



**Politechnika Poznańska**  
**Wydział Inżynierii Mechanicznej**



**Praca doktorska**

mgr inż. Jacek Marcinkiewicz

**Modelowanie sił kontaktowych w układzie ziarno roślinne-powierzchnia  
zespołu roboczego w aspekcie zjawisk o przebiegu dynamicznym**

Promotor:

**dr hab. inż. Jarosław Selech, prof. PP**

Promotor pomocniczy:

**dr inż. Mikołaj Spadło**

Poznań, 2023

## Spis treści:

<b>Spis ważniejszych oznaczeń.....</b>	<b>4</b>
<b>Streszczenie.....</b>	<b>5</b>
<b>1. Sformułowanie tematyki badawczej.....</b>	<b>6</b>
1.1. Wprowadzenie .....	6
1.2. Problem badawczy.....	8
1.3. Uzasadnienie podjętej tematyki i cel pracy.....	9
1.4. Przedmiot badań.....	13
<b>2. Istota i znaczenie metody DEM w modelowaniu układów dyskretnych .....</b>	<b>15</b>
2.1. Modelowanie sił kontaktowych .....	15
2.2. Algorytm metody miękkiego kontaktu.....	18
<b>3. Metody identyfikacji właściwości mechanicznych nasion.....</b>	<b>21</b>
3.1. Badania prowadzone na masie ziarnistej.....	22
3.2. Badania prowadzone na pojedynczych ziarnach .....	26
3.2.1. Obciążenia quasi-statyczne.....	28
3.2.2. Obciążenia dynamiczne .....	33
<b>4. Przegląd matematycznych modeli sił kontaktowych.....</b>	<b>42</b>
4.1. Zagadnienie kontaktu.....	43
4.2. Równanie ruchu względnego dla uderzenia bezpośredniego .....	45
4.3. Zależności siłowo-odkształceniowe dla zjawiska zderzenia normalnego .....	46
4.3.1. Energia zderzenia niesprężystego.....	49
4.3.2. Współczynnik restytucji .....	51
4.4. Liniowe i nieliniowe modele kontaktu.....	53
4.4.1. Liniowy model kontaktu Hooke'a .....	55
4.4.2. Nieliniowy model kontaktu Hertz'a .....	56
4.4.3. Nieliniowy model kontaktu Hertz'a- Mindlin'a.....	57
4.4.4. Liniowe modele kontaktu Kelvin'a-Voigt'a .....	58
4.4.5. Liniowy model kontaktu Cundall'a-Strack'a .....	59
4.4.6. Nieliniowy model kontaktu Hunt'a-Crossley'a.....	61
4.4.7. Liniowy dyssypacyjny model kontaktu Walton'a-Braun'a .....	62
4.4.8. Nieliniowy dyssypacyjny model kontaktu Thornton'a .....	63
4.4.9. Nieliniowy model EEPA.....	65
4.5. Podsumowanie przeglądu literaturowego .....	67

<b>5. Badania empiryczne przebiegu sił kontaktowych w układzie ziarno roślinne-powierzchnia zespołu roboczego .....</b>	<b>69</b>
5.1. Badania wstępne .....	71
5.1.1. Metodyka badań wstępnych .....	71
5.1.2. Wyniki badań wstępnych.....	75
5.2. Badania właściwości dynamicznych ziaren zbóż .....	87
5.2.1. Metodyka badań .....	87
5.2.2. Ziarno obciążane w ułożeniu poziomym .....	96
5.2.3. Ziarno obciążane w ułożeniu pionowym .....	100
5.2.4. Analiza wyników .....	104
<b>6. Modelowanie elementarnego procesu zderzenia ziarna ze sztywną powierzchnią dla kierunku normalnego .....</b>	<b>108</b>
6.1. Identyfikacja przebiegu funkcji .....	108
6.1.1. Wyniki identyfikacji przebiegu funkcji.....	112
6.2. Model kontaktu.....	114
6.3. Wyznaczenie współczynników opracowanego modelu kontaktu .....	118
6.3.1. Zastosowana metoda.....	118
6.3.2. Uzyskane rezultaty.....	121
6.3.3. Analiza wyników .....	124
6.4. Weryfikacja zaproponowanego modelu.....	125
6.4.1. Analiza wyników .....	128
<b>7. Egzemplifikacja opracowanego modelu kontaktu w oprogramowaniu komercyjnym</b>	<b>132</b>
7.1. Model obliczeniowy.....	132
7.2. Wyniki symulacji .....	136
<b>8. Podsumowanie i wnioski .....</b>	<b>139</b>
8.1. Odniesienie do tezy i celu pracy .....	140
8.2. Uwagi krytyczne .....	140
8.3. Praktyczne wykorzystanie efektów pracy .....	140
8.4. Zadania do rozwiązania w przyszłości .....	141
<b>Literatura.....</b>	<b>142</b>

## Spis ważniejszych oznaczeń

- $a$  - przyspieszenie
- $B$  - pole styku ziarna z płytą obciążającą
- $c$  - współczynnik tłumienia
- $E$  - moduł sprężystości objętościowej
- $E_k$  - energia kinetyczna
- $E_S$  - energię drgań sprężystych
- $F_N$  - siła oddziaływania kontaktowego na kierunku normalnym
- $F_S$  - siła oddziaływania kontaktowego na kierunku stycznym
- $F_w$  - siła wypadkowa zderzenia
- $G$  - Moduł Kirchhoffa
- $G_{ij}$  - zastępczy moduł Kirchoffa
- $h_i$  - wysokość odbicia po zderzeniu.
- $h_z$  - wysokość zrzutu,
- $k$  - stała sprężystości
- $m_i$  - masa
- $R$  - współczynnik restytucji
- $R^2$  - współczynnik restytucji energii
- $S$  - popęd siły
- $S_B$  - odchylenie standardowe
- $U$  - niepewność rozszerzona
- $v_0$  - prędkość początkowa
- $v_i$  - prędkość
- $v_{sr}$  - prędkość chwilowa
- $v_w$  - prędkość względna
- $w$  - wilgotność
- $W_0$  - praca odkształcenia
- $W_s$  - praca odkształcenia sprężystego
- $W_z$  - praca odkształcenia plastycznego
- $\Delta t$  - czas dla rozpatrywanego przemieszczenia
- $\Delta z$  - przemieszczenie spadającego ciała
- $\varepsilon_e$  - odkształcenie odwracalne
- $\varepsilon_p$  - odkształcenie nieodwracalne
- $\varepsilon_v$  - odkształcenie wypadkowe
- $\nu$  - współczynnik Poissona
- $\sigma_z$  - naprężenie normalne
- $\omega$  - prędkość kątowna
- $\chi$  - współczynnik tłumienia histerezy

## Streszczenie

W niniejszej pracy doktorskiej opisano proces modelowania sił kontaktowych w układzie ziarno roślinne-powierzchnia zespołu roboczego dla zjawiska zderzenia w kierunku prostopadłym. Przeprowadzono szerokie studium literaturowe obejmujące ponad 200 pozycji. Stwierdzono, iż współczesne podejście badaczy do modelowania sił kontaktowych bazuje wprost na przenoszeniu wyników badań opisujących relacje siła – odkształcenie, realizowanych na maszynach wytrzymałościowych (quasi statycznych) do warunków, w których następuje zderzenie. Postępowanie to jest znaczącym uproszczeniem, stąd podjęto działania w kierunku opracowania oryginalnych modeli ujmujących łączny wpływ złożonych zjawisk występujących podczas zderzenia na relacje siła – odkształcenie.

Dokonano przeglądu zjawisk determinujących zachowania obiektu badań w warunkach nagłej zmiany parametrów kinematycznych (zderzenia). Zidentyfikowano ograniczenia istniejących modeli i zaproponowano nową formę opisu relacji pomiędzy siłą działającą na ziarno, a odkształceniem. Ustalono formę graficzną tej relacji, w postaci histerezy o kształcie, nachyleniu i polu zależnym od prędkości uderzenia i wilgotności ziaren.

Badania przeprowadzono nad ziarnem pszenicy ozimej odmiany Memory, będącym obecnie jednym z częściej uprawianych zbóż w Polsce. Doświadczenia przeprowadzono dla czterech poziomów wilgotności materiału badawczego, tj.: 7; 10; 13 oraz 16 %, które odpowiadają wilgotnościom ziaren zbóż w klasycznych rolno-spożywczych ciągach technologicznych. Opracowane modele uwzględniają wpływ wilgotność na przebieg zjawiska zderzenia.

Dla potrzeb identyfikacji parametrów zaproponowanego modelu przygotowano dwa oryginalne stanowiska badawcze do wyznaczania relacji siła – odkształcenie podczas zderzenia ziarna z płaską powierzchnią elementu roboczego. Pierwsze w formie wahadła opuszczanego swobodnie, w którym element roboczy uderza w ziarno w kontrolowanych warunkach, prędkość uderzenia regulowana jest wysokością zrzutu. Drugie stanowisko wykorzystuje wzbudnik elektrodynamiczny, z mikroprocesorowym sterowaniem prędkością wymuszenia. W obu przypadkach zastosowano wysokoczułe przetworniki przemieszczenia do wyznaczenia deformacji ziarna i czujniki siły do pomiaru oddziaływań ziarno-element roboczy. W wyniku przeprowadzonych prac badawczych zidentyfikowano parametry opracowanych modeli.

Modele te przygotowano w formie funkcji umożliwiających ich łatwą implementację do oprogramowania do symulacji metodą elementów dyskretnych (DEM). Takie zastosowanie modeli pozwala na lepsze i dokładniejsze przewidywanie w analizach komputerowych ruchu ziarna zbożowego. Aspekt ma istotne znaczenie w procesie projektowania i udoskonalania maszyn do wysiewu ziarna, co w konsekwencji umożliwia uzyskiwanie wysokich plonów.

Wyniki prac zestawiono w syntetycznym podsumowaniu. Wytoczono dalsze kierunki badań, w tym konieczność ujęcia zderzeń w kierunkach innych niż prostopadłe oraz konieczność przebadania innych gatunków zbóż.

## 1. Sformułowanie tematyki badawczej

### 1.1. Wprowadzenie

Obecnie można zaobserwować bardzo intensywny rozwój w dziedzinie mechanizacji rolnictwa. W znacznej mierze stan ten determinują oczekiwania ze strony konsumentów dotyczące pozyskiwanie produktów oraz półproduktów o coraz lepszej jakości. Ponadto niezwykle istotnym stała się konieczność minimalizacji nakładów energetycznych towarzyszących wszelkim procesom przetwórczo-wytwórczym, które to bezpośrednio przekładają się na rentowność realizowanych prac produkcyjnych. Również nie bez znaczenia w kwestii rozwoju maszyn i urządzeń przemysłu rolniczego pozostają zagadnienia związane z szeroko rozumianą ekologią produkcji, której uwaga poświęcana jest zarówno tak oczywistej kwestii jak emisja zanieczyszczeń, jak i również może być rozpatrywana jako np. minimalizacja obszarów przeznaczonych pod uprawy na skutek dbałości o maksymalizację uzyskiwanych plonów z upraw.

W związku z powyższym w dziedzinie mechanizacji rolnictwa trwają nieustające wysiłki mające na celu modernizowanie istniejących konstrukcji jak i również opracowywanie zupełnie nowych rozwiązań. Prace te nieodłącznie wiążą się z koniecznością realizacji badań, które w klasycznym podejściu dla przypadku maszyn rolniczych dostarczają pełni informacji na temat nowo przyjętych rozwiązań konstrukcyjnych dopiero na etapie realizacji kosztownych badań z wykorzystaniem pełnoskalowych prototypów. Problem prowadzenia tego typu prac badawczych szczególnie uwidacznia się na przykładzie maszyn związanych z zagadnieniem transportu materiałów sypkich pochodzenia roślinnego do których zaliczamy m.in. ziarna zbóż [43]. Transport ziarniaków stanowi niezwykle istotną dziedzinę mechanizacji rolnictwa oraz przetwórstwa produktów rolno-spożywczych i dotyczy praktycznie każdego z etapów produkcji rolnej. Mamy z nim do czynienia już na etapie siewu jak również zbioru, omłotu, magazynowania, pakowania, przetwarzania.

Spośród wszystkich zabiegów uprawowych towarzyszących hodowli rolno-spożywczej kluczowym etapem decydującym o jakości oraz ilości uzyskiwanych plonów jest etap siewu. Siew jest realizowany z wykorzystaniem wyspecjalizowanych konstrukcji tzw. siewników odpowiedzialnych za dozowanie nasion do gruntu [99]. W przypadku tego typu konstrukcji za kluczowe uznaje się ich zdolność do powtarzalnego rozmieszczenia nasion w rzędach, co na potrzeby oceny konstrukcji definiuje się jako tzw. równomierność wysiewu [139, 138]. O równomierności wysiewu decyduje cały szereg parametrów, takich jak: cechy konstrukcyjne zespołu wysiewającego, geometria przewodu nasiennego, geometria redlicy, ilość wysiewanych nasion, prędkość siewu, właściwości fizyczne nasion [11, 127, 128, 166, 165]. W procesie siewu mamy do czynienia ze zjawiskiem ruchu ziarna w mechanizmach siewników, którego dogłębne poznanie stanowi istotny aspekt w pracach związanych z poszukiwaniem nowych, bądź ulepszaniem istniejących rozwiązań konstrukcyjnych. Stopień złożoności zagadnienia powoduje, iż jest on trudny do gruntownego poznania zarówno w wyniku prowadzenia polowych pełnoskalowych prac badawczych jak i również z wykorzystaniem szczegółowych laboratoryjnych prac eksperymentalnych. W trakcie badań można napotkać liczne problemy chociażby przy chęci poznania zachodzących interakcji w punkcie styku przemieszczanych nasion ze skomplikowaną geometrią zespołów wysiewająco-

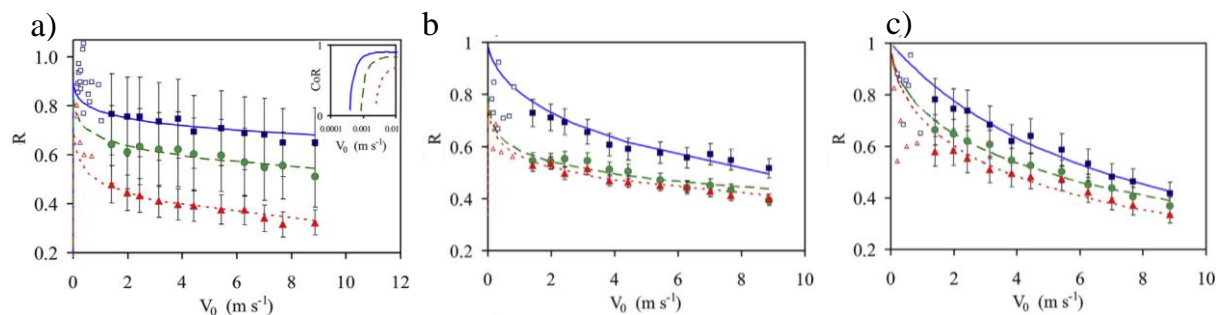
dozujących. Dominującym zjawiskiem dla takiego stanu rzeczy jest ruch pojedynczego ziarniaka w mechanizmach maszyny w trakcie, którego podlega on licznym odbiciom od ścianek konstrukcji. W przypadku materiału siewnego poznanie tego rodzaju oddziaływań może dostarczyć tak istotnych informacji jak nadmierne wartości obciążeń statycznych oraz dynamicznych, które to mogą doprowadzić do wewnętrznych oraz zewnętrznych uszkodzeń nasion uniemożliwiając ich prawidłowe kiełkowanie oraz wzrost. Ponadto licznym problemem nastęcza samo wyznaczenie pełnego profilu prędkości strugi ziarniaków we wszystkich odcinkach transportujących konstrukcji. Obecnie najczęściej eliminacja zastoju oraz turbulencji w ruchu nasion realizowane jest metodą badań stanowiskowych.

Liczne trudności oraz niepewności powodują, iż w trakcie realizacji prac badawczo-projektowych konstrukcji siewników zbożowych coraz chętniej sięga się do najnowszych zdobyczy nauki w postaci symulacji komputerowych. Wyróżnić tu można dwie zasadnicze metody symulacyjne. Pierwsza z nich to powszechnie wykorzystywana w nauce oraz inżynierii metoda elementów skończonych (MES) pozwalająca na prowadzenie obliczeń wytrzymałościowych konstrukcji. Metoda ta znakomicie znajduje zastosowanie w odwzorowywaniu zachowań ośrodków ciągłych, które to na potrzeby prowadzonych obliczeń podawane są dyskretyzacji na elementy o podstawowej geometrii, tym samym umożliwiając sprowadzenie rozwiązania konstrukcji ciągłej przestrzennej do układu podstawowych równań algebraicznych. Drugą metodę stanowi metoda elementów dyskretnych (DEM). Metoda ta powstała z przeznaczeniem modelowania zachowania ośrodków o charakterze nieciągłym. Idealnie znajduje swoje zastosowanie w przypadku prowadzenia rozważań dotyczących materiałów sypkich np. materiałów ziarnistych, skał, gleb itp., których ziarna stykają się i otaczają pustymi przestrzeniami. Ponadto z powodzeniem znajduje zastosowanie do odwzorowywania procesów gdzie dyskretny charakter sprawia, że relacje konstytutywne są złożone i wymagają licznego parametrów do wiernego odwzorowania zachowania materiału. W metodzie tej do opisu właściwości pojedynczych cząstek wykorzystywane są modele dyskretne. W trakcie symulacji cząsteczki rozważa się jako pojedyncze obiekty pomiędzy którymi relacje odzwierciedlane są na zasadzie praw kontaktu przyjmujących w zależności od symulowanego procesu charakter liniowy lub nieliniowy. Kluczowym dla dokładności symulacji DEM oraz MES jest prawidłowa identyfikacja modelu opisującego właściwości materiału.

## 1.2. Problem badawczy

Badania prowadzone w warunkach obciążeń quasi-statycznych nie dostarczają szczegółowych odpowiedzi na zachowanie materiału pod wpływem wymuszeń dynamicznych odpowiadających swym charakterem zjawisku zderzenia towarzyszącego przemieszczaniu ziarna. Badania dynamiczne [98, 142], oceniające właściwości nasion są mniej rozpowszechnione i mają swoją krótszą historię. Wynika to z ograniczonej ilości rozwiązań teoretycznych w dostępnej literaturze, trudności w opracowaniu metodyk oraz braku odpowiedniej uniwersalnej aparatury pomiarowej. W celu wyznaczenia cech materiałowych dla zjawisk o charakterze dynamicznym koniecznym staje się opracowanie niestandardowych indywidualnych testów wymagających budowy innowacyjnych stanowisk badawczych.

W przypadku ziarnistych materiałów pochodzenia roślinnego doniesienia literaturowe wyraźnie wskazują, że badania z tego zakresu dotyczą głównie prac związanych z identyfikacją przebiegu siły zderzenia względem czasu oraz współczynnika restytucji, określającego stopień rozproszenia energii w trakcie zachodzącego kontaktu [145, 144]. Już podstawowe analizy dla zależności współczynnika restytucji względem prędkości zderzenia dla wybranych gatunków ziarna roślinnego pozwalają na zaobserwowanie występowania korelacji w tym aspekcie podkreślając w pływ dynamiki zderzenia. Badania tego rodzaju były prowadzone min. w zakładzie Maszyn Roboczych Politechniki Poznańskiej w trakcie, których badano wpływ wilgotności na kształtowanie przebiegu współczynnika restytucji dla ziarniaków pszenżyta. Na rysunku 1 pokazano przykładowe przebiegi obrazujące wpływ prędkości (oś pozioma) na kształtowanie współczynnika restytucji  $R$  (oś pionowa).



Rys. 1. Wpływ prędkości zderzenia na wartość współczynnika restytucji na przykładzie ziaren: a) grochu (o wilgotności 4% ● 10% ▲ 20%), b) soi (o wilgotności 7% ● 10% i 15%), c) rzepaku (o wilgotności 5% ● 9% i 15%) [82]

Niestety podstawowe zależności nie stanowią niezbędnych danych w aspekcie dokładnego odwzorowania zjawiska zderzenia z wykorzystaniem zapisów matematycznych w postaci modeli reologicznych stanowiących opis zachowania materiału pod wpływem wymuszeń zewnętrznych [142]. Wśród dostępnych doniesień literaturowych brakuje informacji na temat zależności ugięcia ziarna roślinnego względem wymuszenia dynamicznego [83, 142, 145, 148, 188].

W związku z powyższym problemem badawczym jest **brak w literaturze przedmiotu opisanych modeli matematycznych opisujących relację siła - odkształcenie dla ziarna zbożowego uwzględniających wpływ złożonych zjawisk występujących**

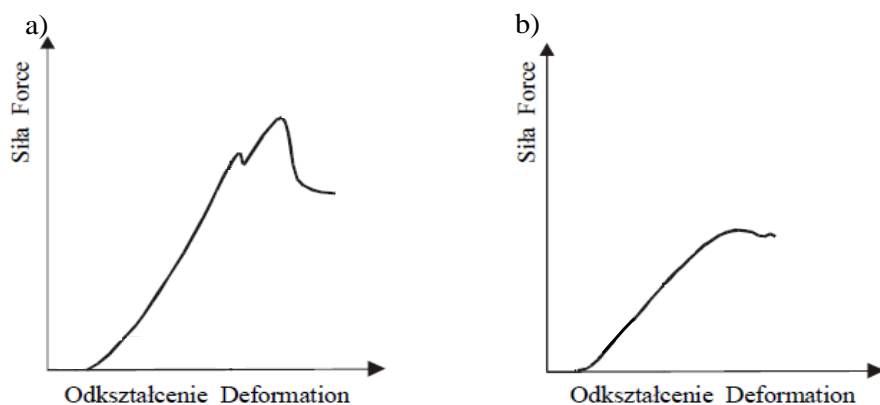


**podczas zderzenia ziarna z elementem roboczym, kierunku normalnym oraz brak zweryfikowanych metod identyfikacji parametrów modeli matematycznych tego typu.**

### **1.3. Uzasadnienie podjętej tematyki i cel pracy**

Chcąc zaangażować do prac badawczo-rozwojowych nad konstrukcjami siewników, nowoczesne narzędzia w postaci symulacji numerycznych koniecznym jest opracowanie odpowiedniego modelu materiałowego odwzorowującego reakcje ziarniaka na zachodzące wymuszenia dynamiczne, w tym zjawiska zderzenia z powierzchnią roboczą konstrukcji [2, 69, 148, 169, 201, 200]. Modele te opisują oddziaływania pod wpływem różnych obciążeń w trakcie zderzeń, a utworzenie ich oraz identyfikacja parametrów wymaga szeregu badań doświadczalnych umożliwiających dokładne poznanie właściwości fizycznych poddawanych procesom roboczym nasion. Fizyczny oraz morfologiczny stan materiałów pochodzenia roślinnego decyduje o właściwej identyfikacji rozumianej jako ustalenie przebiegu funkcji wiążącej siłę z odkształceniem oraz parametryzacji, rozumianej jako wyznaczenie współczynników opisujących model (równania). Pod uwagę należy brać min. takie parametry jak anizotropowość, struktura wewnętrzna, kształt, zależności siłowo-odkształceniowe. Na potrzeby oceny cech fizycznych materiałów pochodzenia roślinnego wykorzystuje się min. metody pomiaru zbliżone do metod spotykanych w materiałoznawstwie technicznym oraz wytrzymałości materiałów konstrukcyjnych. Niestety tego typu badania wiążą się z licznymi trudnościami wynikającymi min. z niejednorodności, nieciągłości oraz niewielkich rozmiarów ziarniaków, ponadto ziarniste materiały pochodzenia biologicznego stanowią grupę odznaczającą się dużą deformacją cząstek i silnym uzależnieniem ich właściwości mechanicznych od wilgotności [85, 83]. Dotychczas opublikowano niewiele prac opisujących właściwości fizyczne materiałów granularnych pochodzenia roślinnego oraz modele fizyczne zachodzących pomiędzy nimi interakcji [85, 82]. A dostępne modele wciąż stanowią jedynie przybliżenie rzeczywistości i koniecznym jest dalsze ich doprecyzowywanie.

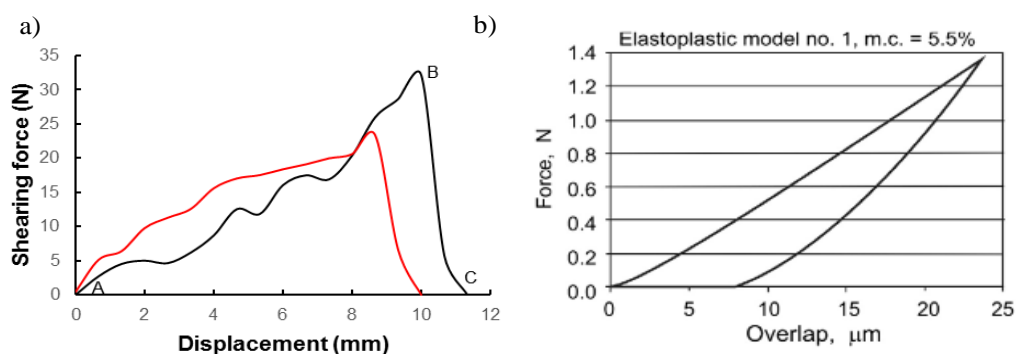
Obecnie większość badaczy skupia się na wyznaczaniu podstawowych charakterystyk opisujących cechy wytrzymałościowe ziaren zbóż. W tym celu najczęściej wykorzystywane są bezpośrednie metody pomiarowe, polegające na pomiarach sił wymuszających oraz reakcji próbek w postaci odkształcenia [146]. W takim przypadku dominujące podejście stanowi wykorzystanie standardowych metod pomiarowych prowadzonych na uniwersalnych maszynach wytrzymałościowych, które to ze względu na specyfikę materiałów biologicznych nie zawsze spełniają pokładane w nich oczekiwania np. w obszarze prawidłowego posadowienia próbek charakteryzujących się nietypowym kształtem. W standardowych badaniach wymuszenia zazwyczaj dotyczą jedynie procesu obciążania, aż do zaistnienia trwałego odkształcenia ziarniaka. Co więcej w zdecydowanej większości badania tego typu są realizowane w warunkach obciążeń quasi-statycznych, dla których to wyznaczane są charakterystyki w postaci (rys. 2): granicy proporcjonalności, granicy sprężystości, granicy płynności biologicznej, granicy wytrzymałości biologicznej [145, 188, 122, 131].



Rys. 2. Przykładowe zależności pomiędzy siłą i odkształceniem dla materiałów pochodzenia roślinnego a) wykazujących oraz b) pozbawionych granicy płynności biologicznej [54]

Na podstawie tak pozyskanych danych wyznacza się jedną z ważniejszych pod względem wytrzymałościowym właściwość w postaci tzw. sprężystości nasion, która to zazwyczaj określana jest jako moduł sprężystości podłużnej [197]. Tego rodzaju podejście pozwala na dostarczenie informacji umożliwiającej usystematyzowanie poszczególnych odmian oraz ocenę podatności na uszkodzenia [54].

Niestety wyniki z podstawowych testów wytrzymałościowych nie dostarczają pełni informacji umożliwiających opracowanie kompleksowego modelu reologicznego rozpatrywanego obiektu. W literaturze naukowej niewielu badaczy prezentuje szczegółowe wyniki przedstawiające charakterystyki ziaren zbóż w postaci pełnych cykli obciążania oraz odciążania (rys. 3), uwzględniających wpływ prędkości wymuszenia. Wynika to z faktu, iż główny obszar zainteresowań stanowi identyfikacja granicznego poziomu obciążenia przy, którym występuje trwałe uszkodzenie ziarniaka uniemożliwiające jego poprawne kiełkowanie.



Rys. 3. Zależność pomiędzy siłą i odkształceniem dla: a) ziarna kukurydzy obciążanego quasistatycznie [29] b) ziarna rzepaku obciążanego dynamicznie [54]

Uwzględniając powyższe przyjęto, iż **celem pracy jest budowa modelu matematycznego wiążącego siłę z odkształceniem dla ziarna zbożowego oraz opracowanie metody identyfikacji parametrów tego modelu, uwzględniającego zjawisko pochłaniania energii podczas zderzenia ziarna zbożowego z powierzchnią metalową w kierunku normalnym.** Model ten jest niezbędny dla symulacyjnego badania ruchu ziarna w

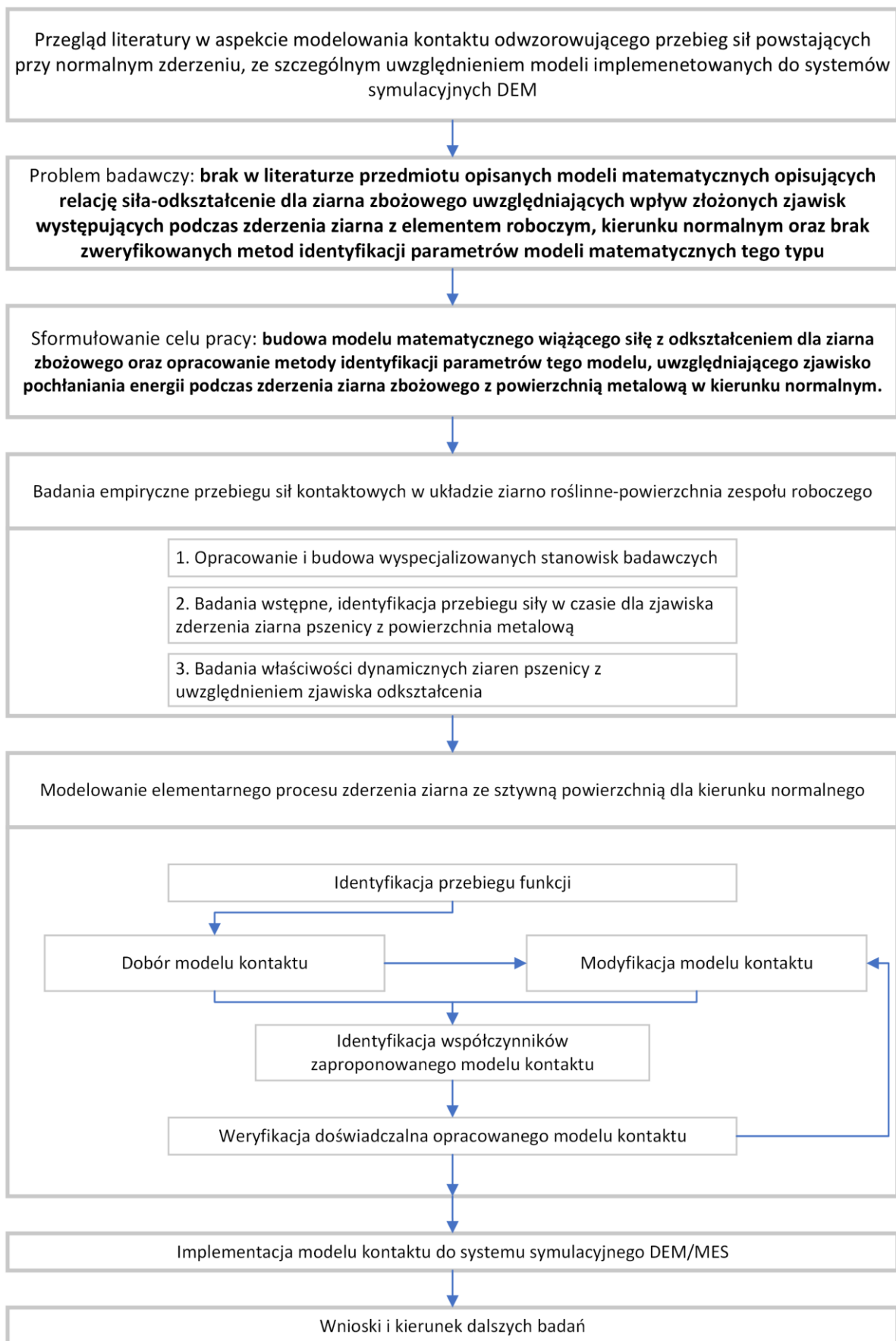
maszynach rolniczych, a w szczególności urządzeniach transportu pneumatycznego, sortownikach, rozdrabniaczach itp.

Osiągnięcie celu zasadniczego będzie możliwe po zrealizowaniu następujących celów pośrednich:

- Wstępna identyfikacja zjawisk towarzyszących zderzeniu ziarna z powierzchnią zespołu roboczego, w tym: relacji siła-czas, prędkość – restytucja, a także ustalenie wpływu poziomu wilgotności ziarna pszenicznego na badane zjawiska.
- Identyfikacja relacji siła-odkształcenie dla zjawiska zderzenia w kierunku normalnym ziarna zbożowego z płaską powierzchnią zespołu roboczego, w tym:
  - zaprojektowanie i wykonanie stanowiska laboratoryjnego do realizacji badań wytrzymałościowych jednoosiowego ściskania ziaren zbóż z uwzględnieniem dynamiki zderzenia,
  - zbudowanie układu pomiarowego,
  - opracowanie metody pomiaru właściwości mechanicznych w warunkach obciążenia szybkozmiennego,
- Poszukiwanie funkcji matematycznej (liniowej, wykładniczej lub potęgowej) najlepiej reprezentującej zidentyfikowane zależności siłowo-odkształceniowe,
- Opracowanie modelu matematycznego, pozwalającego na odwzorowanie przebiegu sił w trakcie dynamicznego zderzenia ziarna zbożowego z płaską powierzchnią, (w tym wyznaczenie współczynników (stałych) równania modelu matematycznego)
- Weryfikacja opracowanego modelu na drodze badań DEM, tj. implementacja modelu do systemu symulacyjnego oraz odtworzenie z jego pomocą elementarnego procesu zderzenia.

W związku z powyższym na potrzeby podjętych działań autor sformułował tezę:  
**zastosowanie do opisu relacji siła-odkształcenie modelu matematycznego ujmującego łączny wpływ złożonych zjawisk występujących podczas zderzenia ziarna z elementem roboczym umożliwia odzwierciedlenie rzeczywistych parametrów zderzenia - siła, czas kontaktu i współczynnik restytucji.**

Strukturę pracy oraz podział zadań zilustrowano na rys. 4.



Rys. 4. Struktura pracy: określenie problemu badawczego i sposób jego rozwiązania

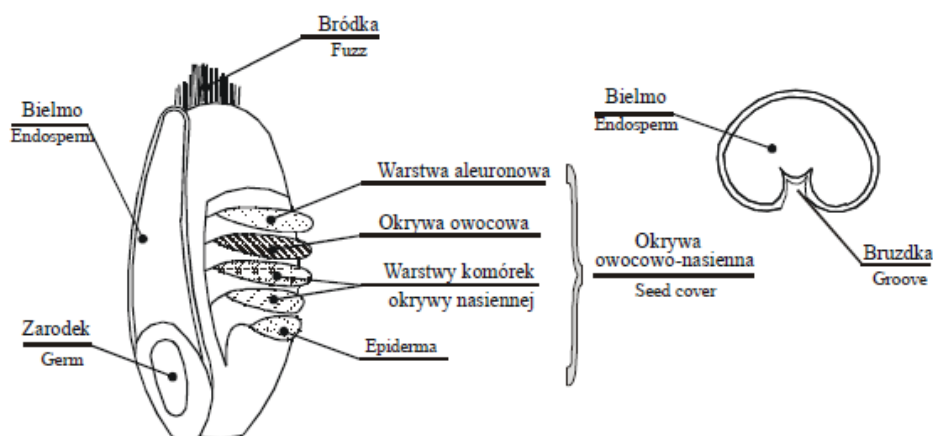
#### 1.4. Przedmiot badań

Uprawa zbóż ma najważniejsze znaczenie spośród wszystkich gałęzi produkcji rolnej na świecie i stanowi około 50% całej produkcji roślinnej. Spośród wszystkich gatunków zbóż zasadnicze znaczenie dla wyżywienia ludzkości ma pszenica. Z tego względu na przedmiot badań wytypowano ziarno pszenicy ozimej odmiany Memory, będące obecnie jednym z częściej uprawianych zbóż w Polsce.

Ziarna pszenicy stanowią materiał pochodzenia roślinnego odznaczają się złożoną budową morfologiczną oraz anatomiczną bezpośrednio decydującą o ich właściwościach fizyko-mechanicznych. Na cechy mechaniczne mają wpływ min. takie parametry jak wielkość, kształt, skład chemiczny, wilgotność, zawartość glutenu, białka, szklistość oraz gęstość i to one decydują o stanie struktury głównej składowej w postaci tkanki odżywczej czyli bielma [51, 62]. Właściwości te wpływają na jakość technologiczną nasion, a zatem bezpośrednio decydują o postaci procesów związanych z ich transportem oraz przetwórstwem [44].

Budowa ziarniaka pszenicy charakteryzuje się złożoną wielowarstwową strukturą oraz nieregularnym zarysem. Ziarna odznaczają się długością od 5 do 10 mm oraz masą od 30 do 50 mg. Przeważnie cechuje je podłużny owalny kształt jednostronnie spłaszczony w miejscu przylegania do łodygi do, której w fazie wzrostu są przyczepione i za jej pośrednictwem odżywiane. Geometria ziarniaka różni się w zależności od typu i odmiany. Różnice mogą występować zarówno w szerokości ziarna jak i również grubości. Przekrój poprzeczny może przyjmować postać od równomiernie zaokrąglonej, aż po kształt zbliżony do trójkątnego. Kształt oraz wielkość nie tylko mogą się różnić w obrębie jednego typu ale również mogą być zróżnicowane w tym samym kłosie. Jednakże stopień zróżnicowania będzie znacząco większy w przypadku porównań na poziomie odmian (obecnie na świecie uprawia się czynnie ponad 4000 odmian) [15].

Spośród zasadniczych cech morfologicznych wspólnych dla wszystkich odmian w budowie ziarna pszenicy (rys. 5) można wyróżnić po stronie brzusznej (spłaszczonej) występowanie bruzdki, która to sięga do połowy jego poprzecznego przekroju wyraźnie rozdzielając ziarniaka na dwie części. Bruzdka rozciąga się od szczytowej części ziarniaka, aż do samego jego końca niemalże łącząc się z zarodkiem. Sam zarodek znajduje się na przejściu pomiędzy stroną brzuszną, a grzbietową i pozostaje otoczony tzw. blizną, tj. martwą twardą tkanką stanowiącą pozostałość fazy rozrostu [42]. Ponadto szczytowa część ziarna jest zwieńczona charakterystyczną miękką szczoteczką o strukturze włoskowej tzw. bródką, powstałą z połączenia włosków stanowiących wypustki komórek zewnętrznej warstwy okrywy nasiennej [191].



Rys. 5. Budowa ziarniaka pszenicy [54]

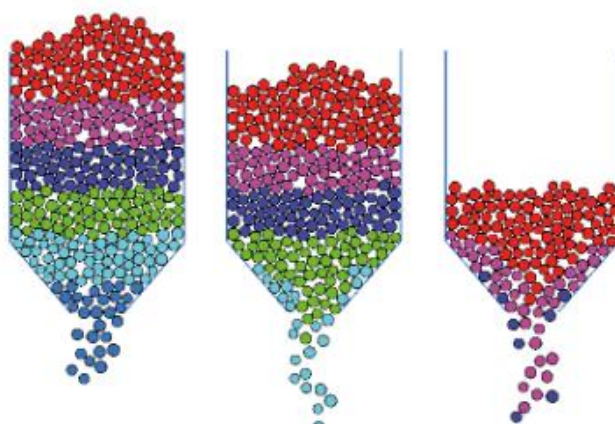
Zewnętrzną część ziarna stanowi okrywa owocowo-nasienną i składa się z pięciu warstw: epidermy, okrywy nasiennej (komórek krzyżowych, komórek rurkowych), okrywy owocowej, warstwy aleuronowej. Warstwy okrywy tworzą ciasno upakowane i stosunkowo grube ścianki komórkowe [58]. U zbóż piąta warstwa, jest połączona z owocnią, która jest kombinacją czterech najbardziej zewnętrznych warstw [42]. Owocnia jest przejrzysta dzięki barwnym pigmentom znajdującym się w jądrach, podczas gdy warstwa naskórka poniżej zawiera związki woskowe [102]. Związki woskowe czynią ją stosunkowo nieprzepuszczalną dla wody w wyniku czego możliwe jest długie przechowywanie ziaren pszenicy bez ryzyka rozpoczęcia procesu kiełkowania.

Wielowarstwowa okrywa owocowo-nasienna odpowiada za ochronę głównej części ziarna tzw. bielma. Bielmo stanowi 80% masy ziarniaka i składa się z komórek zawierających białko oraz skrobię, które spełniają zadanie tkanki zapasowej dla procesu kiełkowania [58]. W zależności od gatunku jego struktura może być mniej lub bardziej spoista. Parametr spoistości bezpośrednio przekłada się na cechy wytrzymałościowe ziarniaka.

## 2. Istota i znaczenie metody DEM w modelowaniu układów dyskretnych

Metoda Elementów Dyskretnych (DEM – Discrete Element Method) została opracowana w latach 70 przez badaczy Cundall i Strack [35] z zamysłem rozwiązywania problemów dotyczących niewiedzy w obszarze mechaniki skał wynikających z braku kompleksowej teorii z zakresu zachowania tego typu ciał. Sukces podjętego przedsięwzięcia zaowocował poszerzeniem stosowalności metody, o możliwość wykorzystania jej w aspekcie problemów inżynierskich dotyczących zachowań dynamicznych wszelakich materiałów granulanych. DEM znalazła zastosowanie min. w badaniach symulacyjnych przemysłowych systemów magazynowania oraz przenoszenia materiałów sypkich [141].

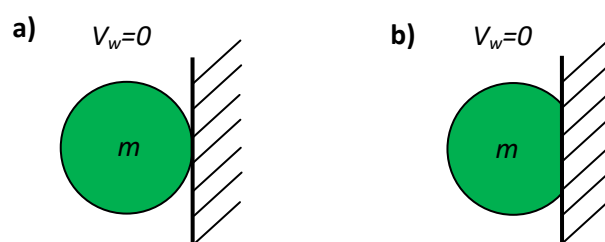
Metoda elementów dyskretnych stanowi podejście numeryczne, w którym miary globalnego zachowania zjawiska są obliczane na podstawie indywidualnego ruchu i wzajemnych oddziaływań pojedynczych elementów dużej populacji [35]. Zgodnie z tym metoda ta znajduje zastosowanie w rozwiązywaniu problemów dotyczących materiałów o strukturze nieciągłej (rys. 6). U podstawowych założen metody leży modelowanie badanych elementów z wykorzystaniem uproszczeń w postaci reprezentacji ciał ziarnistych jako cząstek o foremnej geometrii. Zatem w DEM rozwiązanie problemu badawczego uzyskuje się bez konieczności stosowania dyskretnego przestrzennie modelu matematycznego, a istotą staje się prawidłowe kwantowanie czasu [148].



Rys. 6. Symulacja opróżniania zbiornika mat. sypkiego [141]

### 2.1. Modelowanie sił kontaktowych

W Metodzie elementów dyskretnych podstawowym sposobem odzwierciedlenia oddziaływań pomiędzy rozważanymi elementami dyskretnymi (cząstkami) jest kontakt towarzyszący zjawisku zderzenia. W DEM można wyróżnić dwa zasadnicze podejścia do zagadnienia kontaktu, tj. interpretując go zgodnie z metodą sztywnego kontaktu (elementy nieodkształcalne) [72, 76, 108] lub metodą miękkiego kontaktu (elementy odkształcalne) [213] (rys. 7).

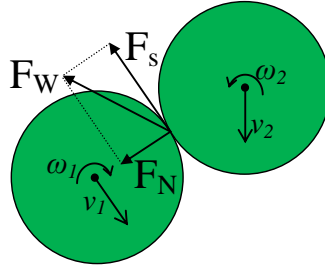


Rys. 7. Zjawisko zderzenia według metody: a) sztywnego kontaktu, b) miękkiego kontaktu

W przypadku podejścia związanego z metodą sztywnego kontaktu (ang. event-driven simulation) wykorzystuje się założenie w myśl, którego rozpatrywany przypadek charakteryzuje się na tyle niewielkimi czasami kontaktu, iż jest możliwym zaniedbanie ich w toku symulacji co nie powinno w istotny sposób wpływać na dokładność uzyskanych wyników [52]. Zgodnie z tym w symulacji przyjmuje się czas zderzenia równy zero i z tego powodu nie określa się sił kontaktu [108]. Metoda sztywnego kontaktu pozwala na wyznaczanie stanu rozważanych cząsteczek na podstawie równań ruchu budowanych w oparciu o wstępne warunki brzegowe określające min. ich początkowe położenie, prędkość, przyspieszenie, kierunek ruchu oraz jego zwrot. Równania ruchu umożliwiają obliczenie chwili wystąpienia kontaktu zarówno dla wariantu kontaktu między cząsteczkami, jak i również cząsteczki z powierzchnią ją ograniczającą. Stan rozważanych cząstek zaraz po zderzeniu określa się na podstawie zasady zachowania pędu oraz prawidłowo dobranego współczynnika restytucji [76]. Tego rodzaju podejście powoduje, iż powyższa metoda charakteryzuje się ograniczoną stosowalnością, w praktyce wykorzystywana jest do symulowania analizowania i przewidywania właściwości molekularnych układów fizycznych, np. ruchu cząsteczek w gazie, dynamiki reakcji chemicznych, dyfuzji atomowej [2, 52].

Ze względu na liczne ograniczenia metody sztywnego kontaktu znacznie częściej w publikowanych pracach naukowych zastosowanie znajduje metoda miękkiego kontaktu (ang. Soft contact) [35]. Zastosowanie tej metody umożliwia dokładniejsze odwzorowywanie zderzenia ze względu na zaimplementowanie w jego struktury funkcji opisujących zjawiska kontaktowe. Metoda miękkiego kontaktu zakłada występowanie odkształcenia zderzających się cząstek przy założeniu skończonego czasu oddziaływań [52]. Gdzie czas kontaktu wynika bezpośrednio ze sztywności kontaktu traktowanej jako jego istotną właściwość wynikającą z cech materiałowych zderzających się elementów [52, 126]. Dokładne zdefiniowanie właściwości kontaktu jest kluczowe z punktu poprawności osiągniętych wyników. W związku z tym twórcy metody założyli, iż najefektywniejsze rozwiązanie problemu modelowania połączeń kontaktowych stanowi implementacja modeli reologicznych wiążących zależnością matematyczną parametry mechaniczne z wymuszeniami w postaci sił kontaktowych dla kierunku normalnego jak i stycznego [213] (rys. 8). Każdy kontakt wywiera siłę oraz moment na każdą z zaangażowanych cząstek.





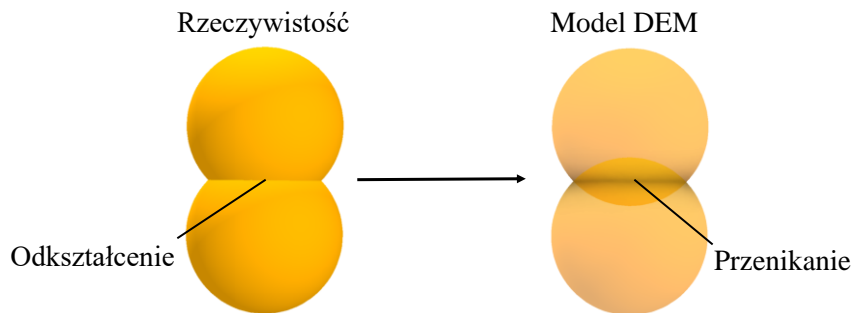
Rys. 8. Rozkład sił kontaktowych

W efekcie tego podejścia możliwym stało się powiązanie oddziaływań kontaktowych w postaci sił skupionych z towarzyszącymi im odkształceniami:

$$F_w = F_N(\varepsilon) + F_S(\varepsilon) \quad (2.1)$$

gdzie  $F_w$  – siła wypadkowa zderzenia,  $F_N(\varepsilon)$  – siła oddziaływania kontaktowego na kierunku normalnym,  $F_S(\varepsilon)$  – siła oddziaływania kontaktowego na kierunku stycznym.

