próbek w dziedzinie czasu,  $I_s^{MP}(t_s)$  i  $I_s^{ME}(t_s)$  są wartościami prądów uzyskanymi odpowiednio z przeprowadzonej analizy MES i modelu ekwiwalentnego w dziedzinie czasu. Uzyskane wyniki zestawiono w tabeli 6.2.7.

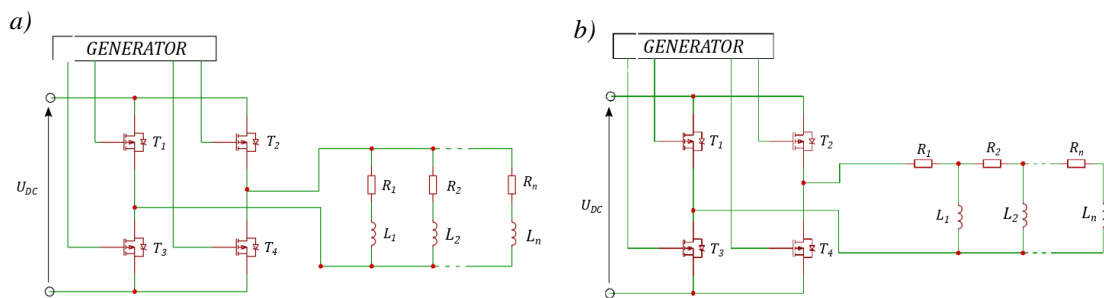
Analizując wartości różnicy względnej, można zauważyć, że najmniejsza dokładność jest w przypadku zastosowania dwóch ( $n = 2$ ) gałęzi obwodu Fostera. Można również stwierdzić, że zwiększenie liczby gałęzi obwodu Fostera pozwala na zmniejszenie tego błędu. Należy podkreślić, że największą poprawę dokładności można

zaobserwować zmieniając liczbę gałęzi z dwóch na trzy. Kolejne zwiększanie liczby gałęzi nie powoduje już tak istotnej zmiany wartości różnicy względnej.

Tabela 6.2.7. Wartość różnicy względnej dla ME z wykorzystaniem obwodu Fostera dla różnej liczby gałęzi  $n$

Częstotliwość	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
250 Hz	1,97 %	0,179 %	0,129 %	0,154 %
500 Hz	2,68 %	0,348 %	0,340 %	0,348 %
750 Hz	1,74 %	0,767 %	0,571 %	0,585 %

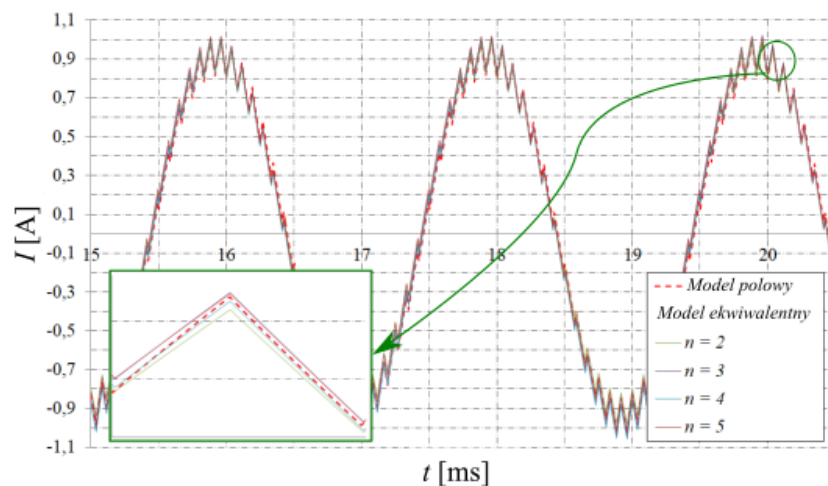
Skuteczność zaproponowanego podejścia przebadano również dla tego samego układu zasilając go z układu falownikowego (rys. 6.2.15) [83]. Na rysunku 6.2.16 przedstawiono przykładowe przebiegi prądów wyznaczone za pomocą MP i zaproponowanego w pracy ME wykorzystującego  $FM$ . Przebiegi zostały uzyskane dla sygnału modulowanego PWM o częstotliwości podstawowej 500 Hz i częstotliwości nośnej 10 kHz. Obliczenia wykonano również na stacji roboczej Z800.



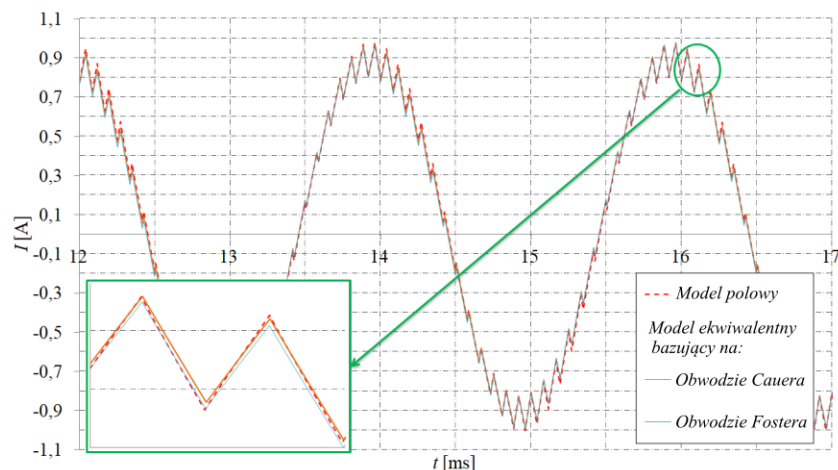
Rys. 6.2.15. Schemat zastępczy rozpatrywanego układu z wykorzystaniem obwodu (a) Fostera i (b) Cauera

Następnie, dla wybranej liczby gałęzi  $n = 5$  przeprowadzono analizę porównawczą przebiegów prądów uzyskanych po zastosowaniu proponowanego obwodowo-polowego modelu wykorzystującego obwody równoważne Fostera i Cauera z przebiegami uzyskanymi w oprogramowaniu komercyjnym.

Na rysunku 6.2.17 przedstawiono porównanie przebiegów prądów uzyskanych w komercyjnym programie oraz po zastosowaniu modeli ekwiwalentnych wykorzystujących obwód Fostera i Cauera dla  $n = 5$ .



Rys. 6.2.16. Porównanie wyznaczonych przebiegów prądów za pomocą MP i ME o różnej liczbie gałęzi obwodu Fostera



Rys. 6.2.17. Porównanie przebiegów prądów uzyskanych w programie komercyjnym oraz po zastosowaniu modeli ekwiwalentnych wykorzystujących obwód Fostera i Cauera dla  $n=5$

Dla obu zastosowanych modeli obliczono także wartość współczynnika  $\varepsilon_{\Delta I}$  (6.2.1) reprezentującego względną różnicę pomiędzy wynikami uzyskanymi na podstawie 3D modelu MES oraz proponowanych modeli ekwiwalentnych. Otrzymane wyniki zestawiono w tabeli 6.2.8

Tabela 6.2.8. Wartości różnicy względnej  $\varepsilon_{\Delta I}$  obliczeń dla obwodu Fostera i Cauera przy  $n = 5$

	Obwód Fostera	Obwód Cauera
$\varepsilon_{\Delta I}$	0,539 %	0,705 %

Dokonano również porównania czasu obliczeń wartości prądów i napięć w układzie z rysunku 6.2.15 po zastosowaniu modelu polowego oraz obwodowo-polowych modeli wykorzystujących obwody równoważne i przedstawiono je w tabeli 6.2.9.

Tabela 6.2.9. Porównanie czasu obliczeń zrealizowanych dla układu z rys. 6.2.12 po zastosowaniu MP i ME

Model	Czas obliczeń
MP	ok. 5h
ME FM (Foster)	15s
ME FM (Cauer)	16s

Czas potrzebny na realizację obliczeń w pełni polowych był kilkaset razy dłuższy niż dla modeli ekwiwalentnych. Należy jednak zauważyć, że do czasu obliczeń metodą dopasowania należy doliczyć czas potrzebny na uzyskanie wartości parametrów metodami optymalizacyjnymi. Pomimo, że jest to proces jednorazowy, to sumaryczny czas obliczeń w tym przypadku był zbliżony do czasu obliczeń z wykorzystaniem pełnego modelu polowego. Czas ten można zdecydowanie skrócić stosując model PVL oraz własne oprogramowanie MES.

### 6.3. UKŁAD CEWEK SPRĘŻONYCH MAGNETYCZNIE

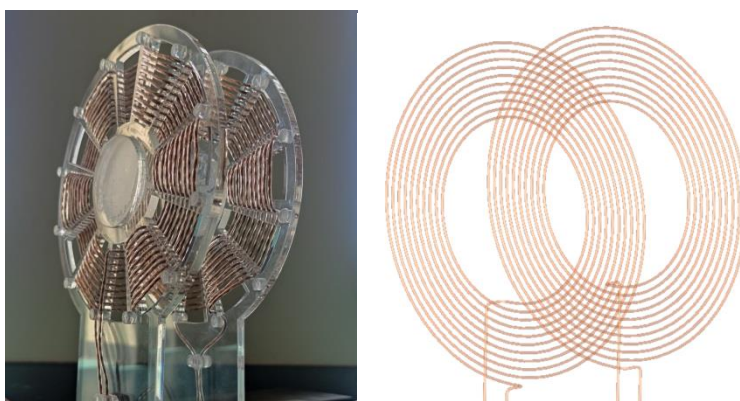
Najistotniejszym, badanym w pracy układem był obwód cewek sprzężonych magnetycznie. Rozpatrzono dwa modele cewek sprzężonych magnetycznie. Pierwszym układem były dwie cewki spiralne płaskie sprzężone magnetycznie, natomiast drugi z układów rozbudowany został o koncentratory pola oraz płyty ekranujące.

#### 6.3.1. Układ cewek I

Rozpatrywany w zadaniu układ składał się z dwóch identycznych cewek płaskich. Wymiary cewek zostały zamieszczone w tabeli 6.3.1. Przyjęto, że odległość pomiędzy cewką nadawczą, a odbiorczą będzie wynosiła 5 mm. Widok rozpatrywanego układu ilustrowano na rysunku 6.3.1.

Tabela 6.3.1. Wymiary cewek

średnica zewnętrzna cewki	95 mm
średnica wewnętrzna cewki	50 mm
liczba zwojów	10
odległość między zwojami	4.5 mm
średnica drutu nawojowego	1.5 mm

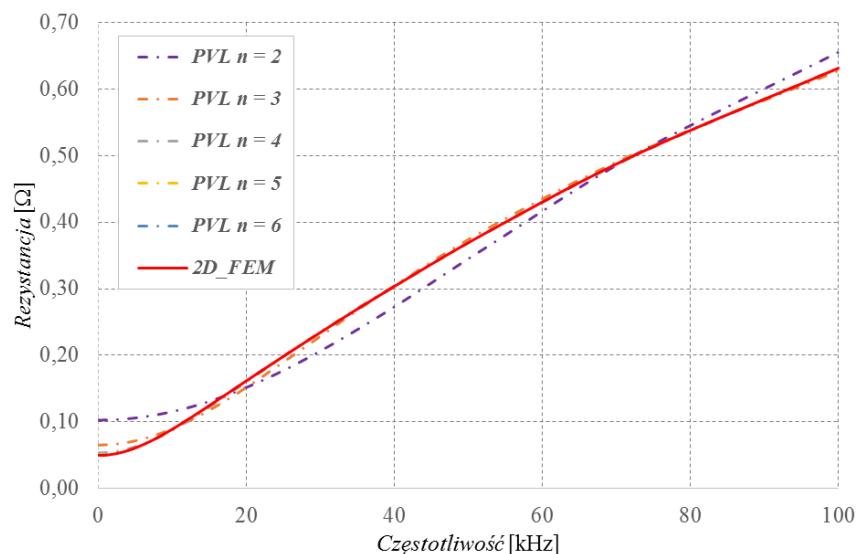


Rys. 6.3.1. Widok układu dwóch cewek plenarnych sprzężonych magnetycznie

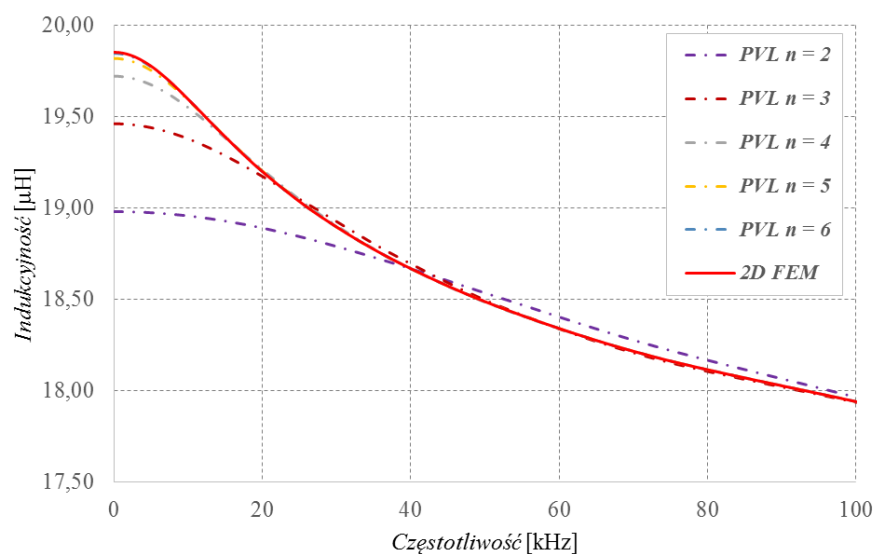
Na potrzeby analizy układu opracowano autorski model polowy, który następnie zaimplementowano do oprogramowania własnego. Przy opracowywaniu modelu polowego Autorka zaimplementowała w programie 2D krawędziowe ujęcie MES oraz sformowanie  $A$ - $V$ . Liczba elementów rozpatrywanego układu siatki dyskretyzacyjnej wynosiła ponad 75 tysięcy. Wyznaczając rozkład pola elektromagnetycznego w badanym układzie uwzględniła efekt wypierania prądów w przewodach rozpatrywanych cewek. Korzystając z opracowanego programu uformowano układ równań macierzowych MES na podstawie, którego po zastosowaniu metody PVL oraz POD, wykreślono zależności opisujące zmienność rezystancji i indukcyjności badanego układu cewek w funkcji częstotliwości  $f$  sinusoidalnie zmiennego źródła zasilania dla dwóch stanów pracy układu cewek, tj. stanu jałowego oraz stanu zwarcia. Otrzymane zależności rezystancji oraz indukcyjności zilustrowano na rysunku 6.3.2 – 6.3.5 dla metody PVL oraz 6.3.6 – 6.3.9 dla metody POD. Zależności opisujące rezystancje oraz indukcyjności zdefiniowano na podstawie wartości funkcji opisujących impedancję układu  $\underline{Z}_o(f)$  dla stanu jałowego pracy oraz  $\underline{Z}_z(f)$  stanu zwarcia, tj. impedancji widzianych od strony zacisków cewki nadawczej. W pracy funkcję opisujące  $\underline{Z}_o(f)$  oraz  $\underline{Z}_z(f)$  zostały określone na podstawie zależności (5.3.14) dla różnych wartości

liczby  $n$ , tj. liczby reprezentującej stopień funkcji wymiernej opisującej rozpatrywany obwód, tym samym liczbą stanowiącej liczbę gałęzi obwodu Foster'a (5.3.12).