Równocześnie należy zwrócić uwagę, iż w metodzie tej odkształcenie traktowane jest w sposób umowny. Cząstki reprezentujące rozważany materiał w trakcie kontaktu realnie nieodkształcają się, a samo zjawisko zastępowane jest przez mechanizm niewielkiego przenikania odpowiadającego faktycznej reakcji materiału zgodnie z poniższym rysunkiem (rys. 9) [35]. W metodzie tej odkształcenie mierzone jest jako odległość środków geometrycznych cząstek.



Rys. 9. Modelowanie odkształcenia w DEM

Efektom przyjętego założenie jest brak możliwości odzwierciedlenia trwałego odkształcenia plastycznego mogącego trwać po ustąpieniu kontaktu. Nawet w przypadku implementowania do badań symulacyjnych modeli reologicznych odzwierciedlających złożone reakcje materiału typu zjawisko histerezy, to ostatecznym warunkiem niezbędnym do wypełnienia symulacji jest w momencie ustania kontaktu zanik oddziaływań kontaktowych oraz ich skutków w obrębie cząstki. W takiej sytuacji głównym efektem zaistniałego zderzenia jest zmiana położenia cząstek oraz dyssypacja energii, czyli nowy stan układu [35]. Zarówno położenie jak i prędkość rozważanych obiektów wyznaczana jest na podstawie różniczkowych równań ruchu wynikających z drugiej zasady Newtona dla translacji i obrotu każdej cząstki w analizowanym zborze [52].

$$\frac{m_i dv_i}{dt} = F_i + m_i a_i \quad , \quad V_i = \frac{dr_i}{dt} \quad (2.2)$$

gdzie  $m_i$ ,  $v_i$ ,  $a_i$ ,  $r_i$  oznaczają odpowiednio masę, prędkość, przyspieszenie oraz położenie cząsteczki.  $F_i$  wyraża ogół oddziaływań w postaci zewnętrznych sił działających na cząstkę

## 2.2. Algorytm metody miękkiego kontaktu

Procesy obliczeniowe realizowane w środowiskach symulacyjnych z wykorzystaniem metody elementów dyskretnych wykorzystują zasadę podziału dziedziny czasu na małe kroki. W takim rozwiązaniu kalkulacje ruchu układu cząstek oraz sił kontaktowych są realizowane zgodnie z założonym krokiem czasowym. Zsumowanie obliczeń dla wszystkich kroków stanowi symulację ruchu układu w rozważanym czasie, a dobór kroku czasowego bezpośrednio przekłada się na dokładność prowadzonych badań [31]. Na podstawie wieloletnich doświadczeń licznych badaczy wykazano, iż zalecony krok czasowy zapewniający wiarygodność przewidywania kolizji powinien zawierać się w przedziale od 1/20 do 1/50 rzeczywistego czasu kontaktu  $t_c$  [31]:

$$t_c = \frac{\pi}{\omega} \quad (2.3)$$

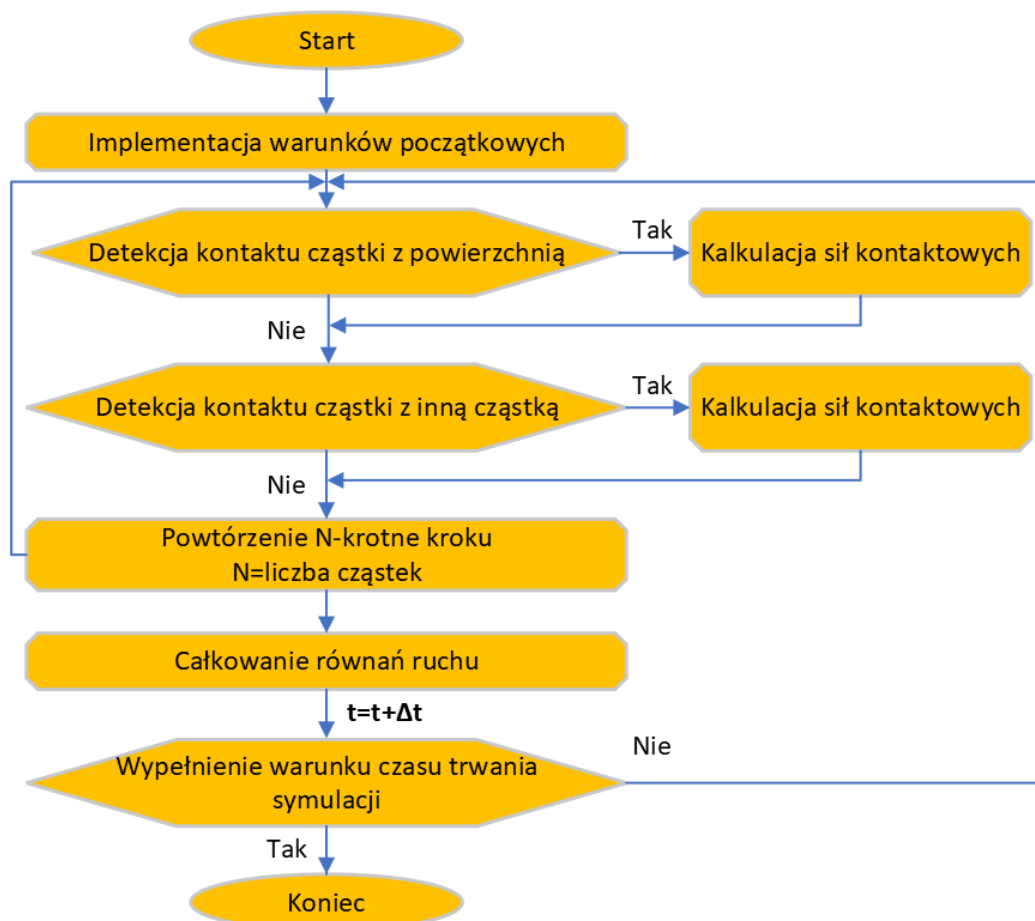
gdzie  $\omega$  to prędkość kątowna cząsteczki.

W przypadku prowadzenia badań symulacyjnych dotyczących zjawisk o charakterze quasi-statycznym w celu zapewnienia stabilności obliczeń należy korzystać z doboru kroku na podstawie zasady Rayleigh'a [30]. Metoda ta wykorzystuje zasadę, w myśl której w jednym kroku czasowym może nastąpić przekazanie energii z rozpatrywanej cząstki nie dalej niż do sąsiednich cząstek. Przyjmuje się założenie, że cała energia przenoszona przez układ cząstek stałych wynika z fal Rayleigha, a zatem można zaniedbać wkład fal zniekształcających i dylatacyjnych [167]. Zgodnie z tym krok czasowy dla zasady Rayleigh'a  $t_R$  wylicza się przy użyciu następującego teoretycznego wyrażenia:

$$t_R = \left( \frac{\pi r_{min}}{0,1631\nu + 0,8766} \right) \sqrt{\frac{\rho}{G}} \quad (2.4)$$

gdzie  $r_{min}$  - promień cząstki,  $\rho$  - gęstość materiału tworzącego,  $G$  - Moduł Kirchhoffa.

Zgodnie z przedstawionym poniżej algorytmem opisywanej metody DEM (rys. 10) proces obliczeniowy rozpoczyna się od zdefiniowania warunków początkowych. Etap ten zakłada zdefiniowanie warunków brzegowych dotyczących symulowanego materiału (cząstek) tj.: liczba cząstek oraz ich geometria (kształt, rozmiar), materiał je tworzący, ich początkowe pozycje, orientacje, prędkości liniowe, prędkości kątowe. Ponadto koniecznym jest zdefiniowanie czasu trwania symulacji, kroku czasowego, częstotliwość zapisu wyników przestrzeni symulacji (np. w postaci geometrii mechanizmów maszyny), rodzaju modelu sił kontaktowych oraz schematu całkowania. Prawidłowe zdefiniowanie parametrów początkowych decyduje o wiarygodności uzyskanych wyników [52].



Rys. 10. Algorytm prezentujący ideę metody elementów dyskretnych. Opracowano na podstawie [163]

Zaimplementowanie danych wejściowych pozwala na inicjalizację solverów obliczeniowych pracujących w pętli czasowej (rys. 10). Na tym etapie następuje detekcja kontaktu, która to jest realizowana z wykorzystaniem jednej z trzech najczęściej wykorzystywanych metod, tj.: Verlet Neighbour Lists, Link/Grid Cells, Lattices [39]. Stosowanie zaawansowanych algorytmów ma na celu odciążenie pracołłonności procesu obliczeniowego poprzez niedopuszczanie do sytuacji, w której obliczenia weryfikujące odległość między elementami dyskretnymi dotyczą pełni rozpatrywanej populacji [163]. Wyróżnione metody mają zagwarantować, iż obliczenia dotyczą jedynie cząsteczek, które to potencjalnie mogą się znajdować w kontakcie lub też zaraz w takowym się znajdują. Sam kontakt jest sprawdzany na podstawie parametrów elementu dyskretnego takich jak: pozycja, orientacja, rozmiar, geometria.

W momencie wykrycia cząstek znajdujących się w kontakcie następuje wdrożenie procedury kalkulacji siły kontaktu. Siły kontaktowe są wyznaczone na podstawie zachodzących między nimi interakcji (prędkości zderzenia, odkształcenia/przenikania, rozmiaru elementów) oraz wybranego na etapie budowy warunków brzegowych modelu reologicznego ujmującego w kompleksowy sposób właściwości mechaniczne zaistniałego oddziaływania [163]. Następnie na podstawie kierunku oraz zwrotu wyznaczonych sił obliczane są wartości momentu obrotowego.

Wyznaczone obciążenia stanowią niezbędne dane do dalszego procedowania nad parametrami będącymi skutkiem zderzenia w postaci przyspieszenia oraz przyspieszenia kontowego. Obliczenia prędkości i położenia są prowadzone z wykorzystaniem całkowania numerycznego równań ruchu [57]. W zależności od oprogramowania można zaobserwować różne podejścia do sposobu rozwiązania tego problemu. Ogólnie rzecz ujmując dominuje podejście w myśl, którego aproksymacji pochodnych rozpatrywanych funkcji  $f(t)$  dokonuje się z wykorzystaniem rozwinięcia w szereg Taylor'a [171]:

$$f(t + \Delta t) = f(t) + \frac{f'(t)}{1!}\Delta t + \frac{f''(t)}{2!}\Delta t^2 + \frac{f'''(t)}{3!}\Delta t^3 \dots \quad (2.5)$$

Każdy krok czasowy stanowi aktualizację stanu każdej z rozpatrywanych cząstek, i kończy się po wyliczeniu ich nowej pozycji, orientacji oraz prędkości. Działająca pętla czasowa trwa, aż do osiągnięcia założonego na początkowym etapie czasu symulacji. Krok ten stanowi ostateczny warunek bezpiecznego wypełnienia rozpatrywanego zadania oraz przekazania plików z zapisem wszystkich danych do postprocesora umożliwiającego przystępną wizualizację oraz analizę danych pomiarowych.

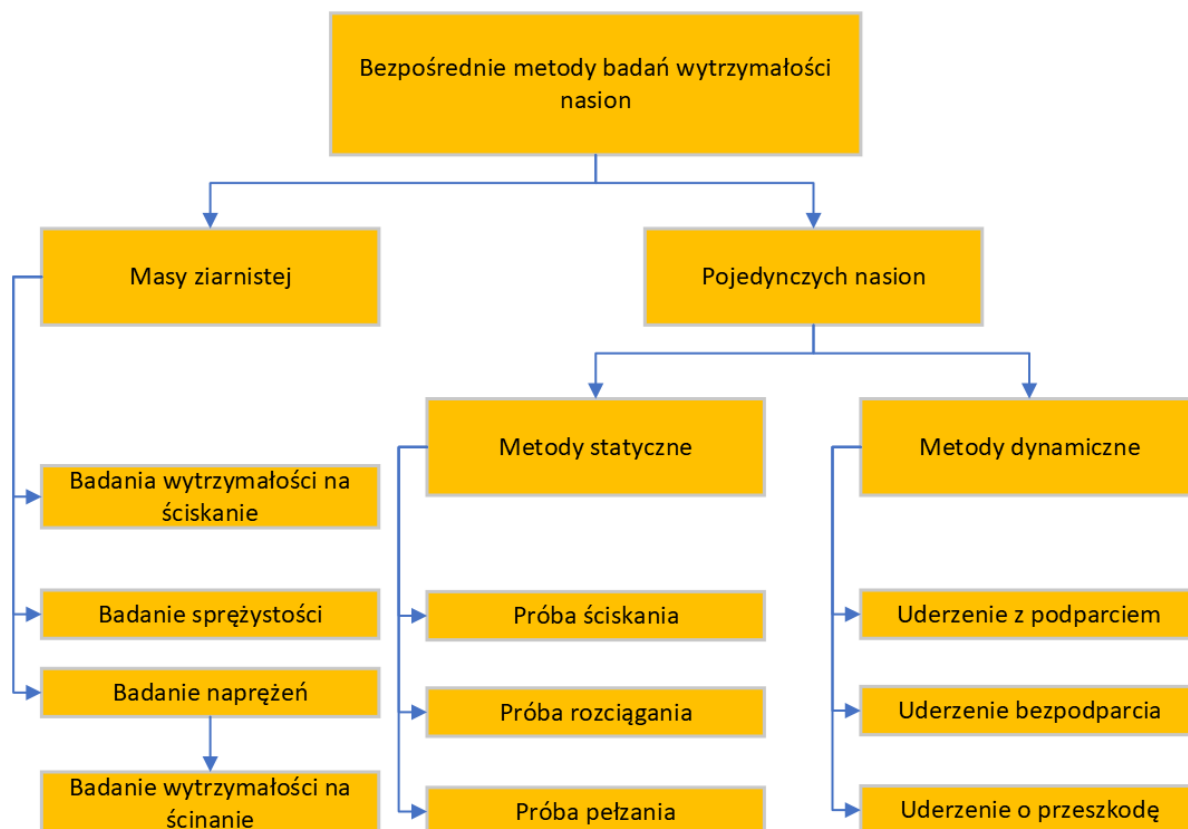
### 3. Metody identyfikacji właściwości mechanicznych nasion

W przypadku materiałów pochodzenia roślinnego właściwości mechaniczne można zdefiniować jako jego reakcje na przyłożone obciążenia zewnętrzne, stanowiące kombinację zachowania sprężystego, plastycznego oraz lepkiego. Na potrzeby ich poprawnej identyfikacji koniecznym jest przeprowadzenie precyzyjnych testów laboratoryjnych pozwalających na identyfikację stałych materiałowych [145, 144].

Dotychczas zarówno w Polsce jak i Unii Europejskiej nie opracowano ogólnych wytycznych standaryzujących pomiary zasadniczych fizycznych właściwości nasion. Większość pomiarów prowadzonych w warunkach laboratoryjnych bazuje na założeniach opracowanych na potrzeby oceny standardowych materiałów konstrukcyjnych. Ponadto brak usystematyzowania w danej dziedzinie powoduje występowanie pewnego rodzaju niespójności w terminologii, której zapożyczenia z klasycznej wytrzymałości często bywają nieadekwatne do opisywanych właściwości. [54]

Złożoność w budowie ziaren zbóż objawiająca się nieregularnością kształtów i rozmiarów, zróżnicowaniem w zawartości wody oraz wielowarstwową strukturą anatomiczną czyni je obiektami trudnymi do jednoznacznej identyfikacji cech wytrzymałościowych. Z tego względu dotychczas najliczniejsze rozważania w tym aspekcie prowadzono na nasionach o kształtach symetrycznych zbliżonych zarysem do obiektów sferycznych spośród których największą popularnością wśród badaczy cieszą się ziarna grochu [112], soczewicy [198], soi [3], rzepaku [86], fasoli [157]. W badaniach tych można wyróżnić dwa zasadnicze kierunki w podejściu do prowadzenia prac wynikające bezpośrednio z charakterystycznego stanu skupienia materiałów sypkich, które można w zależności od potrzeb rozważać jako ośrodek ciągły lub nieciągły. Zgodnie z diagramem przedstawionym na rysunku nr 11 podział ten dotyczy postaci próbki badawczej. W pierwszym z podejść badania prowadzone są na masie ziarnistej, a drugim bardziej uniwersalnym na pojedynczych nasionach. Oba warianty należy traktować jako oddzielne podejście do zagadnienia wytrzymałości ziarna, które to dostarczają niezależnych charakterystyk materiałowych niepowiązanych wzajemnie.

Wybór kierunku prac badawczych uzależnia się od przyjętego celu, którym może być identyfikacja cech na potrzeby poznawczo-systematyczne, obliczeń inżynierskich, a coraz częściej badań symulacyjnych [54]. Wyniki prowadzonych prac badawczych stanowią zbiór danych w postaci stałych materiałowych oraz charakterystyk opisujących zależności wymuszeniowo-odkształceniowe. W efekcie dane te stanowią podstawę do identyfikacji oraz parametryzacji efektywnych charakterystyk mechanicznych w postaci empirycznych oraz teoretycznych modeli konstytutywnych rozważanych materiałów [54].



Rys. 11. Główne metody badań wytrzymałości nasion (opracowano na podstawie [54])

### 3.1. Badania prowadzone na masie ziarnistej

Ze względu na stosunkowo proste metody badawcze oraz powszechnie dostępną aparaturę pomiarową w literaturze przedmiotu najczęściej można odnaleźć wyniki z rozważań prowadzonych na masie ziarnistej, stanowiące pierwszy i podstawowy obszar zainteresowań badaczy. Badania tego rodzaju w znacznym stopniu dostarczają informacji na temat właściwości nasion w aspekcie procesów związanych z magazynowaniem oraz transportem. Wyniki opisują ogólną charakterystykę materiałową traktując materiał jako zgrupowanie pomniejszych elementów odznaczające się pewną ciągłością. Prowadzone rozważania bazują na metodach wypracowanych na potrzeby pomiarów właściwości reologicznych gruntów [91]. Zasadniczą różnicę stanowią zakresy wymuszeń jakim poddawane są próbki materiału, które w przypadku ziaren zbóż stanowią od 100 do 1000 krotnie mniejszą wartość w stosunku do tych stosowanych w mechanice gruntów [54].

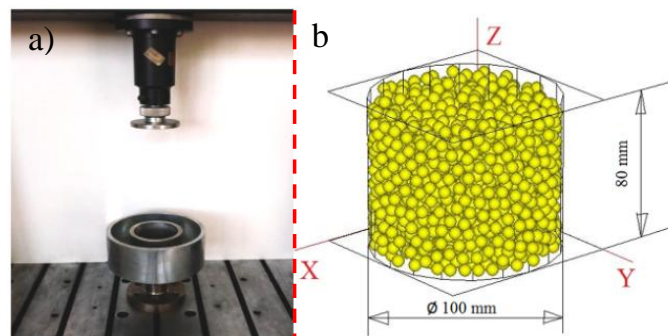
Jednym z podstawowych badań prowadzonych na masie ziarnistej jest pomiar ściśliwości [91]. W badaniu tym ziarna umieszczone na prasie laboratoryjnej w cylindrze pomiarowym (rys. 12 a, b) pod wpływem jednoosiowego obciążenia poddawane są jednowymiarowemu odkształceniu [123, 124]. W takim przypadku zmniejszenie objętości próbki wynika przede wszystkim z odkształcenia ziarniaków, przemieszczania materiału oraz redukcji objętości przestrzeni pustych. Ściśliwość masy ziarnistej opisuje krzywa ściśliwości przedstawiająca zmianę głównego wymiaru wysokości próbki względem wymuszenia. Kompletny przebieg eksperymentu zawiera dwie zasadnicze fazy: obciążania oraz odciążania.

Niekiedy w celu zwiększenia zakresu pozyskiwanych informacji badacze decydują się na ponowne wymuszenie testując tym samym parametr ścisłości wtórnej [54]. W przypadku badań prowadzonych na ziarnie przebieg krzywej ścisłości kształtowany jest przez odkształcenia o charakterze częściowo sprężystym oraz częściowo trwałym, zgodnie z zależnością:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (3.1)$$

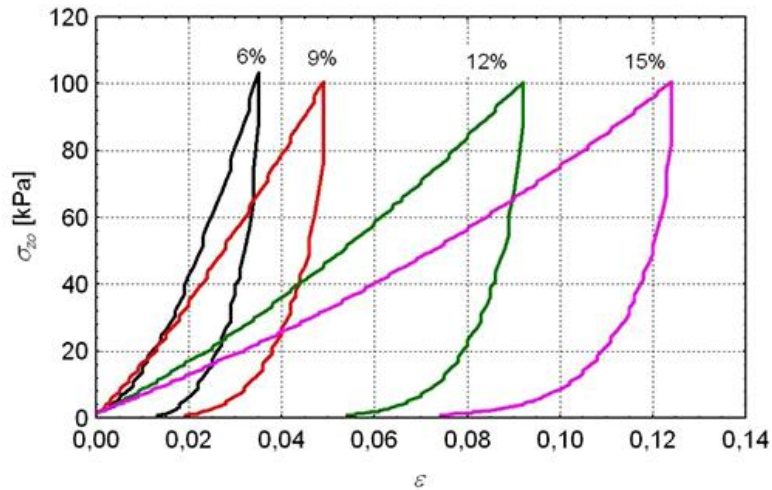
gdzie:  $\varepsilon_v$  - odkształcenie wypadkowe,  $\varepsilon_e$  - odkształcenie odwracalne,  $\varepsilon_p$  - odkształcenie nieodwracalne.

W efekcie próbka po badaniu nie wraca do pierwotnego kształtu. Dodatkowo jednym z parametrów możliwym do zidentyfikowania w danym eksperymencie jest skłonność materiału do zbrylania [16, 94]. Jest to parametr zależny od wilgotności, temperatury oraz czasu konsolidacji dostarczający informacji na temat ryzyka występowania zaburzeń przepływu ziarna w trakcie transportu. Zaburzenia te najczęściej objawiają się tworzeniem tzw. sklepień oraz tuneli w obszarze leja wysypowego ze zbiornika magazynującego.



Rys. 12. Badania ścisłości ziaren rzepaku: a) stanowisko badawcze, b) próbka badawcza, c) krzywa ścisłości [199]

W przypadku materiałów sypkich pochodzenia roślinnego znaczną uwagę przykładają się do identyfikacji parametru sprężystości objętościowej zwanego również modułem sprężystości objętościowej  $E$ . Współczynnik ten jest szczególnie istotny z punktu projektowego silosów zbożowych i umożliwia wyznaczenie parcia materiału sypkiego na ścianki konstrukcji [121, 120]. Współczynnik wyznacza się min. na podstawie eksperymentu jednoosiowego ściskania z wykorzystaniem edometru oraz metody obliczeniowej opracowanej przez A. Sawickiego [172, 173]. Metoda ta zakłada możliwość wyróżnienia dwóch zasadniczych faz w krzywej opadającej pętli histerezy (rys. 13).



Rys. 13. Przykładowa zależność pomiędzy naprężeniem a odkształceniem dla masy ziarnistej rzepaku [189]

Zgodnie z założeniem pierwsza faza charakteryzuje się odkształceniem czysto sprężystym i może być wykorzystana do wyznaczenia stałych  $E$  i  $\nu$  (współczynnik Poissona). Drugi etap rozładowania charakteryzuje się zarówno odkształceniami sprężystymi, jak i plastycznymi i przyjmuje postać krzywoliniową. Zgodnie z założeniem metoda przyjmuje, że reakcją odwracalną materiału rządzi prawo Hooke'a, dzięki czemu możliwym staje się opisanie odkształcenia głównego  $\varepsilon_z$  za pomocą następującej zależności [189]:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \left( 1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu} \right) \quad (3.2)$$

gdzie:  $\sigma_z$  - naprężenie normalne,  $E$  - moduł sprężystości objętościowej.

Dokonując w trakcie badania pomiaru naprężeń poziomych  $\sigma_x$  wynikających z naporu ziarna na boczne ścianki naczynia pomiarowego możliwym staje się wyznaczenie współczynnika Poissona. Bazując na nachyleniu  $A$  odcinka pierwszej fazy redukcji obciążenia można zapisać:

$$A = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (3.3)$$

Przekształcając otrzymujemy:

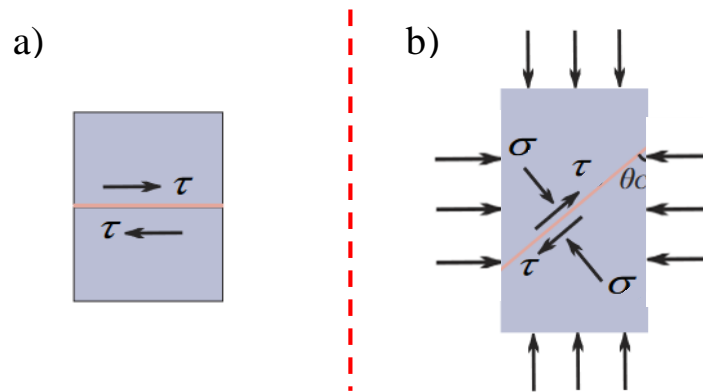
$$\nu = \frac{A}{1 + A} \quad (3.4)$$

Zgodnie z Polską Normą PN-B-03254 w zależności od rozmiarów silosu zaleca się stosować zróżnicowaną wartość modułu sprężystości ziarna oraz wartość współczynnika Poissona na poziomie 0,3 [83].

Opracowując charakterystykę materiałową dla mas ziarnistych istotne jest wyznaczenie wytrzymałości na ścinanie. W badaniu tym wyznacza się graniczne dopuszczalne naprężenia powyżej, których następuje niechybna destabilizacja struktury objętościowej dla rozważanego materiału. Wyznaczona charakterystyka pozwala zidentyfikować poziom wyężeń, dla którego występuje płynięcie materiału (zwane



uplastycznieniem) czyli nieodwracalnym odkształceniem struktury [54]. W efekcie dostarczone informacje dają możliwości poznawcze zdolności materiału do grawitacyjnego przepływu w tym pokonywania powstających trudności pokroju przesklepień czy też tuneli w leju silosu [85]. Wytrzymałość materiałów granularnych na ścinanie określają dwa zasadnicze parametry: kohezja oraz tarcie wewnętrzne [28, 103, 174]. Kohezja czyli spójność reprezentuje udział przyciągania międzycząsteczkowego w wytrzymałości na ścinanie natomiast tarcie wewnętrzne reprezentuje udział tarcia międzycząsteczkowego. Oba parametry są niezależne od wartości naprężenia normalnego [172]. W badaniach wytrzymałości na ścinanie do pomiarów najczęściej wykorzystuje się aparaty: pośredniego ścinania trójosiowego oraz bezpośredniego ścinania. Konstrukcje tego rodzaju są zróżnicowane głównie ze względu na ich możliwości realizowania dróg obciążania i należy je dobierać adekwatnie do rozważanego zagadnienia [54]. W przypadku aparatów bezpośredniego ścinania przyjęte rozwiązania konstrukcyjne umożliwiają obciążenie próbki siłą normalną w dwuczęściowej skrzynce pomiarowej oraz wygenerowanie wymuszenia przesuwanego w poziomie jeden z segmentów skrzynki tym samym wymuszając ścięcie badanego materiału (rys. 14 a).



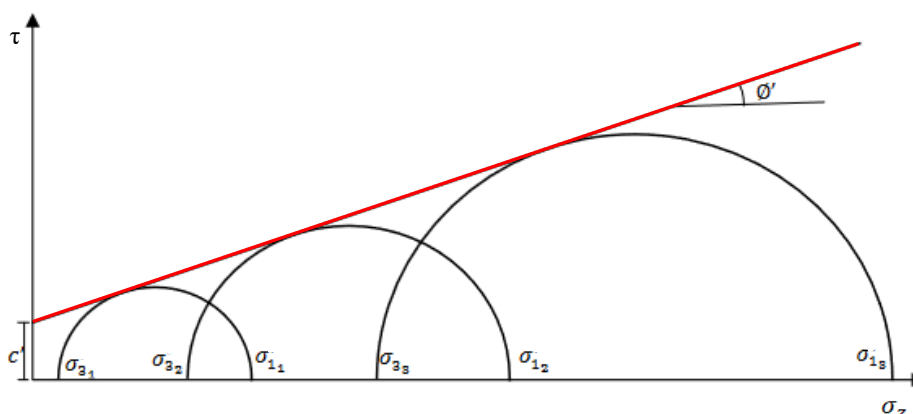
Rys. 14. Metody pomiaru plastycznego płynięcia materiałów sypkich: a) bezpośredniego ścinania, b) trójosiowego ścinania [28]

Z kolei konstrukcja aparatu trójosiowego ścinania umożliwia zadawanie dodatkowej składowej wymuszającej w postaci bocznego naprężenia głównego (rys. 14 b) [28]. Na podstawie tak przeprowadzonych badań zgodnie z teorią Coulomba-Mohra możliwym staje się zapisanie zależności pomiędzy naprężeniem stycznym  $\tau$  i normalnym  $\sigma$  wzdłuż kierunku ścinania, w myśl którego:

$$\tau = \sigma_z \tan \phi + c \quad (3.5)$$

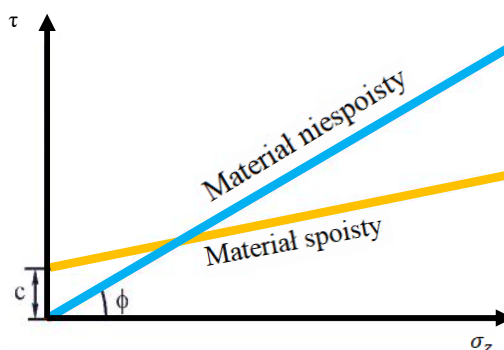
gdzie:  $\phi$  – kąt tarcia wewnętrznego,  $\sigma_z$  - wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie,  $c$  – kohezja.

Teoria Coulomba-Mohra stanowi najpowszechniejsze narzędzie stosowane do szacowania wytrzymałości na ścinania materiałów granularnych umożliwiające czytelną graficzną reprezentację właściwości materiałów (rys. 15).



Rys. 15. Warunek Coulomba-Mohra

W efekcie na podstawie krzywej uplastycznienia dzięki możliwości wyznaczenia wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie  $\sigma_z$ , efektywnego kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$  oraz kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$  możliwym staje się w przystępny sposób klasyfikowanie ziarna zbożowego pod względem swobody płynięcia (rys. 16) [28].



Rys. 16. Klasyfikacja materiałów rozdrobnionych w zależności od położenia krzywej płynięcia

### 3.2. Badania prowadzone na pojedynczych ziarnach

Liczne prace badawcze prowadzone w dziedzinie identyfikacji parametrów opisujących charakterystyki wytrzymałościowe oraz mechaniczne mas ziarnistych pozwoliły na określenie cech materiału, ukazujące jego zachowania w trakcie magazynowania i transportu. Jednakże próby przełożenia charakterystyk ogólnych na zachowanie pojedynczego ziarniaka wykazały znaczący brak powiązania [54]. Fakt ten zrodził zapotrzebowanie na podjęcie prac dotyczących szczegółowej identyfikacji parametrów wytrzymałościowych pojedynczych nasion. W badaniach tych można wyróżnić dwa zasadnicze kierunki. Jeden z nich stanowią badania prowadzone metodami bezpośrednimi, a drugi pośrednimi [217].

W badaniach pośrednich identyfikację cech wytrzymałościowych ziarniaka określa się na podstawie obserwacji reakcji na zadane wymuszenie. Wymuszenia w tego typu procesie poznawczym zadaje się zarówno jako precyzyjne parametry o określonej wartości jak i również potrafią stanowić bliżej niezidentyfikowany efekt jakiegoś procesu technologicznego np. młócenia, transportu, suszenia, czyszczenia, sortowania [90]. Oceny wpływu wymuszenia dokonuje się po odciążeniu próbki i najczęściej proces ten stanowi obserwacja wzrokowa.

Ogłędziny prowadzi się pod względem poszukiwań makroskopowych widzianych na powierzchni uszkodzeń strukturalnych w postaci np. wgniecenia, pęknięcia, uszkodzenia osnowy, stanowiących naruszenie ciągłości tkanek. Jednakże tego rodzaju podejście jest mocno uznaniowe, a subiektywność czyni je mało precyzyjnym oraz niemożliwym do opracowywania uniwersalnej klasyfikacji [54]. Ponadto metoda wzrokowa nie dostarcza informacji na temat stanu wewnętrznego, z tego względu w warunkach laboratoryjnych częściej wykorzystuje się metodę rentgenograficzną oraz kolorymetryczną [217]. Metoda kolorymetryczna ujawnia uszkodzenia w postaci otarć i pęknięć okrywy owocowo-nasiennej jak i również głębszych szczelin. Badanie polega na zanurzeniu badanej próbki w roztworze wnikałym w uszkodzenia, który to w drugim etapie po przeniesieniu do osobnego naczynia jest wypłukiwany (z wykorzystaniem NaOH) tworząc nowy roztwór. W otrzymanym roztworze dokonuje się pomiaru ekstynkcji świadczącej o poziomie uszkodzeń ziarniaka [217]. W przypadku konieczności wejrzenia w głąb struktury ziarniaka wykorzystuje się droższą metodę rentgenograficzną wymagającą złożonej aparatury badawczej. W metodzie tej proces badawczy jest bezinwazyjny i pozwala na prowadzenie badań nieniszczących w efekcie możliwym staje się poddawanie tej samej próbki pod inne rozważania eksperymentalne np. w postaci odporności biologicznej. Wskaźnik w postaci odporności biologicznej należy do jednej z jednoznacznych ocen wpływu wymuszenia oraz cech wytrzymałościowych nasion [105]. Za miarę odporności biologicznej przyjmuje się zdolności zachowania żywotności i wigoru do kiełkowania oraz wzrostu [73, 104, 107].

Niestety pośrednie metody oceny wytrzymałości nasion nie sprawdzają się w aspekcie tworzenia jednoznacznych, kompleksowych charakterystyk wytrzymałościowych kluczowych dla budowy modeli konstytutywnych pozwalających na odwzorowywanie kontaktów w badaniach symulacyjnych (np. DEM). O wiele większą precyzję w identyfikacji właściwości mechanicznych materiałów pochodzenia roślinnego osiąga się w wyniku prowadzenia pomiarów z wykorzystaniem metod bezpośrednich gdzie pod rozważania brane jest pojedyncze ziarno, które poddaje się precyzyjnie określonym wymuszeniom. Ze względu na charakter obciążenia badania bezpośrednie można podzielić na te realizowane w warunkach obciążeń quasi-statycznych oraz dynamicznych. W przypadku badań prowadzonych w warunkach wymuszeń o niewielkiej prędkości, badacze głównie skupiają się na wykonywaniu trzech typów prób: ściskania, rozciągania oraz pełzania. Dominującym podejściem jest quasi-statyczny pomiar zależności przemieszczenia od obciążenia, z którego często wyznaczana jest zależność naprężenia do odkształcenia. Test ten realizowany w warunkach wymuszeń ściskających próbkę stanowi jedną z najpowszechniejszych identyfikacji właściwości mechanicznych odwzorowując najczęstszy proces technologiczny związany zarówno z przetwarzaniem jak i również magazynowaniem [54]. Drugi z rozpatrywanych kierunków badań realizowanych w warunkach obciążeń dynamicznych stanowi znacznie mniej rozpowszechnione podejście do identyfikacji właściwości wytrzymałościowych ziaren. W tym przypadku można znaleźć jedynie nieliczne doniesienia literaturowe dot. materiałów pochodzenia roślinnego w postaci ziaren zbóż. Wynika to przede wszystkim z faktu szybkozmienności zachodzących zjawisk trudnych do pomierzenia przy wykorzystaniu podstawowej aparatury pomiarowej, zwłaszcza biorąc pod uwagę niewielkie wymiary gabarytowe rozpatrywanych obiektów oraz ich nieregularne kształty. W badaniach tych wykorzystuje się niestandardowe stanowiska badawcze. W realizowanych testach można

wyróżnić dwie zasadnicze metody pomiarowe. W pierwszym podejściu ziarnem uderza się w nieruchomą przeszkodę, a w drugim w unieruchomione ziarno uderza się bijakiem.

### 3.2.1. Obciążenia quasi-statyczne

Zachowanie oraz właściwości mechaniczne materiałów pochodzenia roślinnego można charakteryzować na liczne sposoby między innymi opisując je takimi parametrami jak moduł Younga, moduł sprężystości poprzecznej, twardość, wytrzymałość na ściskanie, wytrzymałość na ścinanie oraz wytrzymałość na rozciąganie. Wszystkie te parametry można wyznaczyć na podstawie quasi-statycznych testów przy wykorzystaniu uniwersalnych maszyn wytrzymałościowych (rys. 17).

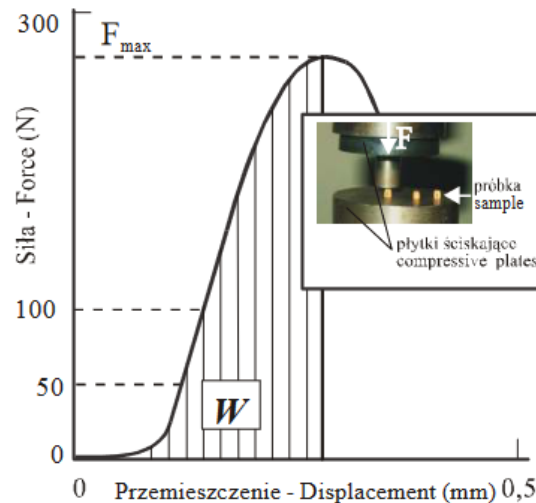


Rys. 17. Uniwersalna maszyna wytrzymałościowa Instron 3369 [109]

W przypadku pojedynczych ziaren zbóż podstawowym obszarem zainteresowań badaczy w wyznaczaniu właściwości mechanicznych jest poznanie ich właściwości sprężystych czyli zdolności powrotu materiału do poprzedniego kształtu [54], która stanowi jeden z głównych czynników fizycznych charakteryzujących właściwości wytrzymałościowe. Z tego względu najliczniejsze doniesienia literaturowe dotyczą badań tzw. sprężystości nasion, określanej w literaturze jako moduł sprężystości podłużnej  $E$ . Jednakże należy tu zaznaczyć, że moduł sprężystości w odniesieniu do ziaren roślinnych nie jest zbyt ścisłym określeniem i nie należy go traktować jako odpowiednika parametru opisującego materiały konstrukcyjne [83]. Z tego względu niektórzy badacze decydują się na wprowadzenie innej zastępczej terminologii np. w postaci współczynnika ściśliwości [142]. W przypadku nasion parametr ten dostarcza kluczowych informacji umożliwiających porównywanie względnych wytrzymałości poszczególnych odmian materiałów roślinnych [187, 14], m.in. pozwala na wyznaczenie poziomów wymuszeń inicjujących pęknięcie nasion.

W aspekcie ziaren pszenicy jedynie nieliczni badacze podjęli się zadania identyfikacji podstawowych parametrów pojedynczego ziarniaka. Jedną z pierwszych, która zajęła się danym zagadnieniem była Shpolyanskaya [182]. W badaniach swoich wykorzystując prasę laboratoryjną poddała jednoosowemu ściskaniu ziarniaki pszenicy umieszczając je pomiędzy równoległymi płaskimi płytowymi szczękami urządzenia. Tym samym możliwym stało się pozyskanie zależności siłowo-odkształceniowych charakteryzujących właściwości rozpatrywanych próbek (rys. 18). W dalszej kolejności procedując nad wynikami, w celu

wyznaczenia modułu sprężystości podłużnej wykorzystwała metody oparte na teorii sprężystości. Bazując na metodzie Hertz'a dla naprężeń kontaktowych, mierząc się z problemem skomplikowanego kształtu ziarna na potrzeby obliczeń zastosowała uproszczenie zastępując jego geometrię kulą o średnicy równej jej szerokości. Ponadto dla zastosowanego poziomego ułożenia ziarna, w którym obciążenie przyłożono jednostronne lokalne odkształcenia dla kontaktu z dolną płytą uznała za pomijalne, a całkowite odkształcenie przyjęła jako równe odkształceniu w obszarze płyty dociskowej. Zastosowane uproszczenia spowodowały, iż wyznaczony moduł sprężystości stanowił jedynie orientacyjną wartość wymagającą doprecyzowania.

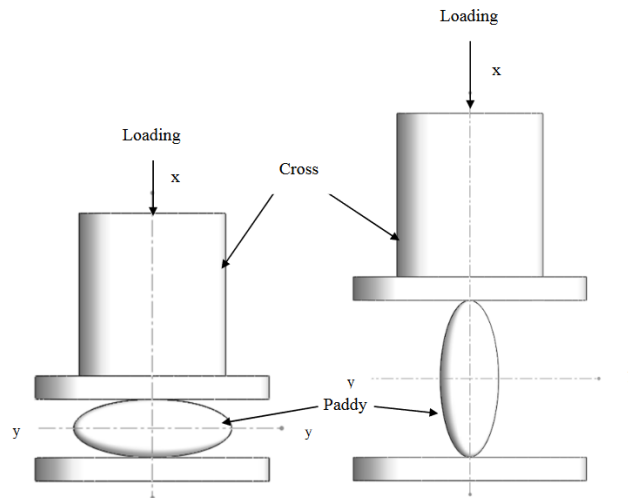


Rys. 18. Zależność siła-przemieszczenie dla jednoosiowego ściskania ziarniaka [218]

Kolejnymi naukowcami, którzy wnieśli istotny wkład w rozwój wiedzy na temat właściwości wytrzymałościowych pojedynczych ziaren pszenicy był Zoerb [227] oraz Bilanski [18]. Uszczegółowili dotychczasowy stan wiedzy wprowadzając bardziej precyzyjne rozważania w obszarze wpływu zawartości wody w ziarniakach na ich cechy wytrzymałościowe. Pod rozważania przyjęli szeroki zakres wilgotności od 1 do 27,4%, a uzyskane wyniki wskazały na występowanie wyraźnych zależności. Co więcej Zoerb na potrzeby prowadzonych badań opracował własne stanowisko badawcze dzięki któremu mógł obciążać próbki z trzema różnymi prędkościami  $0,0777 \text{ cal} \cdot \text{min}^{-1}$ ,  $0,2666 \text{ cal} \cdot \text{min}^{-1}$ , oraz  $0,4667 \text{ cal} \cdot \text{min}^{-1}$ .

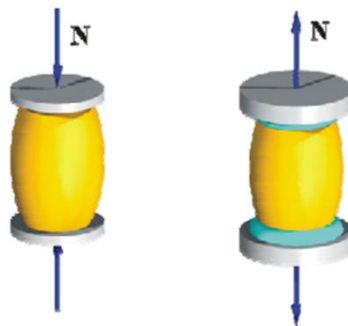
Wykorzystując nowe stanowisko Zareb w swoich badaniach poddał ocenie złożoność oraz nieregularność w kształtach ziarniaków, których wymiar podłużny dominuje nad poprzecznym co wskazuje na możliwość występowania zależności odkształcenia od kierunku przyłożonego wymuszenia. Wspólnie z Hall [226] jako jedni z pierwszych podjęli się prowadzenia rozważań danego zagadnienia w aspekcie poszukiwań oraz identyfikacji modułu sprężystości podłużnej. Badacze w pracy opisali liczne problemy związane z pomiarem sprężystości dla ziarna w ułożeniu pionowym (rys. 19) wynikające bezpośrednio z ostro zakończonych geometrii na obu końcach ziarniaka. Wykazali, że takie ustawienie wiąże się z trudnym do opisu stanem naprężeń [54]. Ponadto budowa ziarniaka przyczynia się do ograniczeń związanych z trudnościami w jednoznacznym ustaleniu badanej próbki pomiędzy powierzchniami wymuszającymi, tak aby mieć pewność co do zachodzenia jednoosiowego

ściskania wzdłuż największego wymiaru. W efekcie początkowo przeprowadzone próby wykazały znaczący rozrzut wyników ukazując występowanie zjawisk losowych w ustawieniu ziarniaka.



Rys. 19. Poziome oraz pionowe ułożenie ziarna [162]

W związku z powyższym na potrzeby eksperymentu przyjęto rozwiązanie polegające na ścięciu końców ziarniaka, w efekcie uzyskując geometrię zbliżoną kształtem do obiektu walcowatego. W ten sposób utworzono płaskie równoległe powierzchnie umożliwiające stabilne jednoznaczne usytuowanie próbki w szczękach maszyny pomiarowej (rys. 20).



Rys. 20. Modyfikacja próbki ziarniaka zaproponowana przez Zareb'a [54]

W wyniku tego podejścia w toku prowadzonych badań uzyskano charakterystyki siłowo przemieszczeniowe pozwalające na dostarczenie niezbędnych informacji na temat właściwości sprężystych badanego materiału. Na ich podstawie wykorzystując teorię Hook'a wyznaczono współczynnik umownej ściśliwości podłużnej ziarna pszenicy [83]. Na potrzeby obliczeń założono, że jest on wprost proporcjonalny do naprężenia i odwrotnie proporcjonalny do odkształcenia:

$$E = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} \quad (3.6)$$

Naprężenie i pole powierzchni kontaktu ziarna z powierzchnią obciążającą wyznaczono zgodnie z procedurą zaproponowaną poniżej [83]:

$$\sigma_z = \frac{F}{B} \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta L}{L} \quad (3.8)$$

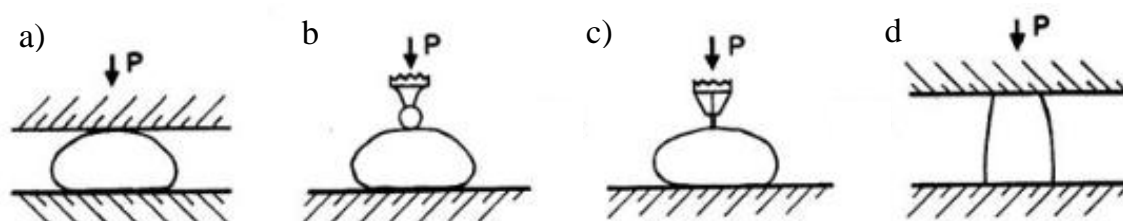
Wówczas wzór na współczynnik ściśliwości przyjmuje postać [83]:

$$E = \frac{F \cdot L}{B \cdot \Delta L} \quad (3.9)$$

gdzie:

$E$  – moduł ściśliwości podłużnej,  $\sigma_z$  – naprężenie normalne w przekroju poprzecznym do kierunku działania obciążenia,  $\varepsilon_z$  – odkształcenie liniowe w kierunku wzdłużnym,  $F$  – siła obciążająca,  $B$  – pole styku ziarna z płytą obciążającą,  $\Delta L$  – odkształcenie liniowe,  $L$  – długość ziarna.

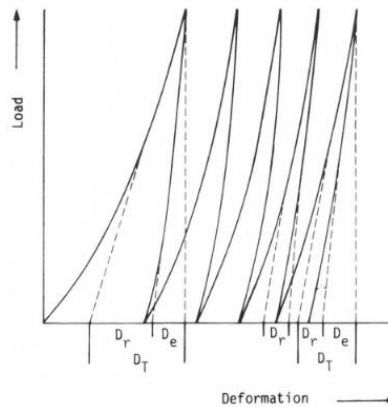
Jedno z najważniejszych opracowań stanowiące kompendium wiedzy dotyczące wyznaczania właściwości sprężystych pojedynczych ziarniaków opracowali Shelef oraz Mohsenin [179]. Stosując maszynę wytrzymałościową Instron poddali jednoosiowemu ściskaniu ziarna pszenicy o wilgotności 9,1 % wykorzystując w tym celu cztery różne głowice robocze stanowiące reprezentację dotychczas stosowanych na świecie metod badawczych służących do identyfikacji cech materiałowych ziaren zbóż. W prowadzonych rozważaniach badacze całe ziarna obciążali ściskając z pomocą płaskich równoległych płyt, głowicy sferycznej (kulistej), wgłębniaka cylindrycznego oraz metody opracowanej przez Zareb'a polegającej na modyfikacji próbki i ustawianiu jej pionowo w płaskich równoległych szczękach urządzenia (rys. 21).



Rys. 21. Przykładowe metody osiowego obciążania ziarna: a) pomiędzy równoległymi powierzchniami, b) głowicą sferyczną, c) głowicą cylindryczną, d) pomiędzy równoległymi powierzchniami z cylindryczną próbką [179]

Dla każdej z przyjętych metod badawczych przeprowadzili obliczenia wykorzystując w tym celu trzy zasadnicze teorie sprężystości dobierane zgodnie z wytycznymi autorów rozważanych technik. Na potrzeby wyznaczenia modułu sprężystości podłużnej dla dwóch pierwszych przypadków tj. badań z wykorzystaniem płaskich szczęk oraz głowicy sferycznej zastosowano teorię Hertza'a. W przypadku głowicy zakończonej wgłębniakiem cylindrycznym o średnicy 0,016 cali rozkład naprężeń kontaktowych opisano równaniami Boussinesq'a [22, 206]. Na potrzeby obliczeń dla próbki cylindrycznej zgodnie z przyjętą metodologią przez Zareb'a wykorzystano prawo Hook'a. Pozyskane w toku eksperymentu wyniki wykazały rozrzut w wyznaczonych stałych materiałowych w zakresie od 1600 do 8300 MPa. Równocześnie badacze nie wskazali przewagi żadnej z zastosowanych metod wskazując na konieczność prowadzenia dalszych prac badawczych w tym zakresie.

Jeszcze bardziej szczegółowej oceny zagadnienia podjęli się Arnold i Roberts [9] oraz Shelf i Mohsenin [179]. Przeprowadzili rozważania nad różnymi sposobami obciążania próbki ziarniaka, m.in. szereg testów uzyskując liczne charakterystyki. Uwzględniając przypadki obciążeń w postaci serii wymuszeń nieniszczących, otrzymali charakterystyki w postaci pętli histerezy dla zależności wymuszeniowo-odkształceniowych dla kolejno następujących po sobie prób (rys. 22).



Rys. 22. Przykładowe zależności siłowo-odkształceniowe w postaci pętli histerezy dla ziarna pszenicy [9]

Zebrane w toku eksperymentu informacje nie doprowadziły autorów do jednoznacznego wskazania najlepszej teorii spośród wszystkich analizowanych, która oferowałaby bardziej precyzyjne wyznaczenie modułu sprężystości podłużnej. Dlatego dotychczas żadna z nich nie obowiązuje. Jednakże poddając analizie wieloletnie badania nad zagadnieniami wytrzymałości materiałów pochodzenia roślinnego, a zwłaszcza te prowadzone w obszarze ziaren zbóż można stwierdzić, iż najczęściej stosowane metody oceny właściwości wytrzymałościowych stanowią, te które bazują na teorii Hertz'a. Według autorów Khodabakhshian i Emadi [100] spowodowane jest to faktem, iż teoria Herta jest bardziej odpowiednia ze względu na dobrą zgodność pomiędzy teoretycznymi i doświadczalnymi wynikami krzywej odkształcenie-siła. Spośród wskazanych metod w zdecydowanej większości autorzy badań rezygnują ze stosowania głowic sferycznych (rys. 21 b) na rzecz klasycznych płaskich równoległych powierzchni. Tłumaczone jest to uciążliwością w doborze promienia głowicy wymuszającej i związanego z tym niebezpieczeństwa niezauważalnego uszkodzenia ziarniaka [179]. Ponadto stosowanie kulistej głowicy wiąże się z koniecznością precyzyjnego wyboru punktu kontaktu.

Jedyną istniejącą wytyczną dotyczącą procedur obliczeniowych wykorzystujących teorię Herta'a, zawarto w amerykańskich standardach ASAE. W opracowaniu [188] przedstawiono podejście do obliczeń dla ziarna pszenicy w ułożeniu poziomym, według których zakłada się, że w punkcie styku ziarna z płaską powierzchnią uchwytu pod wpływem przyłożonej siły występują koncentracje naprężeń, a podczas analizy zachowania sprężystego ziarna należy je uwzględnić wraz z lokalnymi odkształceniami.

Otrzymany w takim układzie rozkład naprężeń jest możliwy do opisanie na podstawie teorii Hertz'a objaśniającej kontakt elementów sferycznych, przy założeniu, że [188]:

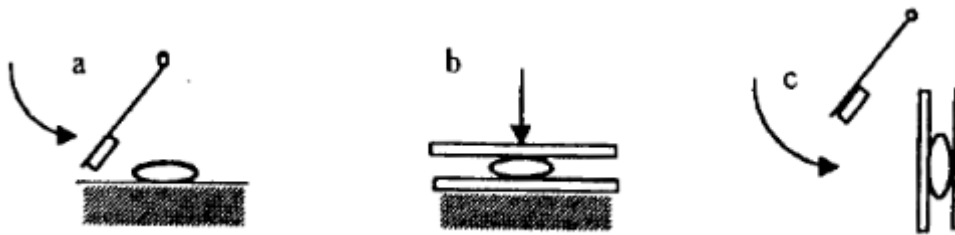
- stykające się obiekty są jednorodne, izotropowe i elastyczne,



- zastosowane obciążenia są statyczne,
- stykające powierzchnie są gładkie dzięki czemu eliminowane są styczne siły tarcia,
- promienie stykających się obiektów są znacznie większe od promienia granicy powierzchni styku.

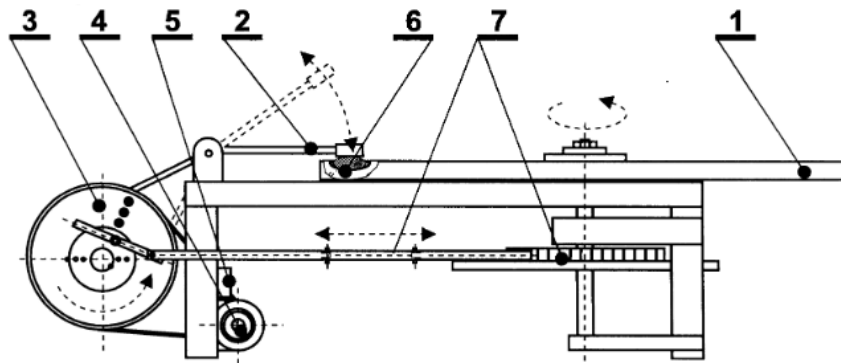
### 3.2.2. Obciążenia dynamiczne

Rozważania dotyczące zachowania oraz właściwości mechanicznych ziaren zbóż w aspekcie zjawisk o charakterze dynamicznym stanowią stosunkowo rzadko podejmowany obszar badań. Fakt ten przede wszystkim wynika z niewielkich rozmiarów ziarniaków oraz kłopotliwości prowadzenia pomiarów ze względu na szybkozmienność zachodzących zjawisk wymagających wyspecjalizowanej i kosztownej aparatury badawczej. Podobnie jak w przypadku badań realizowanych w warunkach obciążeń quasi-statycznych tak i również dla warunków dynamicznych dotychczas nie opracowano jednolitej metody oceny właściwości mechanicznych. Z tego względu w nielicznych publikacjach z danego obszaru można odnaleźć wyniki dla zróżnicowanych warunków prowadzonych eksperymentów, różniących się między sobą zarówno w przygotowaniu próbki, jak i również rozważanych ułożeniach ziarników, prędkości oddziaływania oraz budowie stanowiska. Początkowe prace w danym aspekcie skupiały się na prowadzeniu badań pośrednich polegających na ocenie wpływu wymuszenia na ziarniaka poprzez ocenę dalszej jego przydatności biologicznej [70, 106, 130, 145, 186, 185, 183]. Niekiedy w rozważaniach poszerzano obszar badawczy wprowadzając obciążenia o cyklicznym charakterze realizując tym samym badania zmęczeniowe. W znakomitej większości prace tego typu realizowano na stosunkowo prostych urządzeniach, które można podzielić ze względu na sposób obciążania próbki zgodnie z propozycją Mohsenina [145]. Wyróżnił on dwa zasadnicze podejścia tj.: uderzenia ziarna posadwionego swobodnie oraz uderzenia ziarna podpartego (rys. 23) [56].



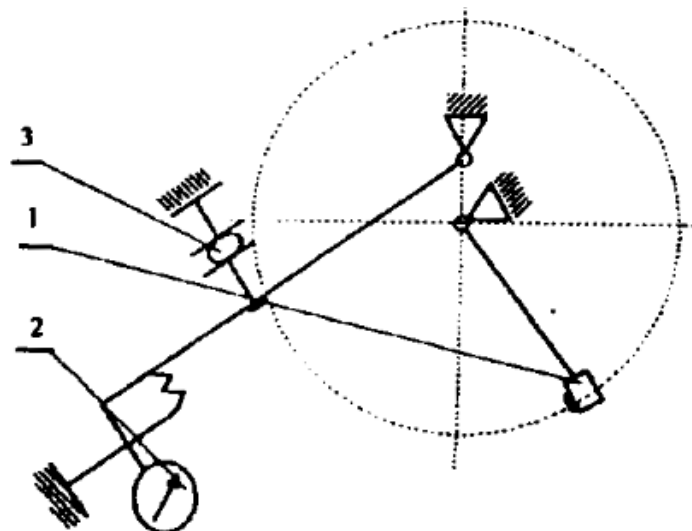
Rys. 23. Usadwienie ziarna w trakcie badań dynamicznych a) bez podparcia; b, c) z podparciem [56]

W przypadku prac badawczych dotyczących obciążania udarowego dla ziarna podpartego wykorzystuje się stanowiska bijakowe oferujące realizację wymuszeń w zakresie prędkości od 1 do 3 ms<sup>-1</sup> [56]. W stanowiskach tego typu rozwiązania konstrukcyjne umożliwiają obciążenie próbki, która jest stabilnie osadzona na powierzchni oporowej. Zazwyczaj w takim przypadku mechanizm wymuszający stanowi ramię wahadła, niekiedy w bardziej zaawansowanych konstrukcjach np. w stanowisku opracowanym przez Frączka [53] mechanizm ten rozwiązuje się jako zespół mimośrodowo-popychający z napędem elektrycznym (rys. 24).



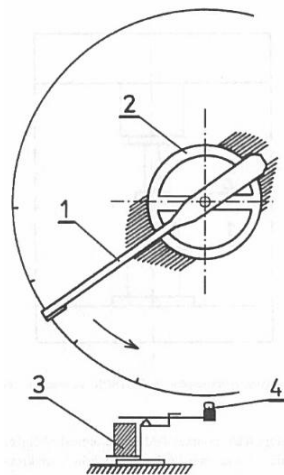
Rys. 24. Stanowisko bijakowe z podparciem jednostronnym: 1) dysk obrotowy, 2) ramie bijaka, 3) mechanizm korbowo-dźwigniowy, 4) silnik, 5) pas napędowy, 6) ziarno, 7) mechanizm obrotowo-zapadkowy [53]

Ponadto zgodnie z opisem Kołowca [147] na podstawie pojedynczych obciążeń trudnym jest jednoznaczne wnioskowanie na temat mechaniki powstawania uszkodzeń. Pojedyncze wymuszenia słabo odzwierciedlają rzeczywiste warunki cyklu przetwórczo-produkcyjnego, w którym to ziarniak jest poddawany licznym obciążeniom o charakterze dynamicznym [185, 184]. Z tego względu na potrzeby realizacji badań uwzględniających wpływ wielokrotności uderzeń (badania zmęczeniowe) należy stosować stanowiska wyposażone w dodatkowe rozwiązania stabilizujące ziarno. Jest to niezbędne rozwiązanie zapewniające powtarzalność ułożenia próbki w trakcie kolejno następujących po sobie uderzeń. W stanowiskach tego typu ziarniak jest umieszczany między dwiema płytami. Pierwsza z nich stanowi płytę oporową posadawiającą ziarno, a druga dociskową zapewniającą wstępny niewielki docisk unieruchamiający próbę [56]. W tego typu rozwiązaniach bijak nie uderza bezpośrednio w badany obiekt, a oddziałuje na niego za pośrednictwem płyty dociskowej. Idę działania mechanizmu wykonawczego przedstawiono na rysunku 25.



Rys. 25. Stanowisko bijakowe z podparciem: 1) bijak (wahadło), 2) czujnik na płycie dociskowej, 3) ziarno [56]

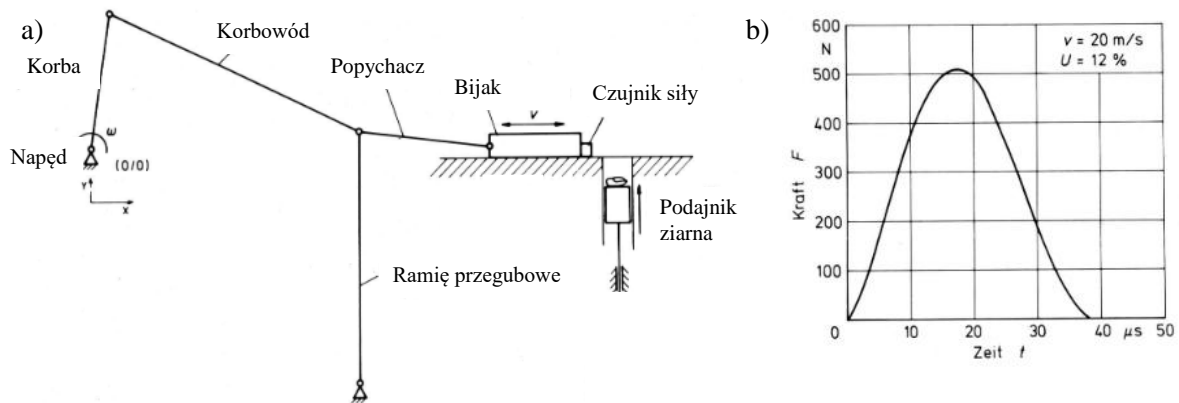
Na potrzeby oceny wpływu zjawisk dynamiczno-udarowych o wyższych poziomach energetycznych, odwzorowujących zjawiska zachodzące np. w zespołach młócących czy czyszczących, wprowadzono pomysł stanowiska w postaci wirującego bijaka bezpośrednio oddziałującego na próbkę (rys. 26). Tak przyjęte rozwiązanie umożliwiło odwzorowywanie zderzeń z prędkościami od 3 do 40 ms<sup>-1</sup> [56]. Zgodnie z projektem zaproponowanym przez Bilanskiego [18], a wykorzystane między innymi przez Niewczasa [154] w tego typu stanowiskach badawczych element wymuszający stanowi krótkie ramie obrotowe zakończone elementem bijakowym wirujące z określoną prędkością. Na potrzeby realizacji pomiaru badane ziarno wprowadza się w obszar ruchu bijaka za pomocą niewielkiej wyrzutni elektromagnetycznej zsynchronizowanej z ruchem obrotowym ramienia. W prostszych konstrukcjach mechanizm ten zastępuje ręcznie unoszony stolik z ogranicznikiem ruchu, umożliwiając szybkie i precyzyjne uniesienie ziarniaka w obszar pracy bijaka. Takie rozwiązania pozwalają na powtarzalną precyzję uderzenia w ten sam punkt dla każdego rozważanego nasiona. W efekcie dzięki zrealizowanym badaniom z wykorzystaniem poniższego stanowiska możliwym stało się określenie minimalnej energii wymaganej do uszkodzenia ziarna poprzez wyznaczenie granicznych prędkości zderzenia ziarna pszenicy dla, których powyżej 25 m\*s<sup>-1</sup> następuję pełne rozbitcie struktury [154]. Badania prowadzone przez Bilanskiego [18] pozwoliły stwierdzić, że odporność na uszkodzenia udarowe badanych przez niego ziaren min. kukurydzy wzrastała wraz ze wzrostem wilgotności. Ponadto stwierdził również, że odporność zależy od sposobu ułożenia ziarna w stosunku do obciążenia [18].



Rys. 26. Stanowisko wirnikowe: 1) bijak, 2) napęd, 3) wyrzutnia ziarniaka, 4) ziarno [154]

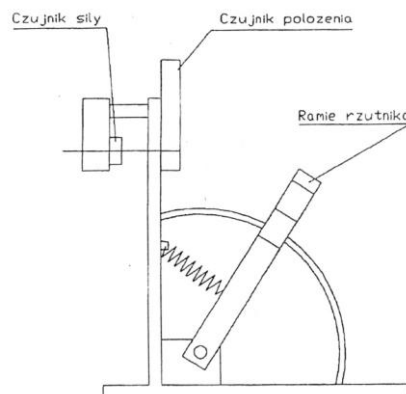
Szczególnie istotny obszar badawczy dotyczący właściwości mechanicznych ziarna stanowi identyfikacja przebiegu siły przy zderzeniu. Jednym z pierwszych podejmujących rozważania w danym aspekcie był Kustermann [111]. W badaniach swoich zdecydował się dokonać identyfikacji przebiegu siły względem czasu dla zderzenia ziarna kukurydzy z metalową powierzchnią. W tym celu opracował wyspecjalizowane stanowisko w postaci bijaka napędzanego silnikiem elektrycznym za pośrednictwem zespołu popychaczowo-korbowego przemieniającego ruch obrotowy na posuwisto-zwrotny. Bijak jako element wymuszający został zakończony piezoelektrycznym czujnikiem siły, bezpośrednio wchodzącym w kontakt z badanym ziarniakiem. Dobrane rozwiązania umożliwiły

generowanie ruchów bijaka z regulowaną prędkością w zakresie od  $0,1$  do  $20\text{ms}^{-1}$ . W trakcie badania dokonywano pomiaru prędkości zarówno układu wymuszającego jak i przemieszczającego ziarna. Zrealizowane z wykorzystaniem innowacyjnego stanowiska badania pozwoliły Kustermann'owi na zebranie i szczegółowe opisanie przebiegu siły zderzenia dla ziarna kukurydzy (rys. 27).

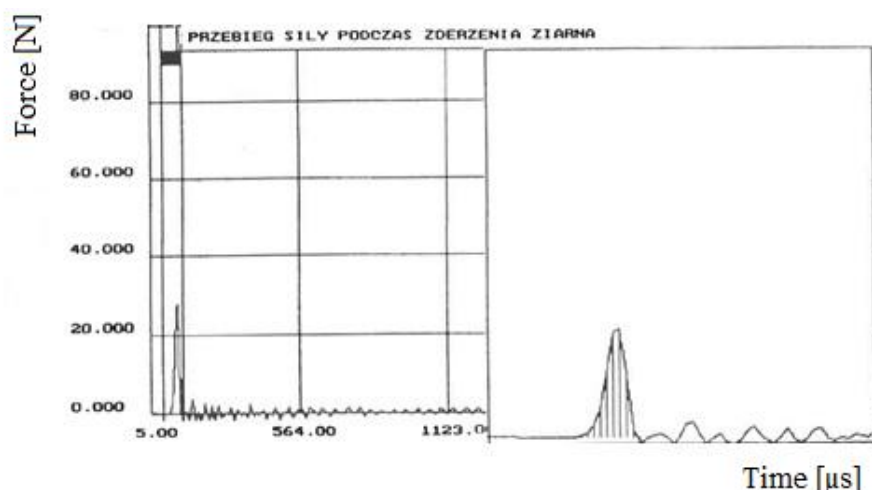


Rys. 27. Badania Kustermann'a: a) schemat stanowiska badawczego, b) przykładowy pomiar przebiegu siły dla prędkości zderzenia  $20\text{ms}^{-1}$  [111]

W Polsce jednym z pierwszych ośrodków badawczych podejmującym prace w zakresie identyfikacji przebiegu sił przy zderzeniu ziarna pszenicy była Politechnika Poznańska. W badaniach zrealizowanych przez Kęskę szerzej opisanych w pracy [98] dokonano pomiarów dla ziarna kukurydzy, grochu, łubinu, wyki oraz pszenicy. Na potrzeby badań zostało opracowane stanowisko w postaci miotacza sprężynowo-ramieniowego (rys. 28 a). Przyjęte w nim rozwiązania konstrukcyjne w postaci zespołu miotającego bazującego na napinaczu sprężynowym umożliwiły wystrzeliwanie badanych nasion w kierunku czujnika siły z maksymalną prędkością  $10 \text{ms}^{-1}$ . Do pomiaru siły wykorzystywano piezoelektryczny czujnik siły uderzenia firmy PCB o częstotliwości drgań własnych  $70 \text{kHz}$ . Prędkość ziarna przed i po zderzeniu mierzono za pomocą czujników fotoelektrycznych [97]. Zebrane wyniki badań pozwoliły na wyznaczenie zależności regresyjnych maksymalnej wartości siły uderzenia oraz czasu trwania zderzenia dla różnych wartości wilgotności i prędkości. Typowy przebieg siły zderzenia zarejestrowany w tych badaniach ukazano na rys. 29.

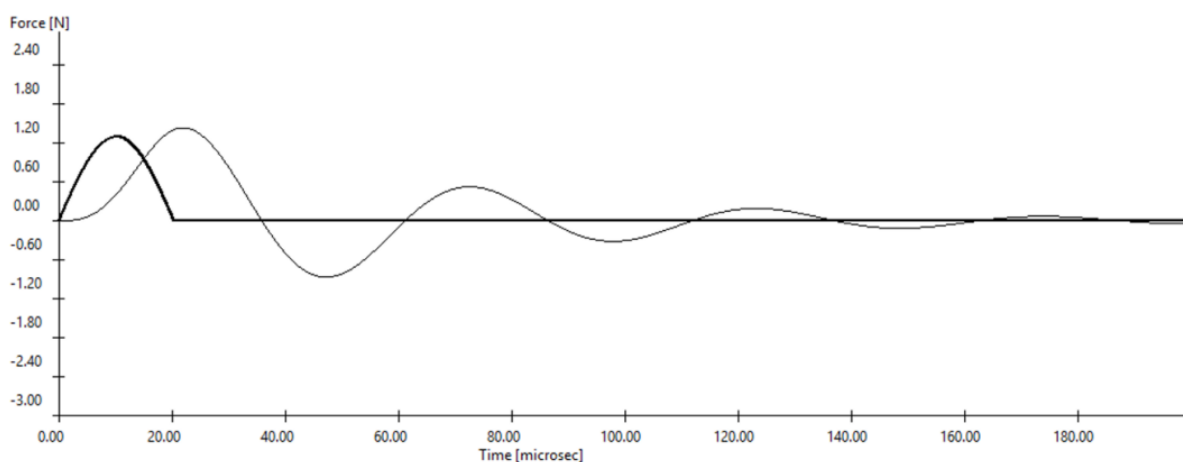


Rys. 28. Schemat stanowiska badawczego [98]



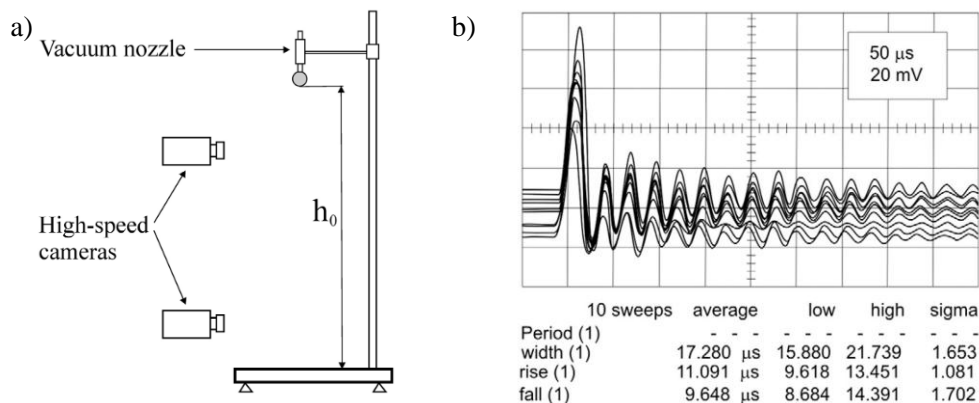
Rys. 29. Przykładowy pomiar przebiegu siły ziarna pszenicy dla prędkości zderzenia  $8 \text{ ms}^{-1}$  [98]

Wśród licznie prowadzonych pracach badawczych Kęska zwrócił uwagę na problematykę związaną z prawidłowym doбором aparatury pomiarowej. W artykule z 2021 roku [97] wskazał na ryzyko występowania trudności przy interpretacji rejestrowanych sygnałów z piezoelektrycznego czujnika siły, jakie mogą występować przy dynamicznych pomiarach twardych ziaren o niskiej wilgotności. Na podstawie wyników ukazujących impuls siły zderzenia autor zwrócił uwagę na postać jego przebiegu, w którym prócz głównego odczytu wskazującego maksymalnie osiągniętą siłę zaobserwować można liczne następujące po nim gasnące oscylacje. Charakterystycznym dla zjawiska jest fakt, iż oscylacje występują po odbiciu ziarna i mimo braku kontaktu ziarna z powierzchnią czujnika trwają przez dłuższy czas. Zgodnie z ustaleniami autora oscylacje te wynikały z drgań własnych czujnika wzbudzonych dostatecznie krótkim impulsem siły, co udowodnił przeprowadzając liczne symulacje dla różnych parametrów sztywności kontaktu ziarno-czujnik. W efekcie występuje ryzyko znaczącej różnicy w przebiegu sygnału pomiarowego z czujnika względem rzeczywistego przebiegu siły kontaktowej (rys. 30). Tym samym autor badań wskazał, iż w celu uzyskania wiarygodnych wyników pomiaru przebiegu siły uderzenia należy stosować czujniki sił udarowych o specjalnej konstrukcji z wysoką częstotliwością rezonansową [97].



Rys. 30. Przebieg siły zderzenia (linia gruba) i sygnału pomiarowego z czujnika (linia cienka) dla małego ziarna suchego. Sztywność kontaktu  $k_2=1e^5 \text{ N/m}$ ,  $f_{rez}=20 \text{ kHz}$  [97]

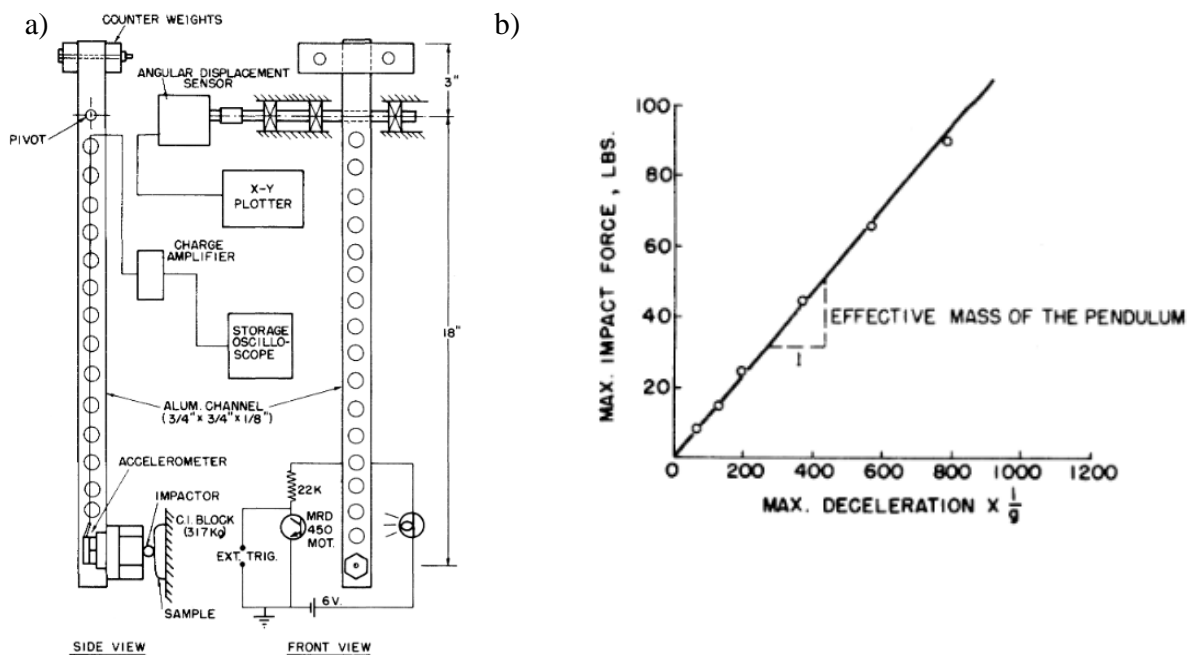
Obecnie najczęściej spotykanym rozwiązaniem stosowanym do identyfikacji przebiegu sił przy zderzeniu ziaren zbóż jest metoda swobodnego upadku. Tego rodzaju podejście do badań zjawisk o charakterze dynamicznym prezentowali od lat liczni badacze. W znacznej mierze spowodowane to było dużą zaletą danej metody pomiarowej w postaci prostoty konstrukcyjnej stanowiska. Metoda ta zdobyła popularność przy prowadzeniu rozważań dla tradycyjnych materiałów inżynierskich [204, 178, 214, 220, 181], a następnie została zaadoptowana do testowania materiałów pochodzenia roślinnego [195, 196, 215, 82, 223]. Jedne z najnowszych badań ziarna w Polsce z wykorzystaniem grawitacyjnego stanowiska badawczego zrealizowano na nasionach rzepaku w Instytucie Agrofizyki w Lublinie. Stanowisko przedstawione na rysunku zbudowano z prostej kolumny nośnej na której umiejscowiono chwytak pneumatyczny odpowiedzialny za zrzucanie próbki badanego ziarniaka na powierzchnie czujnika piezoelektrycznego. Dobry układ umożliwił regulację wysokości położenia dyszy w zakresie od 1 do 100 mm w efekcie uzyskując maksymalną prędkości zderzenia  $2 \text{ ms}^{-1}$ . Na potrzeby pomiaru prędkości układ wyposażono w szybkie kamery. Zrealizowane na stanowisku badania pozwoliły szczegółowo przeanalizować przebieg siły zderzenia i dokonać charakterystyki jej zależności od prędkości w chwili kontaktu wyznaczając współczynnik restytucji. Przykładowe wyniki z tych badań zilustrowano na rysunku rys. 31.



Rys. 31. Pomiary z wykorzystaniem metody swobodnego spadania: a) stanowisko badawcze, b) przykładowy przebieg siły zderzenia dla ziarna rzepaku [82]

Pomiary polegające na rejestrowaniu jedynie przebiegu siły w czasie nie dostarczają w pełni niezbędnych informacji pozwalających na pozyskanie wiedzy umożliwiającej charakterystykę procesów fizyko mechanicznych zachodzących w badanym obiekcie w trakcie jego zderzenia z przeszkodą. Z tego powodu długoletnie poszukiwania prowadzone przez badaczy w aspekcie bardziej kompleksowej odpowiedzi na temat zjawisk zachodzących w materiałach pochodzenia roślinnego pod wpływem wymuszeń dynamicznych doprowadziły do konieczności opracowania bardziej skomplikowanej aparatury pomiarowej umożliwiającej równoczesne rejestrowanie wartości zadawanych wymuszeń oraz towarzyszących im reakcji próbki w postaci odkształceń. Rozważania w tym aspekcie zapoczątkowali min. Jindal i Mohsenin [93] określając w swojej pracy eksperymentalną technikę badania wytrzymałości dynamicznej materiału żywnościowego. Opracowali oni nowe stanowisko wykorzystując doświadczenie zdobyte przy badaniach prowadzonych na stanowiskach bijakowych w postaci wahadeł udarnościowych. Wybór tego typu konstrukcji uzasadnili min. większą precyzją

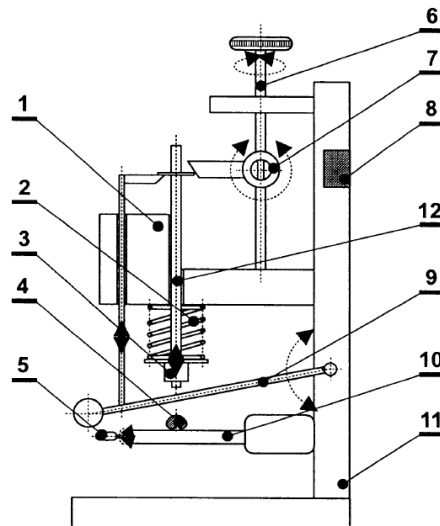
kontroli zadawanych parametrów wymuszenia w porównaniu z przypadkiem swobodnie spadającego ziarna lub masy uderzającej, ponadto zwrócili uwagę na większą precyzję w ustalaniu punktu kontaktu oraz na możliwość stosowania bardzo niskich poziomów energii uderzenia [93]. Zasadniczą część opracowanego przez badaczy impaktora wahadłowego stanowiło ramię z przeciwwagą, osadzone na łożyskowanej osi (rys. 32). Na potrzeby pomiaru położenia ramienia wahadła układ doposażono w czujniki przemieszczenia kąтового. Identyfikację siły wymuszającej zrealizowano w sposób pośredni mierząc opóźnienie uderzenia z wykorzystaniem akcelerometru piezoelektrycznego zamontowanego na wysokości głowicy uderzającej. Przyjęte rozwiązania konstrukcyjne zapewniły możliwość generowania maksymalnej prędkości wymuszenia w wymiarze  $1 \text{ ms}^{-1}$ . Wykorzystując nowo opracowaną konstrukcję badacze dokonali jednych z pierwszych kompleksowych pomiarów dynamicznych właściwości ziaren kukurydzy poprzez identyfikację jej twardości dynamicznej. Uzyskane wyniki pozwoliły na wykazanie występowania nieznacznego wpływu prędkości odkształcania na wyznaczaną twardość dynamiczną, natomiast znaczącego wpływu parametru wilgotności ziarna [92].



Rys. 32. Stanowisko Jindal i Mohsenin: a) konstrukcja, b) charakterystyka uzyskiwanej siły w zależności od zmierzonego przeciążenia[93]

Przez lata powyższe podejście doczekało się modyfikacji. W efekcie prac nielicznych badaczy pojawiły się alternatywne rozwiązania mające na celu zwiększenie precyzji prowadzonych pomiarów. Jedne z najaktualniejszych prac badawczych podejmujących się rozważań w tematyce wpływu wymuszeń dynamicznych na wybrane gatunki ziaren zbóż zrealizowano na Uniwersytecie Krakowskim. Badacze Frączek oraz Ślepek [56] skupili się na poszukiwaniach obiektywnego wskaźnika oceny odporności na uszkodzenia pszenicy pod wpływem wielokrotnych obciążeń dynamicznych. W zrealizowanych badaniach dokonali analizy deformacji pojedynczych ziarniaków o różnej wilgotności. W tym celu opracowali specjalne stanowisko udarowe (rys. 33). W urządzeniu główny element roboczy stanowił ruchomy trzpień bijakowy popychany elementem wymuszającym w postaci sprężyny.

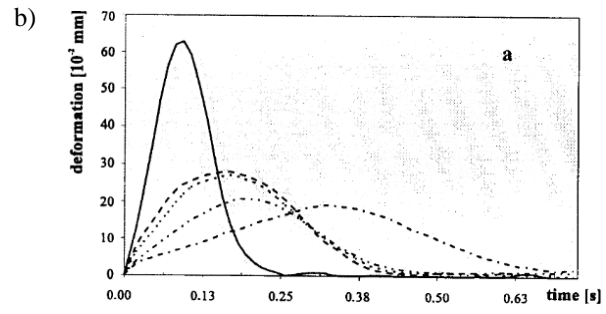
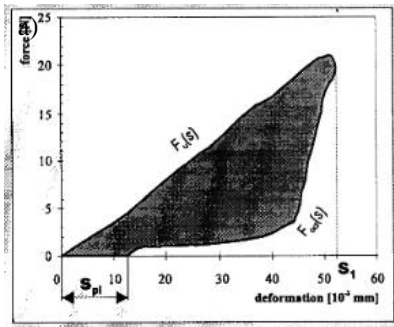
Sprężyna została sprzęgnięta z mechanizmem zapadkowym umożliwiającym jej napinanie, a następnie gwałtowne zwalnianie, generując dynamiczny ruch trzpienia bijakowego uderzającego za pośrednictwem głowicy pomiarowej w badaną próbkę ziarna. Zastosowana na stanowisku głowica pomiarowa w postaci układu czujników tensometrycznych umożliwiła precyzyjną rejestrację sił wymuszających. Na potrzeby pomiaru odkształceń zachodzących w badanej próbce w stanowisku wbudowano czujnik optyczny przemieszczeń śledzący ruch trzpienia bijakowego. Przyjęte rozwiązania konstrukcyjne umożliwiły generowanie wymuszeń z prędkością  $0,005 \text{ ms}^{-1}$ .



Rys. 33. Schemat aparatu udarowego: 1) optyczny czujnik przemieszczeń, 2) sprężyna napinająca, 3) tensometryczny czujnik siły, 4) ziarno, 5) śruba regulacyjna, 6) śruba zapadki, 7) zapadka, 8) wzmacniacz elektroniczny, 9) dźwignia napinająca, 10) stolik pomiarowy, 11) korpus, 12) trzpień bijakowy [56]

Zrealizowane na powyższym stanowisku badania dostarczały wielu istotnych informacji, m.in. określono wpływ kolejno następujących wymuszeń na próbkę, udowadniając, że największe zmiany sprężystości ziarna występują w przedziale pomiędzy pierwszym i piątym uderzeniem. Zidentyfikowano występowanie zmęczeniowego wzmocnienia materiału oraz jego zależności od wilgotności [56]. Co więcej w wyniku pracy badaczy możliwym stało się wyznaczenie zależności siłowo-odkształceniowych w postaci pętli histerezy z wyróżnionym obszarem reprezentującym zachodzące zmiany energii kinetycznej (rys. 34). Jednakże zaprezentowane dane dotyczyły rozważań dla niewielkich zakresów prędkości zachodzących wymuszeń, a wykreślone charakterystyki zależności odkształceniowo-wymuszeniowych zostały przedstawione jedynie symbolicznie, gdyż nie stanowiły głównego przedmiotu prowadzonych przez badaczy rozważań. W efekcie zrealizowane prace nie dostarczyły pełni niezbędnych informacji do reologicznego modelowania reakcji ziarna na wymuszenia towarzyszące jego zderzeniu z powierzchnią roboczą maszyny, tym samym pozostawiając przestrzeń do dalszego prowadzenia prac badawczych.





Rys. 34. Przykładowe wyniki badań ziarna pszenicy zrealizowane przez Frączka oraz Ślepka a) zależność siłowo-odkształceniowa, b) odkształcenie badanej próbki [55]

#### 4. Przegląd matematycznych modeli sił kontaktowych

Na potrzeby prawidłowego doboru modelu opisującego wybrane właściwości przede wszystkim należy dogłębnie poznać rozważane zagadnienie. W przypadku próby opisu sił chwilowych zachodzących w trakcie zderzenia, tego rodzaju rozważania prowadzone są od dziesięcioleci przez licznych badaczy.

Główny aspekt poznawczy modelowania sił kontaktowych stanowią złożone procesy przekazywania energii utrudniające matematyczną analizę problemu. Procedowanie nad modelem opisującym dynamiczny kontakt wymaga licznych rozważań teoretycznych, a postulowane na ich podstawie zachowanie jest związane z koniecznością weryfikacji z wykorzystaniem odpowiednich eksperymentów. Prekursorami, którzy zbudowali podwaliny opisu zjawiska zderzenia są Wallis, Wren oraz Huygens [110], badacze Ci odpowiadają min. za wprowadzenie zasady zachowania pędu stanowiącej podstawę dla poprawnego modelowania kontaktu w przypadku procesów o charakterze dynamicznym. Podejmowane na świecie w danym zagadnieniu rozważania dotyczą szerokiego obszaru dziedzin od astrofizyki poprzez inżynierię jak i również chemię [118, 161, 149, 61, 65, 177, 152, 5, 132, 129, 48, 49, 10, 4, 205]. Uderzenie jest min. ważnym zjawiskiem w wielu systemach mechanicznych, takich jak mechanizmy o ruchu przerywanym, mechanizmy z połączeniami stykowymi [49, 125, 101, 133]. Stanowi jedno z podstawowych zagadnień dotyczących ruchu w ośrodkach granularnych [24, 68, 67, 208], będących zasadniczym obszarem prowadzonych rozważań w niniejszej pracy.

Wyniki wieloletnich badań wykazały występowanie znacznych trudności w szczegółowym analizowaniu przebiegu sił dla zjawisk o charakterze dynamicznym. W efekcie dotychczas kompletne opisy uzyskano dla stosunkowo prostych problemów, o nieskomplikowanych procesach przekształcania energii zderzenia dla prostych konfiguracji geometrycznych. Większość rozważanych przypadków, dla których podjęto tego rodzaju próby opisu, stanowią jedynie przybliżenia przedstawiające problem z mniejszą bądź większą dokładnością.

Do chwili obecnej nie opracowano ogólnej teorii zderzenia znajdującej zastosowanie we wszystkich przypadkach. W prowadzonych na świecie rozważaniach można wyróżnić trzy zasadnicze podejścia do opisu danego zjawiska. Podstawową metodę stosowaną do modelowania zderzenia stanowi klasyczna teoria zderzeń ciał sztywnych. Wykorzystuje się w niej podstawowe prawa mechaniki pozwalające na wyznaczanie prędkości po zderzeniu w myśl drugiej zasady dynamiki Newtona, zgodnie z którą zmiana pędu ciała jest równa popędowi sił. Główną zaletę tej metody stanowi prostota algebraicznego zapisu jednakże wiąże się to z licznymi ograniczeniami choćby niemożności wyznaczenia sił kontaktowych ani towarzyszących im odkształceń. Wady te w pełni eliminuje stosowanie teorii falowej (dotyczącej rozchodzenia się drgań) pozwalającej przy wykorzystaniu złożonych równań odzwierciedlających w precyzyjny sposób zachodzące w rozważanych obiektach odkształceniach. Jednakże stopień złożoności tej metody eliminuje ją z możliwości wykorzystywania w sposób uniwersalny w komputerowych badaniach symulacyjnych i stosowana jest jedynie w szczególnych przypadkach. Pośrednie rozwiązanie problemu, które zdobyło powszechną aprobatę i najchętniej wykorzystywane jest w opisie zjawisk kontaktowych o przebiegu dynamicznych stanowi modelowanie z wykorzystaniem teorii

deformacyjnej (kontaktowej). Na potrzeby tych modeli zakłada się, że ruch badanych obiektów w trakcie zderzenia opisany jest równaniami różniczkowymi, a właściwości kontaktu oddawane są za pomocą podstawowych elementów opisujących właściwości reologiczne (sprężyna, tłumik, suwak) umożliwiającymi odwzorowywanie zarówno reakcji liniowych jak i również nieliniowych [190, 96, 27, 26].

Zgodnie z powyższym na potrzeby dalszego procedowania nad podjętą tematyką modelowania sił kontaktowych w aspekcie zjawisk o charakterze dynamicznym w trakcie ruchu ziarna zbożowego, w poniższych podrozdziałach przedstawiona zostanie charakterystyka zjawiska zderzenia. W podjętych rozważaniach szczególna uwaga została poświęcona badaniom literaturowym w obszarze matematycznych modeli kontaktu.

#### 4.1. Zagadnienie kontaktu

Zderzenie jest złożonym zjawiskiem fizycznym, w którym dochodzi do gwałtownego kontaktu dwóch obiektów. Kontakt ten charakteryzuje się przede wszystkim bardzo krótkim czasem trwania w efekcie czego mamy do czynienia z gwałtownym rozproszeniem energii, któremu towarzyszą reakcje w postaci znacznych wartości sił oraz gwałtowne zmiany prędkości [77]. W związku z tym kontakt towarzyszący zderzeniom można opisać jako ciągły proces zachodzący w określonym (skończonym) czasie. Głównymi bezpośrednimi skutkami zjawiska zderzenia są w strefie kontaktu lokalne odkształcenia o charakterze np. sprężystym, plastycznym, sprężysto-plastycznym, ponadto rozproszenie energii w postaci np. tarcia, propagacja drgań oraz fal naprężeń w układzie [78, 77, 219, 45, 168, 64]

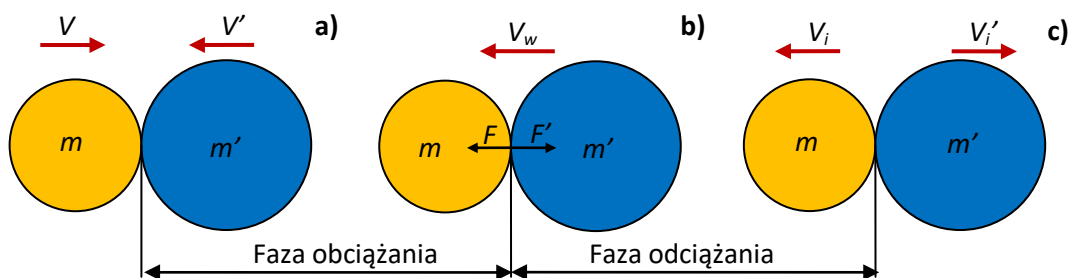
Oddziaływanie udarowe czyli proces uderzenia można podzielić na dwa zasadnicze etapy: przed i po nastąpieniu pierwszego kontaktu. W takim przypadku, gdy kontakt występuje pomiędzy dwoma ciałami tj. gdy dwa ciała stykają się, po każdej stronie punktu styku działają równe, lecz przeciwne siły ściskające przeciwstawiające się ruchowi względnemu podczas kontaktu [88]. Jest to faza obciążania (ściskania) (rys. 35 a) i trwa ona do momentu, aż prędkość względna obu ciał osiągnie wartość zerową, zgodnie z poniższą zależnością [88]:

$$V_w(m + m') = mV + m'V' \quad (4.1)$$

w efekcie na koniec pierwszej fazy prędkość wypadkowa układu wyniesie :

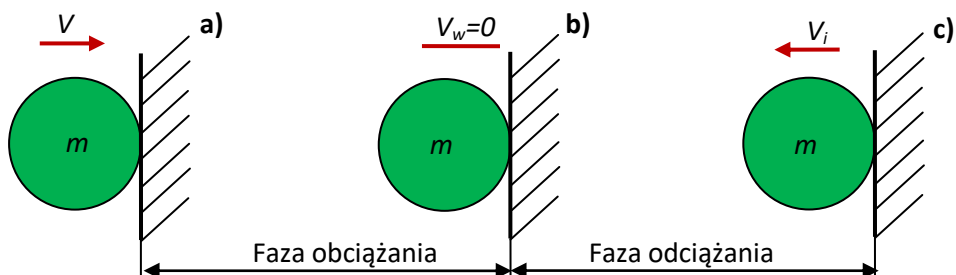
$$V_w = \frac{mV + m'V'}{m + m'} \quad (4.2)$$

gdzie:  $m, m'$  - masy zderzających się ciał,  $V, V'$  - prędkości zderzających się ciał,  $V_w$  - prędkość wypadkowa układu ciał na koniec pierwszej fazy kontaktu.