W pracy Autorka przyjęła, że wartości parametrów schematu zastępczego badanego układu wykorzystującego obwody Cauera, będzie obliczać stosując klasyczne podejście, tj. podejście, w którym parametry gałęzi podłużnej wyznacza się na podstawie próby zwarcia transformatora (tu cewek sprzężonych magnetycznie), a gałęzi poprzecznej (magnesującej) na podstawie próby stanu jałowego oraz zwarcia.

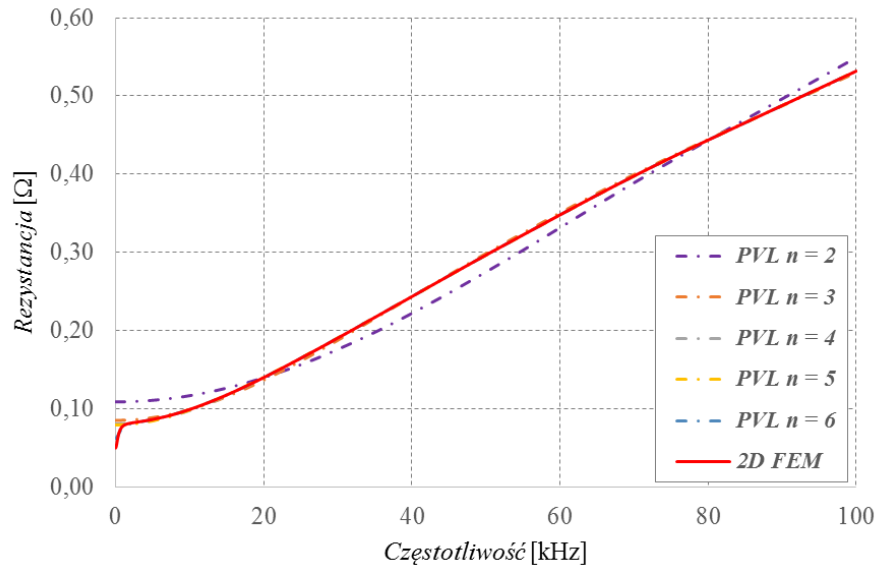


Rys. 6.3.2. Porównanie zależności rezystancji w funkcji częstotliwości  $f$  uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz metody MOR-PVL dla stanu pracy jałowego układu cewek

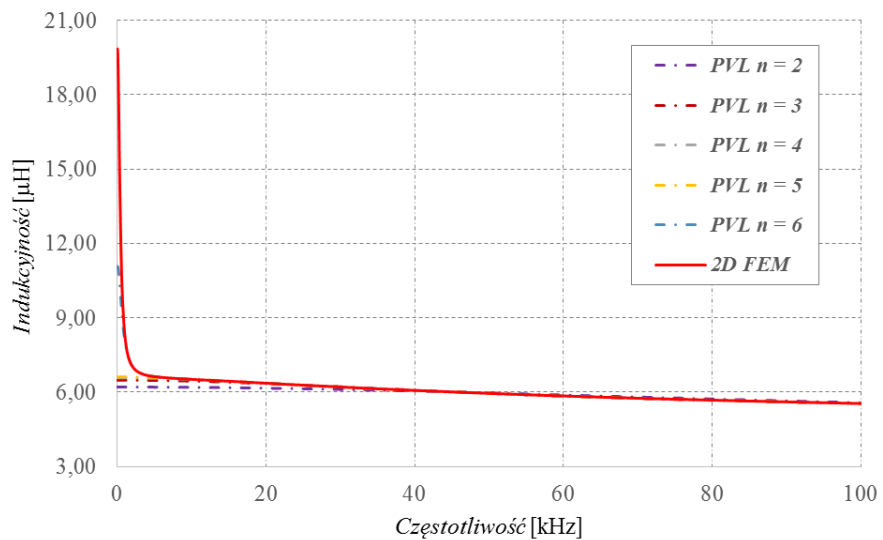


Rys. 6.3.3. Porównanie zależności indukcyjności w funkcji częstotliwości  $f$  uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera metodą MOR-PVL dla jałowego stanu pracy układu cewek

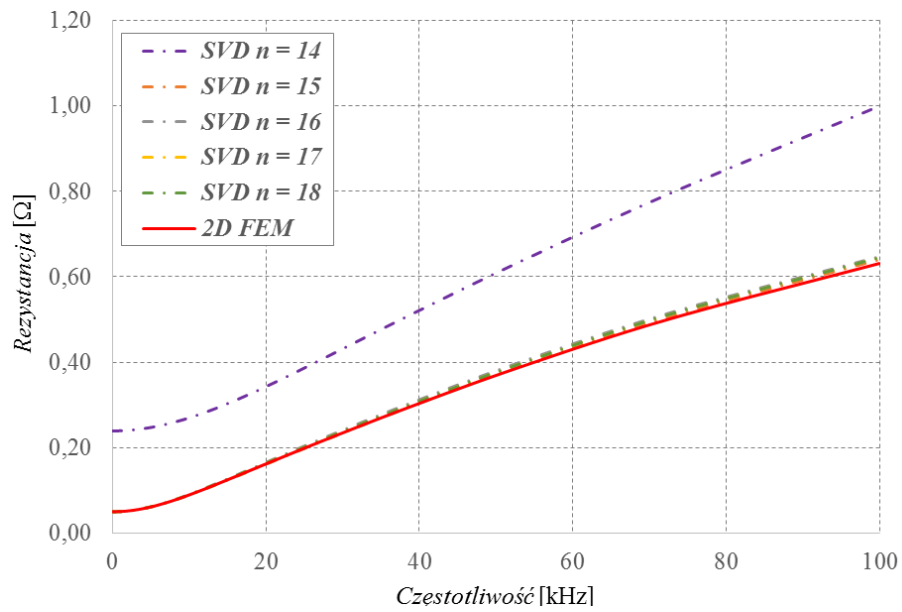




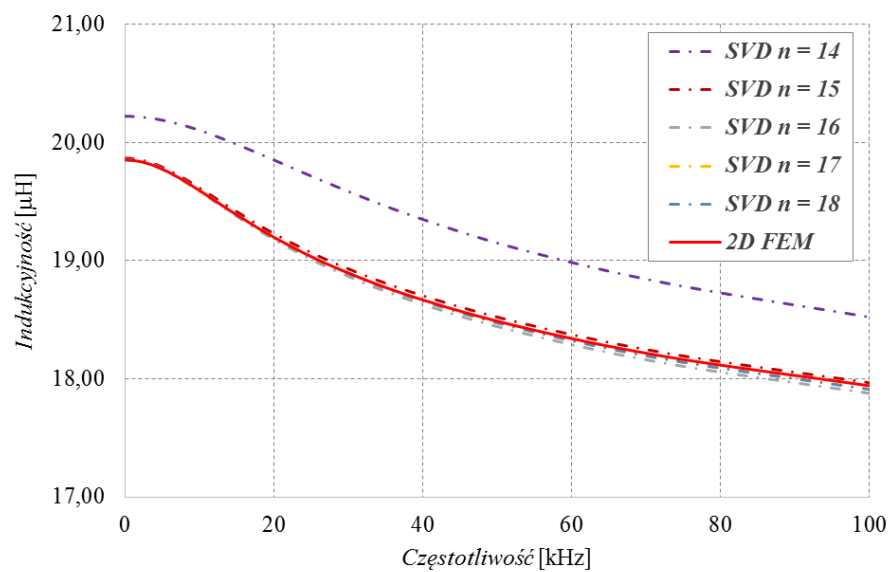
Rys. 6.3.4. Porównanie zależności rezystancji w funkcji częstotliwości fizycznych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera metodą MOR-PVL dla stanu zwarcia układu cewek



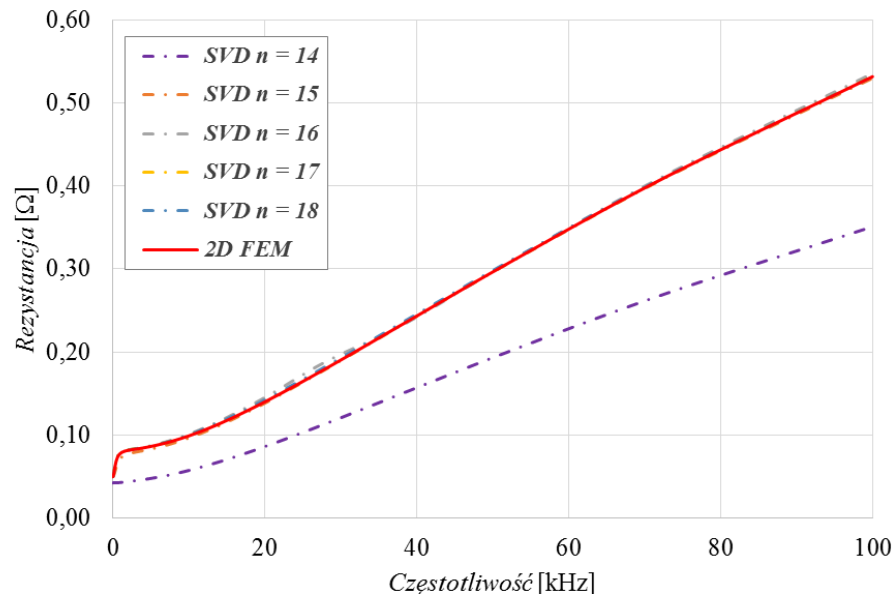
Rys. 6.3.5. Porównanie zależności indukcyjności w funkcji częstotliwości fizycznych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera metodą MOR-PVL dla stanu zwarcia układu cewek



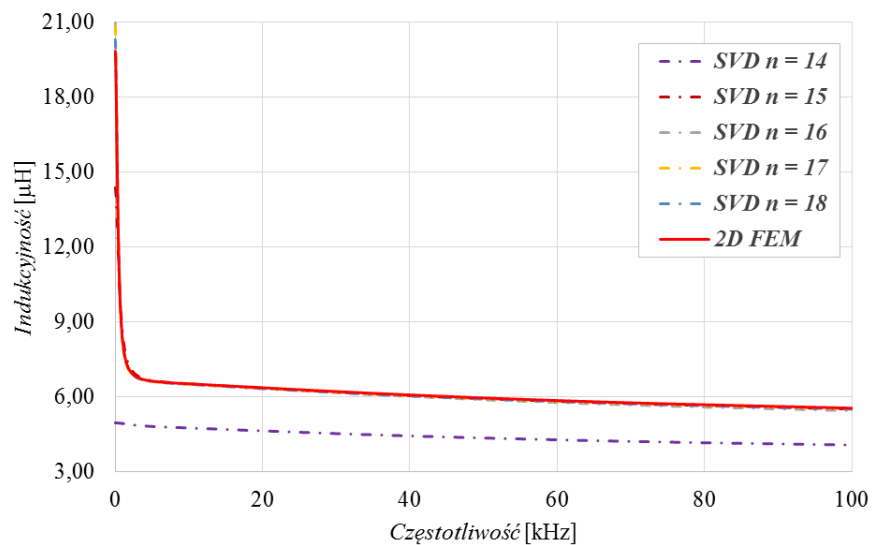
Rys. 6.3.6. Porównanie zależności rezystancji w funkcji częstotliwości uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera metodą MOR-POD dla jałowego stanu pracy układu cewek



Rys. 6.3.7. Porównanie zależności indukcyjności w funkcji częstotliwości uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera metodą MOR-POD dla jałowego stanu pracy układu cewek



Rys. 6.3.8. Porównanie zależności rezystancji w funkcji częstotliwości fizycznych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera metodą MOR-POD dla stanu zwarcia układu cewek



Rys. 6.3.9. Porównanie zależności indukcyjności w funkcji częstotliwości fizycznych na podstawie modelu polowego oraz obwodu równoważnego Cauera metodą MOR-POD dla stanu zwarcia układu cewek

Przed przystąpieniem do wyznaczania wartości parametrów schematu zastępczego wyznaczono względną różnicę ( $\varepsilon_{\Delta z}$ ) (tj. dokładność odwzorowania zależności  $\underline{Z}_o(f)$  oraz  $\underline{Z}_z(f)$  w funkcji przyjętej liczby  $n$ ) pomiędzy wynikami uzyskanymi MES, a proponowanymi metodami PVL i POD, korzystając z:

$$\varepsilon_{\Delta z} = \left| \frac{\sum_{s=1}^q (\underline{z}^{MP}(f) - \underline{z}^{ME}(f))^2}{\sum_{s=1}^q (\underline{z}^{MP}(f))^2} \right| \cdot 100\%, \quad (6.3.1)$$

gdzie:  $q$  oznacza liczbę próbek w dziedzinie częstotliwości,  $\underline{z}^{MP}(f)$  i  $\underline{z}^{ME}(f)$  reprezentują wartości impedancji  $\underline{z}_o(f)$  oraz  $\underline{z}_z(f)$  (w zależności od rozpatrywanego stanu pracy: stan jałowy, stan zwarcia) uzyskane odpowiednio na podstawie MES oraz metody PVL i POD. Wyniki zestawiono w tabeli 6.3.2.

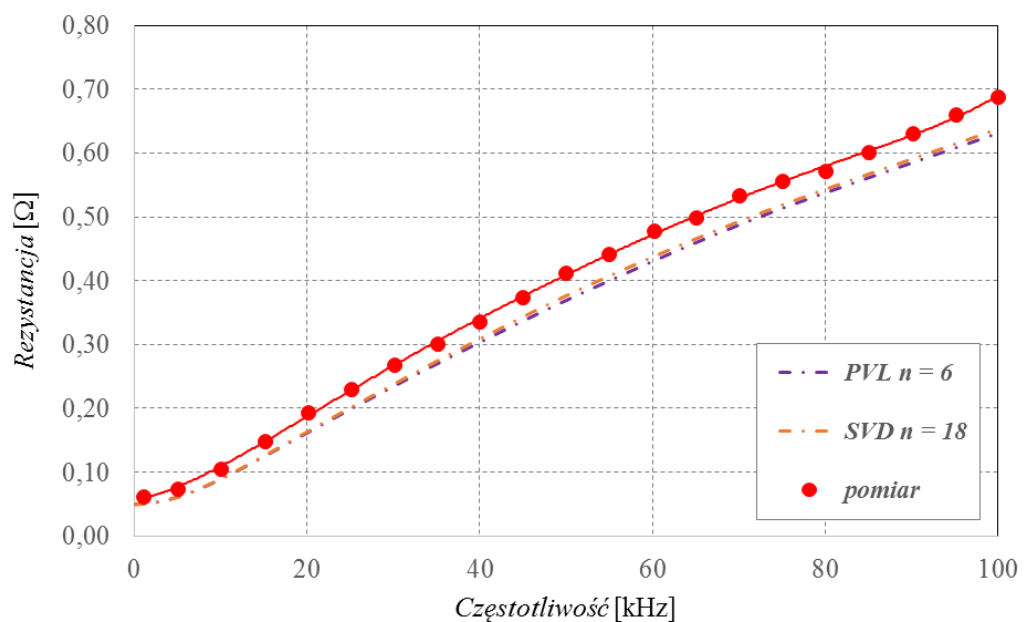
Tabela 6.3.2. Wartość różnicy względnej  $\varepsilon_{\Delta z}$  dla modeli uzyskanych metodą PVL i POD z wykorzystaniem obwodu Cauera dla różnej liczby gałęzi  $n$

	Metoda PVL				
	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
$\varepsilon_{\Delta z} - \text{stan jałowy} [\%]$	5,86E+0	4,80E-1	2,86E-2	1,19E-3	2,42E-4
$\varepsilon_{\Delta z} - \text{stan zwarcia} [\%]$	3,83E-01	3,61E-01	3,25E-01	3,03E-01	1,45E-03
	Metoda POD				
	$n = 14$	$n = 15$	$n = 16$	$n = 17$	$n = 18$
$\varepsilon_{\Delta z} - \text{stan jałowy} [\%]$	1,19E+1	6,78E-02	3,70E-02	1,45E-02	5,60E-03
$\varepsilon_{\Delta z} - \text{stan zwarcia} [\%]$	8,87E+0	5,33E-02	2,09E-02	1,68E-02	3,48E-03