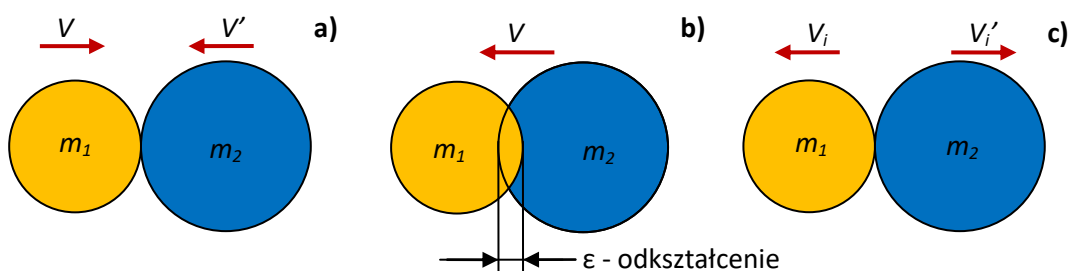
Rys. 35. Fazy kontaktu dla dwóch obiektów: a) początek kontaktu, b) ruch obiektów względem siebie, aż do momentu jego ustania, c) koniec kontaktu

W przypadku gdy materiał tworzący rozważane obiekty wykazuje się właściwościami sprężystymi to po zakończeniu fazy obciążania następuje natychmiastowe przejście do fazy rozładowania zwanej również fazą restytucji (rys. 35 b) [150]. Faza restytucji kończy się, gdy dwa zderzające się obiekty przestają się stykać. Charakterystyka ta jest zasadna zarówno w przypadku zderzenia dwóch porównywalnych ciał znajdujących się w ruchu jak i dla jednego zderzającego się z powierzchnią sztywną (rys. 36). [158]



Rys. 36. Fazy kontaktu dla zderzenia ze ścianą: a) początek kontaktu, b) ruch obiektów względem siebie, aż do momentu jego ustania, c) koniec kontaktu

Zaistnienie fazy drugiej, czyli rozładowania układu jest bezpośrednim skutkiem okresu kontaktu zderzających się ciał (rys. 37 b). W drugiej fazie odkształcone ciała usiłują wrócić do pierwotnego kształtu na skutek czego następuje zmniejszenia zaistniałych sił kontaktowych. Co istotne rozejście się ciał niekoniecznie musi oznaczać powrót kształtu z przed zderzenia. W zależności od właściwości materiałowych może dojść do trwałego odkształcenia pozostawiając jakiś stopień zaistniałych zmian geometrycznych, tudzież powrót do pierwotnej postaci może zachodzić z pewnym opóźnieniem i następować nawet po rozejściu się ciał.



Rys. 37. Fazy kontaktu dla dwóch odkształcalnych obiektów: a) początek kontaktu, b) ruch obiektów względem siebie, aż do momentu jego ustania, c) koniec kontaktu

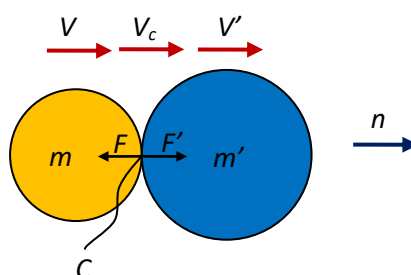
Zgodnie z powyższym na podstawie rysunku rys. 37 dla układu idealnie sprężystego opisując związek pomiędzy szybkościami przed i po wystąpieniu kontaktu stan układu można scharakteryzować zgodnie z zasadami dynamiki, następującą zależnością:

$$mV_0 + m'V_0' = mV_i + m'V_i' \quad (4.3)$$

gdzie:  $V_i, V_i'$  - prędkości ciał po zderzeniu.

#### 4.2. Równanie ruchu względnego dla uderzenia bezpośredniego

Zgodnie z teorią zderzeń ciał sztywnych w porównaniu do reakcji w punkcie kontaktu wszelkie przyłożone siły o skończonej wielkości są na tyle małe, iż można je pominąć w opisie zjawiska, równocześnie nie umniejszając dokładności prowadzonych rozważań. Wynika to z faktu, iż siły te podczas zachodzenia niewielkich przemieszczeń dla tak gwałtownego zjawiska nie wykonują praktycznie żadnej pracy [64]. Z tego powodu min. siła grawitacji oddziałująca na ciało nie wpływa na zmiany prędkości występujące w trakcie zderzenia, które niezachwianie działają w kierunku normalnym (rys. 38).



Rys. 38. Zderzenie kolinearne

Podczas zderzenia ciał twardych jedynymi aktywnymi siłami są reakcje w punktach styku  $F(t)$  oraz  $F'(t)$ . Siły reakcji wytwarzają skończone składowe impulsu  $S(t)$  oraz  $S'(t)$ , które w sposób ciągły zmieniają prędkość względną w chwili kontaktu. W punkcie kontaktu  $C$  reakcje te można opisać jako [88]:

$$dS = F dt \quad (4.4)$$

oraz

$$dS' = F' dt \quad (4.5)$$

Na ich podstawie dla każdego z rozważanych ciał zgodnie z kierunkiem ich przemieszczania rozumianym jako chwilowo liniowy równanie ruchu można zapisać jako [64]:

$$m dv = dS \quad (4.6)$$

oraz

$$m dv' = dS' \quad (4.7)$$

Zatem dokładnie tak jak oddziałujące siły reakcji kontaktu tak i wywołane nimi impulsy siły oddziałują na każde z rozważanych ciał i są równe co do wartości lecz charakteryzują się przeciwnym kierunkiem [88]:

$$dS = - dS' \quad (4.8)$$

Zakładając że w punkcie  $C$  kontaktu rozważanego układu względna wypadkowa prędkość chwilowa wynosi  $v_c = v - v'$ , podstawiając ją do translacyjnego równania ruchu możliwym staje się wyznaczenie równania różniczkowego dla zmiany prędkości względnej [64]:

$$dv_c = m_E^{-1} dS \quad (4.9)$$

Na potrzeby, którego masa efektywna  $m_E$  jest definiowana jako:

$$m_E = (m^{-1} + m'^{-1})^{-1} = \frac{mm'}{m + m'} \quad (4.10)$$

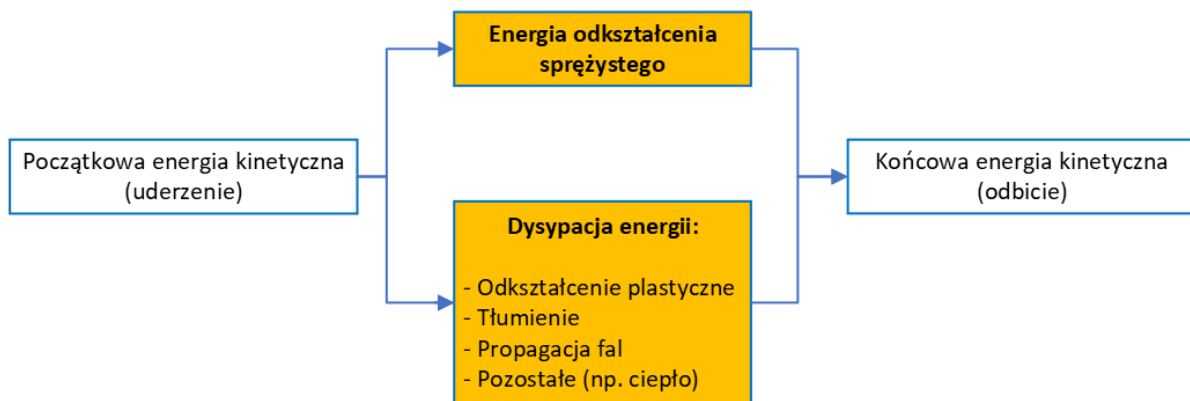
Ostatecznie całkując równanie 4.9 dla warunków początkowych ( $t=0$ ) prędkość względną  $v_w$  układu można przedstawić jako funkcję impulsu siły  $S$  [64]:

$$v_w = v_0 + m_E^{-1} S \quad (4.11)$$

W układach niesprężystych istotnym jest powiązanie impulsu końcowego ze współczynnikiem restytucji odzwierciedlającym rozproszenie energii w punkcie kontaktu.

### 4.3. Zależności siłowo-odkształceniowe dla zjawiska zderzenia normalnego

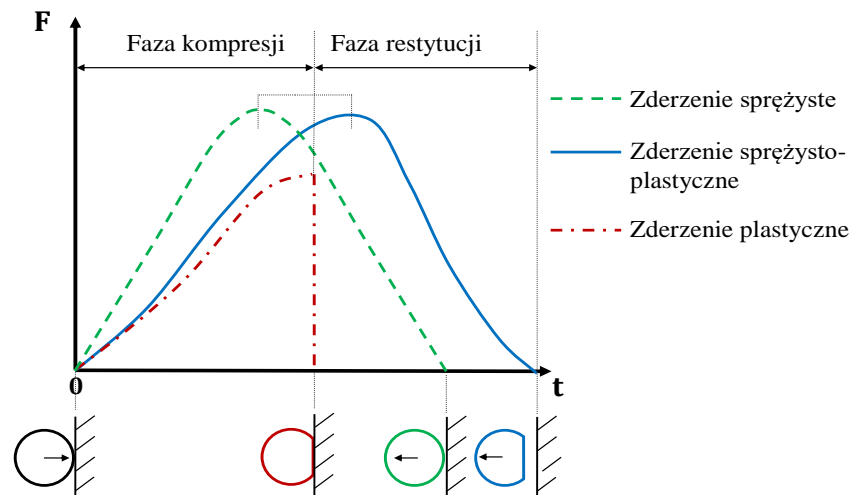
Zjawisku zderzenia towarzyszy gwałtowny przyrost siły  $F$  wraz z równoczesnym odkształceniem  $\varepsilon$  obiektów wchodzących w kontakt. Na zmianę w czasie czyli przebieg tych wielkości w trakcie wszystkich faz kontaktu wpływ mają właściwości fizyczne materiałów, z których zderzające obiekty są zbudowane. W zależności od materiału tworzącego oraz ukształtowania jego powierzchni w miejscu zderzenia, kontakt może przyjmować różny charakter. Zatem o przebiegu kontaktu bezpośrednio decydują zachodzące w nim przemiany początkowej energii kinetycznej zderzenia  $E_k$  w energię odkształcenia związaną z pracą lokalnych odkształceń plastycznych jak i energię odkształceń ogólnych czyli energię drgań sprężystych (rys. 39).



Rys. 39. Przepływ energii dla zderzenia normalnego (prostopadłego)

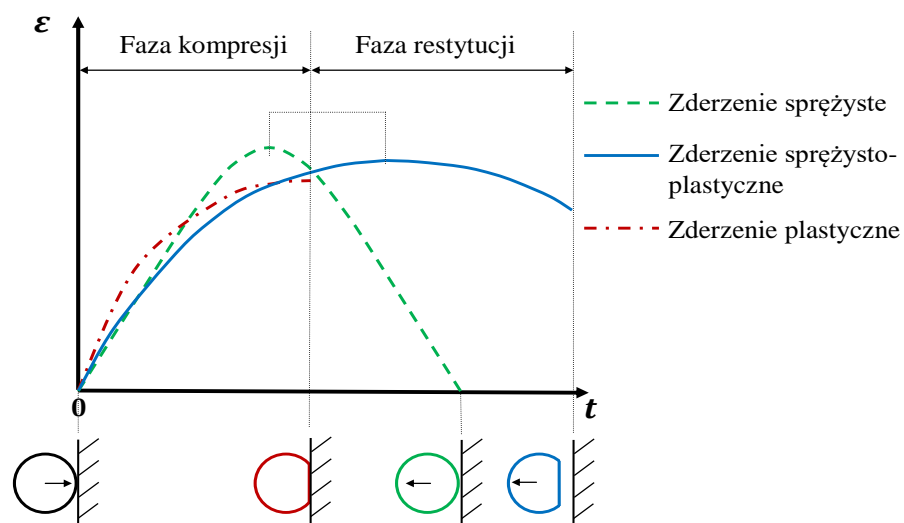
Znakomitym zobrazowaniem powyższej kwestii jest porównanie różnych przebiegów sił kontaktowych dla zjawiska zderzenia normalnego. Na rysunku rys. 40 przedstawiono trzy typowe przebiegi siły zderzenia z powierzchnią sztywną, tj. dla zderzenia idealnie sprężystego, sprężysto-plastycznego oraz idealnie plastycznego. Analiza poniższych krzywych pozwala na zobrazowanie zasadniczych różnic w zależności od cech fizycznych materiałów. Można zauważyć, że ewolucja siły kontaktowej dla uderzenia sprężystego jest

symetryczna, natomiast dla uderzenia sprężysto-plastycznego oraz plastycznego przebieg siły jest asymetryczny. Ponadto, czas kompresji jest znacznie dłuższy aniżeli czas odbicia w przypadku uderzenia sprężysto-plastycznego. Jest również oczywiste, że całkowity czas kontaktu w przypadku uderzenia sprężysto-plastycznego jest większy niż w przypadku porównywalnego uderzenia sprężystego.



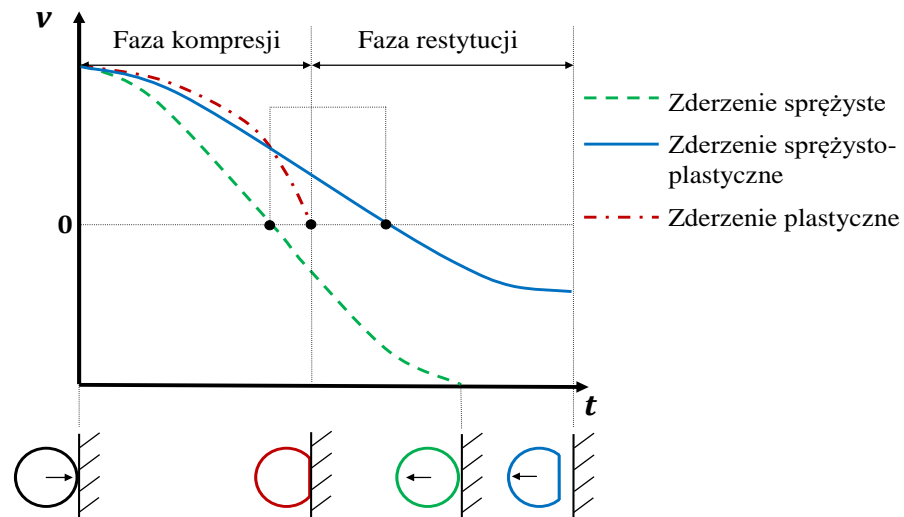
Rys. 40. Zależność przebiegu siły względem czasu dla różnych charakterystyk materiałowych (opracowano na podstawie [192])

Równie istotnych informacji na temat charakteru zachodzącego zderzenia można pozyskać na podstawie analizy przebiegu towarzyszącego mu odkształcenia (rys. 41). Podobnie jak dla przebiegu siły odkształcenie dla przypadków sprężystych zachowuje charakterystyczną symetrię, w przeciwieństwie do asymetrycznych przebiegów materiałów sprężysto-plastycznych. Odkształcenie dla przebiegów o charakterze plastycznym oraz sprężysto-plastycznym kończy się raptownie i długość odcinka restytucji nie odpowiada długości odcinka z fazy kompresji tym samym jednoznacznie wskazując na zachodzenie trwałych odkształceń.



Rys. 41. Zależność przebiegu odkształcenia względem czasu dla różnych charakterystyk materiałowych (opracowano na podstawie [192])

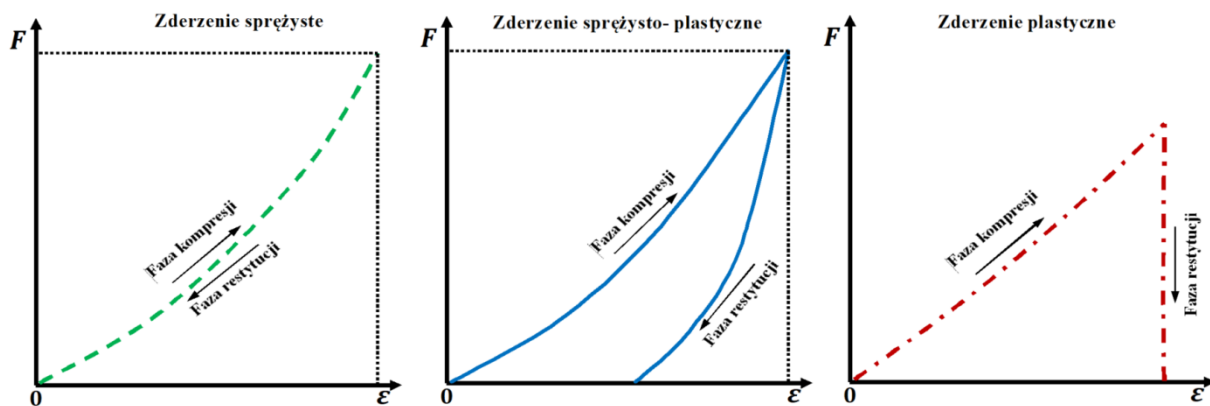
Podobnych obserwacji można dokonać analizując profile zmiany prędkości zachodzącego odkształcenia. Poniżej wykres (rys. 42) w przejrzysty sposób obrazuje różnice w przebiegach prędkości pomiędzy różnymi rodzajami kontaktu, dla których wyraźnie uwidacznia się jak siła nacisku wykonuje pracę zmniejszającą początkową prędkość względną uderzającego ciała. W przypadku kontaktu, w którym występuje trwałe odkształcenie prędkość początkowa fazy kompresji jest w porównaniu bezwzględnym większa względem końcowej prędkości fazy restytucji czyli odbicia.



Rys. 42. Zależność przebiegu prędkości odkształcenia względem czasu dla różnych charakterystyk materiałowych

Wieloletnie rozważania zagadnienia zachowania materiałów pod wpływem wymuszeń doprowadziły do wypracowania najczytelniejszej formy prezentacji charakterystyki materiałowej w postaci zależności odkształcenia ciała stałego od siły wymuszającej. Zaprezentowane na poniższym rysunku (rys. 43) wykresy stanowią zestawienie trzech typowych modelowych przebiegów ukazujących złożoność reakcji obiektów na siły kontaktowe powstające w trakcie zderzenia. Przebiegi tego rodzaju mogą przyjmować wyjątkowo zróżnicowane formy min. postaci przypadków idealnie sprężystych, w których faza kompresji oraz restytucji pokrywają się czego reprezentację graficzną stanowią wykresy jednoliniowe zarówno pod postacią prostoliniową jak i również krzywoliniową (rys. 43 a). Jednakże tego rodzaju przebiegi są rzadko spotykane, wierniejszym odzwierciedleniem zjawisk towarzyszącym reakcją większości materiałów rzeczywistych są przebiegi w postaci tak zwanych pętli histerezy (rys. 43 b, c). Tego rodzaju przypadki dotyczą sytuacji kiedy to na wykresie przebiegi fazy kompresji oraz restytucji są reprezentowane przez odcinki przebiegające po zupełnie różnych trajektoriach, a dokładnie po trajektoriach niepokrywających się. Występują w przypadkach gdy ciało odkształcane pod wpływem wymuszeń ulega trwałym wewnętrznym przemianom najczęściej w postaci odkształceń plastycznych.

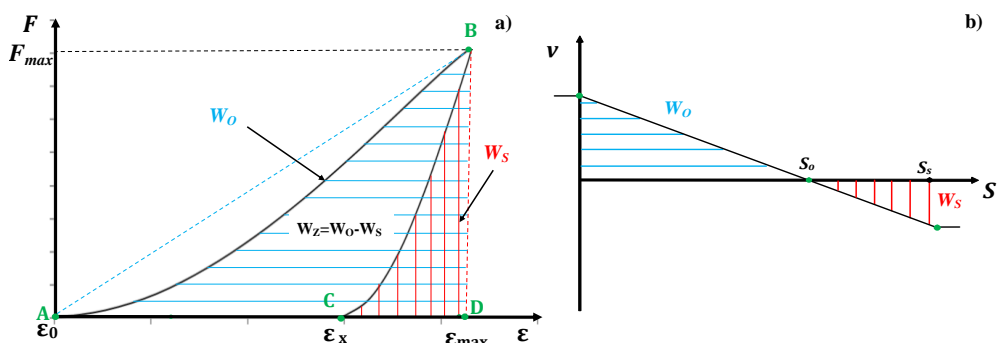




Rys. 43. Przykładowe wykresy dla zależności siłowo-odkształceniowej: a) zderzenie sprężyste; b) zderzenie sprężysto-plastyczne; c) zderzenie plastyczne

### 4.3.1. Energia zderzenia niesprężystego

Reprezentacja graficzna zależności siłowo-odkształceniowej w czytelnej formie dostarcza istotnych informacji na temat zachodzących w trakcie zderzenia przemian energii (rys. 44). Na wykresie można zaobserwować jak podczas ściskania energia kinetyczna ruchu jest przekształcana przez siłę nacisku w energię wewnętrzną (pole zakreskowane na niebiesko). Biorąc pod uwagę fizyczne znaczenie obszaru pętli histerezy pole A, B, C stanowi reprezentację straty energii kinetycznej, czyli energii rozproszonej podczas procesu zderzenia (praca odkształceń plastycznych, energia drgań sprężystych) [101]. Pozostała część energii fazy ściskania generuje siłę rozsuwającą ciała, a praca realizowana przez tę siłę przywraca część początkowej energii kinetycznej ruchu. Wartość energii sprężystej kontaktu obrazuje pole pod krzywą opadania B, C (pole zakreskowane na czerwono). Niezgodność w polach obszarów reprezentujących fazę ściskania oraz restytucji stanowi potwierdzenie zaistnienia zjawiska pozostawienia resztkowych odkształceń po ustaniu kontaktu. Zgodnie z poniższą ilustracją dla kontaktów o charakterze sprężysto-plastycznym największa ilość utraconej energii odpowiada okresowi zbliżania [159].



Rys. 44. Praca wykonana przez siły kontaktowe: a) Schematyczna pętla histerezy w cyklu wymuszenie-odkształcenie prezentująca bilans energii zjawiska zderzenia; b) wykres dla pracy wykonanej przez siły kontaktowe w funkcji prędkości odkształcenia; (opracowano na podstawie [159])

W związku z powyższym całkowita energia uderzenia dla przypadku zderzenia ciała ze sztywną powierzchnią jest równa energii kinetycznej  $E_k$  poruszającego się obiektu w chwili zderzenia i odpowiada wykonanej przez siły kontaktowe pracy  $W_0$  [159]:

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 = W_o = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_{max}} F(\varepsilon)d\varepsilon \quad (4.12)$$

Przedstawiając zmiany prędkości w funkcji popędu siły (rys. 44b) i zakładając, że  $S_o=mv_0$ , to pracę wykonaną przez siły kontaktowe można wyrazić jako [72]:

$$W_o = \int_0^{S_o} v(S)dS = v_0S_o + \frac{1}{2}m^{-1}S_o^2 \quad (4.13)$$

Zgodnie z tym podejściem praca wykonana przez siłę reakcji może również zostać obliczona dla faz restytucji. Pracę sprężystą  $W_s$  (tzn. pracę odzyskaną) oblicza się jako obszar pod krzywą rozładowania (czerwony zakreślony obszar na rys. 44b) [72]:

$$W_s = \int_{S_o}^{S_s} (v_0 + m^{-1}p)dp = \frac{mv_0^2}{2} \left(1 - \frac{S_s}{S_o}\right)^2 \quad (4.14)$$

Stratę energii kinetycznej przy niesprężystym zderzeniu, wyrażoną jako pracę odkształceń plastycznych  $W_z$  (obszar zamknięty między krzywymi) można opisać jak różnicę między pracą wykonaną przez siły kontaktowe zderzenia a pracą odzyskaną:

$$W_z = W_o - W_s \quad (4.15)$$

Ostatecznie wykorzystując powyższe zależności staje się możliwym wyznaczenie stosunku energii odkształcenia sprężystego odzyskanej w fazie restytucji do energii zgromadzonej w trakcie pierwszej fazy zderzenia. Zależność ta wyrażana jest za pomocą tzw. współczynnika restytucji energii  $R^2$ .

$$R^2 = \frac{W_s}{W_o} \quad (4.16)$$

### 4.3.2. Współczynnik restytucji

Pojęcie restytucji po raz pierwszy zostało zdefiniowane przez Newtona w hipotezie w myśl, której stwierdził on, iż stosunek normalnych prędkości ciał w chwili odbicia do ich prędkości w momencie zderzenia przyjmuje określoną wielkość stałą, charakteryzującą własności materiałów tworzących. Jako, że prędkość dla przypadku swobodnego spadania w momencie uderzenia  $v$  jest jednoznacznie powiązana z wysokością zrzutu  $h_z$  związek ten najprościej można wyrazić za pomocą następującej zależności [72]:

$$R = \frac{v_i}{v} \approx \frac{h_i}{h_z} \quad (4.17)$$

gdzie:  $R$  - współczynnik restytucji,  $v$ ,  $v_i$  - prędkość przed oraz po zderzeniu,  $h_z$  - wysokość zrzutu,  $h_i$  - wysokość odbicia po zderzeniu.

Rozpatrując przypadek swobodnego zrzutu, przed zderzeniem mamy do czynienia z pionowym ruchem ziarna wzdłuż osi  $z$  dla, którego można założyć, iż początkowa średnia prędkość chwilowa w ruchu wymuszonym siłą grawitacji spełnia założenia następującej zależności [137]:

$$v_{\dot{s}r} = \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad (4.18)$$

gdzie:  $v_{\dot{s}r}$  - prędkość chwilowa,  $\Delta z$  - przemieszczenie spadającego ciała,  $\Delta t$  - czas dla rozpatrywanego przemieszczenia.

W takiej sytuacji uwzględniając przyspieszenie ziemskie  $g$  prędkość chwilowa w momencie zderzenia można wyrazić jako [72]:

$$v_z = \frac{\Delta z}{\Delta t} + \frac{1}{2} g \Delta t \quad (4.19)$$

Tym samym podstawiając do równania 4.17 zależności 4.18 oraz 4.19 otrzymamy:

$$R = \frac{v_i}{v_z} = \frac{2\Delta t \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}{2\Delta t + g\Delta t^2} \quad (4.20)$$

Zgodnie z powyższym współczynnik restytucji to nic innego jak zdolność materiałów do odbicia, dostarczająca informacji jaka część prędkości uderzenia zostaje odzyskana w fazie odbicia. W przypadku takiej interpretacji pozyskanie niezbędnych danych pomiarowych towarzyszących zjawiskom o charakterze dynamicznym dla ciał o nieregularnym kształcie (takich jak np. ziarna zbożowe) jest stosunkowo kłopotliwym. Znacznych trudności nastręcza konieczność precyzyjnego wyznaczenia kierunku odbicia jak i również wartości towarzyszącej mu prędkości, która to dla zjawisk o przebiegu rzeczywistym w układach opisywanych przestrzennym układem kartezjańskim  $x$ ,  $y$ ,  $z$  stanowi wypadkową trzech składowych [72]:

$$v_i = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (4.21)$$

W takim podejściu istnieje możliwość popełnienia licznych błędów pomiarowych, dlatego rozpatrując przyjętą w badaniu technikę zderzenia prostego dla pojedynczego ciała z

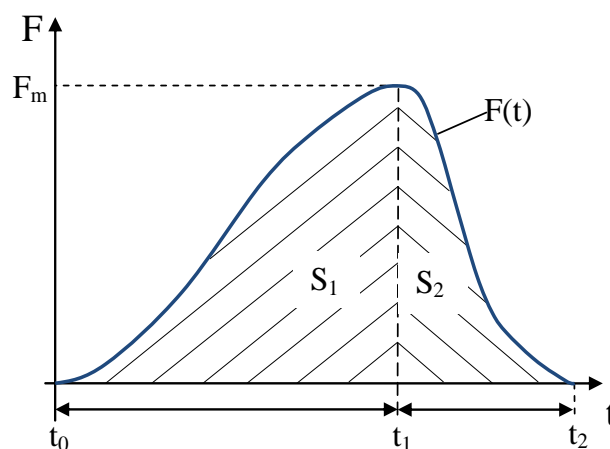
powierzchnią płaską (na potrzeby obliczeń uznaną za nieskończenie sztywną), na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona można zapisać, iż:

$$F = ma = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt} \quad (4.22)$$

Zakładając, że siła kontaktu zależy od czasu, a jej początek przypada na  $t_0$  oraz trwa do  $t_2$  to całkując obustronnie równanie nr 4.22 możliwym staje się wyznaczenie popędu siły [137]:

$$S = \int_{t_0}^{t_2} dp = \int_{t_0}^{t_2} F(t) dt \quad (4.23)$$

Interpretację graficzną modułu wektora popędu siły stanowi pole powierzchni pod krzywą wykreślającą przebieg funkcji  $F(t)$  (rys. 45).



Rys. 45. Strefy impulsu siły

Zgodnie z powyższą grafiką na potrzeby prowadzonych rozważań całkowity popęd siły można rozpatrywać jako dwie fazy zderzenia. Pierwsza z nich dotyczy wzrostowej części przebiegu funkcji siły  $\vec{F}(t)$ , któremu towarzyszy odkształcenie lokalne rozpatrywanego ciała stopniowo przechodzące w globalne. Natomiast druga faza następuje po osiągnięciu wartości maksymalnej przez rozpatrywaną funkcję, gdzie zaczynamy mieć do czynienia z jej zanikiem oraz ustępowaniem odkształcenia. W zależności od rodzaju materiału, a dokładnie jego wytrzymałości doraźnej odkształcenie może przyjmować charakter całkowity tudzież częściowy [146, 193].

Zatem rozpatrując dwufazowo przebieg zderzenia można zapisać, iż stanowi on sumę impulsów siły chwilowej pierwszej oraz drugiej fazy uderzenia  $S_1, S_2$ :

$$S = S_1 + S_2 \quad (4.24)$$

Dla takiego podejścia, zgodnie z równaniem 4.23 popęd siły można zapisać jako:

$$S_2 = \int_{t_0}^{t_1} F(t) dt \quad (4.25)$$

$$S_1 = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt \quad (4.26)$$

Ostatecznie dla tego rodzaju rozważań współczynnik restytucji przyjmuje postać zależność opisującej jaka część impulsu fazy pierwszej zostaje odzyskana w fazie drugiej [197]:

$$R = \frac{S_2}{S_1} \quad (4.27)$$

Tak interpretowany współczynnik restytucji w zależności od rodzaju odkształcenia przyjmuje wartości z zakresu od 0 do 1, tym samym dostarczając informacji na temat rozproszenia energii. Dla zderzeń w trakcie, których następuje odkształcenie o charakterze idealnie plastycznym jest równe zero. Kiedy uderzenie jest idealnie sprężyste  $R$  przyjmuje wartość równą jedności. Całość zakresu z pomiędzy tych wartości wskazuje na zachodzenie uderzeń sprężysto-plastycznych [197].

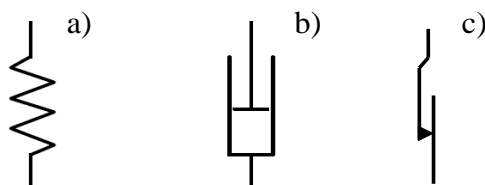
#### 4.4. Liniowe i nieliniowe modele kontaktu

Podstawy teorii deformacji zostały opracowane w 1881 roku przez Hertz'a [80, 81]. Na potrzeby prowadzonych rozważań poczynił liczne założenia oraz uproszczenie, min. ograniczając stosowalność teorii do ciał o powierzchniach obrotowych tj. hiperboloid, elipsoid, kuli. W efekcie opracowana metoda stanowi powiązanie zależnością siły zderzenia  $F(\varepsilon)$  oraz towarzyszącego mu odkształcenia rozważanego obiektu  $\varepsilon$ . W dalszej kolejności przez lata liczni badacze dokonali rozwinięcia prowadzonych przez Hertz'a rozważań min. uogólniając jej stosowalność [37, 114]. Ostatecznie metoda ta pozwala na opisywanie kontaktu między dowolnymi zderzającymi się obiektami, gdzie siły kontaktowe wyrażane są jako ciągłe funkcje, które w ogólnej formie można przedstawić jako [194]:

$$F = F_e(\varepsilon) + F_v(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) + F_p(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (4.28)$$

gdzie:  $F$  - normalna siła zderzenia,  $F_e$  - składowa siły sprężystości,  $F_v$  - składowa siły tłumienia  $F_p$  - składowa siły odkształcenia plastycznego  $\varepsilon$  - odkształcenie rozważanego obiektu,  $\dot{\varepsilon}$  - prędkość zachodzącego odkształcenia

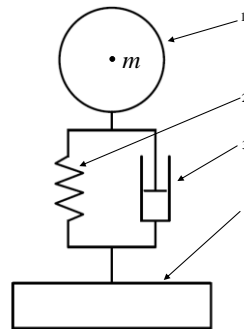
Tego rodzaju podejście bazuje na założeniu, iż obszar kontaktu stykających się ciał na potrzeby obliczeń zastępowany jest kombinacją wyidealizowanymi elementami reologicznymi w postaci min. ciała Hooke'a (sprężyna), St. Venanta (suwak), Newtona (tłumik hydrauliczny) (rys. 46).



Rys. 46. Modele trzech podstawowych ciał reologicznych wykorzystywanych do budowy modeli kontaktu: a) ciało Hooke'a b) ciało Newtona, c) ciało St. Venanta

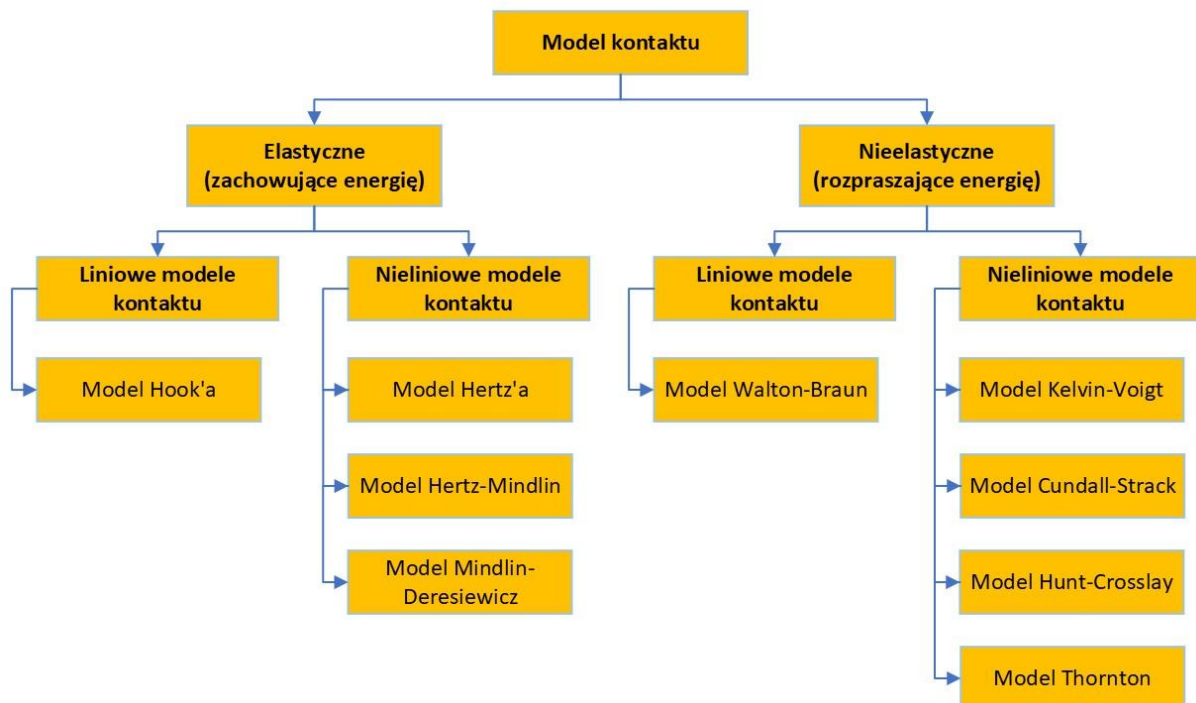
W metodzie tej model kontaktu budowany jest przez odpowiednie łączenie trzech powyższych elementów (rys. 47). Poszczególne konfiguracje mogą różnić się między sobą

zarówno rodzajem wykorzystanych elementów oraz ich właściwościami, jak i również ilością oraz kolejnością ustawienia (ustawienie może być równoległe jak również szeregowo).



Rys. 47. Podstawowy model kontaktu. 1 – ciało uderzające 2 - sztywność kontaktu, 3 - tłumienie kontaktu, 4 - powierzchnia kontaktowa (sztywna)

W efekcie możliwym staje się budowanie złożonych modeli mechanicznych odwierciedlających właściwości ciał stałych oraz cieczy. Tego rodzaju model kontaktu [116, 117] może opisywać właściwości mechaniczne kontaktu, w zależności od przypadku przyjmując charakter jako np. idealnie sprężysty, idealnie plastyczny, lepkosprężysty czy lepkoplastyczny [115, 119, 222] (rys. 48). Wielkości parametrów takich jak np. sztywności czy ugięcie wykorzystywanych do budowy modelu elementów reologicznych są obliczane na podstawie właściwości materiałowych oraz geometrii zderzających się ciał [7, 6, 38, 117, 119].



Rys. 48. Modele kontaktu wykorzystywane w badaniach symulacyjnych (opracowano na podstawie [222])

#### 4.4.1. Liniowy model kontaktu Hooke'a

Podstawowy, a zarazem jeden z najprostszych modeli kontaktu posiada swoją reprezentację w postaci elementu sprężystego. Liniowa sprężyna stanowi odzwierciedlenie relacji bazującej na prawie Hooke'a, w myśl którego odkształcenie ciał znajdujących się w kontakcie jest proporcjonalnie do powstających sił reakcji. Model ten można przedstawić za pomocą zależności 4.29 [50, 164, 180].

$$F_N = k\varepsilon \quad (4.29)$$

Gdzie:  $F_N$  - wypadkowa normalna siła kontaktu,  $k$  - stała sprężystości,  $\varepsilon$  - odkształcenie towarzyszące zjawisku kontaktu.

Stała sztywności sprężyny  $k$  w modelu Hooke'a jest obliczana na podstawie właściwości materiału oraz geometrii zderzających się obiektów (w tym warunków powierzchniowych). Zakładając, że odzwierciedlane zjawisko stanowi kontakt dwóch ciał kulistych  $i$  oraz  $j$  stałą  $k$  można wyrazić jako [47, 116]:

$$k = \frac{4}{3} E_{ij} R_{ij} \quad (4.30)$$

Gdzie  $E_{ij}$  jest zastępczym modułem Younga materiału tworzącego obiekty, a  $R_{ij}$  krzywizną zastępczą stykających się ciał, które można opisać następującymi zależnościami:

$$\frac{1}{E_{ij}} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j} \quad (4.31)$$

oraz

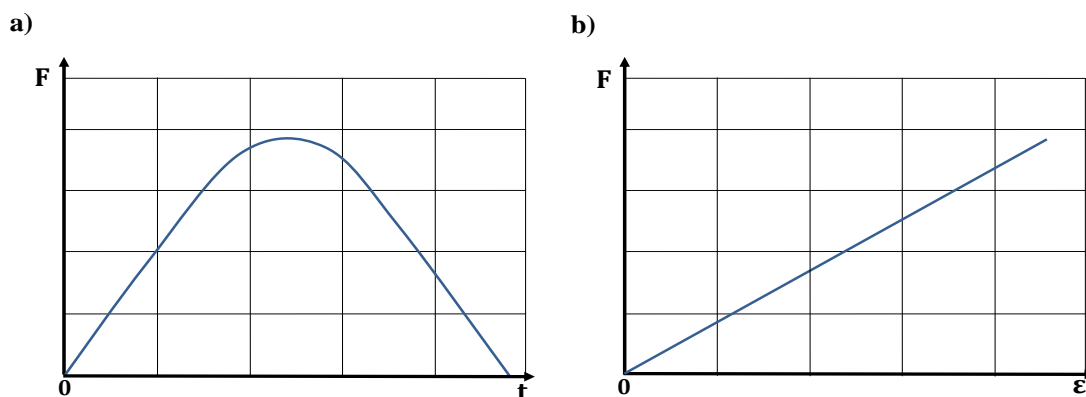
$$\frac{1}{R_{ij}} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \quad (4.32)$$

Gdzie  $\nu_i$  i  $\nu_j$  to współczynniki Poissona,  $E_i$  i  $E_j$  to moduły Younga, a  $R_i$  i  $R_j$  to promienie krzywizny zderzających się obiektów.

W przypadku prowadzenia rozważań kontaktu dla zjawiska zderzenia obiektu kulistego z płaską powierzchnią wartość parametru  $k$  zależy od promienia sfery oraz właściwości materiałowych zderzających.

$$k = \frac{4}{3} E_{ij} \sqrt{R_i} \quad (4.33)$$

Dla opisywanego modelu zależność siłowo-odkształceniowa przyjmuje przebieg prostoliniowy co dokładnie przedstawia rysunek 49b. Zgodnie z tym model Hooke'a nie jest w stanie odzwierciedlić zjawiska strat energii, gdyż przebieg prostej obrazującej charakter procesu obciążania w trakcie zderzenia pokrywa się z prostą reprezentującą fazę odciążania [50]. W efekcie przebieg impulsu siły dla danego modelu będzie przyjmował charakterystyczną postać symetryczną (rys. 49 a).



Rys. 49. Proces zderzenia dla modelu Hooke'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50])

#### 4.4.2. Nieliniowy model kontaktu Hertz'a

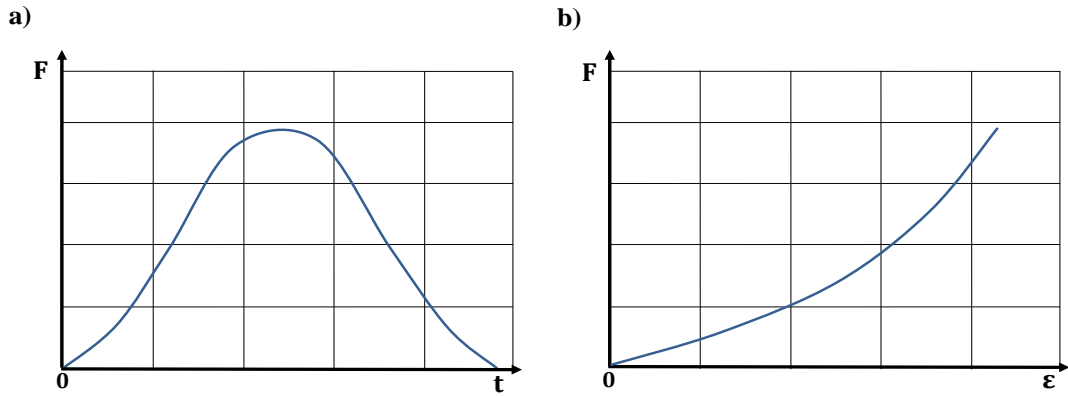
Teoria kontaktu Hertz'a wiąże siłę nacisku z nieliniową funkcją odkształcenia posiadającą swoją reprezentację graficzną w postaci sprężyny nieliniowej [81, 207, 46]. Stosowalność teorii i jest ograniczona do ciał idealnie elastycznych oraz przypadków niewymagających uwzględnienia składowej tarcia. W modelu tym nieliniowość zjawiska wyrażana jest za pomocą funkcji potęgowej zgodnie z poniższą zależnością [50, 95]:

$$F_N = k\varepsilon^n \quad (4.34)$$

Gdzie wykładnik  $n$  dla przypadków zgodnych z opisywanym przez Hertz'a [81] parabolicznym rozkładem naprężeń przyjmuje wartość  $3/2$ . W zależności od rozważanego materiału oraz jego kształtu wykładnik może przyjmować całkowicie odmienną wartość. Jednakże sytuacji wymagających alternatywnych parametrów  $n$  nie należy utożsamiać z teorią Hertza, a jedynie jako zjawisko pasujące przebiegiem do powyższego modelu kontaktu. W takich sytuacjach jedynym sposobem na prawidłowy dobór adekwatnej wartości wykładnika jest prowadzenie prac eksperymentalnych. Analogicznie należy podchodzić do parametru  $k$ , dla przypadków zgodnych z teorią Hertz'a słusznym jest wyznaczanie jego wartości na podstawie podejścia zaprezentowanego w rozdziale 4.4.1 w postaci wzorów (4.30), (4.31), (4.32) w każdym innym należy odwoływać się do prac eksperymentalnych [50].

Model kontaktu Hertza'a podobnie jak model Hook'a nie wykazuje zdolności do dyssypacji energii. Przebieg jego impulsu siły podobnie jak w uprzednim przypadku również przyjmuje charakterystyczną postać symetryczną (rys. 50 a). Jednakże ze względu na potęgowy charakter równania odcinki reprezentujące narastanie oraz opadanie funkcji siły przyjmują postać nieliniową [50]. Podobna różnica pojawia się w obszarze zależności siłowo-odkształceniowej, która dla opisywanego modelu może przyjąć przebieg silnie krzywoliniowy co dokładnie przedstawia rysunek 50b.





Rys. 50. Proces zderzenia dla modelu Hertz'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50])

#### 4.4.3. Nieliniowy model kontaktu Hertz'a- Mindlin'a

Model kontaktu Hertz'a-Mindlina'a został opracowany jako kompleksowe rozwiązanie opisujące zjawisko kontaktu normalnego jak i również stycznego. Do opisu zjawiska kontaktu normalnego wykorzystuje on nieliniowy model sprężysty opisujący nieliniową zależność pomiędzy siłą normalną, a przemieszczeniem bazując na teorii Hertz'a [160]. Zatem zgodnie z równaniem (4.34), dla przypadku kontaktu ciał kulistych  $i$  oraz  $j$  przyjmuje on następującą postać [221]:

$$F_N = -\frac{4}{3} E_{ij} \sqrt{R_{ij}} \varepsilon^{3/2} \quad (4.35)$$

Na potrzeby prowadzenia rozważań dla kontaktu stycznego w modelu Hertz'a-Mindlina'a do opisu sił kontaktowych wykorzystano teorię Mindlin'a-Deresiewicz'a [36]. Na jej podstawie opracowano bezpoślizgowy opis siły kontaktowej wyrażony następującym równaniem [221]:

$$F_N = k_s \sqrt{R_{ij}} \varepsilon_n \varepsilon_t \quad (4.36)$$

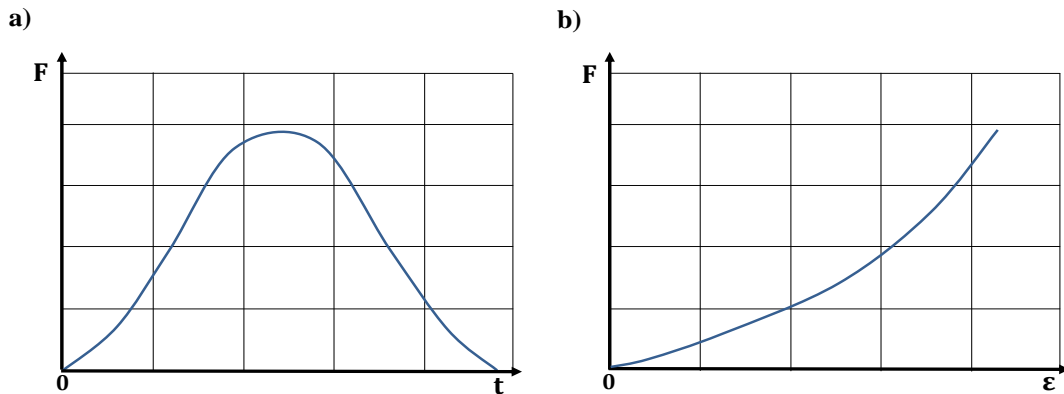
dla, którego stała sprężystości dla kierunku stycznego  $k_s$  przyjmuje następującą postać [134]:

$$k_s = \frac{8G_{ij}}{(2-\nu)} \quad (4.37)$$

Gdzie:  $\varepsilon_n$  - odkształcenie towarzyszące zjawisku kontaktu w kierunku normalnym,  $\varepsilon_t$  - odkształcenie towarzyszące zjawisku kontaktu w kierunku stycznym,  $G_{ij}$  - zastępczy moduł Kirchoffa materiału tworzącego obiekty zderzające się, który można opisać następującą zależnością:

$$\frac{1}{G_{ij}} = \frac{1-\nu_i^2}{G_i} + \frac{1-\nu_j^2}{G_j} \quad (4.38)$$

Model kontaktu Hertz'a-Mindlina'a znalazł powszechne zastosowanie w systemach symulacyjnych wykorzystujących metodę elementów dyskretnych do odwzorowywania procesów zachodzących w materiałach granularnych. Pozwala na odwzorowywanie kontaktów dla materiałów niewykazujących tendencji do rozpraszania energii zachodzącego odkształcenia (rys. 51).



Rys. 51. Proces zderzenia normalnego dla modelu Hertz'a-Mindlina'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających

#### 4.4.4. Liniowe modele kontaktu Kelvin'a-Voigt'a

Liniowy model kontaktu opracowany przez duet Kelvin'a oraz Voight'a [64] stanowi jeden z pierwszych rozwiązań problemu dotyczącego odwzorowania zjawiska dyssypacji energii w trakcie kontaktu. Opracowano go jako rozszerzenie prawa kontaktowego Hertz'a poprzez uwzględnienie zjawiska tłumienia wewnętrznego. W efekcie przyjętych rozwiązań model ten przyjmuje charakter lepko-sprężysty, a jego reprezentację graficzną stanowi układ równoległe połączonych elementów sprężynowo-tłumiących. W modelu sprężyna reprezentuje liniową sprężystość stykających się obiektów, natomiast tłumik odwzorowuje liniową utratę energii kinetycznej w punkcie styku w trakcie zderzenia. Prawo sił kontaktowych w tym modelu można przedstawić jako [50]:

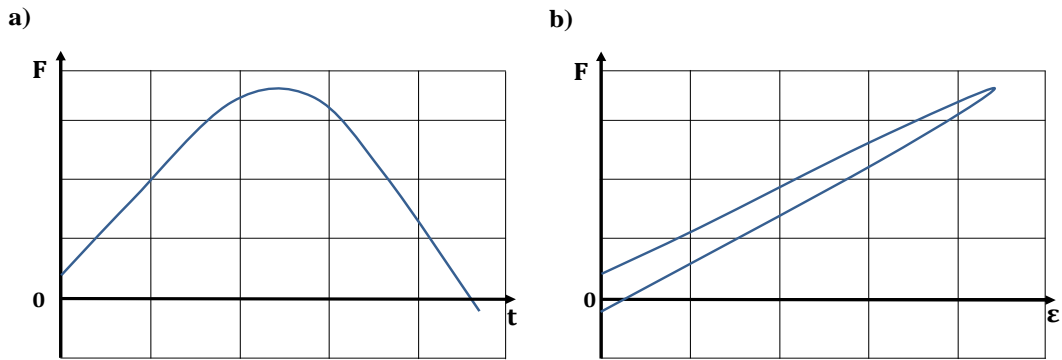
$$F_N = k\varepsilon + c\dot{\varepsilon} \quad (4.39)$$

Gdzie:  $k$  - stała sprężystości reprezentująca uogólniony parametr sztywności,  $c$  - współczynnik tłumienia,  $\varepsilon$  - odkształcenie towarzyszące zjawisku kontaktu,  $\dot{\varepsilon}$  - prędkość względna pomiędzy stykającymi się ciałami.

Dodatkowo dla tak wyprowadzonego równania dla zjawiska zderzenia dwóch ciał kulistych możliwym staje się powiązanie siły kontaktowej ze współczynnikiem restytucji  $R$ . W tym celu współczynnik tłumienia w postaci stałej  $c$  należy interpretować wedle następującej zależności [8]:

$$c = 2 \cdot \xi \sqrt{k \frac{m_i \cdot m_j}{m_i + m_j}}, \quad \xi = -\frac{\ln R}{\sqrt{\pi^2 + (\ln R)^2}} \quad (4.40)$$

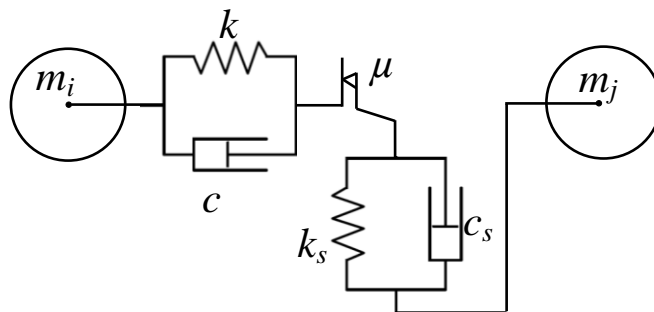
Model kontaktu Kelvin'a-Voight'a zyskał dużą popularność głównie ze względu na swoją prostotę i przez lata był powszechnie wykorzystywany do symulacji zderzeń w konstrukcjach mechanicznych. Niestety nie jest on pozbawiany niedoskonałości, wykorzystując go do badań symulacyjnych należy mieć na uwadze, iż ze względu na zastosowany lepki składnik tłumienia model ten w początkowej fazie kontaktu wykazuje skokowy przyrost siły (rys. 52 a) [50]. Z kolei w końcowej fazie restytucji składowa w postaci siły tłumienia powoduje powstawanie ujemnej siły kontaktowej, co odpowiada niezgodnemu z rzeczywistością zjawisku przyciągania zderzających ciał [17, 136].



Rys. 52. Proces zderzenia dla modelu kontaktu Kelvina-Voighta: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50])

#### 4.4.5. Liniowy model kontaktu Cundall'a-Strack'a

Liniowy model kontaktu Cundall'a i Strack'a stanowi jedno z najprostszych kompleksowych rozwiązań zagadnienia identyfikacji sił kontaktowych opracowanych specjalnie na potrzeby badań symulacyjnych z wykorzystaniem Metody elementów dyskretnych. Model ten zawiera rozwiązanie ujmujące kontakt zderzających się ciał na kierunku normalnym oraz stycznym. Reprezentację reologiczną zaproponowanego rozwiązania stanowi równoległe połączenie liniowego elementu sprężystego oraz tłumika, konfiguracja ta ma zastosowanie zarówno dla kierunku równoległego jak i stycznego. Dodatkowo kierunek styczny został wzbogacony elementem w postaci suwaka uwzględniającego siły powstające na skutek tarcia (rys. 53).



Rys. 53. Reprezentacja graficzna liniowego modelu kontaktu Cundall'a i Strack'a

Model zaproponowany przez Cundall'a i Strack'a w znacznym stopniu bazuje na rozwiązaniach opracowanych przez Kelvin'a oraz Voigt'a [176]. Przyjęta w nim równoległa konfiguracja dwóch elementów reologicznych pozwoliła na wyprowadzenie prostej zależności opisującej siłę kontaktową dla kierunku normalnego jako [221]:

$$F_N = k\varepsilon + c\dot{\varepsilon} \quad (4.41)$$

Z kolei dla kierunku stycznego autorzy w modelu uwzględnili siły tarcia [221]:

$$F_S = \begin{cases} k_s\varepsilon_s + c_s\dot{\varepsilon}_s \\ \mu F_N \end{cases} \quad (4.42)$$

Dla tak zdefiniowanych sił kontaktowych stała sprężystości  $k$  została wyznaczona jako [36, 140]:

$$k = \frac{16}{15} R_{ij}^{\frac{1}{2}} E_{ij} \left( \frac{15 m_{ij} \dot{\epsilon}^2}{16 R_{ij}^{\frac{1}{2}} E_{ij}} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (4.43)$$

gdzie  $E_{ij}$  jest zastępczym modułem Younga, a  $R_{ij}$  krzywizną zastępczą stykających się ciał wyrażonymi zgodnie z równaniami (4.31), (4.32). Postępując analogicznie autorzy modelu składową w postaci masy zastępczej  $m_{ij}$  przedstawili zgodnie z następującą definicją:

$$\frac{1}{m_{ij}} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \quad (4.44)$$

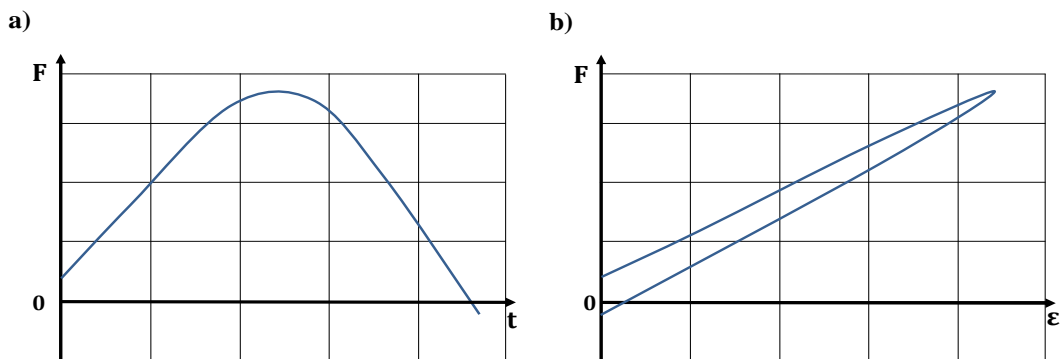
Ponadto w modelu Cundall'a i Stracka'a autorzy poświęcili dodatkową uwagę aspektowi poprawnej identyfikacji współczynnika tłumienia  $c$ , który wyrażono następującym równaniem [176]:

$$c = \ln e \sqrt{\frac{4 m_{ij} k}{\pi^2 + \ln e^2}} \quad (4.45)$$

gdzie  $e$  stanowi współczynnik restytucji, zdefiniowany jako stosunek prędkości względnej dwóch stykających się ciał po i przed zderzeniem:

$$e = \left| \frac{\dot{\epsilon}_{w,i}}{\dot{\epsilon}_w} \right| \quad (4.46)$$

Model Cundall'a i Stracka'a ze względu na liczne zapożyczenia z modelu Kelvin'a-Voigt'a przyjmuje podobny charakter przebiegu siły zderzenia w czasie (rys. 54). Ponadto dzięki wprowadzonym zmianą stanowi wierniejsze odwzorowanie rzeczywistości w systemach o wyższych prędkościach względnych. Jednakże mimo modyfikacji w interpretacji składowej tłumienia (4.45) równania siły (4.41), przyjęte rozwiązania dalej nie wyeliminowały problemu związanego z nieciągłością w pierwszym i ostatnim punkcie styku (rys. 54).



Rys. 54. Proces zderzenia dla modelu kontaktu Cundall'a i Stracka'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [221])

#### 4.4.6. Nieliniowy model kontaktu Hunt'a-Crossley'a

Liczne ograniczenia związane z modelem sił kontaktowych Kelvin'a-Voigt'a powodują, iż nie przedstawia nieliniowej natury zderzenia. Ten szereg niedoskonałości stanowi ograniczenie w jego stosowalności wykluczając go z aplikacji dla zjawisk odwzorowujących kontakt w przypadku dużych prędkości zderzenia. Z tego powodu doczekał się modyfikacji, której w 1975 roku podjęli się min. Hunt i Crossley [87]. Badacze ci zdecydowali się zastąpić Hertz'owską składową komponentu sprężystości za pomocą nieliniowej funkcji odkształcenia, tym samym opracowując zupełnie nowy model kontaktu, o charakterze nieliniowo lepko-sprężystym. W modelu dalej pozostawiono rozdział normalnej siły nacisku na dwie zasadnicze składowe, tj. komponent sprężysty oraz rozpraszający [87]:

$$F_N = k\varepsilon^n + c\dot{\varepsilon} \quad (4.47)$$

W modelu tym nieliniowość zjawiska wyrażana jest za pomocą funkcji potęgowej w postaci wykładnika  $n$ , stała sprężystości jest reprezentowana poprzez uogólniony parametr sztywności  $k$ , natomiast prędkość względna pomiędzy stykającymi się ciałami wyrażana jest jako pochodna zachodzącego odkształcenia  $\dot{\varepsilon}$ . Autorzy modelu w celu zwiększenia jego dokładności poddali szczególnej interpretacji parametr tłumienia  $c$ . Na podstawie wyników ze swoich badań, wykazali możliwość jego powiązania z odkształceniem zachodzącym w trakcie kontaktu zgodnie z następującym równaniem:

$$c = \chi\varepsilon^n \quad (4.48)$$

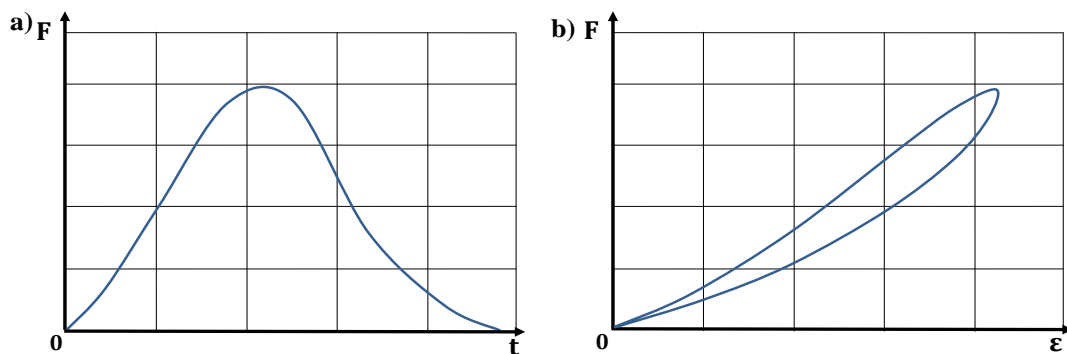
Gdzie:  $\varepsilon^{(-)}$  - stanowi prędkość początkową zderzenia, a parametr  $\chi$  określany jako współczynnik tłumienia histerezy wynosi [40]:

$$\chi = \frac{3k(1-R)}{2\varepsilon^{(-)}} \quad (4.49)$$

W efekcie model sił kontaktowych Huna i Crossleya można przedstawić w postaci następującej zależności [50]:

$$F_N = k\varepsilon^n \left[ 1 + \frac{3k(1-R)\dot{\varepsilon}}{2\varepsilon^{(-)}} \right] \quad (4.50)$$

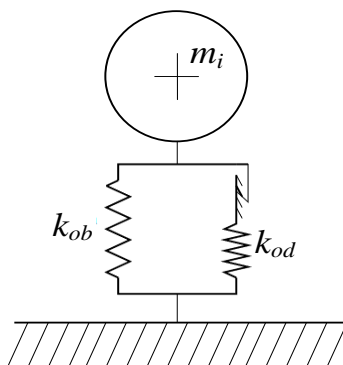
Powyższy model zapewnia możliwość odzwierciedlenia zjawiska histerezy dla dynamicznego kontaktu, przy równoczesnym zachowaniu ciągłości w początkowej jak i końcowej fazie kontaktu (rys. 55). Asymetria w przebiegu impulsu siły dla analizowanego modelu wyraźnie wskazuje na różnice w zachodzeniu sposobu rozproszenia energii dla fazy kompresji i restytucji wynikającej bezpośrednio z zależności składowej tłumienia od postępującego odkształcenia [50].



Rys. 55. Proces zderzenia dla modelu Hunt'a i Crossley'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50])

#### 4.4.7. Liniowy dyssypacyjny model kontaktu Walton'a-Braun'a

Model Waltona'a-Braun'a stanowi jedno z pierwszych rozwiązań istotnego problemu odwzorowania zjawiska trwałego odkształcenia plastycznego towarzyszącego zjawisku zderzenia. Badacze opracowali liniowy model kontaktu umożliwiający odzwierciedlenie zjawiska dyssypacji energii. W tym celu wykorzystali elementy reologiczne w postaci równolegle zestawionych sprężyn oraz jednokierunkowego beztarciowego suwaka połączonego szeregowo z jedną z tych sprężyn (rys. 56).



Rys. 56. Model Walton'a i Braun'a

Taka budowa modelu pozwala na odwzorowanie różnych relacji pomiędzy siłą a przemieszczeniem dla zderzenia w kierunku normalnym w zależności od etapu kontaktu, tj. obciążania lub odciążania. Efekt ten osiągnąć jest poprzez opisywanie każdego z etapów z wykorzystaniem różnych współczynników sprężystości. W efekcie model wykorzystuje układ równań, który scharakteryzowano przy zastosowaniu następującego zapisu [225, 160]:

$$F_N = \begin{cases} k_{ob} \varepsilon & \dot{\varepsilon} \geq 0 \\ k_{od} (\varepsilon - \varepsilon_0) & (\dot{\varepsilon} < 0, \varepsilon \geq \varepsilon_0) \end{cases} \quad (4.51)$$

Gdzie:  $k_{ob}$  - stanowi współczynnik sprężystości dla etapu obciążania,  $k_{od}$  - współczynniki sprężystości dla etapu odciążania,  $\varepsilon$  - odkształcenie towarzyszące zjawisku kontaktu w kierunku normalnym,  $\varepsilon_0$  - odkształcenie dla końca etapu odciążania w momencie gdy siła kontaktowa osiąga wartość równą zero.

Zgodnie z zaproponowanym układem równań, siły towarzyszące procesowi obciążania i odciążania osiągają równowagę w chwili maksymalnego odkształcenia stykających się ciał.

Dzięki temu możliwym staje się wyznaczenie wartości odkształcenia plastycznego, które wynosi [221]:

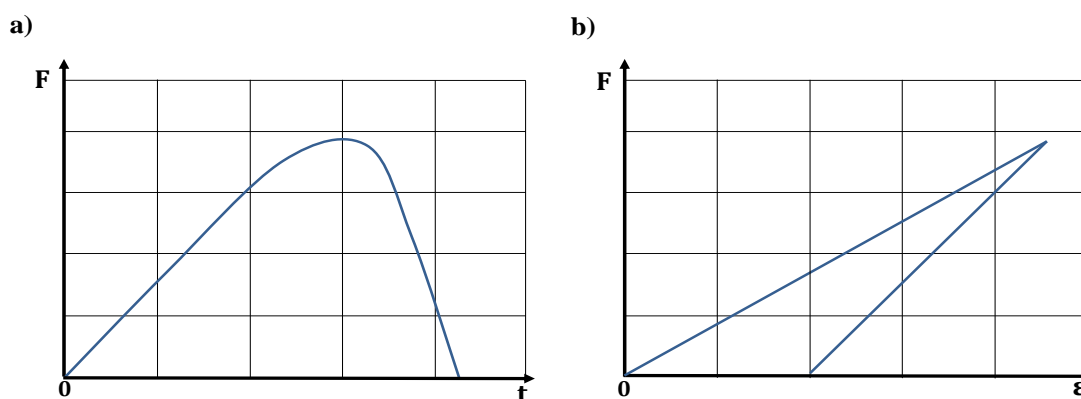
$$\varepsilon_0 = \frac{k_{od} - k_{ob}}{k_{od}} \varepsilon_{max} \quad (4.52)$$

Powyższy zapis pozwala na wnioskowanie o występowaniu powiązania pomiędzy współczynnikami sprężystości, a współczynnikiem restytucji  $R$  niezależnie od prędkości odkształcenia, zgodnie z następującym zapisem:

$$R = \sqrt{\frac{k_{od}}{k_{ob}}} \quad (4.53)$$

Co istotne zgodnie z przyjętym przez autorów rozwiązaniem, polegającym na rozdzieleniu modelu na opis dwuetapowy traktujący oddzielnie procesy związane z obciążaniem oraz odciążaniem stało się możliwym odzwierciedlenie tłumienia bez konieczności wprowadzania do równań zależnej od prędkości składowej tłumiącej [221]. Rozwiązanie tego typu zapewnia prostą budowę zapisu matematycznego, niezwykle korzystną w aspekcie efektywności realizacji procesów obliczeniowych dla wirtualnych badań symulacyjnych z wykorzystaniem DEM.

Bi-liniowy dyssypacyjny model kontaktu Walton'a i Braun'a przyjmuje dla zależności siły od odkształcenia charakterystyczną postać pętli histerezy, tj. jego punkt końcowy nie pokrywa się z początkowym, tym samym odzwierciedlając zjawisko odkształcenia plastycznego. W efekcie różnic w zachodzeniu sposobu rozproszenia energii dla fazy kompresji i restytucji wynikającej bezpośrednio z tłumienia, model ten pozwala na odzwierciedlenia zjawiska asymetrii w przebiegu impulsu siły.



Rys. 57. Proces zderzenia dla modelu Walton'a i Braun'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających

#### 4.4.8. Nieliniowy dyssypacyjny model kontaktu Thornton'a

Model opracowano z myślą prowadzenia rozważań dla przypadku normalnego oddziaływania kontaktowego pomiędzy dwiema sprężysto-plastycznymi sferami [156, 204]. W myśl założeń modelu w momencie zaistnienia kontaktu zachodzą quasi-statyczne teorie mechaniki kontaktu zgodnie z założeniami Hertz'a w myśl, których odkształcenia przyjmują charakter sprężysty zgodnie następującą zależnością [209]:

$$F_N = -\frac{4}{3} E_{ij} \sqrt{R_{ij}} \varepsilon^{3/2} \quad (4.54)$$

Wraz z dalszą propagacją kontaktu oraz dalszym narastaniem sił kontaktowych model Thortona'a zakłada zmianę charakterystyki relacji siła normalna-odkształcenie, zgodnie z którą odkształcenie przekraczając umowną granicę plastyczności  $\varepsilon > \varepsilon_Y$  przyjmuje charakter odkształcenia plastycznego. Efekt ten uzyskano opisując siłę normalną jako zależność liniową [202]:

$$F_N = F_{NY} + \pi \delta_Y R_{ij} (\varepsilon - \varepsilon_Y) \quad (4.55)$$

Gdzie:  $F_{NY}$ ,  $\varepsilon_Y$  - kolejno graniczna wartość siły kontaktowej oraz towarzyszące mu odkształceniu powyżej, których opisywany materiał ulega trwałemu odkształceniu plastycznemu,  $\delta_Y$  - naprężenie w punkcie kontaktu rozważanych obiektów sferycznych.

W myśl poczynionych założeń autorzy modelu zdecydowali, że proces odciażania po wystąpieniu początkowego odkształcenia plastycznego zgodnie z teorią kontaktu Hertz'a będzie wiązał siłę nacisku z nieliniową funkcją odkształcenia. Zgodnie z tym siłę towarzyszącą rozładowywaniu kontaktu opisano poniższą funkcją [202]:

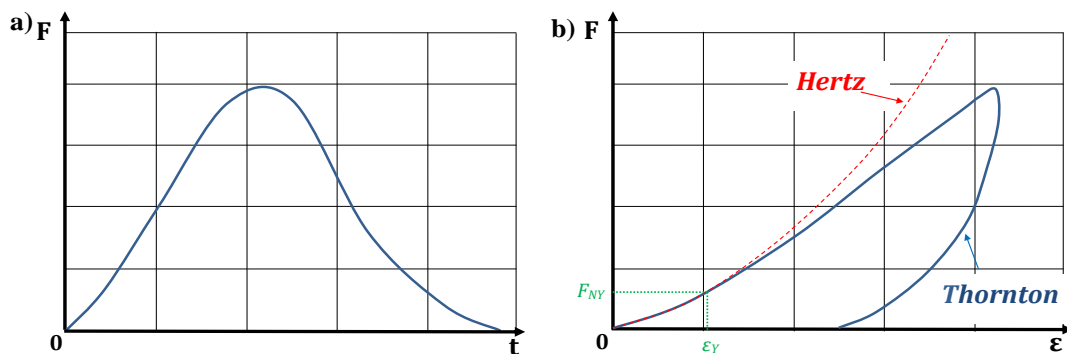
$$F_N = -\frac{4}{3} E_{ij} \sqrt{R_{ijp}} (\varepsilon - \varepsilon_p)^{3/2} \quad (4.56)$$

Co istotne w powyższym modelu matematycznym opisującym relację siła normalna-odkształcenie dla zwiększenia dokładności identyfikacji zjawiska uwzględniono zmianę promienia stykających się obiektów. W skutek zachodzenia trwałych odkształceń plastycznych początkowy promień kontaktu  $R_{ij}$  zastąpiono promieniem  $R_{ijp}$  odpowiadającym nowej geometrii powstałej na skutek oddziaływania maksymalnej siły  $F_{Np}$ . Zgodnie z tym badacze nowy promień opisali jako [202]:

$$R_{ijp} = \frac{4E_{ij}}{3F_{Np}} \left( \frac{2F_{Np} + F_{NY}}{2\pi\delta_Y} \right)^{3/2} \quad (4.57)$$

Powyższy model zapewnia możliwość odzwierciedlenia zjawiska histerezy dla dynamicznego kontaktu elementów sferycznych, przy równoczesnym zachowaniu ciągłości w początkowej jak i końcowej fazie kontaktu (rys. 58). Asymetria w przebiegu impulsu siły dla analizowanego modelu wyraźnie wskazuje na różnice w zachodzeniu sposobu rozproszenia energii dla fazy kompresji i restytucji wynikającej bezpośrednio z zastosowanego podejścia w myśl, którego fazy obciążania jak i odciażania zostały opisane z wykorzystaniem odmiennych zależności siła normalna-odkształcenie.





Rys. 58. Proces zderzenia dla modelu Thornton'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [202])

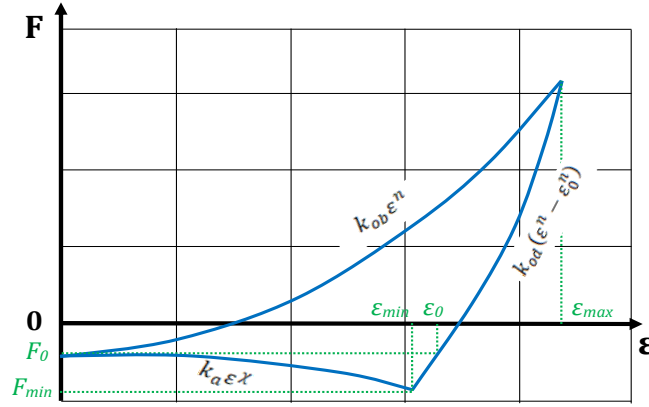
#### 4.4.9. Nieliniowy model EEPA

Model EEPA (Edinburgh Elasto-Plastic Adhesive contact model) stanowi rozwiązanie odwzorowujące kontakt, o charakterze elasto-plastycznym ze szczególnym uwzględnieniem zjawiska adhezji. Nieliniowy model utworzony przez Morrissey'a [151] opracowano jako kolejne rozwinięcie teorii kontaktu Hertz'a implementowane w rozwiązaniu Walton'a i Broun'a umożliwiające odwzorowywanie zjawiska histerezy w trakcie zderzenia elementów sferycznych. Rozwiązanie EEPA wyróżnia dwa zasadnicze etapy w postaci obciążania oraz odciążania, z czego drugi etap ze względu na siły adhezji przebiega według dwóch różnych charakterystyk. Z tego powodu w modelu tym siły kontaktowe wyrażone są za pomocą układu trzech równań [32]:

$$F_N = \begin{cases} F_0 + k_{ob} \varepsilon^n & \text{jeżeli} & k_{od} (\varepsilon^n - \varepsilon_0^n) \geq k_{ob} \varepsilon^n \\ F_0 + k_{od} (\varepsilon^n - \varepsilon_0^n) & \text{jeżeli} & k_{ob} \varepsilon^n > k_{od} (\varepsilon^n - \varepsilon_0^n) > -k_a \varepsilon^\chi \\ F_0 - k_a \varepsilon^\chi & \text{jeżeli} & -k_a \varepsilon^\chi \geq k_{od} (\varepsilon^n - \varepsilon_0^n) \end{cases} \quad (4.58)$$

Gdzie:  $k_{ob}$  - stanowi współczynnik sprężystości dla etapu obciążania,  $k_{od}$  - współczynniki sprężystości dla pierwszego etapu odciążania,  $k_a$  - współczynniki sprężystości dla drugiego etapu odciążania związanego z siłami adhezji,  $\varepsilon$  - odkształcenie towarzyszące zjawisku kontaktu w kierunku normalnym,  $\varepsilon_0$  - odkształcenie dla końca etapu odciążania w momencie gdy siła kontaktowa równoważy się z początkową siłą adhezji.

Zgodnie z poniższym diagramem model EEPA zakłada występowanie sił początkowych  $F_0$  (adhezji) aktywowanych na etapie wykrycia kontaktu przy zerowym odkształceniu  $\varepsilon_0$  [32]. Charakterystyczną cechą EEPA, stanowi odwzorowywanie nieliniowości kontaktu za pomocą funkcji potęgowej, gdzie przebieg obciążania oraz pierwszego etapu odciążania opisuje dokładnie ten sam wykładnik  $n$ . W tym miejscu należy zauważyć, iż fakt ten korelujący oba przebiegi stanowi równocześnie ograniczenie możliwości adaptacyjnych modelu [32]. W efekcie zaproponowanego zapisu matematycznego przebieg odcinka reprezentującego proces odciążania charakteryzuje się mniejszym stopniem zakrzywienia względem odcinka opisującego fazę obciążania.



Rys. 59. Proces zderzenia dla modelu EEPA w postaci zależności siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie[32])

Model EEPA opracowano z myślą zastosowania w aspekcie klasycznych materiałów konstrukcyjnych. Z tego względu autorzy podobnie jak w formacie modelu Hertz'a powiązali opis poszczególnych współczynników równania z klasycznymi stałymi materiałowymi. W efekcie stałe sprężystości  $k_1$ ,  $k_2$  oraz  $k_a$  scharakteryzowano jako [32]:

$$k_1 = \frac{4}{3} E_{ij} \sqrt{R_{ij}} \quad (4.59)$$

$$k_2 = \frac{k_1}{1 - \lambda_p} \quad (4.60)$$

$$k_a = \frac{F_{min} - F_0}{\varepsilon_{min}^\chi} \quad (4.61)$$

Gdzie  $R_{ij}$  jest krzywizną zastępczą stykających się ciał (4.32),  $\lambda_p$  wyraża współczynnik plastyczności. Z kolei  $E_{ij}$  stanowi zastępczym modułem Young'a materiału tworzącego zderzające się obiekty zgodnie z równaniem, który na potrzeby modelu EEPA można zapisać jako:

$$E_{ij} = \left( \frac{(1 - \nu_i)}{2G_i} + \frac{(1 - \nu_j)}{2G_j} \right)^{-1} \quad (4.62)$$

Ponadto zakładając, że zastępczy moduł Kirchhoffa  $G^*$  opisuje równanie (4.32) w modelu EEPA współczynnik Poisson'a można wyrazić  $\nu$  jako [32]:

$$\nu = \frac{4G_{ij} - E_{ij}}{2G_{ij} - E_{ij}} \quad (4.63)$$

Dalej zakładając, że oba zderzające się elementy tworzone są z jednakowego materiału, tj.  $E=E_i=E_j$ ,  $G=G_i=G_j$  oraz  $\nu=\nu_i=\nu_j$ , to na podstawie równań (4.31) oraz (4.62) możliwym staje się wyrażenie zastępczego modułu Young'a następującym zapisem [32]:

$$E_{ij} = \frac{E}{2(1 - \nu^2)} = \frac{G}{1 - \nu} \quad (4.64)$$

#### 4.5. Podsumowanie przeglądu literaturowego

Prowadzone przez lata poszukiwania właściwego opisu przebiegu sił przy zderzeniu doprowadziły do powstania wielu koncepcji teoretycznych. Większość istniejących modeli opisujących siły w trakcie kontaktu opracowano wykorzystując Hertz'owską teorię kontaktu. Z punktu widzenia badań symulacyjnych z wykorzystaniem metody elementów dyskretnych (DEM) wykorzystywanej do prowadzenia rozważań dotyczących mechaniki ośrodków sypkich jedną z istotniejszych cech w budowie takiego modelu stanowi aspekt skomplikowania. Złożoność procesów symulacyjnych przekłada się na znaczne wydłużenie czasów obliczeń, z tego względu od implementowanych modeli kontaktu wymaga się możliwie jak najprostszych struktur matematycznych odwzorowujących zależności siłowo-odkształceniowe. Z tego względu w pracy omówiono budowę najistotniejszych modeli stanowiących sprawdzoną podstawową grupę reprezentacyjną najczęściej wykorzystywaną w symulacjach komputerowych (tab. 1).

Tab. 1. Zestawienie podstawowych modeli kontaktu

Model kontaktu	Własności	Model dla kierunku normalnego
Hooke	Idealnie sprężysty - liniowy	$F_N = k\varepsilon$
Hertz	Idealnie sprężysty - nieliniowy	$F_N = k\varepsilon^n$
Hertz- Mindlin	Idealnie sprężysty - nieliniowy	$F_N = -\frac{4}{3}E_{ij}\sqrt{R_{ij}}\varepsilon^{3/2}$
Kelvin-Voigt	Lepkosprężysty	$F_N = k\varepsilon + c\dot{\varepsilon}$
Cundall-Strack	Lepkosprężysty	$F_N = k\varepsilon + c\dot{\varepsilon}$
Hunt-Crossley	Lepkosprężysty - nieliniowy	$F_N = k\varepsilon^n + c\dot{\varepsilon}$
Walton-Braun	Lepkoplastyczny - linowy	$F_N = \begin{cases} k_{ob}\varepsilon & \dot{\varepsilon} \geq 0 \\ k_{od}(\varepsilon - \varepsilon_0) & \dot{\varepsilon} < 0, \varepsilon \geq \varepsilon_0 \end{cases}$
Thornton	Elastyczno-doskonale plastyczny	$F_N = \begin{cases} -\frac{4}{3}E_{ij}\sqrt{R_{ij}}\varepsilon^{3/2} & \dot{\varepsilon} \geq 0, \varepsilon \leq \varepsilon_Y \\ F_{NY} + \pi\delta_Y R_{ij}(\varepsilon - \varepsilon_Y) & \dot{\varepsilon} \geq 0, \varepsilon > \varepsilon_Y \\ -\frac{4}{3}E_{ij}\sqrt{R_{ijp}}(\varepsilon - \varepsilon_p)^{3/2} & \dot{\varepsilon} < 0, \varepsilon \geq \varepsilon_0 \end{cases}$

Mimo licznie prowadzonych na świecie badań dotyczących identyfikacji poszczególnych właściwości mechanicznych ziaren zbóż (opisanych w rozdziale 3.2 niniejszej pracy) tylko nieliczne z nich dotyczą obszaru kontaktu ziarna z powierzchnią metalową. Zjawiska niezwykle istotnego z punktu widzenia badań i rozwoju maszyn i urządzeń przemysłu rolniczego. Jeszcze większy deficyt informacji dotyczy badań z zakresu wymuszeń o charakterze dynamicznym. W efekcie zrealizowanych prac w aspekcie identyfikacji właściwości mechanicznych ziarna pszenicznego można stwierdzić, że:

- nie opracowano dotychczas kompleksowych modeli opisujących zależność pomiędzy siłą a odkształceniem dla zjawisk dynamicznych,
- nie zidentyfikowano wpływu wilgotności na zależności pomiędzy siłą a odkształceniem dla zjawisk o przebiegu dynamicznym,
- nie zbadano wpływu kierunku obciążania ziarniaka na zależności pomiędzy siłą a odkształceniem dla zjawisk o przebiegu dynamicznym,
- nie opisano modelem matematycznym zjawiska zderzenia ziarniak z powierzchnią metalową,
- nie opracowano uniwersalnego stanowiska badawczego umożliwiającego kompleksowe zbadanie zjawiska zderzenia, tj. uwzględniającego wymuszenia dynamiczne oraz towarzyszące im odkształcenia.

## **5. Badania empiryczne przebiegu sił kontaktowych w układzie ziarno roślinne-powierzchnia zespołu roboczego**

Prace badawcze związane z modelowaniem sił kontaktowych w układzie ziarno roślinne powierzchnia zespołu roboczego podzielono na kilka etapów. W pierwszej kolejności skupiono się na określeniu charakterystyki samego materiału badawczego w postaci ziarna pszenicy, dla którego przeprowadzono pomiary zasadniczych parametrów fizycznych. Pozyskane charakterystyki dostarczyły podstawowych informacji niezbędnych do wyselekcjonowania pomiarowych grup ziarna zapewniających na dalszym etapie prac uzyskanie miarodajnych oraz powtarzalnych wyników prowadzonych eksperymentów. W następnej kolejności skupiono się nad prawidłową identyfikacją przebiegu siły podczas zderzenia pojedynczego ziarna z powierzchnią płaską, w trakcie którego dokonywano pomiaru impulsów uderowych towarzyszących oddziaływaniom dynamicznym. Zaplanowany eksperyment umożliwił pozyskanie informacji stanowiących warunki brzegowe dla docelowych prac badawczych. Na podstawie uzyskanych wyników oraz zrealizowanego przeglądu literaturowego opracowano program badań ujmujący szczegółowo kwestie przygotowania próbek badawczych oraz sformułowano wytyczne dotyczące poszukiwanych parametrów materiałowych dla określonych warunków obciążeń szybkozmiennych.

Ze względu na mikroskalę badanych zjawisk oraz konieczność uwzględnienia dynamicznego charakteru wymuszeń badawczych na potrzeby prowadzenia dalszych prac opracowano wyspecjalizowane stanowiska badawcze umożliwiające dynamiczne pomiary wytrzymałościowe wybranych parametrów ziaren pszenicy. Nowo opracowane urządzenia umożliwiły przeprowadzenie szeregu badań doświadczalnych dostarczających niezbędnych charakterystyk materiałowych w postaci zależności przebiegu odkształcenia od siły je wywołującej. Pozyskane charakterystyki na dalszym etapie planowanych prac zostaną wykorzystane do rozważań teoretycznych dotyczących zaproponowania oraz implementacji reologicznego modelu materiałowego.

### **Charakterystyka próbek badawczych**

Na potrzeby prowadzonych doświadczeń, jako materiał badawczy wybrano ziarno pszenicy ozimej odmiany Memory, stanowiącej obecnie jedną z częściej uprawianych pszenic w Wielkopolsce. Ta stosunkowo nowa odmiana charakteryzująca się znakomitą potencjałem plonowania zaliczana jest do najwyższych grup jakościowych A/B. Pozyskane na potrzeby pracy ziarno zostało zakupione w centrali nasiennej, jako kwalifikowane, czyli gwarantujące pozyskiwanie nasion ze specjalnych pól laboratoryjnych przeznaczonych do upraw materiału siewnego. Ziarno kwalifikowane podlega rygorystycznym procesom weryfikacji poprzez wielostopniowe przesiewanie oraz sortowanie wibracyjne przy wykorzystaniu wyspecjalizowanych separatorów w postaci tryjerów oraz wialni. W procesach tych usuwany jest pośląd, nasiona których gabaryt znacząco odbiegają od średniej ponadto odrzuceniu podlegają uszkodzone ziarna (np. rozczłonkowane), w efekcie tego podejścia zapewniana jest odpowiednia czystość oraz segregacja.

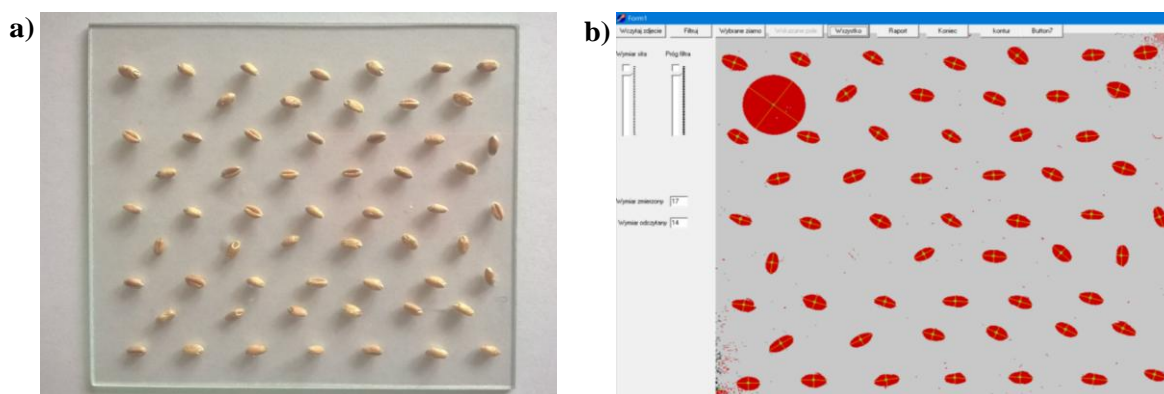
Przed rozpoczęciem wstępnych badań materiał badawczy scharakteryzowano ze względu na cechy fizyczne mające wpływ na przebieg dokonywanych pomiarów, tj. jego

masę, wilgotność oraz główne wymiary. Pomiar masy ziarna wykonano na wadze elektronicznej firmy RADWAG PS 1000/Y, ważącej z dokładnością 0,001g. W tym celu odliczono 200 pobranych losowo nasion a następnie umieszczono równomiernie na powierzchni kontrolnej. Pomiar wilgotność ziarna realizowano na wago-suszarce firmy RADWAG MA200.3YWH.B wykorzystując rutynową metodę odwoławczą oznaczania wilgotności zbóż i przetworów zbożowych zgodną z normą PN-EN ISO 712:2009, polegającą na suszeniu w temperaturze 130 stopni C odpowiednio przygotowanej próbki analitycznej.

Na potrzeby identyfikacji cech geometrycznych badanego ziarna wykorzystano metodę fotogrametryczną. Pomiar realizowano z zastosowaniem utworzonego w Zakładzie Maszyn Roboczych oprogramowania o nazwie *Gabar* napisanego w środowisku Delphi. W programie dokonywano analiz odpowiednio przygotowanych obrazów w postaci zdjęć płytek pomiarowych (rys. 60. a). Dla zwiększenia dokładności pomiarowej, wprowadzane zdjęcia każdorazowo wykonywano jako wysoko kontrastowe wykorzystując w tym celu specjalnie skonstruowany stół oświetleniowy pozwalający na oddolne doświetlenie próbek pomiarowych. Takie przygotowanie zdjęcia pozwalało na w pełni efektywne wykorzystanie narzędzi filtracyjnych oprogramowania oraz identyfikację głównych wymiarów gabarytowych wszystkich rozważanych ziaren (rys. 60. b). Ponadto *Gabar* został wyposażony w podstawowe narzędzia statystyczne umożliwiające poszerzenie możliwości analizy pozyskanych wyników min. o wyznaczenie wartości średniej i średniego odchylenia kwadratowego zmierzonych wymiarów nasion.

W wyniku przeprowadzonych pomiarów ustalono następującą charakterystykę materiału:

- średnia masa ziaren:  $0,045 \pm 0,008$  g,
- wilgotność podstawowa: 7 %,
- długość ziarna:  $6,41 \pm 0,5$  mm,
- szerokość ziarna:  $3,04 \pm 0,38$  mm.



Rys. 60. Identyfikacja cech geometrycznych: a) płytka pomiarowa, b) okno programu do pomiaru geometrii ziarna

Procedura regulacji poziomu wilgotności w ziarnie została przeprowadzana z wykorzystaniem procesu kondycjonowania, który obejmował dodawanie wody destylowanej do próbek o wadze 100 gramów. Aby osiągnąć pożądaną poziom wilgotności w całym materiale, próbki były przechowywane w szczelnie zamkniętych pojemnikach w komorze chłodniczej o stałej temperaturze wynoszącej 3°C i poddawane wielokrotnemu wstrząsaniu w

ciągu dnia. Ilość wody, która musiała zostać dodana do próbek w celu uzyskania pożądanego poziomu wilgotności, została określona na podstawie następującej zależności:

$$\Delta_{mw} = \frac{w_1 - w_0}{100 - w_1} m \quad (5.1)$$

gdzie:  $\Delta_{mw}$  - masa brakującej wody,  $m$  - masa ziarna,  $w_0$ ,  $w_1$  - wilgotność poszukiwana,  $w_0$  - wilgotność początkowa.

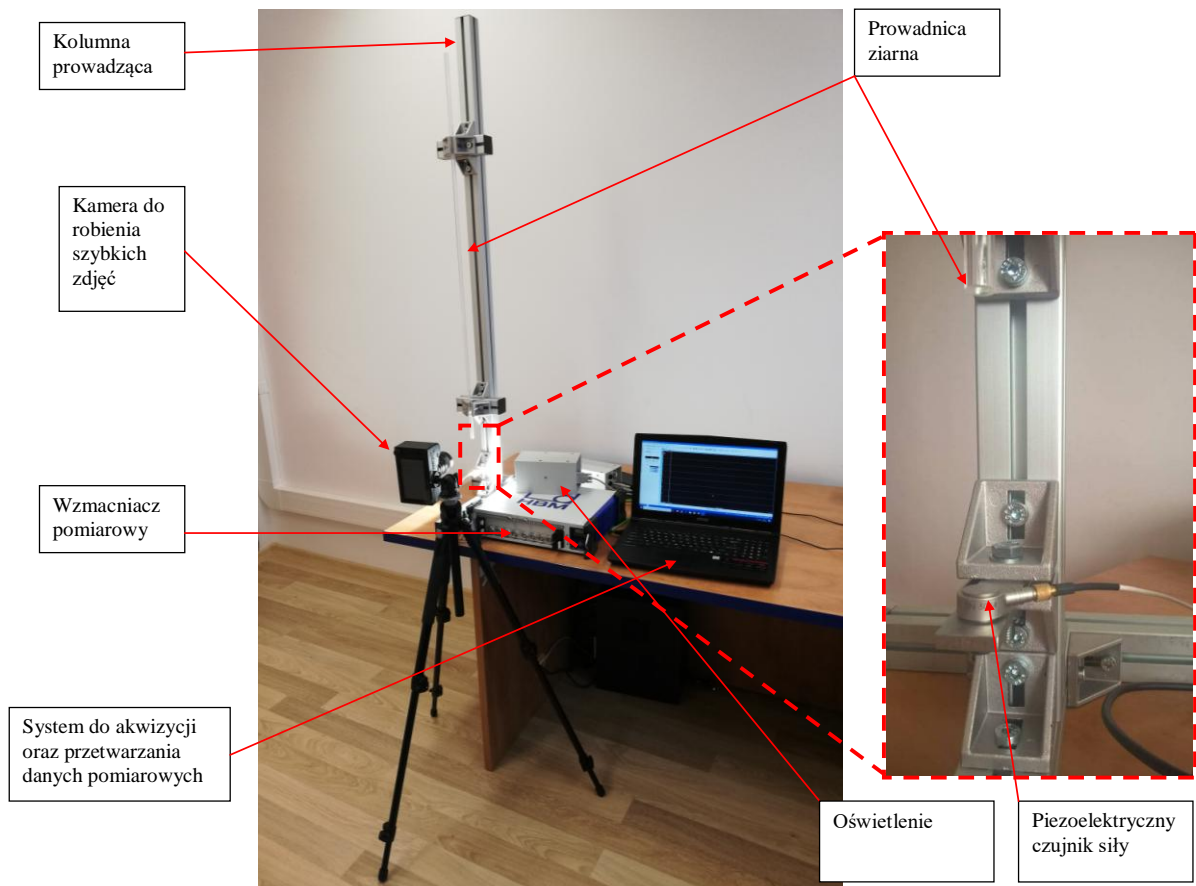
## **5.1. Badania wstępne**

W początkowej części badań skupiono się na szczegółowej identyfikacji zjawisk towarzyszących zderzeniu ziarna z powierzchniami roboczymi maszyn rolniczych. Przeprowadzono badania mające na celu pozyskanie podstawowych danych empirycznych w postaci przebiegu siły w czasie. Uzyskane na tym etapie wyniki pozwoliły na zdobycie wiedzy do zaplanowania dalszych prac badawczych mających na celu pozyskanie charakterystyk odkształceniowych.

### **5.1.1. Metodyka badań wstępnych**

Obserwacja pomiarowa zjawiska zderzenia dostarcza wielu cennych informacji o właściwościach zderzających się ciał lecz ze względu na dynamiczny charakter przebiegu zjawiska, wiąże się z wieloma problemami natury technicznej dotyczącymi prawidłowego doboru aparatury pomiarowej oraz akwizycji danych. Z tego względu w ramach podjętych działań skonstruowane zostało wyspecjalizowane stanowisko badawcze w postaci układu do zrzucania ziarna na czujnik siły (rys. 61). W skład opracowanego stanowiska weszły takie składowe jak: aluminiowa rama stanowiąca kolumnę wsporczą; przezroczysta prowadnica ziarna, piezoelektryczny czujnik siły, kamera do robienia szybkich zdjęć, oświetlenie, wzmacniacz pomiarowy, komputer stanowiący system do akwizycji oraz przetwarzania danych pomiarowych.