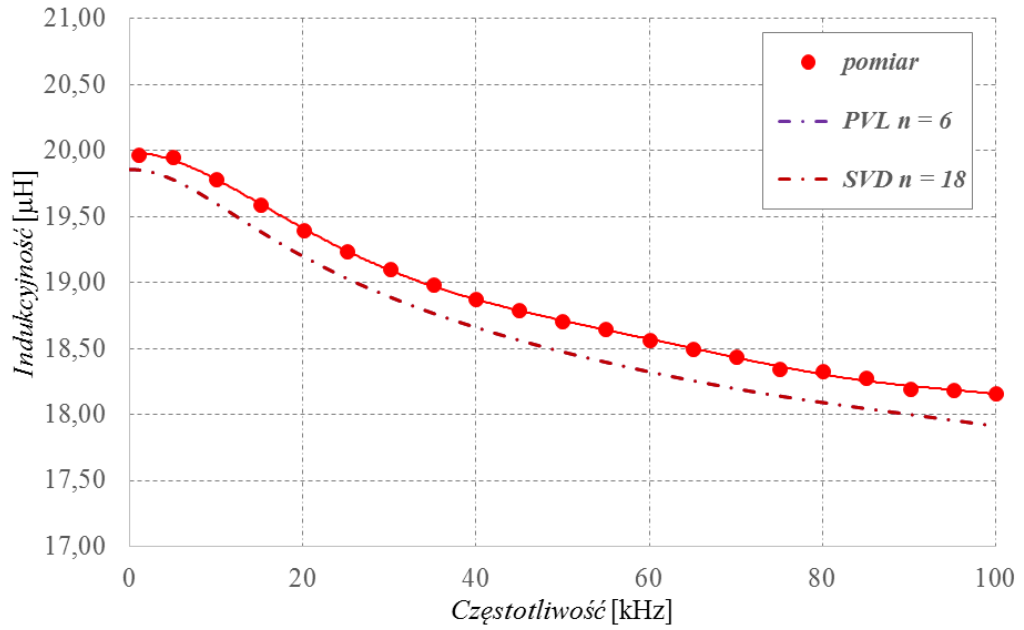
Autorka, prowadząc swoje badania w zakresie odwzorowania układów z polem elektromagnetycznym za pomocą modeli ekwiwalentnych zauważyła, że najlepiej dopasowanymi modelami są te, dla których współczynnik  $\varepsilon_{\Delta z} < 10^{-2}$ . Na podstawie przedstawionych w tabeli 6.3.2 wartości współczynnika  $\varepsilon_{\Delta z}$ , wynika, że metoda PVL dużo lepiej odwzorowuje funkcję impedancji  $\underline{z}_o(f)$  oraz  $\underline{z}_z(f)$  w porównaniu do metody POD, pod względem wartości  $n$  w stosunku do uzyskanej zbieżności wyników obliczeń z wynikami uzyskanymi dla MES. W metodzie PVL minimalna liczba  $n$  była równa 6, podczas gdy w metodzie POD liczba  $n$ , dla której osiągnięto satysfakcjonującą zbieżność była równa 18. Zatem pod względem minimalnej liczby  $n$  potrzebnej na odwzorowanie charakterystyk badanego układu mniejszą liczbą opisuje się metoda PVL. Należy jednak zauważyć, że odwzorowanie układów metodą POD silnie zależy od kilku czynników, tj. przyjętego sposobu określania wartości macierzy ortogonalnych  $\mathbf{W}$  i  $\mathbf{U}$  rozkładu SVD, stopnia redukcji rozpatrywanego układu równań, sposobu wyboru punktów ekspansji w dziedzinie częstotliwości, a także od charakteru samego układu. Niestety, metoda PVL była ponad 3 razy wolniejsza od metody POD, czego przyczyną

jest złożoność procesu obliczania macierzy Lanczosa. Średni czas potrzebny na wyznaczenie charakterystyk układu metodą PVL wynosi 10 - 12 minut, podczas gdy w metodzie POD czas ten nie przekraczał 4 minut.

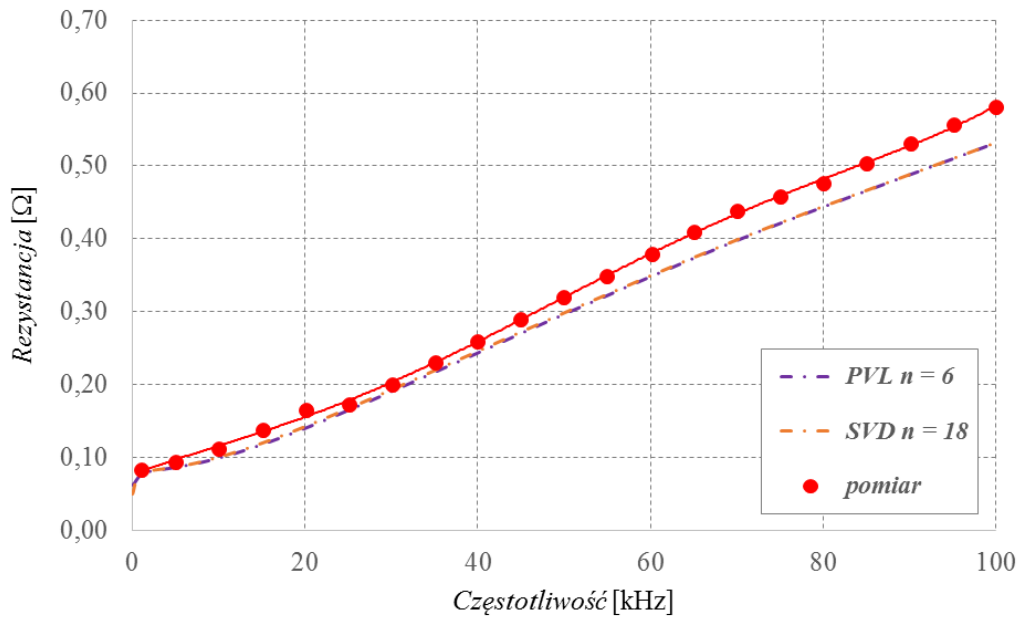
W kolejnym etapie badań, Autorka dokonała zestawienia otrzymanych wyników obliczeń metodą PVL i POD oraz wyników pomiarów uzyskanych na stanowisku badawczym. Porównanie zilustrowano na rysunkach 6.3.10 – 6.3.13. Autorka przeprowadziła serię pomiarów SBTE dla dwóch stanów pracy: stanu jałowego i zwarcia. Pomiary wykonała rejestrując przebiegi napięć i prądów dla różnych wartości częstotliwości sygnału zasilającego cewkę nadawczą. Na podstawie otrzymanych przebiegów napięć i prądów oszacowała wartości rezystancji i indukcyjności widzianych od strony zacisków cewki nadawczej. Autorka uważa, że uzyskała satysfakcjonującą zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów. Pragnie jednak zauważyć, że zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów w przypadku stosowania modeli równoważnych będzie uzależniona od typu zastosowanego modelu polowego oraz od jak najdokładniejszego uwzględnienia zjawisk zachodzących w badanym układzie.



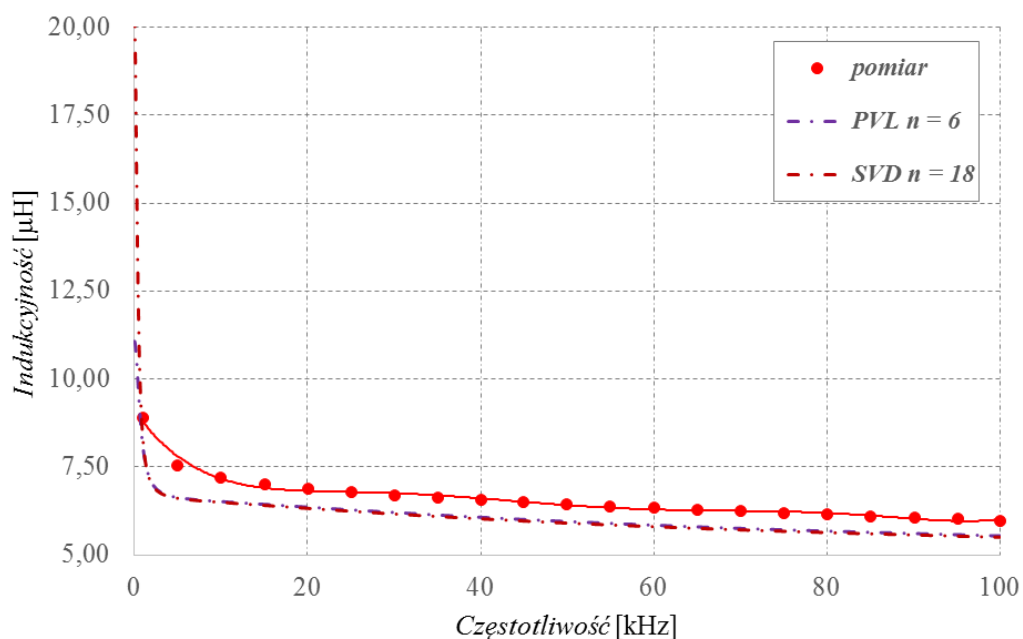
Rys. 6.3.10. Porównanie zależności rezystancji w funkcji częstotliwości  $f$  uzyskanych na podstawie pomiaru oraz metod PVL i POD dla stanu pracy jałowego układu cewek



Rys. 6.3.11. Porównanie zależności indukcyjności w funkcji częstotliwości uzyskanych na podstawie pomiaru oraz metod PVL i POD dla stanu pracy jałowej układu cewek



Rys. 6.3.12. Porównanie zależności rezystancji w funkcji częstotliwości uzyskanych na podstawie pomiaru oraz metod PVL i POD dla stanu pracy zwarcia układu cewek



Rys. 6.3.13. Porównanie zależności indukcyjności w funkcji częstotliwości uzyskanych na podstawie pomiaru oraz metod PVL i POD dla stanu pracy zwarcia układu cewek

Następnie, korzystając z uzyskanych zależności opisujących impedancje Autorka przystąpiła do obliczenia wartości parametrów zastępczych obwodów Cauera umożliwiających zbudowanie modelu obwodowego testowanego układu. Otrzymane wartości parametrów zastępczych indukcyjności  $L$  i  $L_M$  oraz rezystancji  $R$  i  $R_M$  obwodów Cauera dla gałęzi podłużnej i magnesującej zestawiono w tabelach 6.3.3 oraz 6.3.4, odpowiednio dla metody PVL oraz POD.

Tabela 6.3.3. Wartości rezystancji i indukcyjności uzyskane metodą MOR –PVL, dla gałęzi podłużnej i poprzecznej schematu zastępczego układu cewek

$n$	$R$ [ $\Omega$ ]	$L$ [ $\mu\text{H}$ ]	$R_M$ [ $\Omega$ ]	$L_M$ [ $\mu\text{H}$ ]
1	0,02514	9,71071	0,03963	10,13729
2	0,03620	4,93378	29,66607	26,24258
3	4,65089	15,69091	197,64920	203,17987
4	24,7072	34,41525	207,62768	580,46127
5	101,6583	69,19367	175,14664	938,04364
6	321,0035	171,00570	13,19314	116,62463
0	-	-	0,02464	-

Tabela 6.3.4. Wartości rezystancji i indukcyjności uzyskane metodą MOR –POD, dla gałęzi podłużnej i poprzecznej schematu zastępczego układu cewek

$n$	$R$ [ $\Omega$ ]	$L$ [ $\mu\text{H}$ ]	$R_M$ [ $\Omega$ ]	$L_M$ [ $\mu\text{H}$ ]
1	0,02487	10,15611	0,03975	10,15184
2	0,035234	4,81282	28,44287	26,30883
3	4,21588	19,74769	181,18937	202,67720
4	3,50607	26,73441	1303,4522	418,90034
5	6,34126	121,02006	1985,80089	27550,29149
6	13,10711	164,02652	4006,18066	2158,96645
7	15,33343	158,09775	2625,99786	66799,97240
8	7,19834	36,54606	3480,69493	1956,27066
9	7,24061	76,19008	5001,34363	12658,60429
10	184,39361	5363,30104	23653,53693	19034,35301
11	176,18692	9,69425	5192,83693	5136,75476
12	16,03333	11,43221	150213,43541	33890,62661
13	24,26693	14,12123	57127,69410	255316,23254
14	77,88949	46,89109	3323,56018	491429547
15	476,77423	187,32509	53,30023	209,88675
16	4491,31784	710,00029	3577,93475	147,57747
17	1353,86978	15,68511	822,36326	1172,08861
18	12157,68678	0,003122	0,42443	0,71576
0	-	-	0,02458	-

Wartości parametrów dla poszczególnych gałęzi schematu zastępczego badanego układu cewek, zestawionych w tabelach 6.3.3 oraz 6.3.4, określono na podstawie otrzymanych funkcji impedancji  $\underline{Z}_o(f)$  oraz  $\underline{Z}_z(f)$ . W pracy wartości parametrów gałęzi podłużnej obliczano z poniższych relacji:

$$R(f) = \text{re}\{0.5 \cdot \underline{Z}_z(f)\} \quad (6.3.2a)$$

$$L(f) = \text{im}\{0.5 \cdot \underline{Z}_z(f)\} \quad (6.3.2b)$$

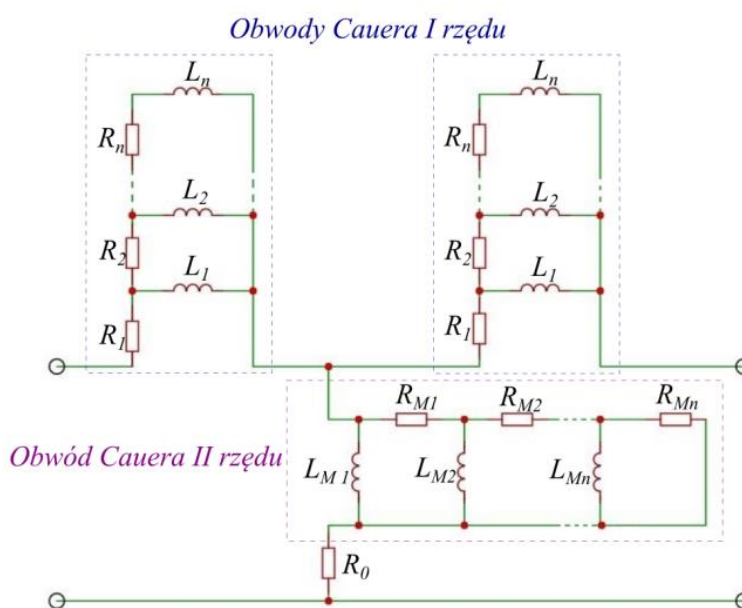
podczas, gdy parametry gałęzi poprzecznej (magnesującej) z:

$$R_M(f) = \text{re}\{\underline{Z}_o(f) - 0.5 \cdot \underline{Z}_z(f)\} \quad (6.3.3a)$$

$$L_M(f) = \text{im}\{\underline{Z}_o(f) - 0.5 \cdot \underline{Z}_z(f)\} \quad (6.3.3b)$$



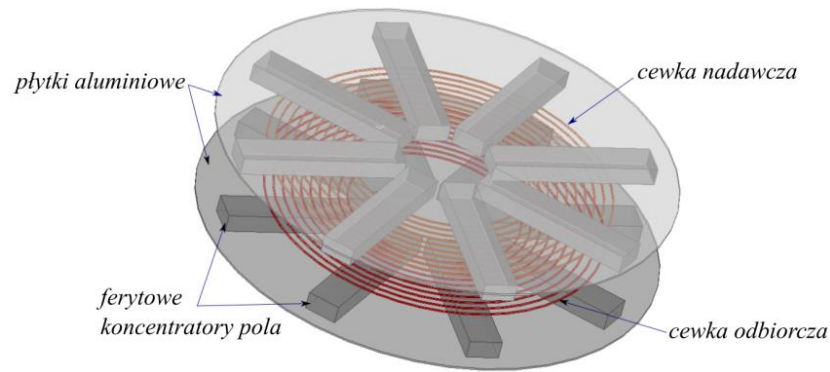
Autorka pragnie zauważyć, że analizując parametry gałęzi magnesującej w parametrach układu pojawia się dodatkowa wartość rezystancji  $R_0$ , będąca różnicą pomiędzy częściami rzeczywistymi impedancji  $\underline{Z}_o(f)$  oraz  $\underline{Z}_z(f)$ . Brak uwzględnienia tej rezystancji w schemacie zastępczym może powodować powstanie rozbieżności pomiędzy wynikami obliczeń modelem polowym a modelami równoważnymi. Dlatego schemat zastępczy układu (rys. 4.3.2) zmodyfikowano uwzględniając w gałęzi podłużnej dodatkową rezystancję  $R_0$  (rys. 6.3.14).