W opracowanym stanowisku do pomiaru przebiegu sił wykorzystano piezoelektryczny czujnik siły PCB200, o czułości  $112410 \text{ mV} \cdot \text{kN}^{-1}$  i zakresie pomiarowym  $0,04448 \text{ kN}$ . Jako układ kontrolno pomiarowy zastosowano wzmacniacz HBM GEN2tB umożliwiający rejestrację danych pomiarowych z częstotliwością  $1000 \text{ 000 Hz}$ . Ponadto do pomiaru prędkości badanego ziarna w trakcie zderzenia wykorzystano kamerę do robienia szybkich zdjęć Chronos 1.4.



Rys. 61. Widok stanowiska do badania zderzeń

Zastosowany system wizyjny umożliwił rejestrację obrazów o rozdzielczości 640x240 pikseli z szybkością  $FPS=8816$  klatek na sekundę. Rejestracja obrazu obejmowała dystans znajdujący się pomiędzy wylotem z przezroczystej prowadnicy, a powierzchnią pomiarową czujnika siły w wymiarze  $\Delta \Phi = 80\text{mm}$ . Do wyznaczenia prędkości wykorzystano metodę polegającą na obserwacji punktów odniesienia na powierzchni poruszającego się ziarna zakładając na potrzeby obliczeń, iż punkty te poruszają się w tym samym kierunku z tą samą prędkością względem obserwatora (tj. kamery). Jako, że obiekt w trakcie swobodnego upadku na skutek min. oporów powietrza może podlegać rotacji za punkt spełniający poczynione założenia uznano umowny środek geometryczny ziarna. W związku zapewnieniem stabilnego ustawienia kamery założono iż prędkość obliczona względem kamery jest równa prędkości względem czujnika siły. Takie rozwiązanie umożliwiło wyznaczenie czasu przelotu ziarna  $\Delta t$  na podstawie zliczenia ilości klatek  $FR$  w rejestrowanym obrazie na podstawie, którego wyznaczono wartość prędkości chwilowej zgodnie z równaniem:

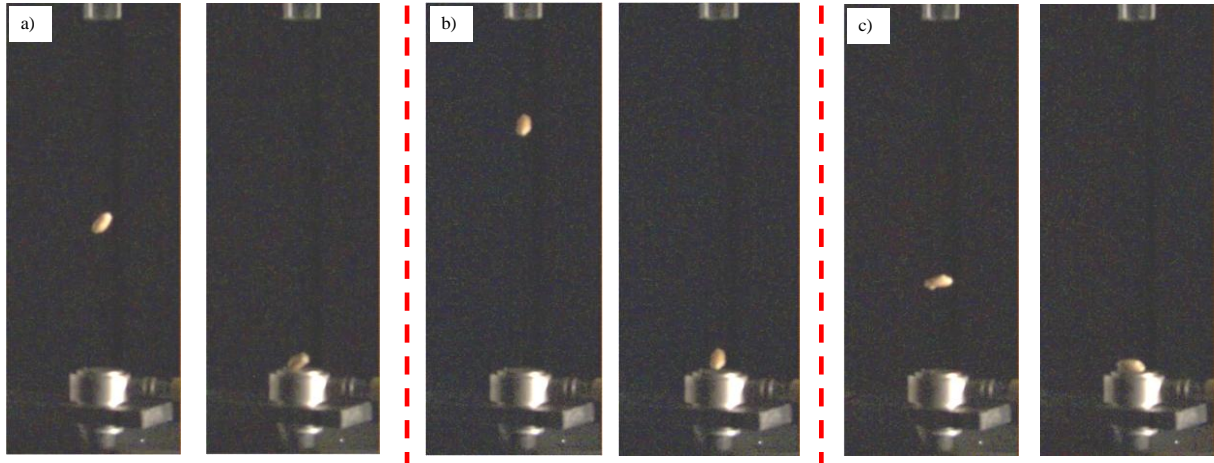
$$v = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi}{\frac{FR}{FPS}} \quad (5.2)$$

gdzie:  $FPS$  – liczba klatek na sekundę.

Zastosowanie optycznej metody pomiarowej do wyznaczania prędkości poruszającego się ziarna umożliwiło równoczesne prowadzenie precyzyjnych prac obserwacyjnych. Każdorazowy zrzut ziarna na powierzchnię czujnika podlegał analizie w aspekcie ułożenia ziarna w chwili zderzenia. Przykładowe efekty obserwacji przedstawiono na rysunku

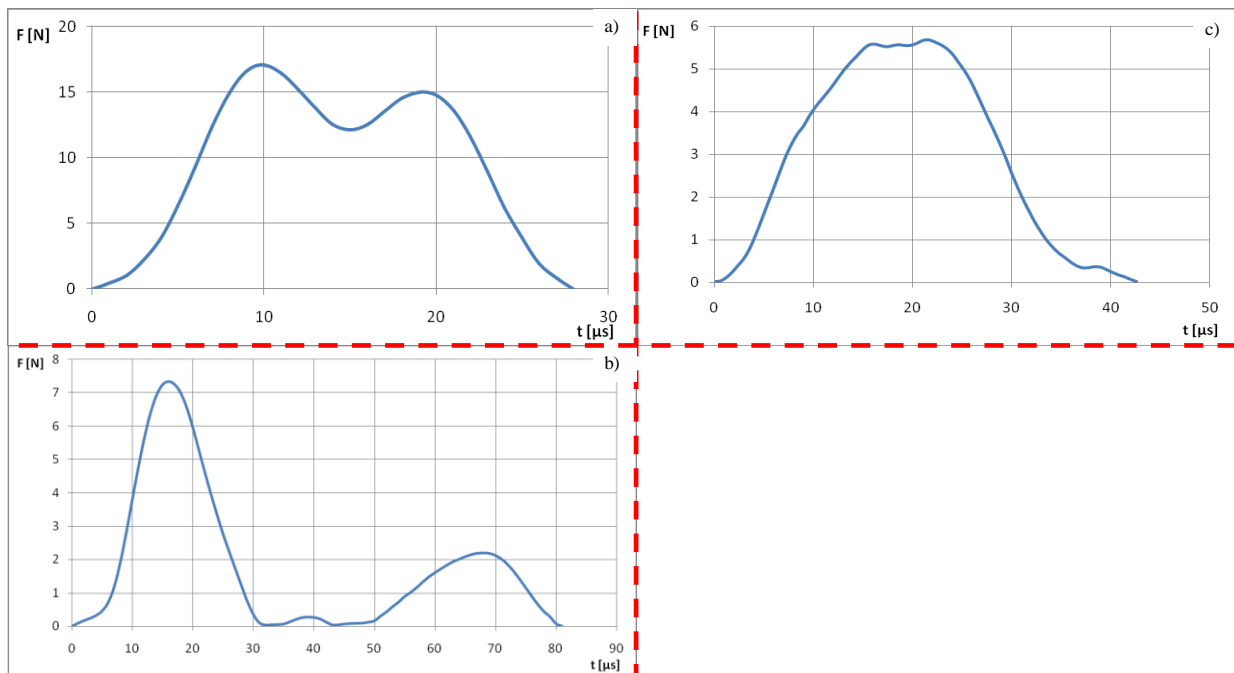


numer 62 ukazującym fazę lotu tuż przed uderzeniem oraz moment samego zderzenia. Obserwacje w trakcie eksperymentu zostały ukierunkowane na eliminację z pod rozważań przypadków ziarniaków o nadmiernej rotacji, mogącej istotnie zaburzać wyniki pomiarów poszukiwanej siły kontaktowej.



Rys. 62. Widok wybranych ułożeń ziarna w trakcie lotu oraz zderzenia z powierzchnią czujnika siły: a – kątowe; b – prostopadłe; c – równoległe

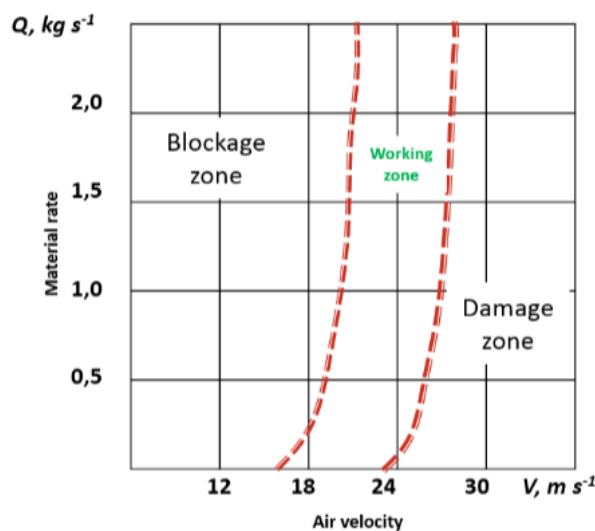
Efektom nieprostopadłego uderzenia ziarniaka były liczne aberracje możliwe do zaobserwowania w postaci np. wielowierzchołkowych przebiegów siły. Przykłady tego rodzaju przypadków zostały przedstawione na rys. 63. Stanowiły one niepożądany stan odczytu nieodpowiadający poszukiwanym informacją dotyczącym sił kontaktowych dla zjawiska zderzenia prostopadłego.



Rys. 63. Przykładowe przebiegi sił zderzenia dla kątowych ułożeń ziarna

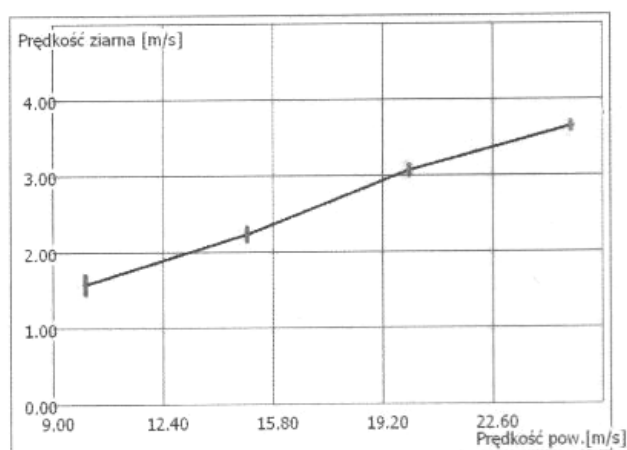
Stanowisko umożliwiło przeprowadzenie serii powtarzalnych badań w trakcie, których pojedyncze ziarno zrzucano za pośrednictwem przezroczystej prowadnicy na powierzchnię czujnika piezoelektrycznego. Eksperyment przeprowadzono dla czterech różnych wartości wilgotności materiału badawczego, tj.: 7; 10; 13 oraz 16 %. Dla każdego z rozważanych poziomów wilgotności każdorazowo przeprowadzono pomiary dla 100 losowo wybranych ziaren pszenicy, zrzucając połowę z nich tak aby uderzenie nastąpiło od strony zarodka, a drugą połowę ukierunkowując bródką. Prędkość zderzenia regulowano w zakresie od 1,5 do 4,5 m·s<sup>-1</sup>. Niższe zakresy prędkości osiągnąć można poprzez swobodny zrzut z odpowiednio dobranej wysokości z zakresu od 200 do 1000 mm. Na potrzeby osiągnięcia maksymalnych rozważanych prędkości zderzenia oscylujących w okolicach 4,5 ms<sup>-1</sup> dodatkowo wprowadzono wymuszony obieg powietrza.

Zakresy wyznaczonych prędkości ustalono na podstawie wyników badań opracowanych przez Seglera w 1951 roku, który wyznaczył graniczną dopuszczalną prędkość powietrza dla transportu pneumatycznego ziarna pszenicy o wartości 27,5 ms<sup>-1</sup> (rys. 64). Autor badań ustalił, iż powyżej tej granicy następują uszkodzenia w strukturze ziarniaka nieodwracalnie obniżające jego wartość biologiczną i tym samym wykluczające z poprawnego kiełkowania oraz wzrostu.



Rys. 64. Zalecane wartości prędkości przepływu powietrza w siewnikach dla ziaren pszenicy [175]

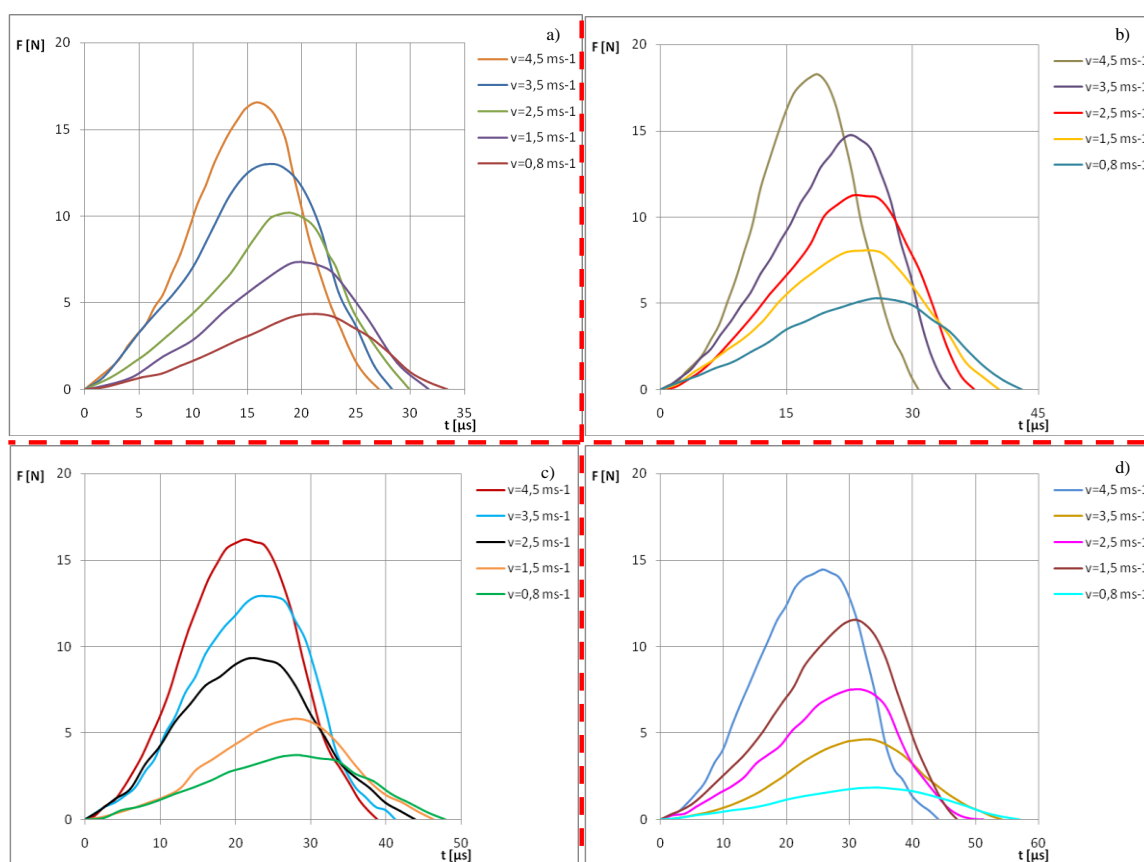
Zgodnie z wynikami pomiarów prowadzonymi w Zakładzie Maszyn Roboczych Politechniki Poznańskiej dla ziarna pszenicy [59, 60] (rys. 65), prędkość 27,5 ms<sup>-1</sup> powietrza transportującego w przewodzie nasiennym pneumatycznego siewnika zbożowego dla nasion o wilgotności 7,5% przekłada się na ruch ziarna z prędkością 4,5 ms<sup>-1</sup>.



Rys. 65. Zależność prędkości ziarna od prędkości powietrza w przewodzie nasiennym o długości 2 m [59]

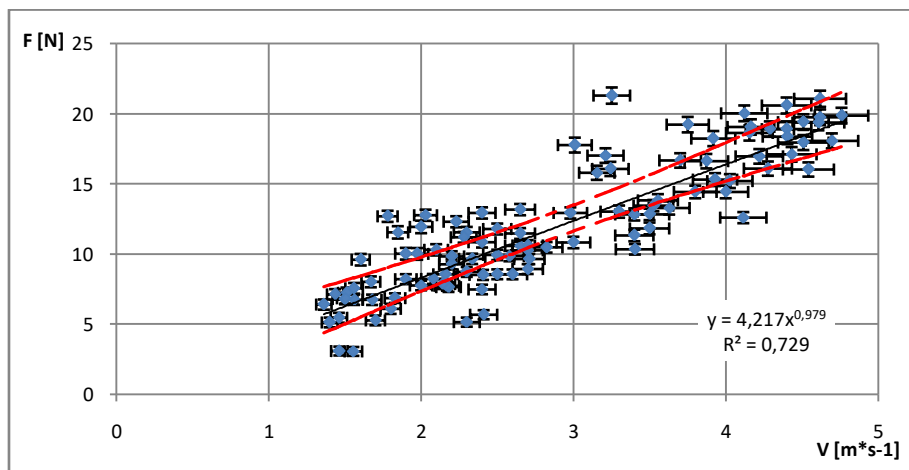
### 5.1.2. Wyniki badań wstępnych

Wykorzystując opracowane stanowisko badawcze zrealizowano szereg badań mających na celu identyfikację sił kontaktowych dla zjawiska zderzenia ziarna pszenicy z płaską powierzchnią metalową. Uzyskane wyniki zostały zilustrowane na rysunkach od 67 do 71. Przykładowe charakterystyki obrazujące postać pojedynczych przebiegów siły dla różnych prędkości uderzenia przedstawiono na rysunku 66.

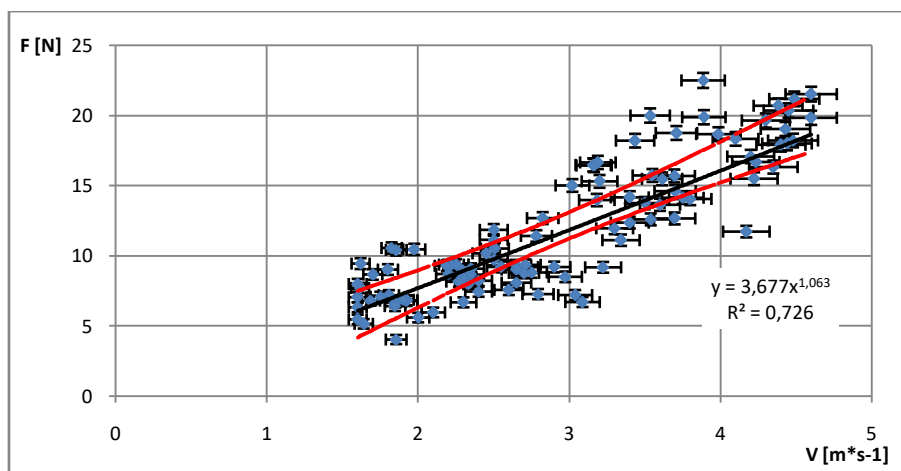


Rys. 66. Porównanie przykładowych przebiegów sił zderzenia dla ziarna pszenicy o wilgotności: a - 7%, b - 10%, c - 13%, d - 16%

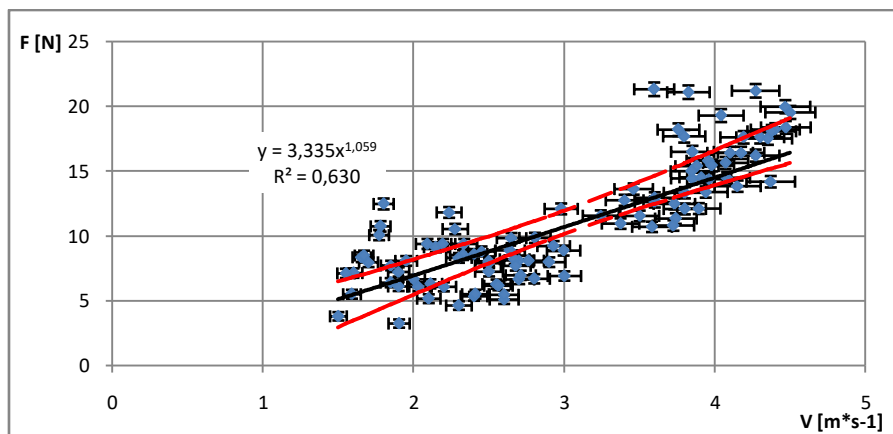
Wyniki kompleksowych badań na próbie 400 losowo wybranych ziarniaków zrzucanych z różnymi prędkościami dla czterech rozważanych stopni wilgotności zawarto kolejno na rysunkach 67, 68, 69 oraz 70. Na potrzeby określenia wstępnej współzależności między rozważanymi zmiennymi dokonano estymacji z wykorzystaniem regresji liniowej oraz nieliniowej. Tego rodzaju podejście pozwoliło na ocenę jakości dopasowania zaproponowanych modeli poprzez porównanie wyznaczonych współczynników determinacji. W efekcie prac stwierdzono, iż przyjmując jako zmienną zależną siłę uderzenia, a jako zmienną niezależną prędkość ziarna w chwili kontaktu najlepiej dopasowanym okazał się potęgowy opis zachodzących powiązań. Podobny tok postępowania został przyjęty dla pozostałych rozważań prezentując na wykresach efekt końcowy w postaci docelowo przyjętych modeli regresji. Ponadto w celu określenia prawdopodobieństwa zasięgu przyjętych modeli każdorazowo dokonywano szacowania parametrów zmiennych losowych. We wszystkich rozważanych przypadkach na potrzeby obliczeń przyjęto poziom ufności na poziomie 95%. Prognozy w postaci przedziałów ufności zwizualizowano na wykresach z wykorzystaniem krzywych Nevmana oznaczonych czerwoną linią przerywaną.



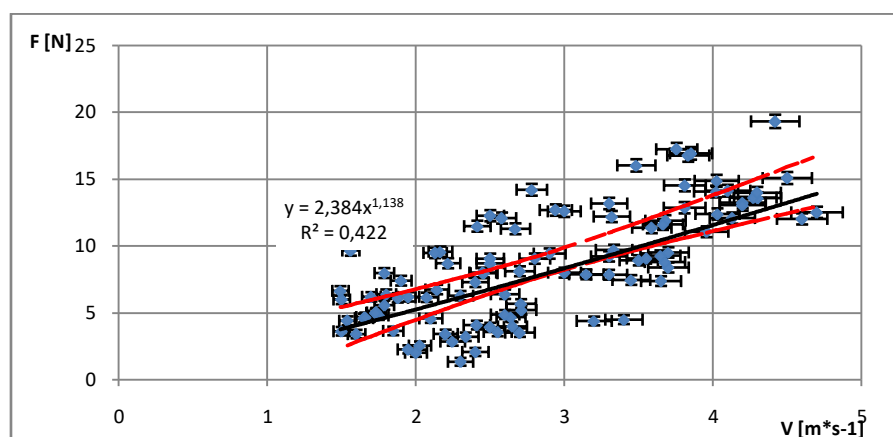
Rys. 67. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 7%



Rys. 68. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 10%

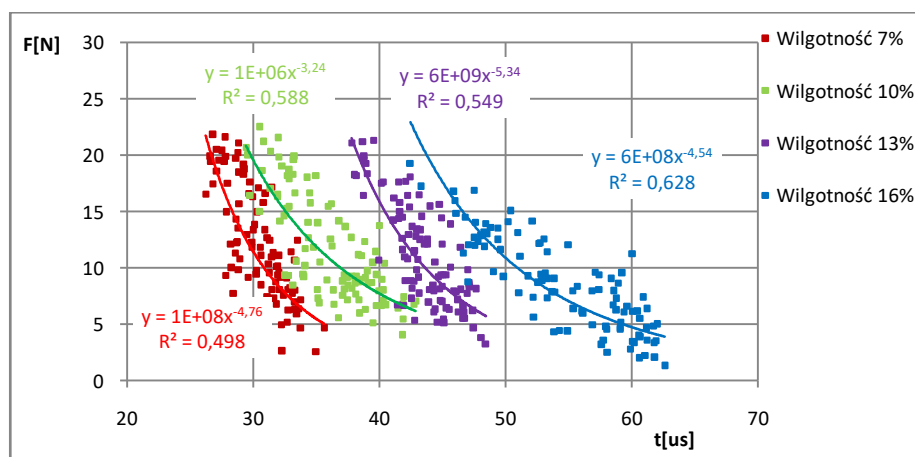


Rys. 69. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 13%

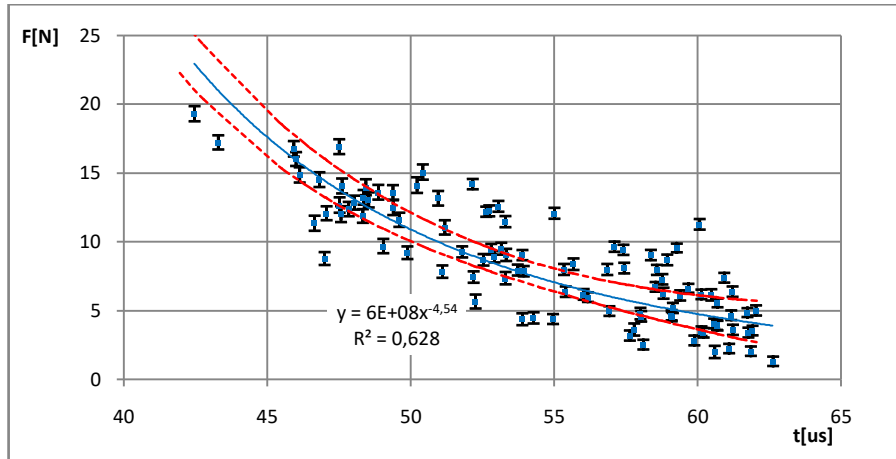


Rys. 70. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 16%

Szczegółowość prowadzonych badań pozwoliła na wykreślenie charakterystyk obrazujących zależność czasu kontaktu ziarna od siły zderzenia. Identyfikacja przebiegu funkcji  $F(t)$  (rys. 66) stanowi kluczowy aspekt poznawczy na drodze do modelowania charakterystyk materiałowych, a zamieszczone na rysunku 71 dane uwidoczniły jego zmienność również w kwestii zawartości wody w badanych próbkach. Na potrzeby poprawy czytelności przyjęty model regresji linowej wraz z wyznaczonym przedziałem ufności zaprezentowano na osobnej ilustracji nr 72, przedstawiając przebieg dla wilgotności 7%.



Rys. 71. Zależność czasu kontaktu od prędkości początkowej ziarna w chwili zderzenia



Rys. 72. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależności czasu kontaktu od prędkości początkowej ziarna w chwili zderzenia na przykładzie pomiarów dla wilgotności 16%

Na potrzeby określenia dokładności realizowanego procesu doświadczalnego dokonano niezbędnego szacowania niepewności pomiarowej siły zderzenia (rys. 73). W przypadku prowadzonych badań z wykorzystaniem piezoelektrycznego czujnika siły PCB 200 polegających na wykorzystaniu metod innych aniżeli analiza statystyczna dominującym udziałem składnika niepewności stał się pojedynczy pomiar. Z tego względu ocenę przeprowadzono na podstawie metody typu B wynikającej ze skończonej dokładności przyrządu [89], wartość niepewności wyznaczanej metodą A uznano za pomijalną. Szacowanie niepewności wiązało się z koniecznością wyznaczenia jej wartości dla każdej wielkości mierzonej z osobna. Przyjęty algorytm zakładał, iż wartość estymaty wielkości mierzonej stanowi bezpośredni odczyt z układu pomiarowego. Na potrzeby szacowania niepewności założono, iż funkcja gęstości prawdopodobieństwa dla uzyskiwanych wyników pomiaru przyjmuje rozkład prostokątny zgodnie z założeniami przyjętymi w pracach [74, 89], a odchylenie standardowe  $S_B(F)$  zostało wyrażone zgodnie z następującym zapisem [74]:

$$S_B(F) = \frac{\Delta_{gr}}{\sqrt{3}} \quad (5.3)$$

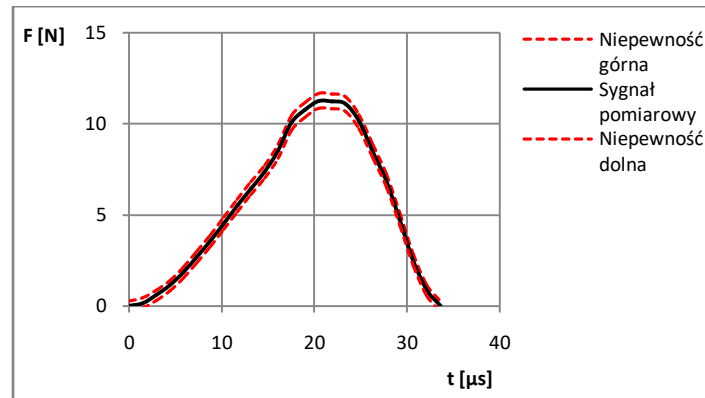
gdzie:  $\Delta_{gr}$  - niepewność wzorcowania.

W procesie obliczeniowym w celu określenia dokładności wskazań aparatury badawczej uwzględniono zgodnie ze specyfikacją producenta błąd nieliniowości wynoszący 1% FS (FS-fullscale) oraz błąd temperaturowy sięgający 0,054%. Tym samym możliwym stało się wyznaczenie niepewności złożonej  $S_F$  jako pierwiastka z potęgi odchylenia standardowego. Ostatecznie w poszukiwaniu przedziału otaczającego menzurandum na podstawie literatury przedmiotu [89, 74, 75] ustalono, iż końcowa niepewność rozszerzona  $U$  zostanie opisana wzorem:

$$U = k \cdot S_B(F) \quad (5.4)$$

gdzie:  $k$  - współczynnik rozszerzenia.

Podjęte działania związane z szacowaniem niepewności złożonej zrealizowano z założeniem przyjęcia 95% prawdopodobieństwa rozszerzonego o rozkładzie normalnym, który to w toku prowadzonych obliczeń został wyrażony poprzez dobranie współczynnika rozszerzenia w wymiarze  $k=2$ .



Rys. 73. Przykładowy przebieg niepewności pomiarowej dla rejestrowanej siły

Wartość prędkości  $v_z$  stanowi wielkość złożoną, wyznaczaną na podstawie zależności pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi zgodnie z równaniem 5.2. Z tego względu niezbędnym było uwzględnienie niepewności każdej ze składowych zgodnie z prawem propagacji poprzez sumowanie kwadratów niepewności z uwzględnieniem odpowiednich ich wag [41]. Wyróżnione składowe niepewności tj. drogi  $S_\Phi$  jak i również czasu  $S_{\Delta t}$  same w sobie z osobna stanowią zagadnienie wielkości złożonej. Zgodnie z nimi niepewność standardową prędkości można zapisać [41]:

$$S_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial \Phi} \cdot S_\Phi\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \Delta t} \cdot S_{\Delta t}\right)^2} \quad (5.5)$$

W przypadku obliczeń czasu zgodnie z publikacją [113] ustalono, iż niepewność dla wykorzystywanej kamery wynosi  $S_{FR} = 0,057$  FR. Uwzględniając ów parametr dla prowadzonego eksperymentu niepewność standardowa pomiaru czasu została wyrażona wzorem [113]:

$$S_{\Delta t} = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta t}{\partial FR} \cdot S_{FR}\right)^2} \quad (5.6)$$

Wyznaczenie w prowadzonych pomiarach niepewności drogi  $S_\Phi$  wymagało prócz uwzględnienia precyzji ustalenia poszczególnych składowych konstrukcji stanowiska badawczego również oceny precyzji obserwacji wykorzystanego systemu wizyjnego. Realizowany pomiar drogi dotyczył odcina od wylotu z przezroczystej prowadnicy do powierzchni czujnika siły (rys. 62), który to został ustalony przy wykorzystaniu głowicy mikrometrycznej z niepewnością wzorcową  $\Delta_d \Phi = 0,004$  mm oraz niepewnością eksperymentatora  $\Delta_e \Phi = 0,001$  mm. Przyjmując prostokątny układ rozkładu prawdopodobieństwa odchylenie standardowe eksperymentatora  $S_{\Phi_e}$  oraz wzorcowania  $S_{\Phi_d}$  wyznaczono zgodnie z poniższymi zależnościami [75]:

$$S_{\Phi_e} = \frac{\Delta_e \Phi}{\sqrt{3}} \quad (5.7)$$

$$S_{\Phi_d} = \frac{\Delta_d \Phi}{\sqrt{3}} \quad (5.8)$$

Na potrzeby oceny niepewności przypadkowej wartości średniej  $\bar{\Phi}$  dla  $n=6$  pomiarów wykorzystano rozkład Studenta oraz wyznaczono odchylenie standardowe  $S_{\bar{\Phi}}$  [75]:

$$S_{\bar{\Phi}} = t_n \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (\Phi_n - \bar{\Phi})^2}{n \cdot (n - 1)}} \quad (5.9)$$

W trakcie prowadzonych badań równie istotnym było uwzględnienie czynnika związanego z niedokładnością obserwacji  $S_{\Phi_0}$  realizowanych z wykorzystaniem szybkiej kamery Chronos. Obserwacje wiązały się z prawidłowym identyfikowaniem klatki obrazu określającej położenie ziarna względem stanowiska. W tym przypadku niepewność wskazań wynika bezpośrednio z dokładności wykonania obiektywu oraz ograniczenia rozdzielczości pikseli tworzących kontur ziarna [113]. Z tego względu zgodnie z badaniami przedstawionymi w publikacji [222] założono, iż niepewność położenia jest równa  $\Delta_{\Phi_0} = 0,006$  mm, a tzw. błąd dystorsji zastosowanego obiektywu symetrycznego wynosi  $\Delta_{\Phi_D} = 0,001$  mm.

Zgodnie z powyższym uwzględniając wszystkie wymienione rodzaje niepewności oraz przy założeniu na potrzeby bieżącego rozważania 68,3% pewności, niepewność standardową  $S_{\Phi}$  wyznaczono według następującego równania [75]:

$$S_{\Phi} = \sqrt{S_{\Phi_e}^2 + S_{\Phi_d}^2 + S_{\bar{\Phi}}^2 + S_{\Phi_0}^2 + S_{\Phi_D}^2} \quad (5.10)$$

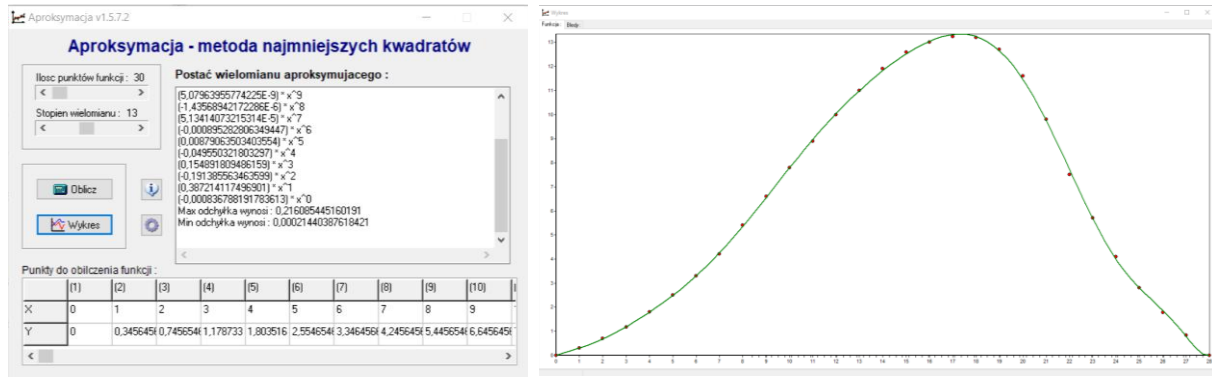
Osobne rozważania podjęto w kwestii zagadnienia wyznaczania niepewności standardowej pomiaru czasu dla przebiegów siły  $F(t)$ . W działaniach tych jako licznik czasu wykorzystano wzmacniacz pomiarowy Sirius. Zgodnie z danymi producenta w zastosowanym egzemplarzu w procesie wzorcowania wykazano, iż parametr techniczny w postaci niepewności podstawy czasu wynosi  $S_t = 5$  ppm (parts per milion), czyli  $S_t = 5 \cdot 10^{-4}\%$ . W celu wyliczenia niepewności standardowej prowadzącej do niepewności złożonej postępowano analogicznie jak w przypadku siły zderzenia. Na potrzeby obliczeń przyjęto prawdopodobieństwo 95% o rozkładzie normalnym wraz ze współczynnikiem rozszerzenia w wymiarze  $k=2$ .

## Badania współczynnika restytucji

Zrealizowane w toku prowadzonego eksperymentu pomiary dostarczyły wielu danych, w tym charakterystyk pozwalających na wyznaczenie współczynnika uderzenia tzw. współczynnika restytucji  $R$ , parametru charakteryzującego rozproszenie energii towarzyszącej zjawisku zderzenia. Stanowi on jedną z istotniejszych właściwości umożliwiającą określenie stopnia sprężystości, który w przypadku materiałów pochodzenia roślinnego stanowi parametr tłumienia lepko sprężystego [86].



Zgodnie z równaniami (4.25) oraz (4.26) w celu wyznaczenia współczynnika restytucji, uzyskane w wyniku eksperymentu przebiegi w postaci zależności siły od czasu poddano aproksymacji. Co pozwoliło wyrazić je w formie skończonych funkcji wielomianowych  $F(t)$ . W tym celu wykorzystano program Aproksymacja w wersji 1.5.7.2, który to bazując na metodzie przybliżania rozwiązań układów nadokreślonych metodą najmniejszych kwadratów umożliwił odwzorowanie zbiorów danych pomiarowych (rys. 74).

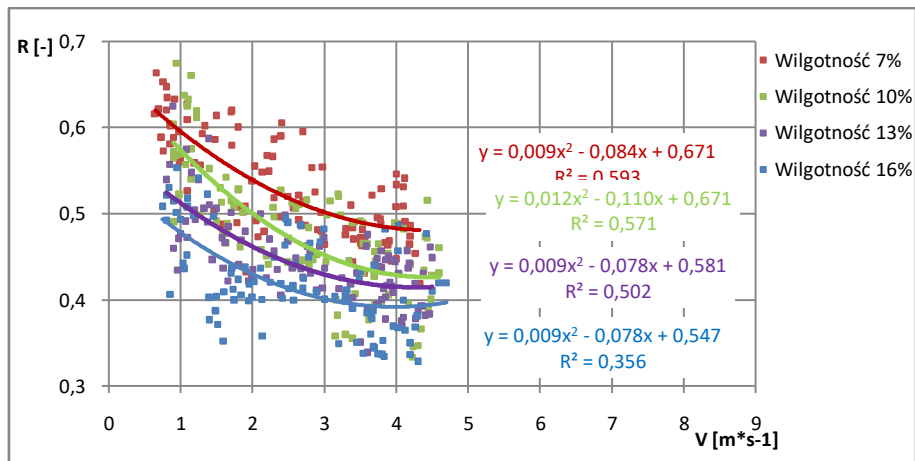


Rys. 74. Okno programu Aproksymacja

Na potrzeby zwiększenia precyzji realizowanego zabiegu, każdorazowo zbiór punktów stanowiący dane pomiarowe pojedynczego uderzenia przed przystąpieniem do aproksymacji poddawano podziałowi. Rozdział danych przebiegał w punkcie maksymalnej wartości siły. Tym samym całkowity przebieg opisywano z wykorzystaniem dwóch funkcji min. szóstego stopnia, które w dalszej części poddane całkowaniu pozwoliły na wyliczenie popędu siły zgodnie z równaniem (4.27).

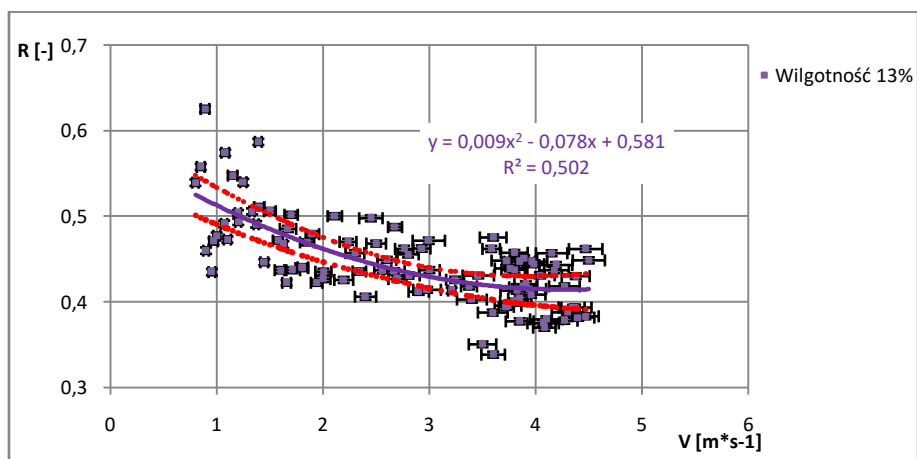
Przeprowadzenie obliczeń dla pełnej próby badawczej w postaci 400 rozpatrywanych przypadków zderzeniowych badanego ziarna pszenicy umożliwiło wykreślenie przebiegu współczynnika restytucji w zależności od prędkości oraz siły zderzenia dla wszystkich czterech rozważanych poziomów wilgotności (rys. 75). W przeprowadzonych badaniach ze względu na stosunkowo niewielkie prędkości zderzenia z pewnością można przyjąć, iż wartość wyznaczanego współczynnika restytucji nie jest uzależniona od uszkodzeń lecz jest efektem rozproszenia energii w ziarniaku.

Zebrane zbiory danych poddano aproksymacji z wykorzystaniem regresji liniowej oraz wielomianowej. Uzyskane współczynniki jakości dopasowania nie wykazały istotnego wzrostu nawet przy zastosowaniu wielomianów wyższego stopnia. Z tego względu uznano za adekwatnym przyjęcie charakterystyk kwadratowych jako prawidłowe ujęcie związków pomiędzy zmiennymi.



Rys. 75. Wartości współczynnika restytucji R w zależności od prędkości zderzenia

Na potrzeby określenia dokładności realizowanego procesu doświadczalnego dokonano niezbędnego szacowania niepewności pomiarowej uzyskanych wartości współczynnika restytucji  $R$ . Wartość ta stanowi wielkość złożoną, wyznaczaną na podstawie zależności (4.27). Dla tego niezbędne okazało się uwzględnienie niepewności każdej ze składowych poprzez sumowanie ich kwadratów. Jako, że źródło danych pomiarowych stanowił czujnik siły PCB200 przyjęto tok postępowania zgodny z opisanym na początku rozdziału, tj. ocenę niepewności przeprowadzono na podstawie metody B. W celu określenia dokładności wskazań aparatury badawczej uwzględniono błąd nieliniowości, błąd temperaturowy oraz niepewności podstawy czasu  $S_t$  wzmacniacza pomiarowego. Podjęte działania związane z szacowaniem niepewności złożonej zrealizowano z założeniem przyjęcia 95% prawdopodobieństwa rozszerzonego o rozkładzie normalnym, dla którego współczynnik rozszerzenia przyjęto jako  $k=2$ . Wyniki zawierające naniesione w postaci słupków błęd niepewności pomiarowe przedstawiono poniżej (rys. 76) na przykładzie pomiarów dla ziarna o wilgotności 13%.



Rys. 76. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależność współczynnika restytucji od prędkości ziarna w chwili zderzenia na przykładzie pomiarów dla wilgotności 13%

## Analiza statystyczna wyników

Dla uporządkowania otrzymanych wyników przeprowadzono analizy statystyczne przy użyciu oprogramowania Statistica. Wykorzystano nieparametryczną analizę korelacji Spearmana, aby sprawdzić, czy istnieje istotny związek pomiędzy badanymi zmiennymi. Dodatkowo, przeprowadzono analizę wariancji, aby sprawdzić, czy występują istotne różnice między poszczególnymi pomiarami wilgotności wśród analizowanych zmiennych. W przypadku stwierdzenia istotnych różnic, zastosowano odpowiedni test post-hoc, który pozwolił określić, między którymi dokładnie pomiarami wilgotności występują istotne różnice. Wybór testu dokonano na podstawie jednorodności wariancji w porównywanych grupach.

W przeprowadzonych analizach zastosowano siedem statystyk opisowych: medianę  $Me$ , średnią  $M$ , minimum, maksimum, pierwszy kwartył  $Q1$ , trzeci kwartył  $Q3$  oraz odchylenie standardowe  $SD$ . Za poziom istotny statystycznie została przyjęta wartość  $p < 0,05$ . W pierwszym kroku sprawdzono czy występuje istotny statystycznie związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla poszczególnych pomiarów wilgotności (tab. 2 do tab. 5). Dla wszystkich pomiarów wilgotności zaobserwowano występowanie dodatnich związków pomiędzy prędkością zderzenia, a siłą kontaktu. Im większa prędkość zderzenia, tym większa siła. To samo dotyczy związku pomiędzy prędkością zderzenia oraz czasem oddziaływania. Ujemny natomiast związek jest charakterystyczny dla prędkości oraz współczynnika restytucji. Im większa prędkość zderzenia, tym niższa wartość współczynnika restytucji. Najsilniejszy związek pomiędzy prędkością zderzenia ziarna, a współczynnikiem restytucji dotyczy pomiaru wilgotności wynoszącej 10%. Powyższe wyniki przyjmują charakter zgodny z badaniami prowadzonymi przez innych naukowców w odniesieniu do materiałów ziarnistych pochodzenia roślinnego [203, 79, 23, 216].

Tab. 2. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 7%

Zmienna	Prędkość zderzenia	Siła oddziałująca na ziarno	Czas oddziaływania	Współczynnik restytucji
Prędkość zderzenia	-	$r_s = 0.89; p < 0.001$	$r_s = 0.8; p < 0.001$	$r_s = -0.66; p < 0.001$
Siła oddziałująca na ziarno	$r_s = 0.89; p < 0.001$	-	$r_s = 0.84; p < 0.001$	$r_s = -0.59; p < 0.001$
Czas oddziaływania	$r_s = 0.8; p < 0.001$	$r_s = 0.84; p < 0.001$	-	$r_s = -0.59; p < 0.001$
Współczynnik restytucji	$r_s = -0.66; p < 0.001$	$r_s = -0.59; p < 0.001$	$r_s = -0.59; p < 0.001$	-

Tab. 3. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 10%

Zmienna	Prędkość zderzenia	Siła oddziałująca na ziarno	Czas oddziaływania	Współczynnik restytucji
Prędkość zderzenia	-	$r_s = 0.89; p < 0.001$	$r_s = 0.7; p < 0.001$	$r_s = -0.73; p < 0.001$
Siła oddziałująca na ziarno	$r_s = 0.89; p < 0.001$	-	$r_s = 0.72; p < 0.001$	$r_s = -0.71; p < 0.001$
Czas oddziaływania	$r_s = 0.7; p < 0.001$	$r_s = 0.72; p < 0.001$	-	$r_s = -0.5; p < 0.001$
Współczynnik restytucji	$r_s = -0.73; p < 0.001$	$r_s = -0.71; p < 0.001$	$r_s = -0.5; p < 0.001$	-

Tab. 4. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 13%

Zmienna	Prędkość zderzenia	Siła oddziałująca na ziarno	Czas oddziaływania	Współczynnik restytucji
Prędkość zderzenia	-	$r_s = 0.88; p < 0.001$	$r_s = 0.76; p < 0.001$	$r_s = -0.66; p < 0.001$
Siła oddziałująca na ziarno	$r_s = 0.88; p < 0.001$	-	$r_s = 0.78; p < 0.001$	$r_s = -0.69; p < 0.001$
Czas oddziaływania	$r_s = 0.62; p < 0.001$	$r_s = 0.78; p < 0.001$	-	$r_s = -0.57; p < 0.001$
Współczynnik restytucji	$r_s = -0.62; p < 0.001$	$r_s = -0.69; p < 0.001$	$r_s = -0.57; p < 0.001$	-

Tab. 5. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 16%

Zmienna	Prędkość zderzenia	Siła oddziałująca na ziarno	Czas oddziaływania	Współczynnik restytucji
Prędkość zderzenia	-	$r_s = 0.89; p < 0.001$	$r_s = 0.61; p < 0.001$	$r_s = -0.65; p < 0.001$
Siła oddziałująca na ziarno	$r_s = 0.89; p < 0.001$	-	$r_s = 0.74; p < 0.001$	$r_s = -0.57; p < 0.001$
Czas oddziaływania	$r_s = 0.61; p < 0.001$	$r_s = 0.74; p < 0.001$	-	$r_s = -0.35; p < 0.001$
Współczynnik restytucji	$r_s = -0.65; p < 0.001$	$r_s = -0.57; p < 0.001$	$r_s = -0.35; p < 0.001$	-

W kolejnym kroku sprawdzono czy występują istotne statystycznie różnice pomiędzy poszczególnymi pomiarami dla wilgotności w zakresie analizowanych zmiennych (tabela 6).