Rys. 6.3.14. Zmodyfikowany schemat zastępczy układu cewek sprzężonych magnetycznie uwzględniający obwody Cauera

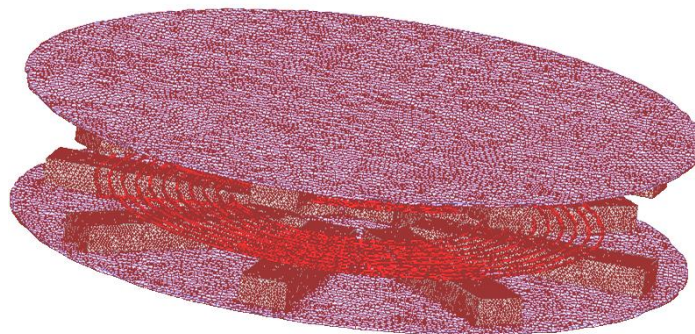
### 6.3.2. Układ cewek II

Kolejnym badanym układem był układ dwóch cewek płaskich z koncentratorami pola oraz ekranującymi płytami aluminiowymi. Badany system prezentuje rysunek 6.3.15. Rozpatrywany układ składa się z dwóch identycznych cewek, wykonanych z cienkich przewodów, wyposażonych w koncentratory pola. Przyjęto, że obie cewki mają po 10 zwojów, a koncentratory pola wykonane są z ferrytu (PC 44) i umieszczone na aluminiowej płycie. Jedna z cewek układu pełni rolę nadajnika energii (z ang. *Transmitter coil*) i jest ona zasilana ze źródła napięcia, natomiast druga pełni rolę odbiornika energii (z ang. *Receiver coil*).



Rys. 6.3.15. Widok rozpatrywanego układu cewek sprzężonych magnetycznie z koncentratorami pola

Modelem referencyjnym (wzorcowym) był tu trójwymiarowy model połowy zaimplementowany w programie Maxwell 3D (*Transient*). Widok siatki dyskretyzacyjnej opracowanej w programie Maxwell pokazano na rysunku 6.3.16. Liczba elementów siatki modelu przekraczała ponad 750 tysięcy. Należy jednak zauważyć, że do obliczeń wartości parametrów obwodu Cauera rozpatrywanego SBTE Autorka wdrożyła własne oprogramowanie 3D.



Rys. 6.3.16. Widok siatki dyskretyzacyjnej układu cewek sprzężonych magnetycznie

Parametry obwodów Cauera I i II rzędu wyznaczano stosując algorytm optymalizacyjny GEAS oraz własny model połowy. Model połowy zaimplementowano w autorskim oprogramowaniu wykorzystującym wielostopniowe ujęcie MES oraz sformułowanie połączonych potencjałów zespolonych  $\Omega-T-T_0$  [82]. Model ten posłużył do obliczenia wartości parametrów skupionych SBTE - rezystancji i indukcyjności. W oprogramowaniu własnym zastosowano elementy czworościenne, których liczba wyniosła 350 tys. Następnie wartości otrzymanych parametrów wykorzystano do wyznaczenia wartości rezystancji i indukcyjności opisujących poszczególne gałęzie

obwodów równoważnych Cauera (rys. 4.3.2). W tym przypadku dążono do minimalizacji określonej funkcji celu (5.3.2).

Ponieważ w testowanym układzie obie cewki były identyczne, wartości parametrów gałęzi podłużnej (tj. obwodów Cauera I rzędu) były takie same. W tabelach poniżej (tab. 6.3.5 i 6.3.6) zestawiono wartości indukcyjności i rezystancji uzyskane w procesie optymalizacji dla obwodów Cauera, reprezentujących gałęzie podłużne i poprzeczne schematu zastępczego. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń testowych stwierdzono, że liczba gałęzi  $n = 3$  obwodu Cauera jest satysfakcjonująca w odniesieniu do wyników uzyskanych po zastosowaniu MP. Prowadząc badania zauważono, że zwiększenie liczby gałęzi obwodów równoważnych powyżej  $n = 3$  nie zwiększyło już w sposób znaczący dokładności modelu ekwiwalentnego [133].

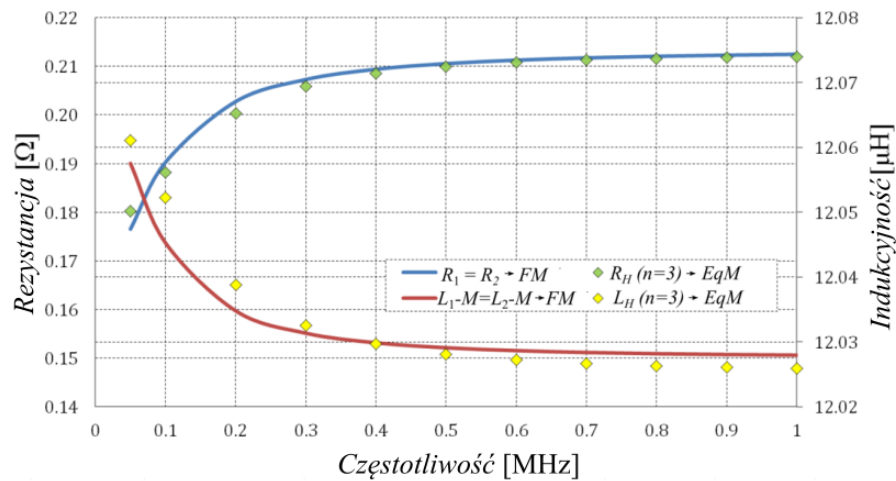
Tabela 6.3.5. Wartości rezystancji i indukcyjności obliczone dla obwodu Cauera I rzędu, dla  $n = 3$

$n$	$R$ [ $\Omega$ ]	$L$ [mH]
1	0,176	12,065
2	1450,000	154,170
3	1837,000	3,651

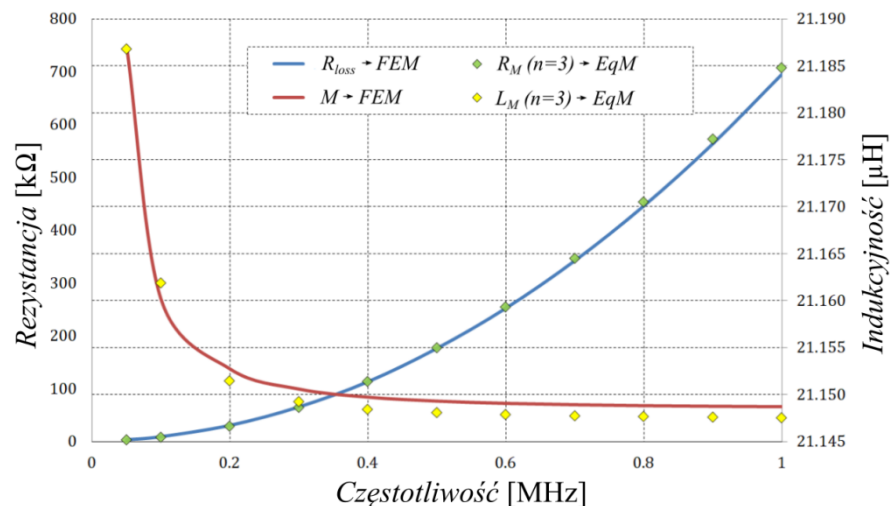
Tabela 6.3.6. Wartości rezystancji i indukcyjności obliczone dla obwodu Cauera II rzędu, dla  $n = 3$

$n$	$R_M$ [ $\Omega$ ]	$L_M$ [mH]
1	1300,340	21,239
2	34,516	572,919
3	$3,141 \cdot 10^9$	4,928

Na rysunku 6.3.17 przedstawiono porównanie charakterystyk częstotliwościowych rezystancji i indukcyjności dla gałęzi podłużnej schematu zastępczego transformatora. Natomiast na rysunku 6.3.18 przedstawiono charakterystyki indukcyjności i rezystancji w funkcji częstotliwości dla gałęzi poprzecznej, tj. dla obwodu Cauera II rzędu.



Rys. 6.3.17. Porównanie indukcyjności i rezystancji gałęzi podłużnej transformatora w funkcji częstotliwości źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz z wykorzystaniem obwodu Cauera I rzędu dla  $n = 3$

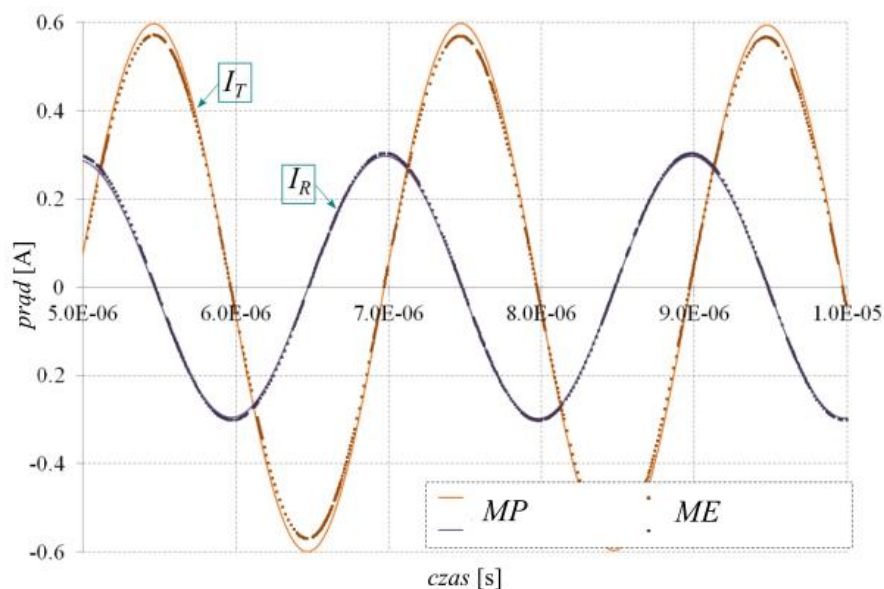


Rys. 6.3.18. Porównanie indukcyjności i rezystancji gałęzi poprzecznej transformatora w funkcji częstotliwości źródła zasilania uzyskanych na podstawie modelu polowego oraz z wykorzystaniem obwodu Cauera II rzędu dla  $n = 3$

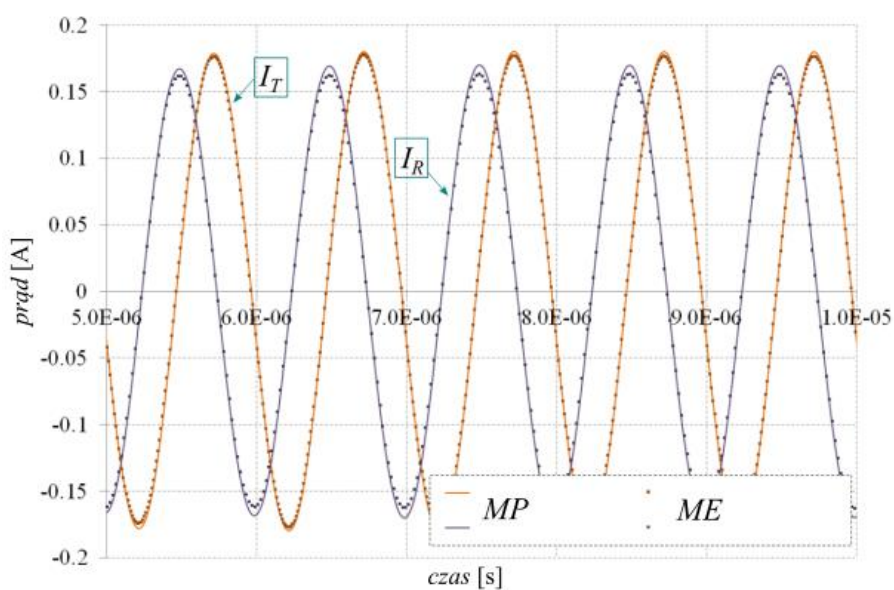
Zauważono, że w całym rozpatrywanym zakresie zmian częstotliwości  $f$  źródła zasilania uzyskano zadowalającą zgodność wyników dla proponowanego modelu ekwiwalentnego w porównaniu z wynikami uzyskanymi na podstawie referencyjnego modelu polowego.

W pracy porównano również przebiegi prądu nadajnika energii ( $I_T$ ) oraz odbiornika energii elektrycznej ( $I_R$ ). Wykonano obliczenia dla układu cewek sprzężonych magnetycznie zasilanego ze źródła napięcia sinusoidalnego o różnej częstotliwości. Wartość amplitudy napięcia zasilającego przyjęto równą 24 V, a układ

obciążono rezystancją równą  $120 \Omega$ . Odległość pomiędzy cewkami wynosiła 2 cm. Do obwodu dobrano również wartości pojemności w celu wyeliminowania indukcyjności własnych cewek. Poniżej przedstawiono wyniki dla częstotliwości źródła zasilania równego 500 kHz (rys. 6.3.19) i 1 MHz (rys. 6.3.20).



Rys. 6.3.19. Porównanie prądów nadajnika i odbiornika SBTE wyznaczonych na podstawie pełnego modelu polowego i zaproponowanego modelu ekwiwalentnego dla częstotliwości źródła zasilania równej 500 kHz



Rys 6.3.20. Porównanie przebiegów prądów nadajnika i odbiornika SBTE wyznaczonych na podstawie pełnego modelu polowego i zaproponowanego modelu ekwiwalentnego dla częstotliwości źródła zasilania równej 1 MHz

Dla powyższych przebiegów przeprowadzono również analizę porównawczą otrzymanych wyników, w której wyznaczono procentową różnicę  $\varepsilon_{\Delta I}$  (zależność 6.2.1). Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli 6.3.7.

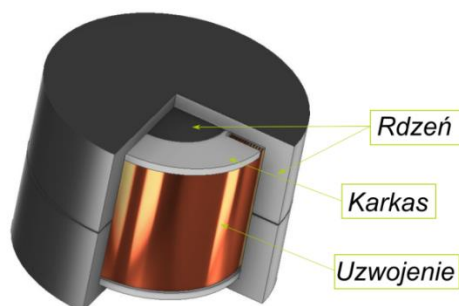
Tabela 6.3.7. Zestawienie różnicy względnej pomiędzy MP a proponowanym ME

f [kHz]	$\varepsilon_{\Delta I}(I_R)$	$\varepsilon_{\Delta I}(I_T)$
500	0,0469%	0,0198%
1000	0,0217%	0,0363%

Na podstawie przedstawionego porównania można stwierdzić dużą zgodność uzyskanych wyników. Przedstawiona powyżej analiza (rys. 6.3.19, rys. 6.3.20 i tab. 6.3.7) wykazała bardzo niewielkie różnice pomiędzy otrzymanymi wynikami. Ponadto, czas potrzebny na wyznaczenie wartości parametrów modelu ekwiwalentnego wraz z obliczeniami stanowił w tym przypadku niecałe 2 godziny. Program Maxwell na rozwiązanie problemu potrzebował ponad 4.5 godziny. Biorąc pod uwagę czas potrzebny na sformułowanie modelu zastępczego i wykonanie wszystkich dodatkowych obliczeń, wyniki o dużej dokładności uzyskano ponad dwukrotnie szybciej niż przy wykonywaniu pełnego 3D MES.

#### 6.4. UKŁAD TRANSFORMATORA IMPULSOWEGO

Dodatkowo, w pracy Autorka rozpatrzyła układ transformatora impulsowego z uzwojeniami taśmowymi o strukturze osiowosymetrycznej. Widok badanego transformatora przedstawiono na rysunku 6.4.1. Rdzeń transformatora został wykonany z materiału ferrytowego 3C90. Liczba zwojów każdego z uzwojeń wynosiła 15 [85,86].



Rys. 6.4.1 Widok rozpatrywanego transformatora impulsowego

Schemat zastępczy rozpatrywanego układu wykorzystujący obwody zastępcze Cauera jest zbieżny ze schematem układu cewek sprzężonych magnetycznie (rys.

6.3.14). Do określenia wartości parametrów gałęzi podłużnej został wykorzystany obwód Cauera I stopnia, natomiast w celu wyznaczenia wartości parametrów gałęzi poprzecznej zastosowano obwód Cauera II stopnia.

Przy tworzeniu schematu zastępczego transformatora impulsowego wykorzystano 2D osiowosymetryczny model połowy, wykorzystujący ujęcie krawędziowe MES oraz sformułowanie  $A-V$ .

Punktem wyjścia do wyznaczenia wartości parametrów zastępczych metodą POD jest układ równań macierzowych opisujących rozkład pola elektromagnetycznego w badanym transformatorze (4.2.18). W badaniach uwzględniono prądy wirowe w uzwojeniach i rdzeniu ferrytowym. Określono wartości parametrów obwodów Cauera. Przyjęto, że zostanie rozpatrzony przypadek, w którym dla każdego z obwodów Cauera liczba gałęzi będzie wynosiła  $n = 4$ . Liczba gałęzi została przyjęta na podstawie wykonanych obliczeń, z których wynikało, że jest to minimalna liczba, dla której wyniki są satysfakcjonujące. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń z wykorzystaniem opracowanego modelu uzyskano wartości parametrów obwodów, które zawarto w tabeli 6.4.1 i tabeli 6.4.2, odpowiednio dla gałęzi podłużnej oraz gałęzi poprzecznej schematu zastępczego transformatora.

Wyniki uzyskane na podstawie zaproponowanego przez autorkę modelu ekwiwalentnego porównano z wynikami uzyskanymi po zastosowaniu pełnego modelu połowego opracowanego w oprogramowaniu komercyjnym Maxwell.

Tabela 6.4.1 Wartości parametrów obwodu Cauera I rzędu dla gałęzi podłużnej

$n$	$R [\Omega]$	$L[\text{mH}]$
1	0,150	1,499
2	0,154	0,046
3	69,587	0,770
4	104,292	1,661

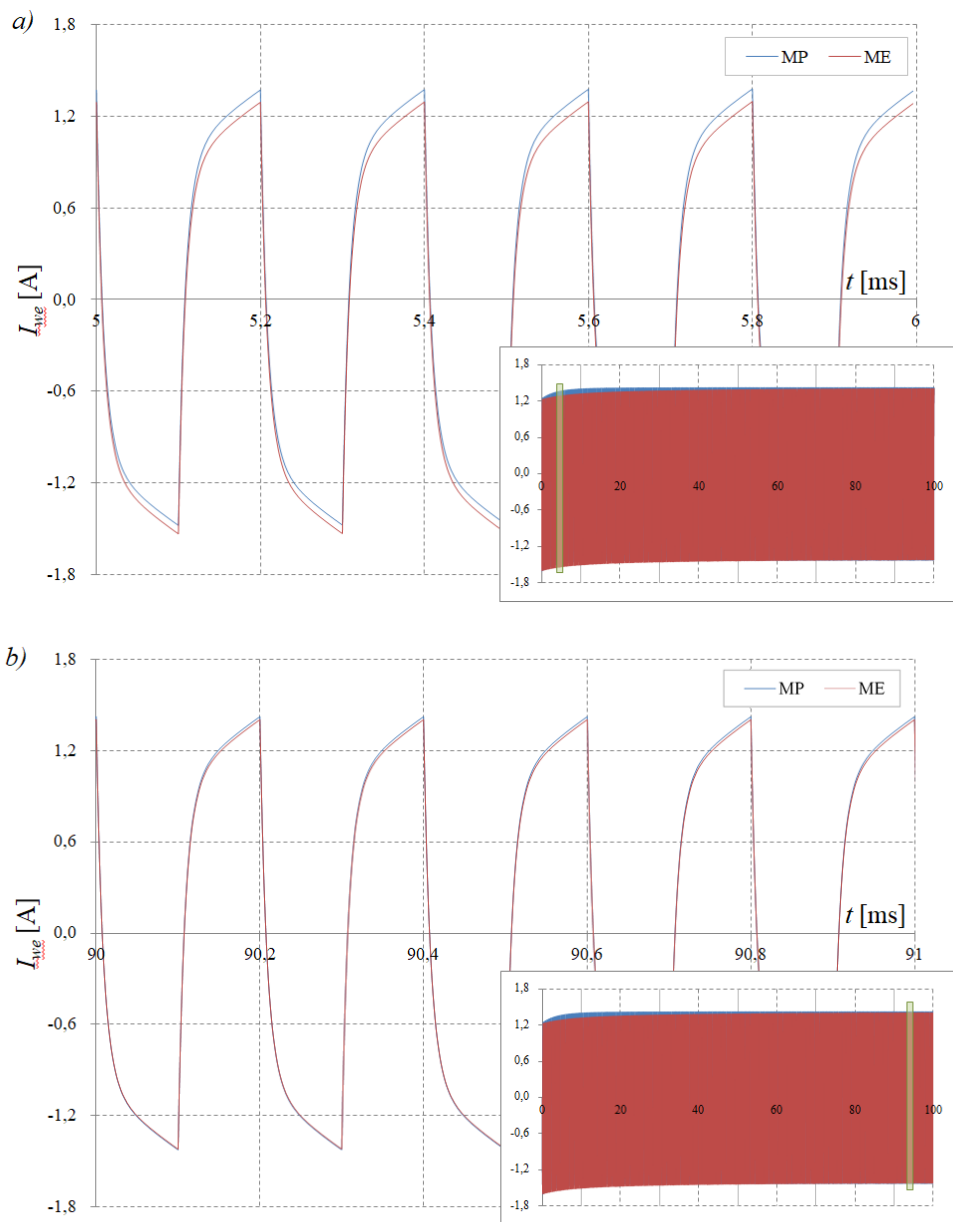
Tabela 6.4.2 Wartości parametrów obwodu Cauera II rzędu dla gałęzi poprzecznej

$n$	$R[\Omega]$	$L[\text{mH}]$
1	0,149	1,472
2	75,201	2,984
3	90,602	0,954
4	268,543	0,828
0	0,150	-

Otrzymane powyżej wartości parametrów posłużyły do budowy schematu zastępczego badanego transformatora, celem analizy jego stanów pracy. Analizę stanów

pracy transformatora wykonano dla napięcia zasilającego o przebiegu prostokątnym i zerowej wartości składowej stałej. Wartość amplitudy napięcia zasilającego przyjęto równą 12 V a częstotliwość  $f$  okresu sygnału podstawowego równą 5 kHz. Transformator obciążono rezystancją  $R_0$  o wartości 10  $\Omega$ .

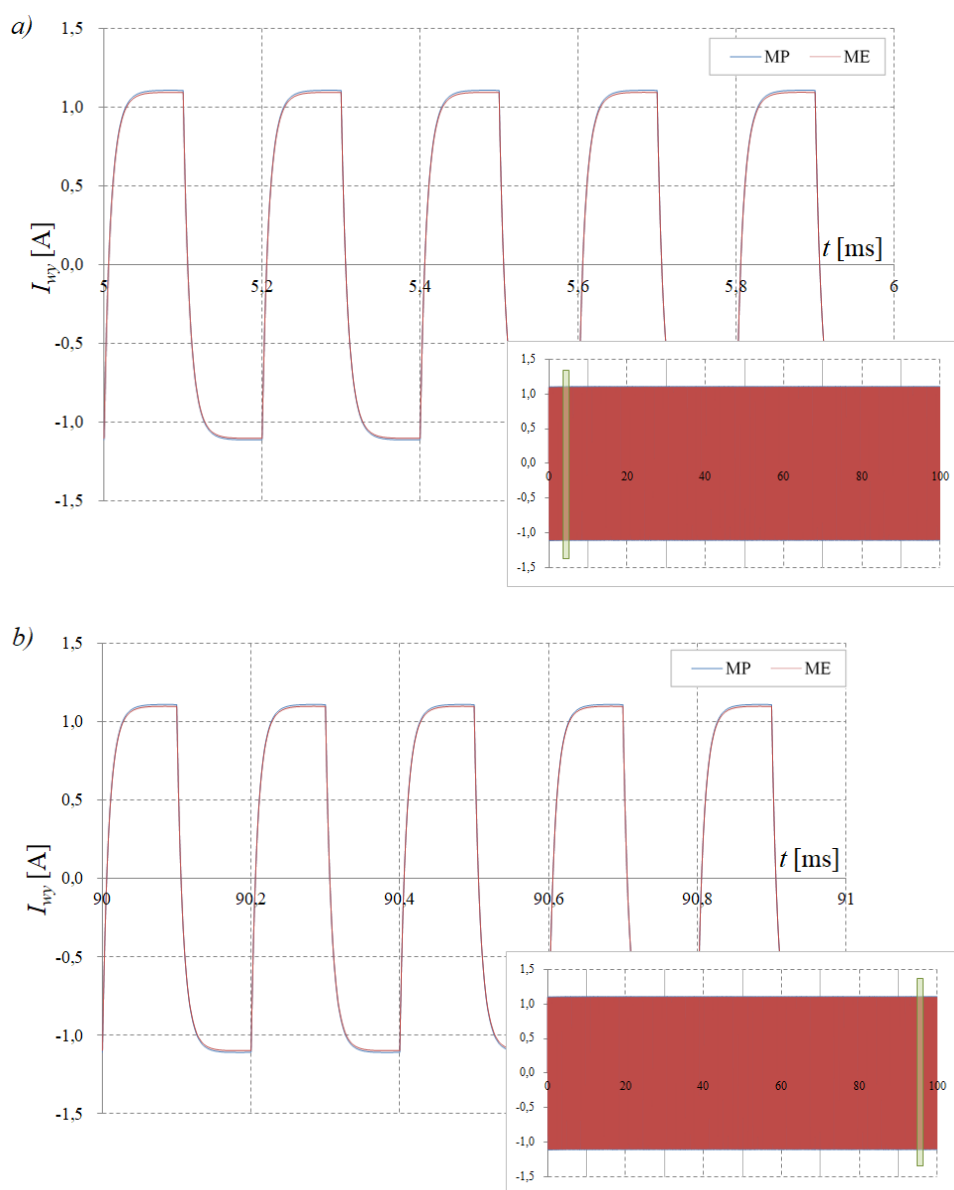
Na rysunku 6.4.2 zestawiono przebiegi prądów  $I_{we}$  uzwojenia strony pierwotnej transformatora dla chwili czasowej (a)  $t = 5\text{ms}$ , (b)  $t = 90\text{ms}$ . Przebiegi prądu uzyskano na podstawie zaproponowanego modelu ekwiwalentnego oraz modelu polowego opracowanego w programie Maxwell.



Rys. 6.4.2 Zestawienie przebiegów prądu uzwojenia strony pierwotnej  $I_{we}$  dla chwili czasowej (a)  $t = 5\text{ms}$ , (b)  $t = 90\text{ms}$



Na rysunku 6.4.3 porównano przebiegi prądu uzwojenia strony wtórnej transformatora  $I_{wy}$ , odpowiednio dla chwili czasowej (a)  $t = 5\text{ms}$ , (b)  $t = 90\text{ms}$ .



Rys 6.4.3. Zestawienie przebiegów prądu uzwojenia strony wtórnej  $I_{wy}$  dla chwili czasowej (a)  $t = 5\text{ms}$  oraz (b)  $t = 90\text{ms}$

Przedstawione powyżej przebiegi wykazują dużą zgodność wyników obliczeń wykonanych dla zaproponowanego schematu zastępczego transformatora z wynikami uzyskanymi na podstawie modelu polowego. W celu potwierdzenia wiarygodności została wyznaczona względna różnica  $\varepsilon_{\Delta I}$  pomiędzy wynikami uzyskanymi dla modelu polowym a proponowanym w pracy schematem (zależność 6.2.1). Wartość

współczynnika wyznaczono dla obu prezentowanych przebiegów prądów dla wybranych chwil czasowych. Wyniki zamieszczono w tabeli 6.4.3.

Tabela 6.4.3 Zestawienie różnicy względnej pomiędzy MP a proponowanym ME

$I$	$\varepsilon_{\Delta I}$	
	$t = 5 \text{ ms}$	$t = 90 \text{ ms}$
$I_{we}$	$5,63 \cdot 10^{-2}\%$	$1,12 \cdot 10^{-2}\%$
$I_{wy}$	$1,32 \cdot 10^{-2}\%$	$1,01 \cdot 10^{-2}\%$

## 6.5. PODSUMOWANIE

W rozdziale przedstawiono wybrane wyniki badań zrealizowane z układami testującymi. Przebadano cztery układy: pojedynczą cewkę z przewodzącym rdzeniem, układ cewek sprzężonych magnetycznie, układ cewek sprzężonych magnetycznie z koncentratorami pola i płytami ekranującymi oraz transformator impulsowy.

W trakcie budowy modeli ekwiwalentnych wymienionych układów wykorzystano oprogramowania własne do:

- a) obliczeń polowych wykorzystujące 2D krawędziowe ujęcie MES oraz sformułowanie  $A-V$  oraz  $A-V-T_0$ ,
- b) obliczeń modeli polowych wykorzystujące 3D ujęcie MES oraz sformułowanie  $\Omega-T-T_0$ ,
- c) wyznaczania parametrów obwodów zastępczych wykorzystujące metodę dopasowania,
- d) wyznaczania parametrów obwodów Fostera i/lub Cauera wykorzystujące metodę redukcji modelu na podstawie dekompozycji ortogonalnej (POD),
- e) wyznaczania ww. parametrów wykorzystujące metodę redukcji modelu na podstawie podejścia Padé via Lanczos.