Tab. 6. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności

Zmienna	Wilgotność	M	Me	SD	Min	Max	Q1	Q3	Wynik testu statystycznego
Prędkość zderzenia	5%	2.5	2.45	1.16	0.65	4.33	1.47	3.55	$F(3;396) = 1.13; p = 0.34$
	6%	2.68	2.79	1.17	0.9	4.6	1.62	3.67	
	8%	2.79	2.85	1.16	0.8	4.5	1.68	3.85	
	9%	2.62	2.59	1.14	0.75	4.7	1.6	3.66	
Siła oddziałująca	5%	11.2	12.06	4.44	1.68	18.17	7.69	14.67	$F(3;396) = 8.34; p < 0.001$
	6%	10.46	9.77	4.41	1.88	18.78	7.19	14.26	

na ziarno	8%	10.03	10.06	4.23	1.79	18.23	6.51	13.48	
	9%	8.19	8.06	4.67	0.99	19.29	3.64	12.09	
Czas oddziaływania	5%	31.41	31.71	1.36	29.04	33.58	30.18	32.55	F(3;396) = 296.85; p < 0.001
	6%	33.52	33.4	1.7	30.29	37.74	32.05	34.7	
	8%	35.83	35.93	1.38	33.18	39.19	34.82	36.88	
	9%	37.48	37.09	1.69	34.75	41.94	36.18	38.45	
Współczynnik restytucji	5%	0.64	0.63	0.05	0.54	0.76	0.6	0.69	F(3;396) = 83.02; p < 0.001
	6%	0.57	0.57	0.07	0.42	0.76	0.53	0.61	
	8%	0.55	0.54	0.05	0.44	0.73	0.52	0.57	
	9%	0.51	0.51	0.06	0.42	0.66	0.46	0.55	

Istotne statystycznie różnice dotyczą wszystkich zmiennych, z wyjątkiem prędkości zderzenia ziarna roślinnego. Największe różnice są charakterystyczne dla czasu oddziaływania. Przeprowadzone porównania parami wskazały na to, że:

- przy wilgotności ziarna wynoszącej 16% siła oddziałująca na ziarno okazuje się być istotnie statystycznie niższa w porównaniu do pozostałych wartości wilgotności wynoszących: 7% ( $p < 0.001$ ), 10% ( $p = 0.002$ ) oraz 13% ( $p = 0.02$ ).
- czasy oddziaływania dla poszczególnych pomiarów wilgotności różnią się między sobą istotnie statystycznie ( $p < 0.001$ ). Najniższy wynik jest charakterystyczny dla pomiaru wilgotności równej 7%, zaś najwyższy dla 16%.
- współczynnik restytucji dla pomiaru wilgotności równej 7% okazał się być istotnie statystycznie wyższy w porównaniu do pozostałych wartości wilgotności tj.: 10%, 13% oraz 16% na przyjętym poziomie istotności ( $p < 0.001$ ). Podobne wyniki otrzymano przy porównaniu pomiaru wilgotności dla 10% z 13% ( $p = 0.03$ ), 16% ( $p < 0.001$ ). Dla pomiaru wilgotności równej 16%, uzyskany wynik jest znacznie niższy w porównaniu do pozostałych pomiarów ( $p < 0.001$ ).

Dodatkowo przeprowadzona analiza pokazała występowanie trzech istotnych statystycznie zależności pomiędzy wilgotnością a:

- Prędkość zderzenia,  $r_s = 0.05$ ;  $p = 0.36$
- Siła w trakcie zderzenia ziarna,  $r_s = -0.24$ ;  $p < 0.001$
- Czas oddziaływania,  $r_s = 0.84$ ;  $p < 0.001$
- Współczynnik restytucji,  $r_s = -0.61$ ;  $p < 0.001$

Uzyskane wyniki pozwalają wyciągnąć wniosek, że wraz ze wzrostem poziomu wilgotności ziarna, następuje spadek wartości siły zderzenia oraz współczynnika restytucji, natomiast następuje wydłużenie czasu oddziaływania.

### Tabelaryczne zestawienie wybranych danych

Na potrzeby usystematyzowania dotychczasowej wiedzy oraz dalszych prac mających na celu wyznaczenie wartości odkształcenia zachodzącego w rozważanych ziarniakach pszenicy w trakcie zderzenia, dokonano zestawienia kluczowych danych pomiarowych (tab. 7 do tab. 10). Przedstawione wartości zostały wyznaczone na podstawie oszacowanych uprzednio linii regresji. W zapisie uwzględniono wartości niepewności pomiaru powiększone o szerokość przedziału ufności.

Dane dotyczące wartości wymuszeń  $F$  zestawione w tabelach od 7 do 10 stanowią wytyczne do określenia zakresu pomiarowego w jakim poddawane będą próbki ziarniaków, w kolejnych etapach badań. Wynika to bezpośrednio z przyjętej w badaniach wstępnych metodyki badawczej, uwzględniającej zakresy prędkości przepływu powietrza w przewodach nasiennych pneumatycznych siewników zbożowych (rozdział 5.1.1) oraz uzyskanych charakterystyk w postaci zależności współczynnika restytucji od prędkości zderzenia (rys. 76).

Tab. 7. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 7 %

Prędkość	Współczynnik restytucji	siła	Czas zderzenia
$m*s^{-1}$	-	N	$\mu s$
v	R	F	t
1,5±0,0555	0,5652±0,0138	6,2718±1,1631	32,3068±0,0002
2,5±0,0924	0,5172±0,0104	10,3415±0,8828	29,3798±0,0002
3,5±0,1291	0,4872±0,0136	14,3762±1,1676	27,4563±0,0002
4,5±0,1659	0,4752±0,0204	18,3864±1,7502	26,0310±0,0002

Tab. 8. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 10 %

Prędkość	Współczynnik restytucji	siła	Czas zderzenia
$m*s^{-1}$	-	N	$\mu s$
v	R	F	t
1,5±0,0555	0,5331±0,0202	5,6525±1,2608	42,0568±0,0002
2,5±0,0924	0,4712±0,0143	9,7375±0,8912	35,8293±0,0002
3,5±0,1291	0,4338±0,0171	13,9125±1,0645	31,5017±0,0002
4,5±0,1659	0,4193±0,0258	18,1975±1,6052	29,0143±0,0002

Tab. 9. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 13 %

Prędkość	Współczynnik restytucji	siła	Czas zderzenia
$m*s^{-1}$	-	N	$\mu s$
v	R	F	t
1,5±0,0555	0,4842±0,0148	5,1365±1,2684	49,9632±0,0002
2,5±0,0924	0,4422±0,0102	8,8475±0,8712	45,1161±0,0002
3,5±0,1291	0,4182±0,0116	12,5585±0,9799	42,0691±0,0002
4,5±0,1659	0,4122±0,0176	16,3995±1,4815	40,1221±0,0002

Tab. 10. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 16 %

Prędkość	Współczynnik restytucji	siła	Czas zderzenia
$m*s^{-1}$	-	N	$\mu s$
v	R	F	t
1,5±0,0555	0,4503±0,0174	3,7882±1,3150	64,1251±0,0002
2,5±0,0924	0,4082±0,0124	6,7665±0,9371	56,3381±0,0002
3,5±0,1291	0,3842±0,0157	9,9423±1,1694	51,8398±0,0002
4,5±0,1659	0,3782±0,0240	13,2082±1,7754	48,6415±0,0002

## **5.2. Badania właściwości dynamicznych ziaren zbóż**

Istnieje wiele metod badawczych pozwalających na identyfikację podstawowych właściwości materiałów pochodzenia roślinnego, najczęściej w tym celu wykorzystywane są tak zwane uniwersalne maszyny wytrzymałościowe. Z ich pomocą możliwym staje się wyznaczenie zależności pomiędzy siłą a naprężeniem, czasem odkształcenia, charakterystyk pełzania czy też relaksacji naprężeń. Jednakże dostępne na rynku aparaty pomiarowe pozwalają jedynie na badanie zjawisk o charakterze quasi-statycznym, znacznie większe trudności nastręcza zgłębienie zagadnień z zakresu mechaniki oddziaływań dynamicznych.

### **5.2.1. Metodyka badań**

Na potrzeby identyfikacji charakterystyk materiałowych ziaren zbóż dla wymuszeń udarowych, koniecznym stało się opracowywanie wyspecjalizowanych stanowisk badawczych, zawierających rozwiązania konstrukcyjne dedykowane konkretnie pod rozważane próbki badawcze. Ziarniste materiały pochodzenia biologicznego stanowią spójną grupę odznaczającą się dużą deformacją cząstek i silnym uzależnieniem ich właściwości mechanicznych od wilgotności, co zostało wykazane na etapie badań wstępnych a procesy transportowe którym są powszechnie poddawane odznaczają się znacznymi wahaniami prędkości. Z tego względu zachodzi konieczność uwzględnienia szerokiego zakresu wymuszeń obciążających próbki badawcze (ziarna).

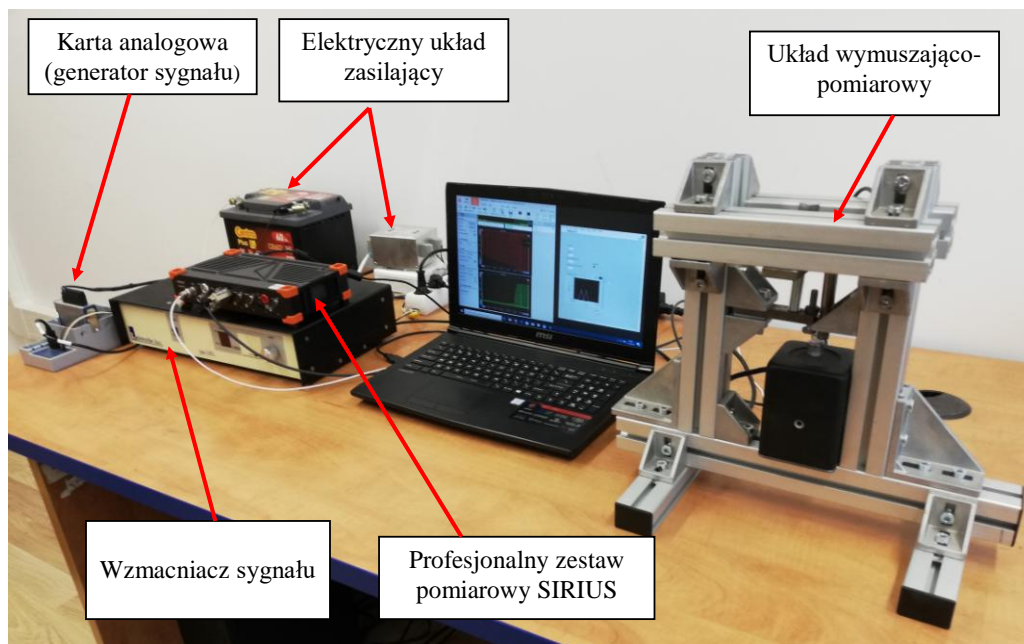
W celu realizacji zaplanowanych prac badawczych zdecydowano się na opracowanie dwóch wyspecjalizowanych stanowisk w postaci dynamicznych maszyn wytrzymałościowych do badania charakterystyk siłowo odkształceniowych. Pierwsze ze stanowisk zostało skonstruowane z myślą prowadzenia badań w zakresie niskich prędkości, natomiast drugie dla wyższego zakresu.

W trakcie projektowania aparatury badawczej ważne było uwzględnienie budowy ziarna. Z tego względu rozważono dwa warianty orientacji ziarna podczas próby ściskania. Pierwsza metoda zakładała poziomą orientację ziarna (z bruzdą skierowaną ku dołowi), co stanowi najczęściej wykorzystywane ustawienie ziarna w uniwersalnej aparaturze pomiarowej do badań quasi-statycznych. Taki sposób postępowania gwarantuje pełną stabilność próbki ze względu na budowę ziarna, eliminując tym samym błędy pomiarowe. Jednakże ze względu na złożoną budowę nasion pszenicy w celu uwzględnienia ewentualnej anizotropowości w budowie materiału badawczego jako drugi wariant ułożenia wytypowano kierunek pionowy obciążając ziarno wzdłuż największego wymiaru.



## Stanowisko badawcze dla niskich prędkości obciążania próbki badawczej

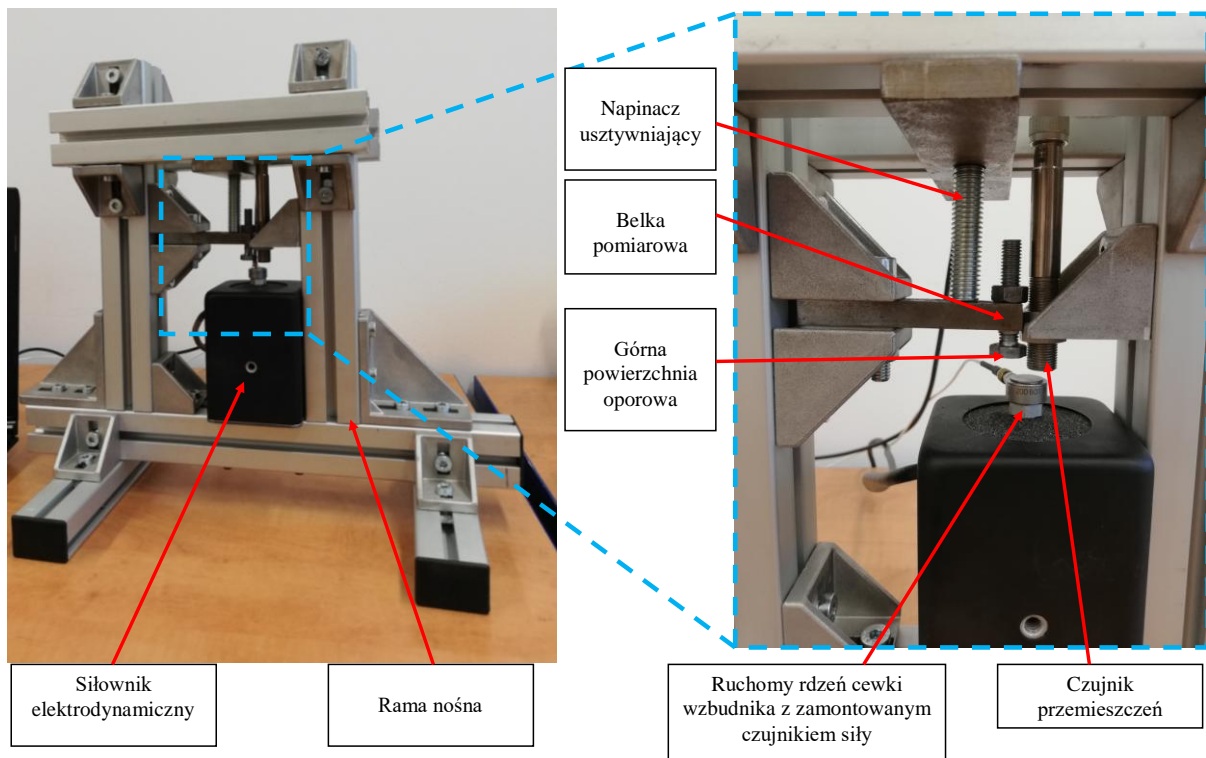
Na potrzeby realizacji badań wytrzymałościowych ziaren, zostało opracowane specjalne stanowisko badawcze (rys. 77), umożliwiające jednoczesną rejestrację naprężeń i odkształceń występujących w dynamicznie ściskanej próbce. W budowie stanowiska można wyróżnić następujące składowe: system akwizycji danych (komputer), oprogramowanie sterujące, karta napięciowa NI9263 firmy National Instruments, laboratoryjny wzmacniacz pomiarowy SIRIUS, wzmacniacz sygnału *Labworks PA-151*, układ wymuszająco-pomiarowy.



Rys. 77. Stanowisko do badań wytrzymałościowych ziaren

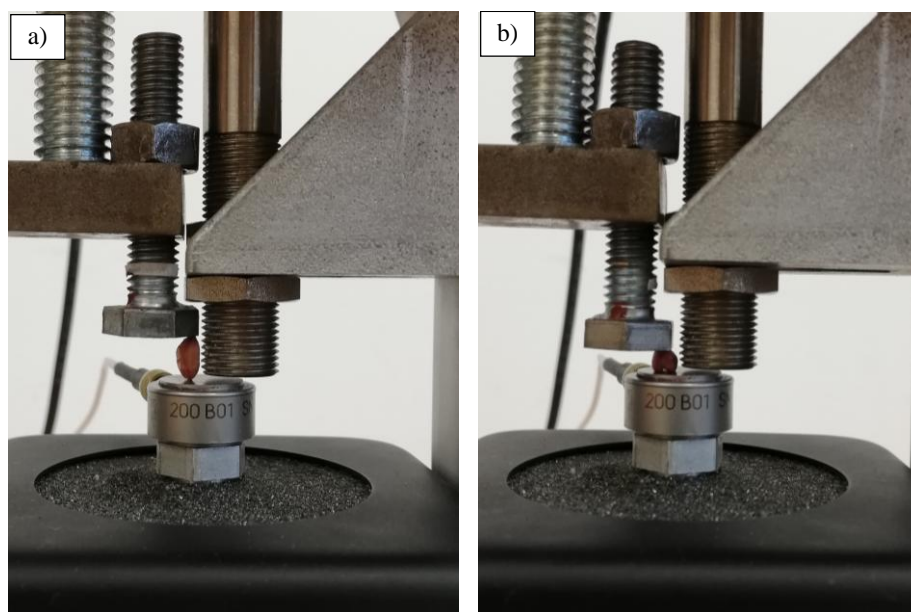
Na rysunkach 78 i 79 przedstawiony został system, zaprojektowany z myślą bezpośredniego oddziaływania z badanym materiałem poprzez ściskanie go między dwiema płaskimi powierzchniami. W sekcji odpowiedzialnej za to ściskanie znajduje się wzbudnik elektrodynamiczny, który ma niewielką masę części ruchomych. Dzięki temu może generować szybkozmienną interakcję zarówno w kierunku ściskającym, jak i rozciągającym próbkę badanego materiału. Ponieważ badania dotyczą tylko ściskania, ruchomy trzpień siłownika ma płaską powierzchnię oporową w postaci czujnika siły, na którym można swobodnie umieścić próbkę. Górna część urządzenia, która pozostaje nieruchoma podczas badania, ma specjalnie zaprojektowaną belkę pomiarową. Belkę tę przytwierdzono do sztywnej ramy nośnej urządzenia za pomocą stalowej płyty i napinaczy. Dzięki temu rozwiązaniu uzyskano stabilne i zwarte położenie układu pomiarowego.





Rys. 78. Układ wymuszająco-pomiarowy

Opracowany mechanizm mocowania wyposażono w rozwiązania zapewniające szeroki zakres regulacji położenia powierzchni oporowej. Dzięki zastosowaniu prowadnicy śrubowej zagwarantowano możliwość realizowania badań ziaren w ułożeniu wzdłużnym jak i również poprzecznym (rys. 79) dla próbek o zróżnicowanych wymiarach gabarytowych. Przyjęte rozwiązanie konstrukcyjne gwarantuje możliwość pewnego w pełni powtarzalnego mocowania badanego materiału, eliminując jednocześnie występowanie wstępnych naprężeń w badanej próbce.



Rys. 79. Ułożenie ziarna: a - wzdłużne; b - poprzeczne

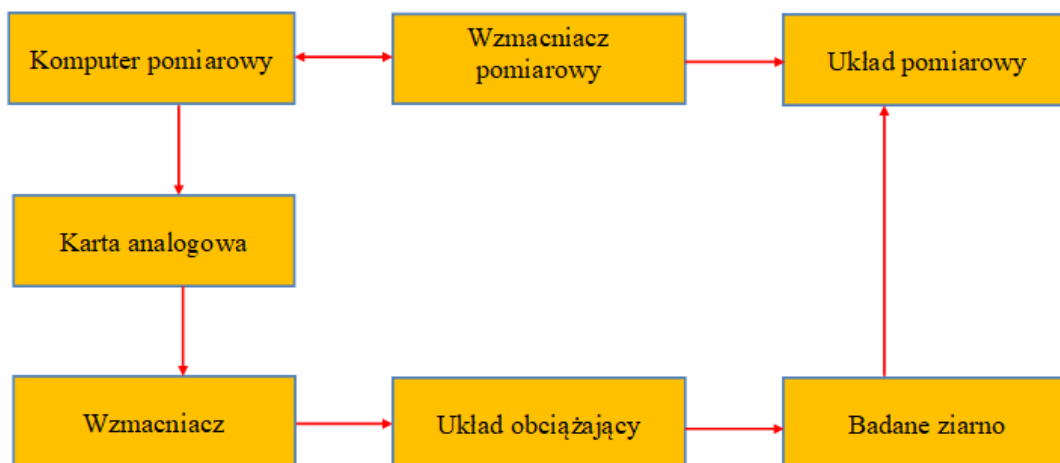
W nowo opracowanym stanowisku do rejestracji obciążeń wykorzystano czujnik piezoelektryczny PCB 200B01 firmy HBM przeznaczony do pomiaru obciążeń jednokierunkowych. Zastosowany czujnik charakteryzuje się bardzo dobrymi parametrami metrologicznymi zwłaszcza dla pomiarów zjawisk o charakterze szybkozmiennym.

Układ kontrolny oprócz realizacji zadania ciągłego pomiaru wartości sił obciążających badaną próbkę, mierzy także odkształcenia ściskanych obiektów. W tym celu do struktury wprowadzono indukcyjny czujnik przemieszczeń IPRM 12I9504/S14, zamontowany na osobnym przesuwnie regulowanym ramieniu wsporczym. Powierzchnię pomiarową dla czujnika stanowi górna część czujnika siły, która to bezpośrednio oddziałuje na badaną próbkę ziarna. Pomiar realizowany jest na zasadzie zmian pola elektromagnetycznego korpusu czujnika wskutek oddziaływania przemieszczającej się powierzchni wymuszającej, której zmiana położenia odpowiada bezpośrednio odkształceniu próbki.

Na potrzeby rejestrowania określonych wartości mechanicznych z piezoelektrycznego czujnika siły i indukcyjnego czujnika przemieszczeń, skorzystano z systemu pomiarowego SIRIUS, dostarczanego przez firmę Dewesoft. Wykorzystany system stanowił laboratoryjny wzmacniacz pomiarowy sterowany przez dedykowane oprogramowanie. Dzięki dużej szybkości próbkowania oraz zdolność jednoczesnej akwizycji danych pomiarowych z wielu kanałów pomiarowych zastosowane urządzenie umożliwiło sprawną realizację badań. Synchronizacja pracy wszystkich kanałów w urządzeniu zapewniła bezpośrednie porównanie otrzymanych sygnałów z wszystkich podłączonych czujników pomiarowych. Zastosowane rozwiązania zapewniły możliwość odczytywania obserwowanego odkształcenia oraz sił obciążających z częstotliwością 200 000 Hz.

Do sterowania pracą stanowiska badawczego wykorzystano wyspecjalizowane oprogramowanie kontrolno-sterujące. W ramach tego pakietu informatycznego zawarte zostały dwa systemy. Główny program odpowiedzialny za sterowanie pracą wzбудnika opracowany został z wykorzystaniem środowiska LabView i wyposażono go w funkcje zapewniające generowanie odpowiednich przebiegów wymuszających. Drugi system, oparty na oprogramowaniu DEWESoft X3, odpowiadał za zbieranie oraz poprawne przetwarzanie danych pomiarowych.

Zastosowany układ w postaci przetwornika cyfrowo-analogowego skomunikowanego z wzmacniaczem sygnału Labworks PA-151 zapewnił możliwość generowania dowolnych szybkozmiennych przebiegów sił wymuszających. Jako przetwornik analogowo-cyfrowy zastosowano system kontrolno-pomiarowy cDAQ-9174 wyposażony w moduł w postaci karty NI9263 stanowiącej 16 bitowy przetwornik cyfrowo analogowy. Rozwiązanie to charakteryzuje się czterema wyjściami analogowymi pozwalającymi na równoczesną realizację kilku zadań. Każdy z kanałów umożliwił generowanie napięcia sterującego (pracą wzbudnika) niskiego poziomu w zakresie  $\pm 10V$ . Przyjęte rozwiązania zapewniły możliwość sterowania amplitudą sygnału sterującego oraz jego częstotliwością. Na rys. 80 przedstawiono schemat ideowy nowo opracowanego urządzenia.



Rys. 80. Schemat ideowy stanowiska do badań wytrzymałościowych ziaren (opracowano na podstawie [143])

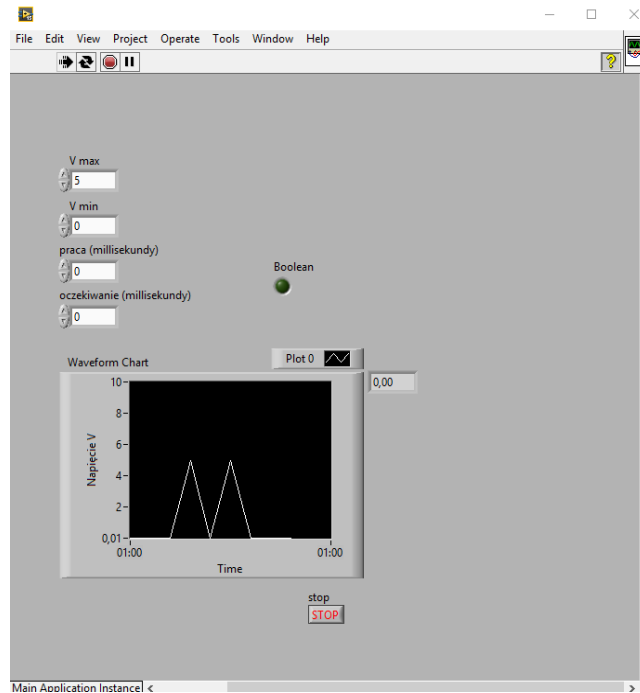
### Oprogramowanie sterujące

Do sterowania pracą stanowiska badawczego zastosowano środowisko LabVIEW. Stworzono program, który umożliwia swobodne tworzenie przebiegów obciążeń badanej próbki poprzez zmianę częstotliwości i amplitudy sygnału sterującego. Interfejs użytkownika składa się z pięciu elementów kontrolnych i dwóch prezentacyjnych (rys. 81).

W oknie programu użytkownik może wprowadzać wartości napięcia wyjściowego generowanego przez kartę NI9263. Regulacja napięcia odbywa się poprzez wprowadzenie wartości w zakresie od 0 do 10 w polach "Vmax" i "Vmin". Wprowadzona wartość jest bezpośrednio przekazywana do urządzenia kontrolnego, które generuje odpowiednie napięcie wyjściowe.

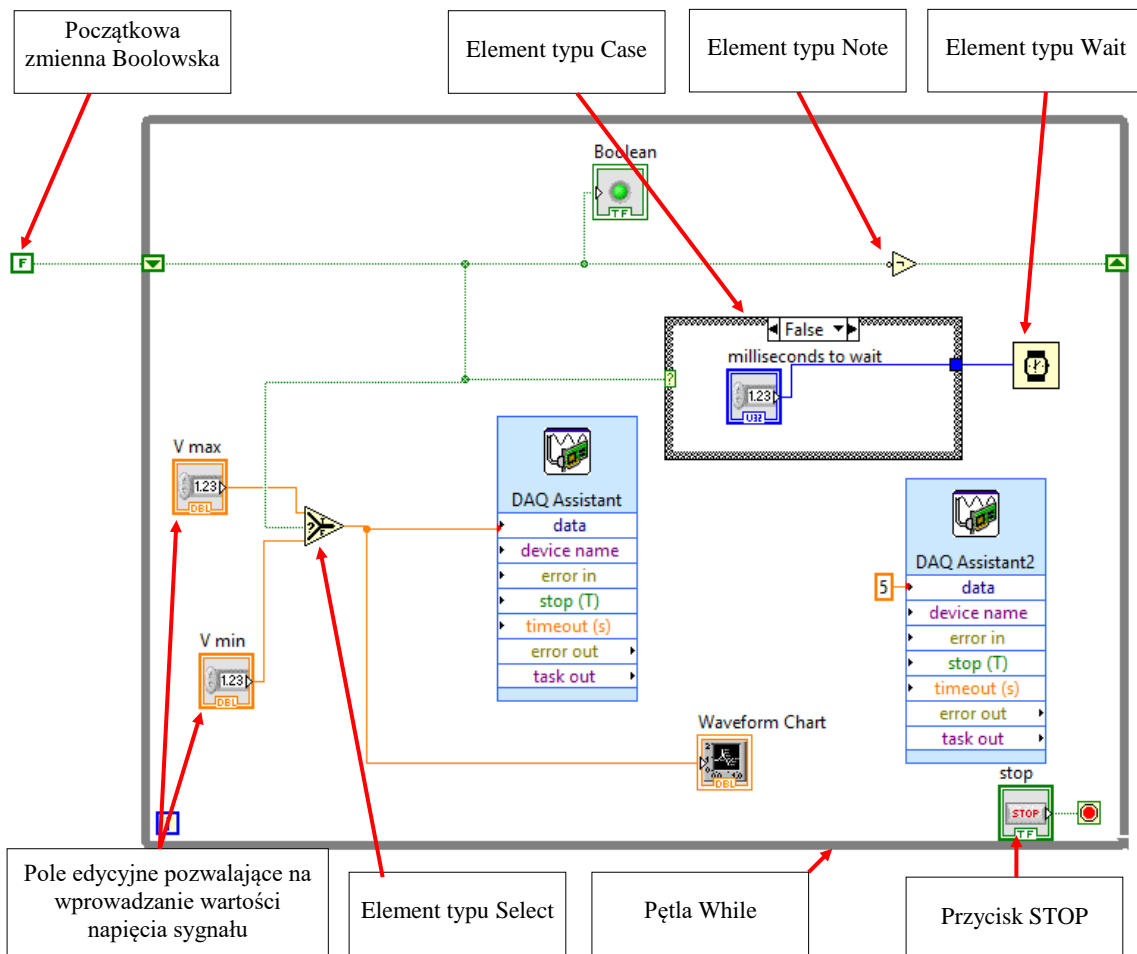
Czas trwania sygnału napięcia maksymalnego (stanu Vmax) oraz minimalnego (stanu Vmin) może być kontrolowany przez użytkownika poprzez wprowadzenie czasu w milisekundach w polach "praca" i "oczekiwanie". Program uruchamia się poprzez naciśnięcie przycisku inicjalizacji oznaczonego strzałką, co skutkuje zapętlonym wykonywaniem zaprogramowanej sekwencji. Aby zatrzymać generowanie sygnału i działanie programu, należy nacisnąć przycisk "STOP".

Przebieg sygnału sterującego jest wizualizowany na wykresie, a stan trwania napięcia maksymalnego jest sygnalizowany za pomocą zapalonego zielonego światła sygnalizacyjnego oznaczonego jako "Boolean".



Rys. 81. Widok interfejsu opracowanego programu do sterowania pracą stanowiska badawczego

Blokowy diagram stanowiący kod programu przedstawiono na rys. 82.

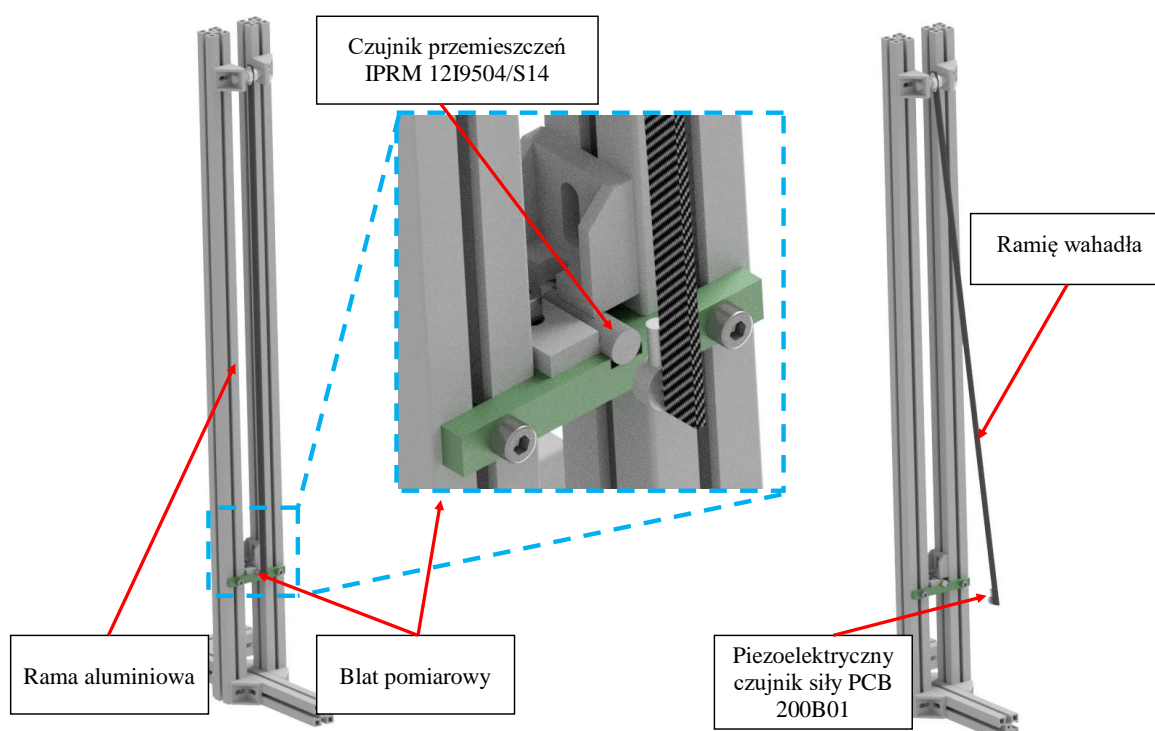


Rys. 82. Diagram blokowy programu sterującego pracą stanowiska badawczego

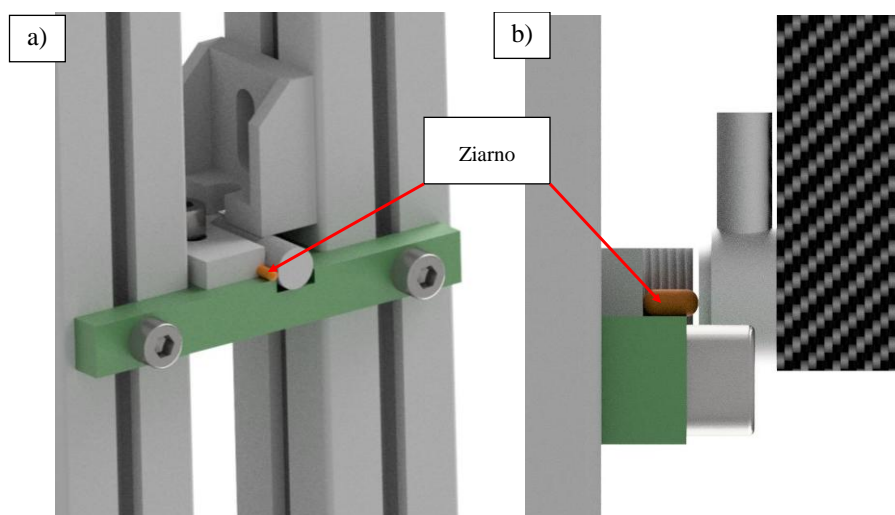
## Stanowisko badawcze dla wyższych prędkości obciążania próbki badawczej

Na potrzeby odwzorowania zjawiska zderzenia towarzyszącego wyższym zakresom prędkości, opracowano stanowisko w postaci wahadła. Tego typu urządzenie stanowi klasyczne oprzyrządowanie laboratoryjne do określania podatności owoców i warzyw na obicia [153, 147]. Znacznie rzadziej znajduje zastosowanie do wyznaczania parametrów modelu siły nacisku, którego przykład zaprezentowano w pracy autorstwa Nigg [155], gdzie wykorzystując wahadło doświadczalnie mierzono wartości odkształcenia oraz siły.

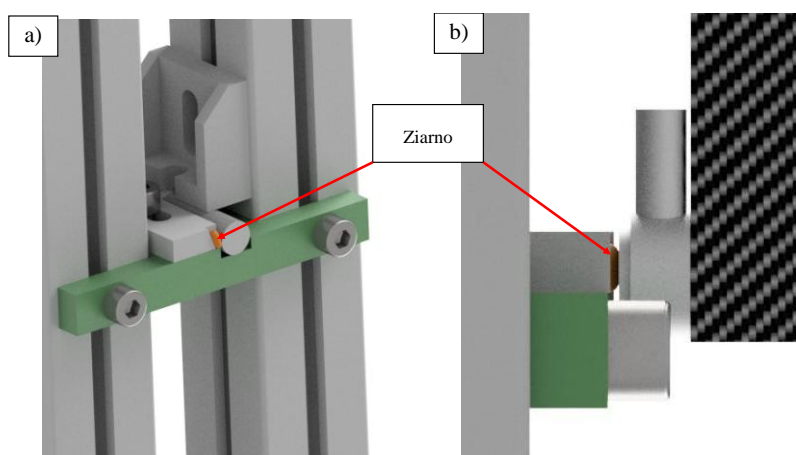
Podobnie jak w przypadku stanowiska nr 1, drugie eksperymentalne urządzenie zostało wyposażone w możliwość równoczesnego pomiaru siły nacisku oraz przemieszczenia. Podstawowy element konstrukcyjny wahadła stanowi aluminiowa rama dwukolumnowa wyposażona w możliwość regulacji kąta pochylenia. U szczytu konstrukcji osadzono węzeł łożyskowy zapewniający swobodny ruch ramienia wymuszającego. Na ramię o długości 1 m zastosowano bardzo lekki płaskownik z drewna balsowego wzmocniony włóknem węglowym, który to został zakończony bijakiem w postaci piezoelektrycznego czujnika PCB 200B01 firmy HBM. U spodu konstrukcji zamontowano stolik pomiarowy stanowiący obsadę dla próbki badawczej (ziarna) oraz indukcyjnego czujnika przemieszczeń IPRM 12I9504/S14. Przyjęte rozwiązania konstrukcyjne zapewniły możliwość mocowania ziarna zarówno w ułożeniu poziomym jak i pionowym. Do rejestracji wyznaczonych wartości mechanicznych pochodzących z piezoelektrycznego czujnika siły oraz indukcyjnego czujnika przemieszczeń, wykorzystano uniwersalny komputerowy system pomiarowy SIRIUS firmy Dewesoft. Zastosowane rozwiązania zapewniły możliwość odczytywania obserwowanego odkształcenia oraz sił obciążających z częstotliwością wynoszącą 200 000 Hz.



Rys. 83. Wahadło pomiarowe



Rys. 84. Wzdłużne ułożenie ziarna: a – widok izometryczny; b – widok boczny (pozycja kontaktu czujnika z próbką)



Rys. 85. Poprzeczne ułożenie ziarna: a – widok izometryczny; b – widok boczny (pozycja kontaktu czujnika z próbką)

### Mocowanie próbki (ziarna pszenicy) na stanowisku

Jako, że prowadzenie dokładnego pomiaru ugięcia ziarna w trakcie swobodnego zderzenia jest niemożliwe, a kontrolowane warunki w postaci zaprojektowanej aparatury badawczej wiążą się z pewnymi uproszczeniami eliminującymi siły czynne z sił bezwładnościowych rozłożonych w całej objętości ziarna do postaci wypadkowej skupionej, koniecznym stało się podjęcie starań nad dochowaniem wierności realizowanych pomiarów. Ze względu na przyjętą metodę pomiarową (rejestracja zmiany szczeliny między płytami ściskającymi), za istotne należy uznać prawidłowe podparcie ziarniaka w trakcie badania. W przypadku swobodnego usytuowania próbki pomiędzy powierzchniami oporowymi oczywistym staje się, iż prowadzone pomiary dotyczyłyby sumy ugięcia na górnej oraz dolnej powierzchni ziarna, dlatego dobrano kształtowe podparcie próbki. Kierując się doświadczeniem badaczy z Lublina [84] zdecydowano się na wspieranie ziarna z wykorzystaniem szybko wiążącej masy tlenkowo-cynkowo-eugenolowej. Tego rodzaju podejście zagwarantowało rozłożenie siły kontaktowej na dużej powierzchni, tym samym

powstające odkształcenie wzdłuż dolnej powierzchni powinno być nieistotne w porównaniu z odkształceniem w miejscu styku z częścią generującą wymuszenia dynamiczne (czujnikiem siły).

## **Program badań**

Dla rozważanej odmiany ziaren pszenicy nowo opracowane stanowiska umożliwiły zaplanowanie całej serii pomiarów prowadzących do pozyskania charakterystyk w postaci informacji na temat zależności siłowo-odkształceniowych dla zjawisk o przebiegu dynamicznym. Na potrzeby eksperymentu przyjęto program badań zakładający poddanie testom stanowiskowym próbie 960 ziaren. Tak liczną grupę pomiarową podzielono na dwie równe podgrupy w wymiarze 480 próbek, testując jedną z nich w ułożeniu poziomym a drugą w ułożeniu pionowym. Na potrzeby oceny wpływu parametru wilgotności na właściwości mechaniczne badanych nasion w każdej z podgrup wyróżniono cztery poziomy wilgotności 7, 10, 13 oraz 16 procent każda w wymiarze 120 ziaren. Następnie w celu przetestowania szerokiego spektrum obciążeniowego dla każdego poziomu wilgotności przyjęto kolejne 6 podgrup. Na każdą z tych podgrup składającą się z dwudziestu ziarniaków wywierano z założenia jednakowy stan obciążeniowy. Obciążenie dobierano dla każdej z podgrup z osobna. Krok wzrostu wymuszeń ustalono na podstawie wyników z pierwszego etapu badawczego dotyczącego wstępnej charakterystyki przebiegu zderzeń zaprezentowanych w tabelach nr 7 do 10. Wywierane przez stanowiska obciążenia odpowiadały prędkościom z zakresu od 0,8 do 2 m\*s<sup>-1</sup>.

Podczas eksperymentu prowadzono pomiar początkowych wymiarów ziarna, wilgotności, przebieg siły  $F(t)$  oraz jego odkształcenie  $s$ . Dla każdej z badanych próbek rejestrowano przebieg fazy obciążania i odciażania. Ponadto na potrzeby kontroli zachodzących zjawisk zdecydowano się na zwiększenie zakresu identyfikowanych parametrów o współczynnik restytucji. W przypadku identyfikacji współczynnika  $R$  postępowano zgodnie z metodologią przedstawioną w rozdziale 5.1.2 gdzie w ramach prowadzonych rozważań wyznaczano całkowity popęd siły rozpatrywany jako dwie fazy zderzenia. Pierwsza z nich dotyczy wzrostowej części przebiegu funkcji siły  $\vec{F}(t)$ , natomiast druga faza następuje po osiągnięciu wartości maksymalnej kiedy to rozpoczyna się zanik wymuszenia oraz ustępowanie odkształcenia. Zatem rozpatrując dwufazowo przebieg zderzenia współczynnik restytucji wyznaczono zgodnie z równaniem (4.27)



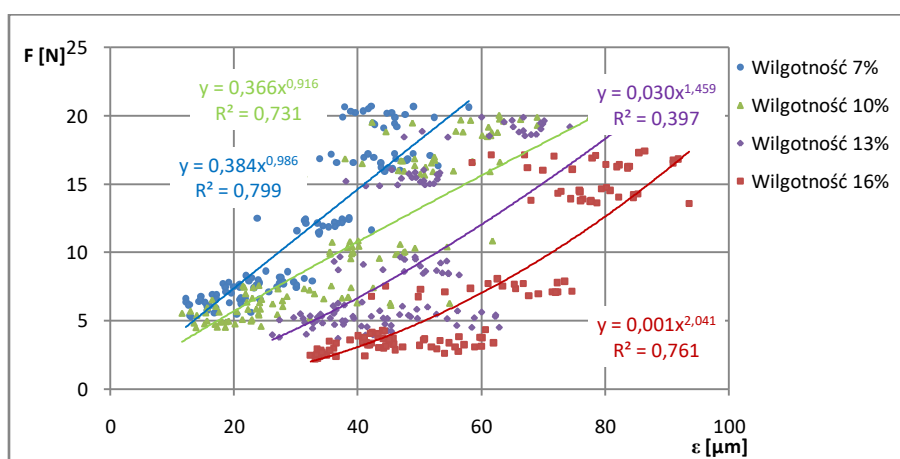
## 5.2.2. Ziarno obciążane w ułożeniu poziomym

Zbiór wyników z zakresu prac dotyczących identyfikacji właściwości mechanicznych nasion pszenicy podlegających obciążeniom poprzecznym (rys. 86) o przebiegu dynamicznym zaprezentowano na rysunkach od 88 do 91.



Rys. 86. Poziome ułożenie ziarna w trakcie prowadzonych badań

Na podstawie opracowanego programu badań zrealizowano całą serię pomiarów dla szerokiego spektrum warunków wymuszeniowych w efekcie uzyskując rozbudowane serie danych stanowiące miarodajną próbę obrazującą zachodzące procesy w licznej populacji. Wyniki ze wszystkich prób dla rozpatrywanego przypadku ułożenia poziomego w postaci 480 ziaren dla czterech różnych wariantów wilgotności przedstawiono na rys. 87. Na wykresie tym wykreślono zależność odnotowanej siły kontaktu od maksymalnego towarzyszącego jej ugięcia próbki. Zebrane punkty poddano wstępnej analizie współzależności między rozważanymi zmiennymi. W tym celu dokonano estymacji z wykorzystaniem regresji liniowej oraz nieliniowej, a ocenę jakości dopasowania zaproponowanych modeli wykonano poprzez porównanie wyznaczonych współczynników determinacji. Na podstawie uzyskanych wyników wstępnie założono, iż przyjmując jako zmienną zależną siłę obciążającą, a jako niezależną odkształcenie ziarna w pełni zadowalający opis zachodzących powiązań w postaci funkcji potęgowej.