Wykonane modele polowe rozpatrywanych układów pozwalały na wyznaczenie układów równań macierzowych jak również określenie charakterystyk częstotliwościowych indukcyjności i rezystancji układu. Wykreślone charakterystyki były punktem wyjścia do zastosowania metody dopasowania, która umożliwia

poszukiwanie parametrów obwodów zastępczych. Wyznaczone układy równań macierzowych były natomiast wykorzystywane w metodzie PVL i POD.

Układ I, tj. cewka solenoidalna i przewodzący rdzeń został przetestowany z wykorzystaniem metod FM i PVL. Wyniki uzyskane na podstawie zaproponowanych modeli ekwiwalentnych zostały porównane z wynikami uzyskanymi na podstawie analizy polowej wykonanej w komercyjnym oprogramowaniu Maxwell. Dla wybranych przebiegów prądów płynących przez cewkę obliczono wartość różnicy względnej  $\varepsilon_{\Delta I}$ . Przeanalizowano wpływ liczby gałęzi obwodów równoważnych na uzyskiwane wyniki i zbieżność z MP. Wykonano również testy przy zasilaniu cewki solenoidalnej z przemiennika częstotliwości PWM dla różnych wartości częstotliwości źródła. Dokonano porównania czasu obliczeń przy zastosowaniu pełnego modelu polowego oraz zaproponowanych modeli ekwiwalentnych. W pracy przedstawiono wybrane wyniki. Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono dużą zgodność wyników MP z ME.

W rozdziale 6.3 omówiono układ II, czyli układ cewek sprzężonych magnetycznie. Analizowano dwa przypadki, jeden układ cewek spiralnych umieszczonych w powietrzu, oraz drugi układ cewek z koncentratorami pola zamieszczonymi na płytach ekranujących. W przypadku cewek umieszczonych w powietrzu wyznaczono wartości parametrów zastępczych obwodów Cauera. Wykonano również analizę porównawczą wyników obliczeń pomiędzy metodą PVL a metodą POD.

W drugim przypadku założono, że koncentratory pola wykonane są z ferrytu typu PC 44, a płyty ekranujące z aluminium. Modelem referencyjnym dla tego układu był 3D model polowy wykonany w oprogramowaniu komercyjnym Maxwell. Wykonano analizę zaproponowanych ME wykorzystujących metodę dopasowania. W celu wyznaczenia parametrów obwodów Fostera i/lub Cauera opracowano podejście łączące strategię ewolucji z operatorami algorytmu genetycznego. Przedstawiono wybrane wyniki obliczeń symulacyjnych otrzymane dla opracowanego modelu SBTE dla wybranych częstotliwości źródła zasilania. Wyniki obliczeń porównano z wynikami obliczeń otrzymanymi na podstawie pełnego 3D modelu polowego. Zaprezentowano porównanie czasu obliczeń dla MP i ME oraz przeanalizowano różnice względne uzyskane dla ME w porównaniu z MP. Na podstawie przedstawionych w rozdziale wyników stwierdzono ich dużą zgodność. Przeprowadzone analizy i testy potwierdzają

założenie, że zastosowanie ME pozwala skrócić czas obliczeń w porównaniu z wykorzystaniem MP.

Ostatnim opisanym w niniejszej rozprawie układem był układ transformatora impulsowego zasilanego z wyższych częstotliwości. Przyjęto, że uzwojenie transformatora będzie taśmowe i liczba zwojów każdego z uzwojeń będzie wynosiła 15 zwojów. Rdzeń transformatora wykonano z materiału ferrytowego. Wykonano analizę dla modeli z wykorzystaniem metody PVL i POD. Analizowano różne stany pracy transformatora, tj. stan jałowy, stan zwarcia i praca transformatora z obciążeniem. Przedstawiono wybrane wyniki obliczeń, które pokazują przydatność wykorzystywania ME.

W niniejszym rozdziale wykazano skuteczność stosowania modeli ekwiwalentnych ze względu na skrócenie czasu obliczeń przy zachowaniu zadowalającej dokładności.

**PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE**

Zdefiniowany na wstępie cel rozprawy sprowadzić można do poszukiwania algorytmów i procedur pozwalających, w relatywnie krótkim czasie, dokonać kompleksowej analizy stanów pracy oraz zaprojektować optymalne, pod względem konstrukcji i wydolności energetycznej, układy uzwojeń systemów bezprzewodowej transmisji energii zasilanych z przemienników pracujących z wyższymi częstotliwościami.

**Przedstawiona w rozprawie metodologia rozwiązywania tak zdefiniowanego zadania badawczego została pozytywnie zweryfikowana.** Osiągnięto to poprzez wykorzystanie równoważnych obwodów Fostera i Cauera oraz nowe ujęcia MES, w których do opisu pola elektromagnetycznego wykorzystuje się funkcje interpolacyjne elementu wielostopniowego. W pracy analizowano układy cewek sprzężonych magnetycznie zasilanych ze źródeł wyższych częstotliwości, a także poprawność działania opracowanych algorytmów i procedur. Testy przeprowadzono korzystając z modelu układu złożonego z cewki i przewodzącego rdzenia, modelu cewek sprzężonych magnetycznie oraz modelu transformatora impulsowego. W rezultacie przedstawiono opracowane unikatowe modele ekwiwalentne, obwodowo – polowe wykorzystujące obwody Cauera i/lub Fostera.

Autorka wykazała poprawność tezy postawionej na wstępie rozprawy. **Udowodniła, że istnieje możliwość połączenia równoważnych obwodów Fostera i Cauera z modelami obwodowymi oraz modelami wykorzystującymi najnowsze wielostopniowe ujęcie metody elementów skończonych.** Wykazała, że dzięki zastosowaniu wspomnianych modeli numerycznych istnieje możliwość przyspieszenia obliczeń symulacyjnych dotyczących analizy stanów pracy układów z polem elektromagnetycznym, a także udowodniła, że odpowiednio dobrane i zastosowane algorytmy pozwalają na skrócenie czasu obliczeń projektowych układów uzwojeń stosowanych w systemach bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej.

Najistotniejszym **osiągnięciem Autorki jest opracowanie i wdrożenie metod analizy układów z polem elektromagnetycznym za pomocą modeli ekwiwalentnych (polowo-obwodowych) wykorzystujących obwody Fostera i Cauera.** W tym celu opracowała odpowiednie modele polowe i obwodowe testowanych układów oraz

metody wyznaczania wartości parametrów obwodów Foster'a i/lub Cauera, a następnie połączyła wymienione modele oraz metody wykazując celowość ich stosowania.

W ramach pracy Autorka **opracowała i wdrożyła oprogramowanie własne wykorzystujące sformułowanie  $A-V$  i  $A-V-T_0$  w dwuwymiarowym (2D) ujęciu MES**. Modele zaimplementowane do tych programów cechowały się symetrią osiową. Dla układów nieposiadających symetrycznej osiowości **opracowano i wdrożono oprogramowanie własne korzystające z trójwymiarowego (3D) ujęcia MES wraz ze sformułowaniem  $\Omega-T-T_0$** . W opracowanych algorytmach uwzględniono możliwość występowania dodatkowych komponentów, takich jak koncentratory pola, w których mogą indukować się prądy wirowe. Dla każdego z podejść, uformowano macierz impedancji, która jest niezbędna przy wyznaczaniu wartości parametrów zastępczych obwodów Foster'a i/lub Cauera. Opracowane modele polowe posłużyły do wyznaczania układu równań, a także określenia charakterystyk częstotliwościowych indukcyjności i rezystancji testowanych układów.

W ramach badań Autorka **opracowała i wdrożyła trzy metody wyznaczania wartości parametrów obwodów Foster'a i Cauera bazujące na metodzie dopasowania oraz dwóch bazujących na metodzie redukcji modelu, tj. metodzie rozkładu ortogonalnego i metodzie Padé via Lanczos**. W metodzie dopasowania wykorzystano podejście łączące elementy strategii ewolucji z algorytmem genetycznym (GAES). **Wdrożono autorską procedurę umożliwiającą zawężanie obszaru poszukiwań, a także operator nazwany „dopływem świeżej krwi”**. Zdecydowano się na wprowadzenie tych modyfikacji do algorytmu GAES, w celu poprawy procedury przeszukiwania jego przestrzeni zmiennych decyzyjnych. Ma to bezpośrednie przełożenie na przyspieszenie algorytmu, a tym samym na szybsze odnajdywanie optymalnych wartości zmiennych decyzyjnych. W pracy rozpatrywano także metody redukcji modelu, które jak wykazano, pozwalają na znaczne przyspieszenie wyznaczania parametrów obwodów Foster'a i/lub Cauera w stosunku do metody dopasowania FM. Opracowano i wdrożono metodę bezpośredniego rozkładu ortogonalnego, bazującą na dekompozycji równań wyższego rzędu opisujących układ do równań niższego rzędu za pomocą wektorów własnych macierzy i wartościach osobliwych.

Ponadto, w pracy przedstawiono metodę PVL, tj. Padé via Lanczos, polegającą na redukcji stopnia macierzy wyższego rzędu do stopnia niższego za pomocą wartości i wektorów własnych macierzy współczynników równań MES.

**Autorka pracy wykazała, że zastosowanie modeli ekwiwalentnych umożliwia znaczącą redukcję czasu obliczeń w stosunku do obliczeń wykorzystujących modele polowe. Wykazano, że dzięki zastosowaniu metod PVL i POD istnieje możliwość skrócenia czasu obliczeń nawet 200–krotnie.**

Należy sądzić, że przedstawione w rozprawie rezultaty badań przyczynią się do postępu w poszukiwaniu szybkozbieżnych algorytmów oraz procedur umożliwiających analizę i syntezę układów z polem elektromagnetycznym, co może przełożyć się na szybszą analizę tych układów niż w przypadku stosowania modeli polowych.

## LITERATURA

- [1] Aditya K., Sood V. K., Williamson S. S., *Magnetic characterization of unsymmetrical coil pairs using Archimedean spirals for wider misalignment tolerance in IPT System*, IEEE Transactions on Transportation Electrification, vol. 3, no. 2, pp. 454 – 463, 2017
- [2] Ali A. M., *Different Techniques for calculating apparent and incremental inductances using finite element method*, Iraqi Journal for Electrical And Electronic Engineering vol. 11, no. 2 pp. 193 – 201, 2015
- [3] Al-Saadi M., Al-Gizi A. G., Al-Chlaihawi S., Al-Omari A. H., *Inductive power transfer for charging the electric vehicle batteries*, Electrotehnică, Electronică, Automatică, vol. 66, pp. 29 – 39, 2018
- [4] Bai Z., Freund R. W., *A partial Padé-via-Lanczos method for reduced-order modeling*, Elsevier, Linear Algebra and its Applications, vol. 332 – 334, pp. 139 – 164, 2001
- [5] Bañuelos-Cabral E. S., Gutierrez-Robles J. A., Gustavsem B., *Rational fitting techniques for the modeling of electric power components and systems using MATLAB Environment*, InTech, 2017
- [6] Barzan T., Ametani A., Gole A. M., Kordi B., *Quasi-analytical calculation of frequency-dependent resistance of rectangular conductors considering the edge effect*, Energies, vol. 15, no. 2, p. 503, 2022
- [7] Bednarek K., *Electrodynamic calculations and optimal designing of heavy-current lines*, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 84, no. 12, pp. 138 – 141, 2008
- [8] Belahcel A., Floran M., El-Hadi-Zaim M., Kolondzovski Z., *Combined FE and particle swarm algorithm for optimization high speed PM synchronous machine*, COMPEL, vol. 34, no. 2, pp. 47 – 484, 2015
- [9] Bertoluzzo, M.; Di Barba, P.; Forzan, M.; Mognaschi, M.E.; Sieni, E. *Wireless power transfer system in dynamic conditions: a field-circuit analysis*, Vehicles vol. 4, pp. 234–242, 2022.
- [10] Biro O., Richter K., *CAD in electromagnetism*, Advances in electronics and electron physics, vol. 82, pp. 1 – 96, 1991
- [11] Boley D. L., *Krylov space methods on state-space control models*, Circuits, Systems and Signal Processing, vol. 13, pp. 733 – 758, 1994



- [12] Bolkowski S., *Komputerowe metody analizy pola elektromagnetycznego*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993
- [13] Bonotto M., Bettini P., Cenedese A., *Model-Order Reduction of large-scale state-space models in fusion machines via Krylov methods*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 53, no. 6, 2017
- [14] Bossavit A., *Computational Electromagnetism, Variation Formulations, Complementarily*, Edge Elements, San Diego Academic Press, 1998
- [15] Canestraro M., Ruggeriego A., *Protesi retiniche*, praca dyplomowa, Uniwersytet w Padwie, 2011
- [16] Cao Y., Li Z. F., Mao I. F., *A PIC with a new capacitance model for circuit simulation of interconnects and packaging structures*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., vol. 48, no. 9, pp. 1435-1442, 2000
- [17] Cauer W., *Neuere ergebnisse der theorie der linearen wechselstromhaltungen*, Archiv für Elektrotechnik, vol 34, pp. 689 – 700, 1940
- [18] Chew W. C., Jin J. M., Michielssen E., Song J., *Fast and efficient algorithms in computational electromagnetics*, Book, Artech House Publisher, 2002
- [19] Chigira M., Nagatsuka Y., Kaneko Y., Abe S., Yasuda T., Suzuki A., *Small-size light-weight transformer with new core structure for contactless electric vehicle power transfer system*, 2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, 2011
- [20] Chiprout E., Nakhla M.S., *Analysis of interconnect networks using complex frequency hopping (CFH)*, IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, vol. 14, no. 2, pp. 186 – 200, 1995
- [21] Cho I-K., Kim S-M, Moon J-I, Yoon J-H, Jeon S-I, Choi J-I, *Wireless power transfer system for docent robot by using magnetic resonant coils*, IEEE, 2013
- [22] Choi B., Nho J., Cha H., Ahn T., *Design and implementation of low-profile contactless battery charger using planar printed circuit board windings as energy transfer device*, IEEE Transactions on industrial electronics, vol. 51, no. 1 pp. 140 – 147, 2004
- [23] Chunbo Z., Kai L., Chunlai Y., Rui M, Hexiao C., *Simulation and experimental analysis on wireless energy transfer based on magnetic resonances*, IEEE Conference on Vehicle Power and Propulsion, pp. 1 – 4, 2008

- [24] Cieśla T., *Układ do bezprzewodowej transmisji energii elektrycznej*, Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki, Napędu Elektrycznego i Robotyki, Gliwice 2012
- [25] Citko T., Tunia H., Winiarski B., *Układy rezonansowe w energoelektronice*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2001
- [26] Clemens M., Weiland T., *Discrete electromagnetism with the finite integration technique*, PIER Progress in Electromagnetics Research, Vol. 32, pp. 65 – 87, 2001
- [27] Dao S., Abhary K., Marian R., *An improved genetic algorithm for multi-dimensional optimization of precedence-constrained production planning and scheduling*, Journal of Industrial Engineering, International, vol. 13, no. 2, pp. 143 – 159, 2017
- [28] Demenko A., *Obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2004
- [29] Demenko A., Sykulski J. K., *Network models of three-dimensional electromagnetic fields*, ICS Newsletter, vol. 13, no. 3, pp. 3-13, 2006
- [30] Demenko A., Sykulski J. K., Wojciechowski R. M., *Calculation of inducted currents using edge elements and  $T-T_0$  formulation*, IET Science, Measurement and Technology, vol. 2, no. 6, pp. 434 – 439, 2008
- [31] Demenko A., Sykulski J. K., Wojciechowski R. M., *Network representation of conducting regions in 3D finite element description of electrical machines*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, no. 6, 714 – 717, 2008
- [32] Demenko A., Sykulski J.K., *Network equivalents of nodal and edge elements in electromagnetics*, IEEE Transactions on Magnetics Vol. 38, pp. 1305–1308, 2002
- [33] Demenko A., Sykulski J.K., *Magneto-electric network models in electromagnetism*, Compel, vol. 25, no. 3, pp. 581 – 8, 2006
- [34] Demenko A., Wojciechowski R.M., Sykulski J.K., *2D versus 3D electromagnetic field modeling in electromechanical Energy converters*, IEEE Transaction on Magnetics, vol. 50, no. 2, 2014
- [35] Dionigi M., Mongiardo M., *CAD of wireless resonant energy links (WREL) realized by coils*, 2010 IEEE MTT-S International Microwave Symposium, 2010
- [36] Dular P., Nicolet A., Genon A., Legros W., *A discrete sequence associated with mixed finite elements and its gauge condition for vector potential*, IEEE Transactions on Magnetics, 1995, vol. 31 no. 3, 1356 – 1359, 1995

- [37] EPC911 – Demonstration System, Quick Start Guide, ss. 13, 2017
- [38] Erel M. Z., Bayindir K. C., Aydemir M. T., Chaudhary S. K., Guerrero M., *A comprehensive review on wireless capacitive power transfer technology: fundamentals and applications*, IEEE Access, 2022
- [39] Escarela-Perez R., Campero-Littlewood E., Arjona-Lopez M. A., Laureano-Cruces A., *Comparison of two techniques for two-dimensional finite-element inductance computation of electrical machines*, EE Proceedings - Electric Power Applications, vol. 152, no. 4, pp. 855 – 861, 2005
- [40] Eskandari H., Matsuo T., *Cauer Ladder Network representation of a nonlinear eddy-current field using a first-order approximation*, IEEE Transaction on Magnetics, vol. 56, no. 2, 2020
- [41] Fadhel Y. B., Ktata S., Rahmani S., Al-Haddad K., *Near-field wireless power transfer is a promising approach to power-up active implants*, 19th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), 2019
- [42] Feldmann P., Freund R.W., *Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process*, IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, vol. 14, Issue 5, pp. 639 – 649, 1995
- [43] Feldmann P., Freund R.W., *Reduced-order modeling of large linear subcircuits via a block Lanczos algorithm*, Proc. 32nd ACM/IEEE Design Automation Conference, 1995
- [44] Filipiak M., *Analiza wybranych układów umożliwiających bezprzewodowy przesył energii elektrycznej*, Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering, no 79, pp. 197 – 204, 2014
- [45] *Forever Travel Battery 10 000 mAh TBW10B Powerbank*
- [46] Foster R. M., *A reactance theorem*, The Bell System Technical Journal, vol. 3, no. 2, pp. 259 – 267, 1924
- [47] Freund R.W., Feldmann P., *Reduced-order modeling of large passive linear circuits by means of the SyPVL algorithm*, Numerical Analysis Manuscript 96-13, Bell Laboratories, Murray Hill, N.J., 1996
- [48] Freund R.W., Feldmann P., *The SyPVL algorithm and its application to interconnect simulation*, Proc. 1997 Int. Conf., Simulation of Semiconductor Processes and Devices, pp. 113-116, 1997

- [49] Gao M.L., Shen J., Yin L.J., Liu W., Zou G.F., Li H.T., Fu G.X., *A novel visual tracking method using bat algorithm*, Neurocomputing, vol. 177, pp 612 – 619, 2016
- [50] Grandi G., Kazimierczuk M., Massarini A., Reggiani U., *Stray capacitances of single-layer air-core inductors for high-frequency applications*, Industry Applications Conference, Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., vol. 3, pp. 1384–1388, 1996
- [51] Gustavsen B., Semlyen A., *Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition*, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 3, pp. 1052 – 1061, 1999
- [52] Gustavson F.G., *Recursion leads to automatic variable blocking for dense linear-algebra algorithms*, IBM Journal of Research and Development, vol. 41, no. 6, pp. 737 – 755, 1997
- [53] Hirayama H., *Equivalent circuit and calculation of its parameters of magnetic-coupled-resonant wireless power transfer*, Chapter Book, Wireless Power Transfer – Principles and Engineering Explorations, InTech, 2012
- [54] Hoetelling H., *Simplified calculation of principal component analysis*, Psychometrika, vol. 1, pp. 27 – 35, 1935
- [55] Hosseini S., Mohammad H., Madar S., Mohsen E., Vakilian M., *Using the finite element method to calculate parameters for a detailed model of transformer winding for partial discharge research*, Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, vol. 23, no. 3, article 7, 2015
- [56] Hurley W. G., Duffy M. C., *Calculation of self and mutual impedances in planar magnetic structures*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 31, no. 4, pp. 2416–2422, 1995
- [57] Jawad A. M., Nordin R., Gharghan S. K., Jawad H. M., Ismail M., *Opportunities and challenges for near-field wireless power transfer: a review*, Energies, vol. 10, no. 1022, pp. 5-14, 2017
- [58] Jawad A.M., Nordin R., Jawad H. M., Gharghan S. G., Abu-Samah A., Abu-Alshaeer M. J., Abdullah N. F., *Wireless drone charging station using class-E power amplifier in vertical alignment and lateral misalignment conditions*, Energies, vol. 15, no. 4, 2022

- [59] Jeong S., Jang Y. J., Kum D., *Economic analysis of the dynamic charging electric vehicle*, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 30, no. 11, pp. 6368 – 6377, 2015
- [60] Kaiser K., *Electromagnetic compatibility handbook*, ser. Electrical Engineering Handbook Series, Taylor & Francis, 2004
- [61] Kameari A., Ebrahimi H., Sugahara K., Shindo Y., Matsuo T., *Cauer Ladder Network representation of eddy-current fields for Model Order Reduction using finite element method*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 54, no. 3, 2018
- [62] Karnavas Y., L., Chasiotis I. D., Peponakis E. L., *Permanent magnet synchronous motor design using grey wolf optimizer algorithm*, IJECE, vol. 6, no. 3, pp. 1353 – 1362, 2016
- [63] Kasprzak M., *Falowniki rezonansowe klasy D i DE o częstotliwościach pracy do 13,56 MHz*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2013
- [64] Kim D., Abu-Siada A., Sutinjo A., *State-of-the-art literature review of WPT: Current limitations and solutions on IPT*, Electric Power Systems Research, Elsevier, vol. 154, pp. 493 – 502, 2018
- [65] Kim J., Park Y.J., *Approximate closed-form formula for calculating ohmic resistance in coils of parallel round wires with unequal pitches*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, pp. 3482 – 3489, 2015
- [66] Kim S., Covic G. A., Boys J. T., *Analysis on tripolar pad for inductive power transfer system*, 2016 IEEE PELS Workshop on Emerging Technologies: Wireless Power Transfer (WoW), 2016
- [67] Kladas A. G., Tegopoulos J. A., *A new scalar potential formulation for 3D magnetostatics necessitating no source field calculation*, IEEE Transactions on Magnetics, 1992, vol. 28, no. 2, pp. 1103 – 1106, 1992
- [68] Knecht O., Bosshard R., Kolar W., *High-efficiency transcutaneous energy transfer for implantable mechanical heart support system*, IEEE Transactions on power electronics, vol. 30, no. 11, pp. 6221 – 6236, 2015
- [69] Knypiński Ł., *Constrained optimization of line-start PM motor based on the gray wolf optimizer*, Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, vol. 23, no. 1, pp. 1 – 10, 2021
- [70] Knypiński Ł., Kuroczycki S., Kurzawa M., *Oprogramowanie do wyznaczania kształtu impulsu napięciowego zasilającego silnik BLDC wykorzystujące metodę*

- poszukiwania kukulczego*, Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering, vol. 106, pp. 17 – 29, 2021
- [71] Knypiński Ł., Kurzawa M., Krótki M., *Optymalizacja dławika wygładzającego z zastosowaniem metody roju cząstek*, Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering, no. 104, pp. 45 – 54, 2020
- [72] Knypiński Ł., Nowak L., Demenko A., *Optimization of the synchronous motor with hybrid permanent magnet excitation system*, *Compel*, vol. 34, no. 2, pp. 448 – 455, 2015
- [73] Knypiński Ł., *Optimal design of the rotor geometry of line-start permanent magnet synchronous motor using the bat algorithm*, *Open Physisc*, vol. 15., no. 1, pp. 965 – 70, 2017
- [74] Knypiński Ł., Pawełoszek K., Le Menach Y., *Optimization of low-power line-start PM motor using gray wolf meraheuristic algorithm*, *Energies*, vol. 13, no. 5, pp. 1186-1 – 1186-11, 2020
- [75] Kowol M., Łukaniszyn M., Latawiec K.J., *Modeling and construction optimization of a modular TFM with an outer rotor*, *Electrical Engineering*, vol. 92, pp. 111 – 118, 2010
- [76] Kumar K., Gupta S., Nema S., *A review of dynamic charging of electric vehicles*, 7th International Conference on Electrical Energy Systems (ICEES), pp. 162-165, 2021
- [77] Kung S. Y., *Optimal Hankel-Norm Model Reductions: multivariable systems*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, no. 4, pp. 832-852, 1981
- [78] Kunish K., Volkwein S., *Galerkin proper orthogonal decomposition methods for a general equation in fluid dynamics*, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 40, no.2, pp. 492 – 515, 2002
- [79] Kurzawa M., Jędryczka C., Wojciechowski R. M., *Application of multi-branch Cauer Circuits in analysis of electromagnetic transducers used in wireless transfer power systems*, *Sensors*, vol. 20, no. 7, pp. 2052-1 – 2052-10, 2020
- [80] Kurzawa M., *Polowa analiza zjawisk elektromagnetycznych w układach bezprzewodowego ładowania baterii pomp wspomagających pracę serca*, Praca magisterska, 2014
- [81] Kurzawa M., Wojciechowski R. M., *Analiza zjawisk elektromagnetycznych w układzie bezprzewodowego przesyłu energii*, Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering, vol. 81, pp. 79 – 86, 2015

- [82] Kurzawa M., Wojciechowski R. M., *Field – circuit model of wireless transmission power system using  $\Omega$ - $T$ - $T_0$  formulation*, ITM Web of Conferences,, vol. 19, pp. 01015-1 – 01015-2, 2018
- [83] Kurzawa M., Wojciechowski R. M., Jędrzycka C., *Analysis of eddy current system using equivalent multi-branch Foster Circuit and Edge Element Method*, 19th International Conference Computational Problems of Electrical Engineering, IEEE, 2018
- [84] Kurzawa M., Wojciechowski R. M., *The influence of the power source frequency on the value of the input impedance of a higher-frequency transformer in various operating states*, Materiały konferencyjne LV Sympozjum Maszyn Elektrycznych SME 2022, pp. 1-2, Poznań, 2022
- [85] Kurzawa M., Wojciechowski R. M., *Wyznaczanie parametrów obwodów zastępczych Fostera i Cauera z wykorzystaniem metody Lanczos-Pade na przykładzie dławika*, XLIII SPETO: Konferencja z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, Gliwice-Ustroń, 25-27.05.2022, p. 15, 2022
- [86] Kurzawa M., Wojciechowski R. M., *Wyznaczanie wartości parametrów schematu zastępczego transformatora impulsowego z wykorzystaniem obwodów równoważnych Cauera*, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 98, no. 9, pp. 277 – 281, 2022
- [87] Kurzawa M., *Zastosowanie algorytmu Lanczos via Pade do wyznaczania wartości parametrów schematu zastępczego dławika*, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 98, no. 11, pp. 243 – 247, 2022
- [88] Kustosz R., Gonsior M., Jarosz A., *Polskie protezy serca, opracowanie konstrukcji, badania kwalifikacyjne, przedkliniczne i kliniczne*, Program Polskie Sztuczne Serca, Fundacja Rozwoju Kardiochirurgii im. Prof. Zbigniewa Religi, praca zbiorowa, Zabrze , 2013
- [89] Kustosz R., Gonsior M., Jarosz A., *Technologie inżynierii materiałowej i technologie metrologiczne dla potrzeb polskich protez serca*, Program Polskie Sztuczne Serca, Fundacja Rozwoju Kardiochirurgii im. Prof. Zbigniewa Religi, praca zbiorowa, Zabrze, 2012
- [90] Li J. LW, *Wireless power transmission: state-of-the-arts in technologies and potential applications*, Asia-Pacific Microwave Conference 2011, pp. 86 – 89, 2011

- [91] Li X., Zhang H., Peng F., Li Y., Yang T., Wang B., Fang D., *A wireless magnetic resonance energy transfer system for micro implantable medical sensors*, *Sensors*, vol. 12, no. 8, pp. 10292 – 10308, 2012
- [92] Lou J., Bhohe A., Shu Y., Yu J., *Analytical calculation of transformer parameters by S-parameters*, 2018 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility and 2018 IEEE Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC/APEMC), 2018
- [93] Lu F., Zhang H., Hofmann H., Mi Ch., *An inductive and capacitive integrated coupler and its LCL compensation circuit design for wireless power transfer*, *IEEE Transactions on industry applications*
- [94] Ludowicz W., Pietrowski W., Wojciechowski R. M., *Analysis of an operating state of the innovative capacitive power transmission system with sliding receiver supplied by the class-E inverter*, *Electronics*, vol. 9, no. 5, pp. 841-1 – 841-15, 2020
- [95] Ludowicz W., Wojciechowski R.M., *Analysis of the distributions of displacement and eddy currents in the ferrite core of an electromagnetic transducer using the 2D approach of the edge element method and the harmonic balance method*, *Energies*, vol. 14, no. 13, p. 3980, 2021
- [96] Łukaniszyn M., Jagieła M., Wróbel R., Latawiec K., *2D harmonics analysis of the cogging torque in synchronous permanent magnet machines*, *Compel*, vol. 23, no. 3, pp. 774 – 78, 2004
- [97] Łyskawinski W., Jędryczka C., Stachowiak D., Łukaszewicz P., Czarnecki M., *Finite element analysis and experimental verification of high reliability synchronous reluctance machine*, *Eksploatacja i Niezawodność*, vol. 24, no. 2, pp. 386 – 393, 2022
- [98] Maleki T., Cao N., Song S. H., Kao C., Ko S., Ziaie B., *An ultrasonically powered implantable micro-oxygen generator (IMOG)*, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 58, no. 11, pp. 3104 – 3111, 2011
- [99] Maradewicz A., Kaźmierkowski M. P., *Resonant converter based contactless power supply for robots and manipulators*, *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent System*, vol. 2, no. 3, 2008
- [100] Marjamäki A., Rasilo P., *Recursive domain decomposition approach in 2D time-harmonic wireless power transfer simulations considering Litz wires*, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 11, pp. 1 – 10, 2020



- [101] Marques E. G., Mendes A.M.S., *Modelisation and optimization of solenoid magnetic structures for IPT systems*, 2017 11th IEEE International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power Engineering (CPE-POWERENG), 2017
- [102] Martinović Ž. Dadić M., Malarić R., Martinović Ž., *FEM Analysis of a PCB Integrated Resonant Wireless Power Transfer*, Engineering, 2017
- [103] MathWorks, *Curve Fitting Toolbox for Use with MATLAB*, User's Guide, ver. 1
- [104] Mikołajewicz J., *Analiza dynamiki liniowego silnika tubowego na podstawie polowego modelu zjawisk elektromagnetycznych*, Rozprawa doktorska, Poznań 2002
- [105] Mikołajuk K., Trzaska Z., *Elektrotechnika teoretyczna, analiza i synteza elektrycznych obwodów liniowych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1984
- [106] Mohan S. S., Del Mar Hershenson M., Boyd S. P., Lee T. H., *Simple accurate expressions for planar spiral inductances*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 34, no. 10, pp. 1419 – 1424, 1999
- [107] Moradewicz A., Kaźmierkowski M. P., *Resonant converter based contactless power supply for robots and manipulators*, Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, vol. 2, no 3, pp. 20 – 25, 2008
- [108] Nagahima T., Wei X., Bou E., Alarcón E., Kazimierczuk M. K., Sekiya H., *Analysis and design of loosely inductive coupled wireless power transfer system based on class- $E^2$  DC-DC converter for efficiency enhancement*, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 62, no. 11, pp. 2781 – 2791, 2015
- [109] Najgebauer M., Sobieraj S., *Wireless local area Network in Home applications-comparison of standards 802.11 b and 802.11 g*, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 85, no. 12, pp. 128 – 130, 2009
- [110] Najgebauer M., Szczygłowski J., Ślusarek B., Przybylski M., Kapłon A., Rolek J., *Analysis and simulation of electric al and computer system*, Springer International Publishing, pp. 15 – 28, 2018
- [111] Ng D. C., Williams C. E., Allen P. J., Bai S., Boyd C. S., Maffin H., Halpern M. E., Skafidas E., *Wireless power delivery for retinal prostheses*, Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2011

- [112] Nowak, L. *Field models of electromechanical transducers in transient states*; Publishing House of the Poznań University of Technology: Poznan, 1999
- [113] Odabasioglu A., Celik M., Pileggi L. T., *PRIMA: passive reduced-order interconnect macromodeling algorithm*, Proceedings of IEEE International Conference on Computer Aided Design (ICCAD), 1997
- [114] Onar O. C., Campbell S. L., Seiber L. E., White C. P., Chinthavali M., *High-power wireless charging system development and integration for a Toyota RAV4 electric vehicle*, IEEE, 2016
- [115] Patil D., McDonough M. K., Miller J. M., Fahimi B., Balsara P. T., *Wireless power transfer for vehicular applications: overview and challenges*, IEEE Transactions on Transportation Electrification, vol. 4, no. 1, pp. 3 – 37, 2018
- [116] Pearson K., *On lines and planes of closest to points in space*, Philosophical Magazine, vol. 2, pp. 609 – 629, 1901
- [117] Pordanjani I. R., Chung C. Y., Mazin H. E., Xu W., *A method to construct equivalent circuit model from frequency responses with guaranteed passivity*, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 26, no. 1, pp. 400 – 409, 2011
- [118] Przyborowski W., Kamiński G., *Maszyny elektryczne*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2014
- [119] Rabiei P., Pedram M., *Model order reduction of large circuits using balanced truncation*, Proceedings of the ASP-DAC'99 Asia and South Pacific Design Automation Conference 1999, IEEE Xplore 2002
- [120] Rahman S., Ahmed O., Islam S., Awal R., *Design and construction of wireless power transfer system using magnetic resonant coupling*, AJEA Journal, vol. 2, no. 2, pp. 11 – 15, 2014
- [121] Ram Rakhiani A. K., Mirabbasi S., *Design and optimization of resonance-based efficient wireless power delivery systems for biomedical implants*, IEEE Transaction on Biomedical Circuit And Systems, vol. 5, no. 1, pp. 48 – 63, 2011
- [122] Rąbkowski J., *Tranzystory GaN w falowniku mostkowym o wysokiej częstotliwości przełączeń (250kHz)*, Przegląd Elektrotechniczny, vol. 92, no. 5, pp. 45 – 48, 2016
- [123] Reusch D., Strydom J., *Evaluation of gallium nitride transistors in high frequency resonant and soft-switching DC–DC converters*, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 30, no 9, 2015

- [124] Ruehli A., *Equivalent circuit models for three dimensional multiconductor systems*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., vol. 22, no. 3, pp. 216 – 221, 1974
- [125] Ruehli A., Heeb H., *Circuit models for three-dimensional geometries including dielectrics*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., vol. 40, no. 7, pp. 1507 – 1516, 1992
- [126] Sato Y., Igarashi H., *Generation of equivalent circuit from – element model using model order reduction*, IEEE Transaction of Magnetics, vol. 52, no. 3, 2016
- [127] Sato Y., Igarashi H., *Model reduction of three dimensional eddy current problems based on the method of snapshots*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 49, no. 5, pp. 1697 – 1700, 2013
- [128] Sato Y., Shimotani T., Igarashi H., *Synthesis of Cauer – equivalent circuit based on Model Order Recuction considering nonlinear magnetic property*, IEEE Transactions of Magnetics, vol. 53, no. 6, 2017
- [129] Schilders W. H. A., Van Der Vorst H. A., Rommes J., *Model order reduction. Theory, Research Aspects and Applications*, Springer 2000
- [130] Serrano J., Lope I., Acero J., Carretero C., Burdio J. M., *Mathematical description of PCB-adapted litz wire geometry for automated layout generation of WPT coils*, IECON 2017 - 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2017
- [131] Shamsuddin A., Tamura T., Nakajima K., Togawa T., *Preliminary of piezoelectric resonators*, IEEE Journal on Electrical Engineers, vol. 46, no. 2, pp. 349 – 359, 1999
- [132] Shimizu R., Kaneko Y., Albe S., *A new he core transmitter of a contactless power transfer system that is compatible with circular core receivers and H-shaped core receivers*, Electric Drives Production Conference (EDPC), 2013
- [133] Shimotani T., Sato Y., Igarashi H., *Direct synthesis of equivalent circuits from reduced FE models using proper orthogonal decomposition*, Compel, vol. 35, no. 6, pp. 2035 – 2044, 2016
- [134] Shimotani T., Sato Y., Igarashi H., *Equivalent-circuit generation from Finite Element solution using Proper Orthogonal Decomposition*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 52, no. 3, 2016
- [135] Shinohara N., *History and innovation of wireless power transfer via mibrowaves*, IEEE Journals if Microwaves, vol. 1, no. 1, pp. 218 – 228, 2021

- [136] Shinohara N., *Wireless power transfer via radiowaves*, Wireless Power Transfer via Radiowaves, 2014
- [137] Sirovich L., *Turbulence and the dynamics of coherent structures*, I – III Quart. Appl. Math., vol. 45(3), pp. 561 – 590, 1987
- [138] Słowiński P., Słowiński K. K., *Nicola Tesla władca piorunów*, Wydawnictwo Fronda, 2018
- [139] Swain B., Kumar K., Kar D. P., Nayak P. P., Bhuyan S., Sharma R., *Development of miniature wireless energy transfer system for implantable pressure sensor*, IEEE Xplore, 2015 International Conference on Electrical, Electronics, Signals, Communication and Optimization (EESCO), 2015
- [140] Tajima, T., Tanaka, H., Fukuda, T., Nakasato, Y. et al., *Study of High Power Dynamic Charging System*, SAE Technical Paper 2017-01-1245, 2017,
- [141] Taylor J. A., Low A. N., Casanova J., Lin J., *A wireless power station for laptop computers*, 2010 IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS), 2010
- [142] Tesla N., *Moje wynalazki autobiografia*, BookFreak przełożyła V. Alsetti, Zgierz, 2016
- [143] Tonti E., *A direct formulation of field laws: the cell method*, CMES, vol. 2, no. 2, 237 – 258, 2001
- [144] Wang Ch.-S., Stielau O. H., Covic G. A., *Design considerations for a contactless electric vehicle battery charger*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 52, no. 5, pp. 1308 – 1314, 2005
- [145] Wang T.-W., Lin T.-T., *Wireless power transmission on biomedical applications*, Chapter in Recent Microwave Technologies, IntechOpen, 2022
- [146] Wang Z., Wei X., Dai H., *Design and control of 3 kW wireless power transfer system for electric vehicles*, Energies, vol. 9, no. 10, p. 18, 2016
- [147] Waters B. H., Mahoney B. J., Lee G., Smith J. R., *Optimal coil size ratios for wireless power transfer applications*, 2014 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), 2014
- [148] Wittig T., Munteanu I., Schuhmann R., Weiland T., *Two-step Lanczos algorithm for model order reduction*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no. 2, pp. 673 – 676, 2002
- [149] Wojciechowski R. M., Jedryczka C., *The analysis of stray losses in tape wound concentrated windings of the permanent magnet synchronous motor*, Compel, vol. 34, no. 3, 766 – 777, 2015

- [150] Wojciechowski R. M., Jędrzycka C., *A comparative analysis between classical and modified approach of description of the electrical machine windings by means of  $T_0$  method*, Open Physics, vol. 15, no. 1, pp. 918 – 923, 2017
- [151] Wojciechowski R. M., Jędrzycka C., *A description of the sources of magnetic field using edge values of the current vector potential*, Archives of Electrical Engineering, vol. 67, no. 1, s. 17 – 26, 2018
- [152] Wojciechowski R. M., Jędrzycka C., Demenko A., Sykulski J.K., *Strategies for two-dimensional and three-dimensional field computation in the design of permanent magnet motors*, IET Science, Measurement and Technology, vol. 9, no. 2, pp. 224 – 233, 2015
- [153] Wojciechowski R. M., Jędrzycka C., Łukaszewicz P., Kapelski D., *Analysis of high speed permanent magnet motor with powder core material*, Compel, 2012, vol. 31, no. 5, pp. 1528 – 1540, 2012
- [154] Wojciechowski R. M., Kurzawa M., Jędrzycka C., *Application of evolution strategy to determine parameters of the multi-branch Foster and Cauer equivalent circuit of system with eddy currents*, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, vol. 63, no. 4, pp. 649 – 659, 2020
- [155] Wojciechowski R. M., *Numeryczna analiza prądów indukowanych w jednospójnych i wielospójnych obszarach przewodzących*, Rozprawa doktorska, 2010
- [156] Wollenberg C., Gurisch A., *Analysis of 3-D interconnect structures with PEEC using SPICE*, IEEE Trans. on Electromag. Compat., vol. 41, no. 4, pp. 412 – 417, 1999
- [157] Xiang L., Sun Y., Tang Ch., Jiang Ch., *Design of crossed DD coil for dynamic wireless charging of electric vehicles*, 2017 IEEE PELS Workshop on Emerging Technologies: Wireless Power Transfer (WoW), p. 5, 2017
- [158] Xu H., Wang C., Xia D., Liu Y., *Design of magnetic coupler for wireless power transfer*, Energies, vol. 12, no. 15, p. 3000, 2019
- [159] Yang G., Shu Ch., Song K., Liu K., Lu R., Wei G., *Power stability optimization method of wireless power transfer system against wide misalignment*, 2017 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific), 2017
- [160] Yang X. S., Deb S., *Cuckoo search via Lévy flights*, Word Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, pp. 210 – 214, 2009

- [161] Yoshikawa T., Awai I., *HEMS with resonant-type wireless power transmission*, 2011 IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on Innovative Wireless Power Transmission: Technologies, Systems, and Applications, 2011
- [162] Zeng Z., Liu X., Deng Y., Udpa L., *Reduced magnetic vector potential and electric scalar potential formulation for eddy current modeling*, Electrical Review, vol. 83, no. 6, 35 – 37, 2007
- [163] Zhang W., Fan X., Zheng Y., Zhang X., *Application of sliding mode control with leakage loop modulation in dynamic wireless charging system of electric vehicle*, 12th International Symposium on Computational Intelligence and Design (ISCID), pp. 262-265, 2019
- [164] Zhang X., Zhu Ch., Song H., *Wireless power transfer technologies for electric vehicles*, Key Technologies on New Energy Vehicles, Springer, 2022
- [165] <https://www.4gsm.com/pl/products/choetech-zestaw-ladowarka-bezprzewodowa-qi-10w-do-telefonu-sluchawek-t511-s-ladowarka-sieciowa-qc3-0-18w-3a-q5003-kabel-usb-microusb-1-2m-czarny-t511-s-eu201abk-107309> - access: 05.05.2023
- [166] <https://www.autoevolution.com/news/qualcomm-builds-100-meter-road-that-can-charge-evs-at-20-kw-on-the-move-117954.html> - access: 04.05.2023
- [167] <https://www.auto-swiat.pl/ev/wiadomosci/volvo-testuje-bezprzewodowe-ladowanie-aut-elektrycznych/dwttqfg#slajd-1> - access: 04.05.2023
- [168] <https://www.bobiko.blog/2015/10/implant-slimakowy/> - access: 05.05.2023
- [169] <https://www.bonami.pl/p/czarna-ladowarka-bezprzewodowa-cellularline-wirelesspad-qi-standard> - access: 05.05.2023
- [170] <https://www.businessinsider.com/dell-latitude-7825-wireless-charging-laptop-is-worlds-first-2017-7?IR=T> - access: 06.03.2020
- [171] <https://www.chargedevs.com/newswire/qualcomm-demonstrates-20-kw-wireless-dynamic-charging-at-highway-speeds/> - access: 30.04.2023
- [172] <https://www.elektronikab2b.pl/technika/35000-bezprzewodowe-ladowanie-standardy-i-ich-implementacje> - access: 04.05.2023
- [173] <https://www.elektroonline.pl/a/9881,AGV-samojezdne-wozki-transportowe-firmy-SEWEURODRIVE-Polska,,Automatyka> - access: 05.05.2023
- [174] <https://www.help.scilab.org/qr> - access: 27.04.2023
- [175] <https://www.mashable.com/2017/07/11/dell-latitude-7285-laptop-built-in-wireless-charging/?europe=true> - access: 06.03.2020
- [176] <https://www.mathworks.com/products/curvefitting.html> - access: 23.04.2023

- [177] <https://www.mathworks.com/products/statistics.html> - access: 23.04.2023
- [178] <https://www.medel.com/pl/hearing-solutions/cochlear-implants/rondo3> - access: 05.05.2023
- [179] <https://www.medexpress.pl/nauka-medycyna/pierwszy-implant-poprawiajacy-pamiec-68675/> - access: 05.05.2023
- [180] <https://www.media.volvo.pl/2013/10/udane-eksperymenty-z-bezprzewodowym-ladowaniem-samochodow-elektrycznych-volvo> - access: 05.09.2021
- [181] <https://www.mojeserce.info/leczenie/stymulator-serca/> - access: 04.05.2023
- [182] [https://www.philips.pl/c-p/HX9911\\_27/diamondclean-9000-bielsze-zeby-zdrowsze-dziasla](https://www.philips.pl/c-p/HX9911_27/diamondclean-9000-bielsze-zeby-zdrowsze-dziasla) - access: 05.05.2023
- [183] <https://www.pwpss.pl/karty/309/karta.ht> - access: 15.10.2021
- [184] <https://www.qualcomm.com/news/onq/2017/05/wireless-dynamic-ev-charging-evolution-qualcomm-halo> - access: 30.04.2023
- [185] <https://www.sas.upenn.edu/~scottds/vision/artretina.htm> - access: 05.05.2023
- [186] <https://www.scilab.org/surface-fitting> - access: 23.04.2023
- [187] <https://www.slideplayer.pl/slide/78947> - access: 04.05.2023
- [188] <https://www.smartear.pl/pl/blog/wymiana-procesora-mowy-prownanie-med-el-sonnet-2-vs-rondo-3-1622210330> - access: 05.05.2023
- [189] <https://www.tabletmaniak.pl/233890/dell-latitude-7285/> - access: 06.03.2020
- [190] <https://www.tech.wp.pl/naukowcy-stworzyli-sterowany-smartfonem-miekki-implant-mozgowy-mozna-go-ladowac-bezprzewodowo,6602125027744288a> - access: 05.05.2023
- [191] <https://www.teslauniverse.com/nikola-tesla/timeline/1899-tesla-begins-experiments-colorado-springs#goto-292> - access: 23.01.2020