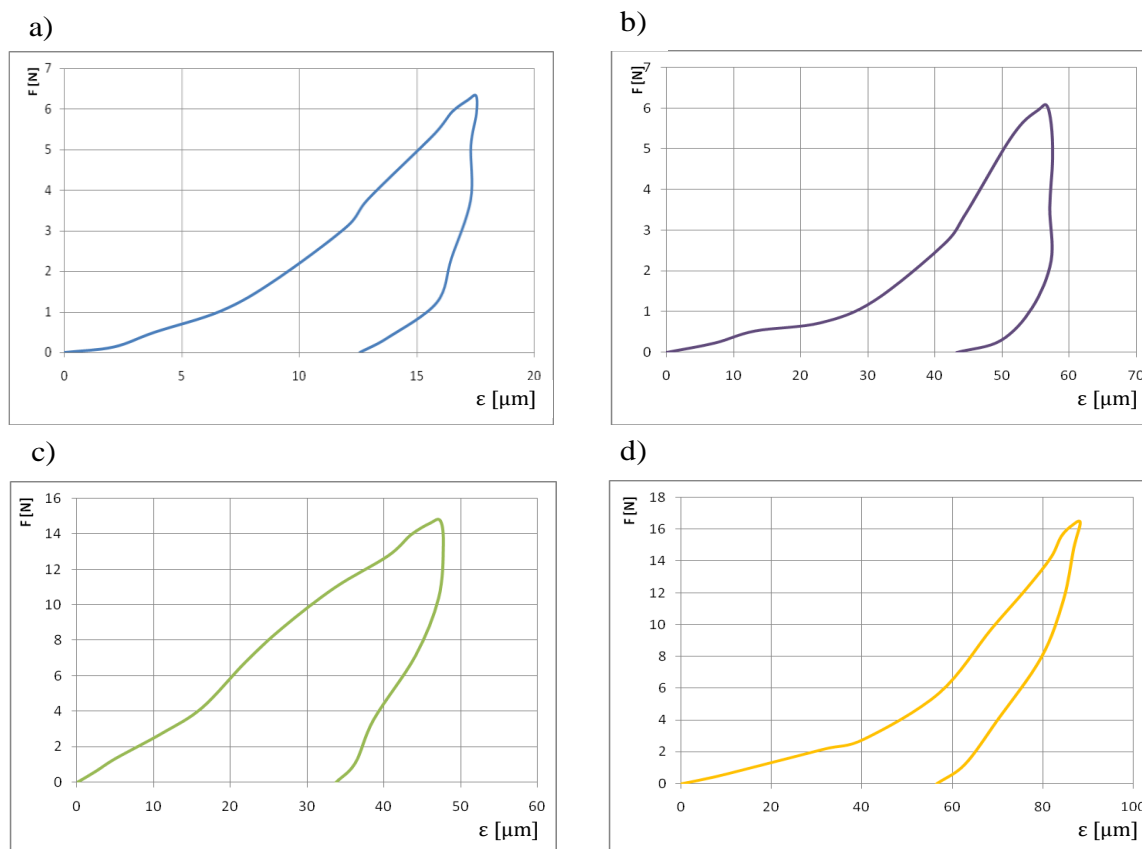


Rys. 87. Rozkład odkształcenia w badanych próbkach dla poziomego ułożenia ziarna

Zrealizowane badania pozwoliły na pozyskanie kluczowych dla podjętych prac charakterystyk w postaci pełnych przebiegów zależności siłowo-odkształceniowych. Zgodnie



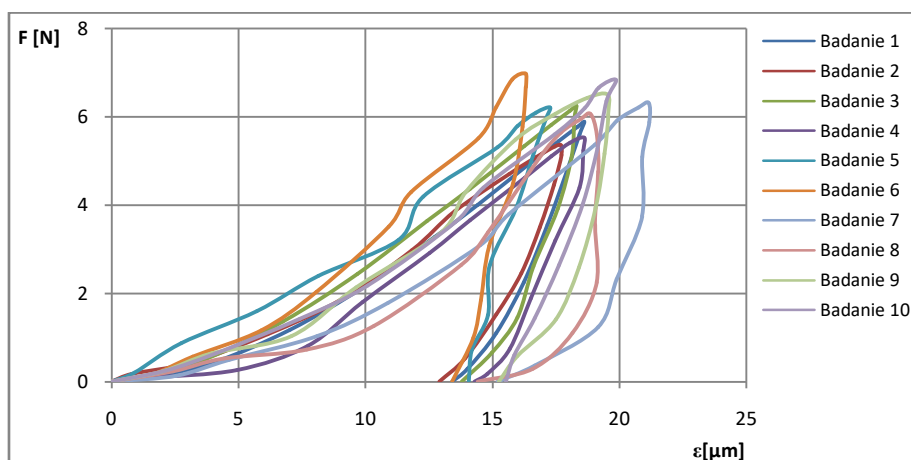
z przedstawionym na rys. 88 wykresem obrazującym efekt pomiaru dla pojedynczego uderzenia składającego się z fazy obciążania a następnie odciażania rejestrowane przebiegi przyjmują swym charakterem postać pętli histerezy. Możliwość prowadzenia licznych obserwacji wykazała występowanie zróżnicowania, co do samej postaci przebiegów. Obrazujące je krzywe zarówno dla odcinków narastania jak i odciażania w zależności od przypadku przyjmowały postać od zbliżonej do liniowej po znacząco wypukłe. Przebieg odcinka dotyczącego procesu narastania w znacznym stopniu przyjęły swym kształtem krzywoliniowość wskazującą na zachodzenie zjawisk o charakterze sprężystości nieliniowej zaburzonej w większym bądź mniejszym stopniu. Postać odcinka odciażania próbki ze względu na wyraźny brak powrotu do punktu wyjścia dostarcza informacji, iż poza sprężystością materiał z całą pewnością doznaje trwałych odkształceń plastycznych. Zatem energia wydatkowana podczas zjawiska zderzenia pojedynczego ziarna jest sumą energii kumulowanej (sprężystej) oraz pochłanianej (plastycznej), w skład której wchodzi zjawiska związane z pokonaniem tarcia wewnętrznego. Wiąże się ono z wzajemnymi przemieszczaniami konstrukcji szkieletowej, rozrywania połączeń międzykomórkowych, przepływem cieczy i gazów. Jest to skutek jednoczesnego występowania wielu zjawisk fizycznych, np. filtracji, efuzji, konsolidacji i dyssypacji energii [21, 20].



Rys. 88. Przykładowe wykres zależności siły od odkształcenia uzyskane w pojedynczej próbie dynamicznego ściskania (pętli histerezy)

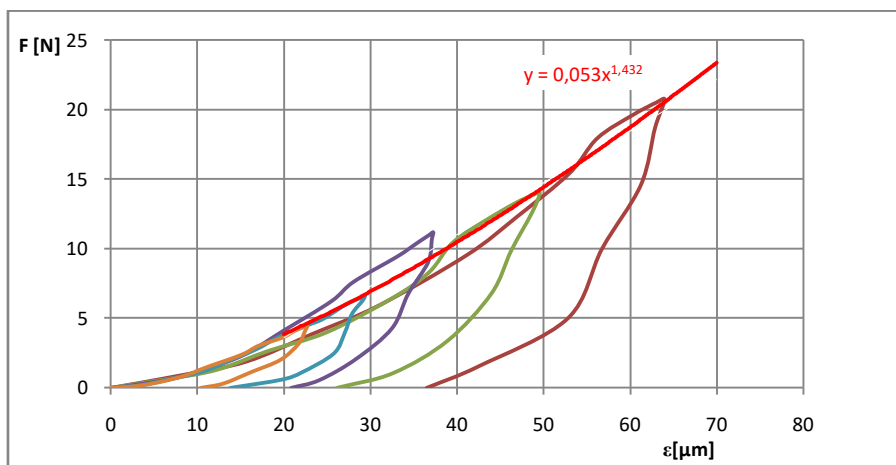
Zachodzące dyferencje jasno obrazują zestawienie zaprezentowane na rys. 89. Przedstawiono na nim przykładowe przebiegi stanowiące wyniki dla dziesięciu losowo wybranych ziaren o wilgotności 16% poddawanych zbliżonym wymuszeniom na poziomie

$7,8580 \pm 1,1631 \text{ N}$  z prędkością  $1,1 \pm 0,020 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . W pozyskiwanych danych odnotowywane wartości odkształceń osiągają nawet 25% zróżnicowanie, które obejmuje swym zakresem zarówno wartości maksymalne jak i odkształcenia trwałe.



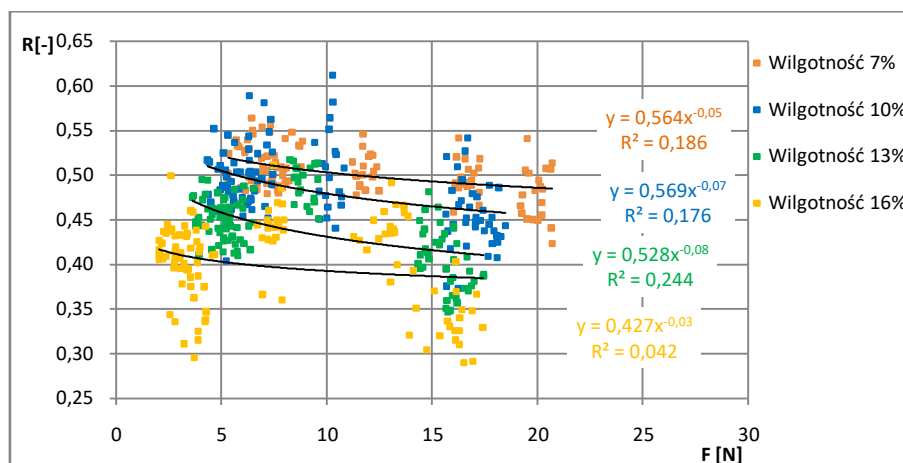
Rys. 89. Porównanie krzywych histerezy dla ziarna pszenicy o wilgotności 7 % dla prędkości  $1,1 \pm 0,02 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Zebrane charakterystyki znakomicie ukazują, iż wraz ze wzrostem siły uderzenia, a co za tym idzie prędkości wymuszenia następuje proporcjonalny przyrost odkształcenia ziarniaka (rys. 90). Ponadto wykazano wyrazisty wpływ stopnia wilgotności na odnotowywane wartości. Wraz ze wzrostem zawartości wody ziarna pszenicy ulegają większemu odkształceniu. W efekcie wyraźnie zauważalnym jest większe rozpraszanie energii, co bezpośrednio przekłada się na mniejsze wartości odnotowywanych sił dla porównywalnych prędkości zderzenia.



Rys. 90. Charakterystyka siłowo-przemieszczeniowa dla sześciu różnych wartości sił wymuszających, na przykładzie ziaren pszenicy o wilgotności 10 %

Ponadto zrealizowane w toku prowadzonego eksperymentu pomiary dostarczyły wielu danych, w tym charakterystyk pozwalających na wyznaczenie współczynnika restytucji  $R$ . Przebiegi obrazujące zależność wartości współczynnika od siły wymuszającej przedstawiono na rysunku 91. W danym przypadkach wraz ze wzrostem zmiennej niezależnej wartość współczynnika ulega spadkowi.

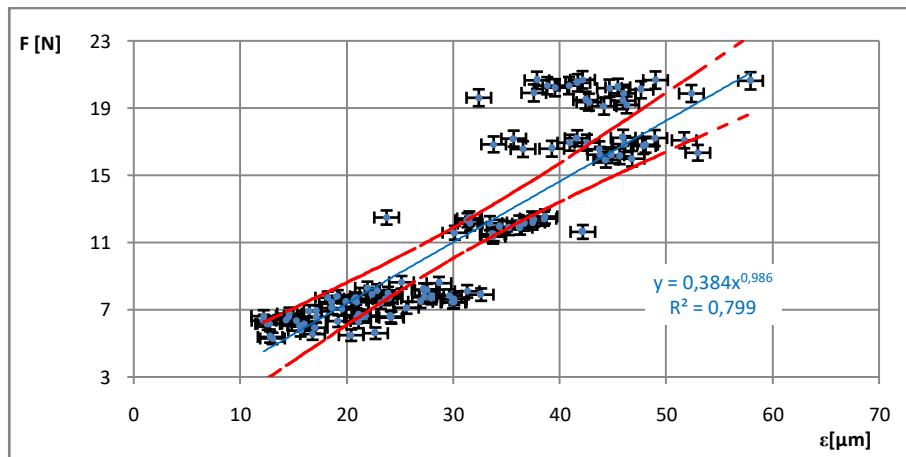


Rys. 91. Wartości współczynnika restytucji R w przyporządkowaniu do uzyskanych sił obciążających

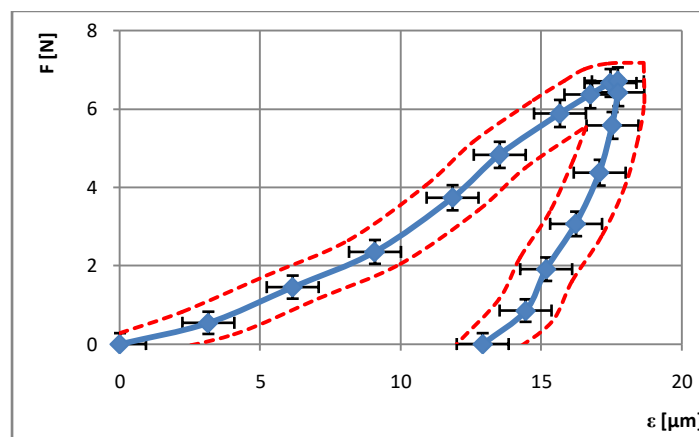
### Niepewność pomiaru

Oceny dokładności realizowanych pomiarów dla przypadków pomiaru siły, czasu oraz współczynnika restytucji zostały przeprowadzone zgodnie z procedurami opisanymi w rozdziale 5.1.2. W przypadku prac dotyczących charakterystyki pełnych właściwości dynamicznych nową składową podlegającą identyfikacji stała się wartość odkształcenia.

Na potrzeby pomiarów wykorzystano przetwornik przemieszczeń EU05 firmy Micro-Epsilon dla którego zgodnie ze specyfikacją producenta błąd nieliniowości wynosi  $\pm 0,8\mu\text{m}$ , a błąd temperaturowy sięga  $0,075\mu\text{m}\cdot\text{K}^{-1}$ . Ocenę dokładności przeprowadzono na podstawie metody typu B wynikającej ze skończonej dokładności przyrządu (metodę szczegółowo przedstawiono w rozdziale 5.1.2). Na potrzeby obliczeń przyjęto, iż wartość estymaty wielkości mierzonej stanowi bezpośredni odczyt z układu pomiarowego. Na potrzeby szacowania niepewności założono, iż funkcja gęstości prawdopodobieństwa dla uzyskiwanych wyników pomiaru przyjmuje rozkład prostokątny [89, 74], a odchylenie standardowe zostało wyrażone zgodnie z równaniem (5.3). Natomiast niepewność wyrażono jako pierwiastek z potęgi odchylenia standardowego. W poszukiwaniu przedziału otaczającego menzurandum na podstawie literatury przedmiotu [89] niepewność końcową opisano zgodnie z równaniem (5.4). Ostatecznie podjęte działania związane z szacowaniem niepewności złożonej zrealizowano z założeniem przyjęcia 95% prawdopodobieństwa rozszerzonego o rozkładzie normalnym, który to w toku prowadzonych obliczeń został wyrażony poprzez dobranie współczynnika rozszerzenia w wymiarze  $k=2$ . Przykładowe wyniki wraz z prezentacją wyznaczonych niepewności pomiarowych przedstawiono na rysunkach 92 oraz 93.



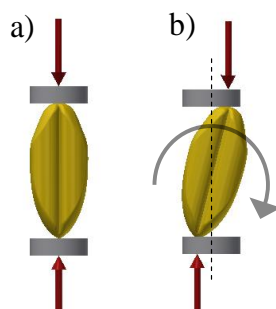
Rys. 92. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależność siły od odkształcenia ziarna na przykładzie pomiarów dla wilgotności 7%



Rys. 93. Przykładowy przebieg niepewności pomiarowej pętli histerezy

### 5.2.3. Ziarno obciążane w ułożeniu pionowym

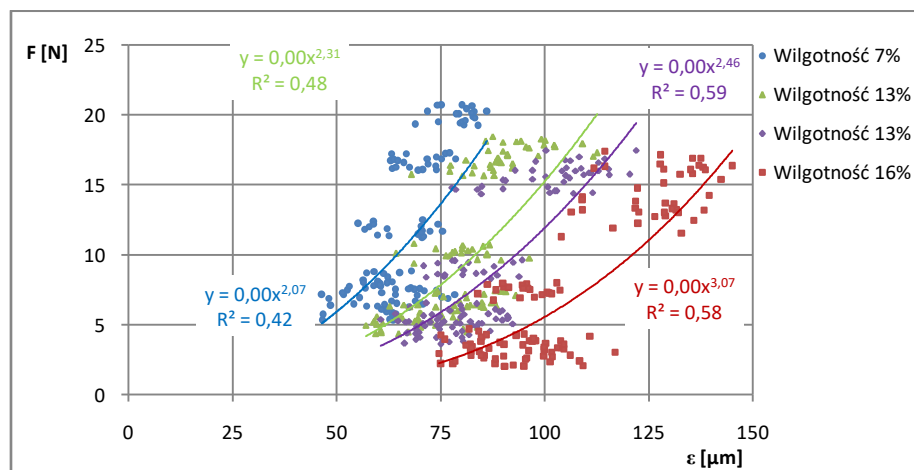
Decydując się na analizę wpływu wymuszeń w ułożeniu pionowym ziarniaka na cechy wytrzymałościowe należało zmienić dotychczasowe podejście do zagadnienia. Badania właściwości mechanicznych ziarna pszenicy w ułożeniu pionowym, wiążą się z licznymi problemami wynikającym z podłużnej budowy oraz szpiczastego zakończenia na obu końcach. Taka budowa przyczynia się do trudności w jednoznacznym ustaleniu badanej próbki pomiędzy powierzchniami wymuszającymi, tak aby mieć pewność co do zachodzenia jednoosiowego ściskania (rys. 94). Pierwsze podjęte próby wykazały, dużą rozbieżność w otrzymywanych wynikach. Losowość ta powodowana była przemieszczaniem próbki w uchwycie. Punktowy styk ziarniaka prowadził do występowania obrotu interpretowanego w wynikach jako znaczące ugięcie próbki (rys. 94 b). Z tego względu na potrzeby prowadzonych badań chcąc wyeliminować to zjawisko zdecydowano się na specjalne przygotowanie próbek.



Rys. 94. Ułożenie ziarna: a - prawidłowe, b - błędne

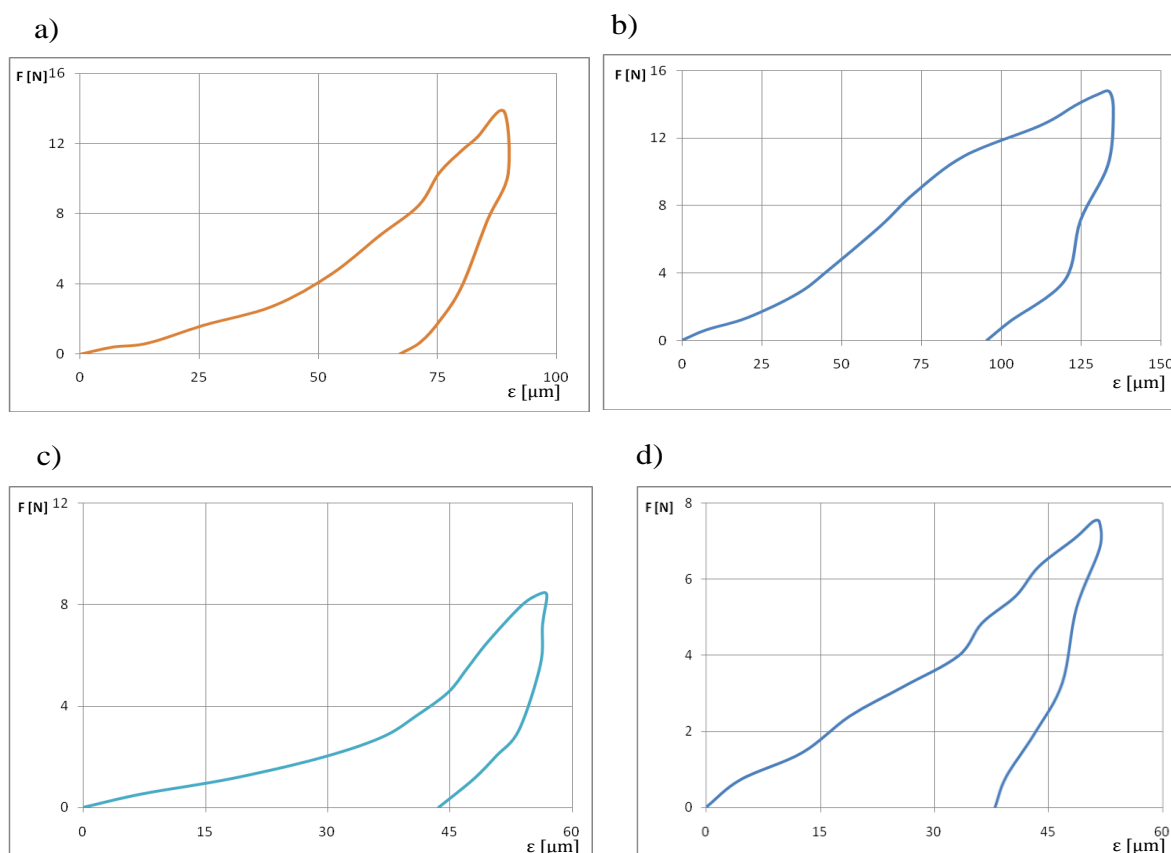
Z przeglądu analizy literaturowej wynika, iż wielu eksperymentatorów mierzyło się z tego rodzaju problematyką w badaniach quasi-stacyjnych. W większości przypadków niedogodność ta rozwiązywana była poprzez szlifowanie końców ziarniaka [142, 226]. Tego rodzaju podejście nie jest pozbawione wad, problematyczne jest przygotowanie próbki wiążące się z koniecznością zapewnienia równoległości nowo utworzonych płaszczyzn. Ponadto taka ingerencja powoduje uszkodzenie okrywy owocowo-nasiennej, w efekcie czego prowadzi do obniżenia wytrzymałości ziarniaka. Jednakże dotychczas nie znaleziono alternatywnego rozwiązania gwarantującego wyeliminowanie tego rodzaju niedoskonałości i z tego względu na potrzeby prowadzonych prac zdecydowano się powtórzyć procedury przygotowawcze materiału do badań.

Zbiór wyników z zakresu prac dotyczących identyfikacji właściwości mechanicznych nasion pszenicy podlegających obciążeniom w ułożeniu pionowym o przebiegu dynamicznym zaprezentowano na rysunkach od 96 do 99. Wyniki ze wszystkich prób dla rozpatrywanego przypadku ułożenia pionowego w postaci 480 ziaren dla czterech różnych wariantów wilgotności przedstawiono na rysunku 95. Podobnie jak dla ułożenia poziomego zebrane dane poddano wstępnej analizie współzależności z wykorzystaniem regresji liniowej oraz nieliniowej, a ocenę jakości dopasowania zaproponowanych modeli wykonano poprzez porównanie wyznaczonych współczynników determinacji. Wykreślone charakterystyki znakomicie zobrazowały, iż wraz ze wzrostem siły uderzenia następuje proporcjonalny przyrost odkształcenia ziarniaka. Ponadto zaobserwowano wyraźny wpływ stopnia wilgotności na odnotowywane wartości. Wraz ze wzrostem zawartości wody ziarna pszenicy ulegają większemu odkształceniu.



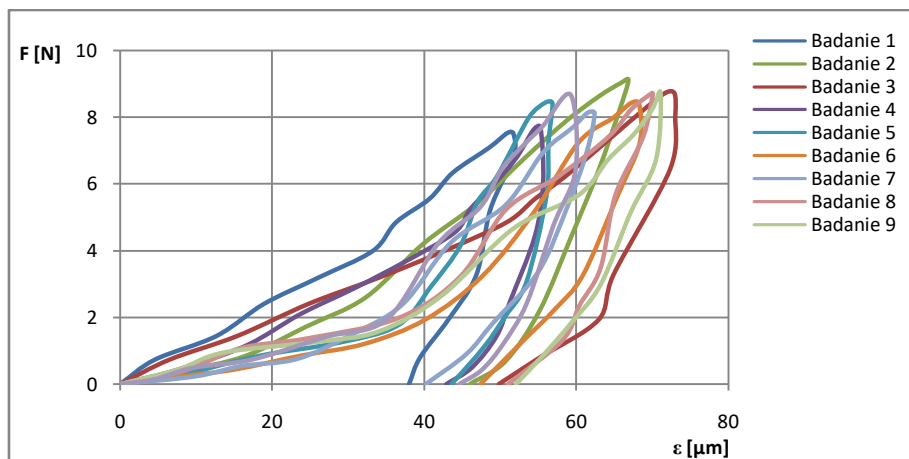
Rys. 95. Rozkład odkształcenia w badanych próbkach dla pionowego ułożenia ziarna

Podobnie jak dla przypadku ułożenia poziomego zrealizowane badania dotyczyły pozyskania charakterystyk w postaci pełnych zależności siłowo-odkształceniowych dla czterech wariantów wilgotności. Przykładowy efekt tych prac przedstawiono na rysunku 96. Ponownie rejestrowane przebiegi dla wszystkich przeprowadzonych pomiarów przyjęły postać pętli histerezy o znaczącym zróżnicowaniu. Tak jak w przypadku ułożenia poziomego zarówno dla odcinków narastania jak i odciążania przyjmowały postać od zbliżonej do liniowej po znacząco wypukłe, wskazując na zachodzenie zjawisk o charakterze sprężysto plastycznym. Każdorazowo przebiegi odznaczały się występowaniem trwałych odkształceń. Wartości odkształceń odnotowywały wyraźny wzrost próbek w ułożeniu pionowym, w stosunku do pomiarów dla zbliżonych warunków obciążeniowych w ułożeniu poziomym. Zatem można wnioskować, iż w rozważanym przypadku zachodzi zjawisko anizotropii.



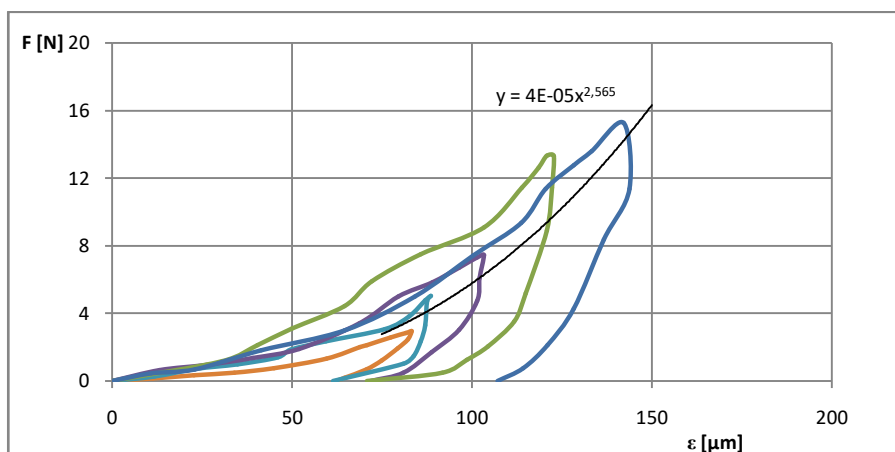
Rys. 96. Przykładowe pętle histerezy

Przykładowe przebiegi stanowiące wyniki dla dziesięciu losowo wybranych ziaren o wilgotności 7% poddawanych zbliżonym wymuszeniom na poziomie  $8,7230 \pm 0,5571 \text{ N}$  z prędkością  $1,2 \pm 0,10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  przedstawiono na rys. 97. W pozyskiwanych danych odnotowywane wartości odkształceń osiągają nawet 29% zróżnicowanie, które obejmuje swym zakresem wartości maksymalne jak i odkształcenia trwałe. Zarówno w zaprezentowanym przypadku jak i dla pozostałych badanych, zakresy zróżnicowania odnotowywanych wartości odkształceń dla zbliżonych wartości wymuszeń są większe w stosunku do zróżnicowań uzyskiwanych w trakcie badań w ułożeniu poziomym.



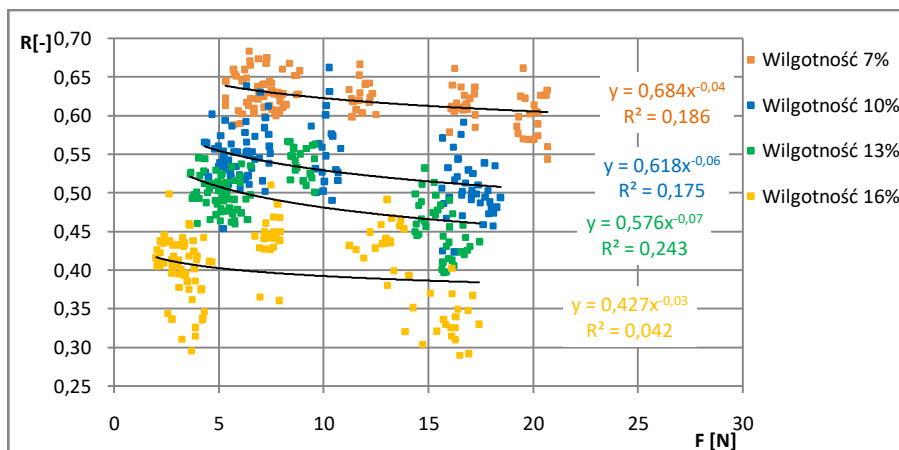
Rys. 97. Krzywe histerezy dla ziarna pszenicy o wilgotności 10% obciążanych z prędkością  $0,23 \pm 0,10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Uzyskane charakterystyki wykazują istnienie zjawiska proporcjonalności obserwowanych przebiegów w stosunku do wartości zadanego wymuszenia (rys. 98). Podobnie jak dla ułożenia poziomego pozwala to na wnioskowanie o możliwości skalowania przebiegów w celu wyznaczenia poszukiwanych parametrów.



Rys. 98. Charakterystyka siłowo-przemieszczeniowa dla sześciu różnych wartości sił wymuszających, na przykładzie ziaren pszenicy o wilgotności 16%

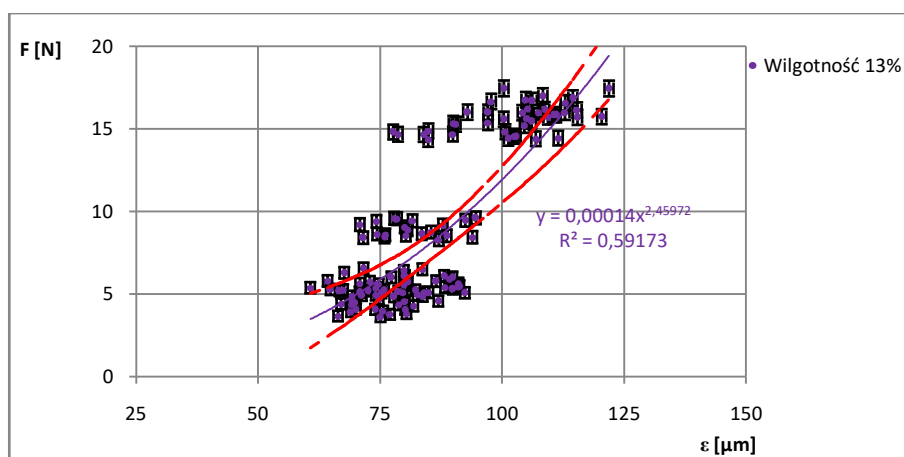
Ostatecznie na potrzeby prowadzonych prac wyznaczono współczynnik restytucji  $R$ . Przebiegi obrazujące zależność wartości współczynnika od siły wymuszającej przedstawiono na rysunku 99. Podobnie jak w przypadku poprzednich badań wraz ze wzrostem zmiennej niezależnej, wartość współczynnika zmniejsza się. Mimo podobieństwa kierunkowego w obserwowanych liniach regresji wyraźnie zauważalnym jest podwyższenie pozyskiwanych wartości dla pełnego zakresu rozważanych prędkości odkształcania.



Rys. 99. Wartości współczynnika restytucji R w przyporządkowaniu do uzyskanych sił obciążających

### Niepewność pomiaru

Oceny dokładności realizowanych pomiarów dla przypadków pomiaru siły (rys. 100), czasu oraz współczynnika restytucji zostały przeprowadzone zgodnie z procedurami opisanymi w poprzednim podrozdziale (5.2.2).



Rys. 100. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależność siły od odkształcenia ziarna na przykładzie pomiarów dla wilgotności 13%

### 5.2.4. Analiza wyników

Analizy statystycznej dokonano zgodnie z opisem przedstawionym w rozdziale 5.1.2. Dane poddano min. analizie korelacji Spearmana, zastosowano analizę wariancji.

W pierwszym kroku sprawdzono czy występuje istotny statystycznie związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla poszczególnych pomiarów wilgotności. Dla wszystkich pomiarów wilgotności zaobserwowano występowanie dodatnich związków pomiędzy siłą, oraz odkształceniem. Im wyższa wartość jednej zmiennej, tym wyższa dla drugiej. Odwrotna sytuacja jest charakterystyczna dla współczynnika restytucji. Wykazuje on ujemny związek z analizowanymi zmiennymi. Najsilniejsze związki współczynnika restytucji dotyczą wilgotności 16%.



Tab. 11. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 7%.

Zmienna		Siła	Odkształcenie	Współczynnik restytucji
Siła	1	-	$r_s = 0.93$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.76$ ; $p < 0.001$
	2	-	$r_s = 0.9$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.72$ ; $p < 0.001$
Odkształcenie	1	$r_s = 0.93$ ; $p < 0.001$	-	$r_s = -0.73$ ; $p < 0.001$
	2	$r_s = 0.9$ ; $p < 0.001$	-	$r_s = -0.69$ ; $p < 0.001$
Współczynnik restytucji	1	$r_s = -0.76$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.73$ ; $p < 0.001$	-
	2	$r_s = -0.72$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.69$ ; $p < 0.001$	-

1 - układ poziomy; 2 - układ pionowy

Tab. 12. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 10%.

Zmienna		Siła	Odkształcenie	Współczynnik restytucji
Siła	1	-	$r_s = 0.92$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.8$ ; $p < 0.001$
	2	-	$r_s = 0.88$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.67$ ; $p < 0.001$
Odkształcenie	1	$r_s = 0.92$ ; $p < 0.001$	-	$r_s = -0.79$ ; $p < 0.001$
	2	$r_s = 0.88$ ; $p < 0.001$	-	$r_s = -0.65$ ; $p < 0.001$
Współczynnik restytucji	1	$r_s = -0.8$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.79$ ; $p < 0.001$	-
	2	$r_s = -0.67$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.65$ ; $p < 0.001$	-

1 - układ poziomy; 2 - układ pionowy

Tab. 13. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 13%.

Zmienna		Siła	Odkształcenie	Współczynnik restytucji
Siła	1	-	$r_s = 0.91$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.8$ ; $p < 0.001$
	2	-	$r_s = 0.88$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.71$ ; $p < 0.001$
Odkształcenie	1	$r_s = 0.91$ ; $p < 0.001$	-	$r_s = -0.74$ ; $p < 0.001$
	2	$r_s = 0.88$ ; $p < 0.001$	-	$r_s = -0.66$ ; $p < 0.001$
Współczynnik restytucji	1	$r_s = -0.8$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.74$ ; $p < 0.001$	-
	2	$r_s = -0.71$ ; $p < 0.001$	$r_s = -0.66$ ; $p < 0.001$	-

1 - układ poziomy; 2 - układ pionowy

Tab. 14. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 16%.

Zmienna		Siła	Odkształcenie	Współczynnik restytucji
Siła	1	-	$r_s = 0.92;$ $p < 0.001$	$r_s = -0.96;$ $p < 0.001$
	2	-	$r_s = 0.9;$ $p < 0.001$	$r_s = -0.79;$ $p < 0.001$
Odkształcenie	1	$r_s = 0.92;$ $p < 0.001$	-	$r_s = -0.94;$ $p < 0.001$
	2	$r_s = 0.9;$ $p < 0.001$	-	$r_s = -0.81;$ $p < 0.001$
Współczynnik restytucji	1	$r_s = -0.96;$ $p < 0.001$	$r_s = -0.94;$ $p < 0.001$	-
	2	$r_s = -0.79;$ $p < 0.001$	$r_s = -0.81;$ $p < 0.001$	-

1 - układ poziomy; 2 - układ pionowy

W kolejnym kroku sprawdzono czy występują istotne statystycznie różnice pomiędzy poszczególnymi pomiarami dla wilgotności w zakresie analizowanych zmiennych (tabela 15 oraz 16). W analizie zastosowano statystyki opisowe: średnią  $M$ , medianę  $Me$ , odchylenie standardowe  $SD$ , minimum, maksimum, pierwszy oraz trzeci kwartył  $Q1$ ,  $Q3$ .

Tab. 15. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności, tj. w układzie poziomym.

Zmienna	Wilgotność	M	Me	SD	Min	Max	Q1	Q3	Wynik testu statystycznego
Siła	7%	9,12	7,66	4,12	4,12	17,26	6,18	12,16	$F(3;476) = 15.88;$ $p < 0.001$
	10%	8,14	6,5	4,17	3,51	17	4,93	10,27	
	13%	7,21	5,34	4,06	3,08	16,06	4,47	8,94	
	16%	5,58	3,44	4,18	1,87	14,76	2,8	7,33	
Odkształcenie	7%	52,4	29	48,52	11	161	15	81	$F(3;476) = 1.74;$ $p = 0.16$
	10%	53,45	36	47,17	12	157	17	74,5	
	13%	61,38	36	54,03	13	182	19	90,75	
	16%	64,93	41	52,62	14	175	22,25	106,5	
Współczynnik restytucji	7%	0,67	0,67	0,03	0,6	0,72	0,65	0,69	$F(3;476) = 226.14;$ $p < 0.001$
	10%	0,64	0,65	0,04	0,56	0,71	0,6	0,66	
	13%	0,58	0,59	0,04	0,51	0,67	0,56	0,61	
	16%	0,57	0,56	0,04	0,5	0,64	0,54	0,6	

Tab. 16. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności, tj. w układzie pionowym.

Zmienna	Wilgotność	M	Me	SD	Min	Max	Q1	Q3	Wynik testu statystycznego
Siła	7%	9,04	7,56	4,11	3,95	17,25	6,11	11,73	$F(3;476) = 17.31;$ $p < 0.001$
	10%	8,04	6,36	4,19	3,31	16,94	4,96	10,14	
	13%	7,17	5,39	3,9	3,41	16,01	4,28	8,85	
	16%	5,46	3,56	3,77	2,02	14,09	2,78	7,51	
Odkształcenie	7%	72,78	47,66	57,86	16,21	189,52	24,54	121,5	$F(3;476) =$

	<b>10%</b>	75,85	48,33	61,3	12,72	209,58	27,53	112,26	0.86; p = 0.46
	<b>13%</b>	82,73	51,89	61,74	17,56	225,78	32,55	133,7	
	<b>16%</b>	82,49	64,66	52,74	18,06	197,49	38,65	119,4	
<b>Współczynnik restytucji</b>	<b>7%</b>	0,71	0,71	0,04	0,62	0,78	0,67	0,74	F(3;476) = 203.51; p < 0.001
	<b>10%</b>	0,67	0,68	0,05	0,55	0,77	0,62	0,71	
	<b>13%</b>	0,62	0,62	0,04	0,52	0,7	0,59	0,65	
	<b>16%</b>	0,58	0,58	0,04	0,49	0,66	0,55	0,6	

Istotne statystycznie różnice dotyczą siły oraz współczynnika restytucji. Największe różnice są charakterystyczne dla współczynnika restytucji. Przeprowadzone porównania parami w układzie poziomym wskazały, że:

- przy pomiarze dla wilgotności 16% siła okazała się być istotnie statystycznie niższa w porównaniu do pomiaru przy wilgotności 7% ( $p < 0.001$ ), 10% ( $p = 0.002$ ) oraz 13% ( $p = 0.01$ ), to samo dotyczy układu pionowego gdzie uzyskano następujące wyniki: dla wilgotności 7% ( $p < 0.001$ ), dla 10% ( $p < 0.001$ ) oraz 13% ( $p = 0.01$ )
- obliczony współczynnik restytucji różni się istotnie statystycznie dla każdego z przyjętych poziomów wilgotności, najwyższą wartość współczynnika otrzymano dla wilgotności 7%, zaś najniższy dla 16%, to samo dotyczy układu pionowego.

Dodatkowo przeprowadzona analiza pokazała występowanie istotnych statystycznie związków wilgotności dla 2 układów (tab. 17). Im wyższa wilgotność ziarna, tym niższa siła, współczynnik restytucji. Związki te wykazują bardzo podobną siłę w obu układach.

Tab. 17. Związek pomiędzy wilgotnością w układzie pionowym oraz poziomym, a analizowanymi zmiennymi.

Zmienna	Układ poziomy	Układ pionowy
<b>Siła</b>	$r_s = -0.42; p < 0.001$	$r_s = -0.41; p < 0.001$
<b>Odształcenie</b>	$r_s = 0.18; p < 0.001$	$r_s = 0.16; p < 0.001$
<b>Współczynnik restytucji</b>	$r_s = -0.76; p < 0.001$	$r_s = -0.75; p < 0.001$

Ponadto zaobserwowano dodatkowo występowanie jednej istotnej statystycznie interakcji wilgotności z rodzajem układu, mianowicie dotyczącej współczynnika restytucji,  $F(3;952) = 7.33; p < 0.001$ . Celem zbadania na czym polega dokładnie istotna statystycznie interakcja, zastosowano analizę prostych efektów głównych. Uzyskane wyniki wskazały na to, że dla układu pionowego dla każdej wilgotności uzyskany wynik współczynnika restytucji okazał się być istotnie statystycznie wyższy ( $p < 0.001$ ) w porównaniu do układu poziomego. Innych istotnych statystycznie interakcji nie zaobserwowano ( $p > 0.05$ ), co oznacza, że obydwa układy nie różnią się między sobą w istotny statystycznie sposób w zakresie analizowanych parametrów, tj. w poszczególnych pomiarach wilgotności.

## 6. Modelowanie elementarnego procesu zderzenia ziarna ze sztywną powierzchnią dla kierunku normalnego

W kolejnym etapie prac skupiono się nad opisem procesu zderzenia dla prostopadłego kierunku działania siły kontaktowej. Tego rodzaju opis ma za zadanie odwzorować wyniki badań w postaci przebiegów zależności siłowo-przemieszczeniowych stanowiących pętle histerezy, odzwierciedlające reakcje zachodzące w rozważanych ziarnach pszenicy [3, 11, 12, 21]. Z tego względu ważne jest dobranie prawidłowego modelu reologicznego reprezentującego z największą możliwą dokładnością dane zjawisko opisując je funkcjami matematycznymi, które mogą przyjmować postać równań algebraicznych, różniczkowych bądź całkowych [1, 13, 19, 20]. Najważniejszym zadaniem jest poprawna identyfikacja tychże funkcji.

Uwzględniając powyższe, w rozdziale tym bazując na zrealizowanym przeglądzie literaturowym skupiono się na wytypowaniu zestawienia potencjalnych funkcji o zbliżonym przebiegu do analizowanych danych. W ramach podjętych działań funkcje te zostały poddane procedowaniu z wykorzystaniem specjalnie w tym celu opracowanego oprogramowania umożliwiającego dopasowanie ich do wyników badań. Wyniki aproksymacji posłużyły do budowy oraz dostrojenia poszukiwanego modelu opisującego zjawisko zderzenia ziarna zbożowego z powierzchnią zespołu roboczego maszyny.

Na podstawie wniosków dotyczących oceny wyników z badań zachowania ziarniaków pod wpływem dynamicznych wymuszeń zdecydowano, że z dalszego procedowania zostaną wykluczone pomiary dokonane dla pionowego ułożenia ziarna. Decyzja ta została podyktowana małą wiarygodnością zrealizowanych pomiarów ze względu na fakt konieczności modyfikacji geometrii nasion wymuszonej zastosowaną metodą badawczą. Wykorzystana procedura usuwania osłony nasiennej nie gwarantuje, iż pozyskane wyniki charakteryzują reakcję ziarniaka jako całości, a może jedynie dotyczyć jego wewnętrznej składowej.

### 6.1. Identyfikacja przebiegu funkcji

Na potrzeby analizy pozyskanych wyników prowadzącej do prawidłowej identyfikacji poszukiwanego modelu reologicznego ziarna pszenicy opracowano dedykowane oprogramowanie, którego zadaniem było przybliżenie do danych pomiarowych krzywej o wybranej postaci. W tym celu wykorzystując obserwacje dot. pozyskanych przebiegów z badań doświadczalnych oraz wnioski z przeglądu literaturowego dotyczącego podstawowych modeli reologicznych omówionych m.in. w rozdziale 4.4 wytypowano funkcje matematyczne, stanowiące ich zasadnicze odzwierciedlenie. Dzięki temu na potrzeby zaplanowanej aproksymacji do wyboru wprowadzono następujące zależności:

- linowa

$$y(\varepsilon) = a + k\varepsilon \quad (6.1)$$

- potęgowa

$$y(\varepsilon) = a + k\varepsilon^c \quad (6.2)$$

- wykładnicza

$$y(\varepsilon) = a + k * \exp(c\varepsilon) \quad (6.3)$$

Gdzie:  $a$ ,  $k$ ,  $c$  – stanowią współczynniki równania,  $\varepsilon$  - jest zmienną niezależną równania w postaci odkształcenia badanej próbki.

Szacowanie parametrów  $k$  oraz  $c$  dla rozważanych modeli zrealizowano z wykorzystaniem regresji liniowej umożliwiającej w dalszej kolejności realizację aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów. Zastosowany sposób polegał na wykorzystaniu wzorów na linearyzację, dzięki którym przyjęte zależności potęgowe oraz wykładnicze po pominięciu współczynnika  $a$  zamieniano na liniowe po przez podstawienie logarytmiczne. Zgodnie z przyjętym podejściem w przypadku funkcji potęgowej możliwym stało się jej wyrażenie jako:

$$\ln y(\varepsilon) = \ln k + c \ln \varepsilon \quad (6.4)$$

do której podstawiając:

$$\hat{y}(\varepsilon) = \ln y(\varepsilon) \quad (6.5)$$

$$\hat{\varepsilon} = \ln \varepsilon \quad (6.6)$$

$$\hat{k} = \ln k \quad (6.7)$$

uzyskano zależność liniową, którą można przedstawić na siatce logarytmicznej jako linię prostą:

$$\hat{y}(\varepsilon) = \hat{k} + c\hat{\varepsilon} \quad (6.8)$$

Przystępna, liniowa postać zapisu umożliwiła rozbudowanie algorytmu oprogramowania, o składowe pozwalającej na implementację metod optymalizacji. W danym przypadku zastosowano bezpośrednio metodę najmniejszych kwadratów, która zapewniła poszukiwanie parametrów równania, tak aby rozważana prosta przechodziła najbliżej punktów doświadczalnych  $(\hat{\varepsilon}_i, \hat{y}_i)$ . Proces ten zrealizowano z wykorzystaniem procedury znajdowania minimum sumy kwadratów odchyleń zgodnie z poniższym zapisem:

$$S(c, \hat{k}) = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \hat{y}(\varepsilon))^2 \quad (6.9)$$

gdzie,  $\hat{y}(\varepsilon)$  stanowi wartość składowej wyznaczonej na podstawie równania (6.8) prostej dla danych pomiarowych  $\hat{\varepsilon}$ .

Jako, że równanie (6.9) stanowi funkcję dwóch zmiennych, to na potrzeby osiągnięcia postawionego celu jak najlepszego odwzorowania danych pomiarowych w programie wprowadzono funkcję wyznaczania minimum sumy  $S(c, \hat{k})$  w punkcie. Osiągnięto to poprzez wyliczenie pochodnych cząstkowych po wszystkich zmiennych zgodnie z poniższym założeniem:

$$\frac{\partial S(c, \hat{k})}{\partial c} = 0 \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial S(c, \hat{k})}{\partial \hat{k}} = 0 \quad (6.11)$$

W efekcie danego podejścia tworzy się układ dwóch równań umożliwiający poprzez proste podstawienie wyznaczenie poszukiwanych współczynników równania  $a$ ,  $k$ ,  $c$ .

Analogicznie opisane podejście znalazło zastosowanie dla dwóch pozostałych przypadków przebiegów funkcji aproksymujących dane doświadczalne. Mnogość rozważanych opcji wymusiła implementację narzędzi identyfikacji jakości dopasowania modelu. W programie na potrzeby weryfikacji poprawności zrealizowanych procesów przyjęto dwa sposoby oceny dopasowania przebiegów funkcji. Dla zależności o charakterze liniowym za miarę zgodności przyjęto współczynnik determinacji definiowany następującą zależnością:

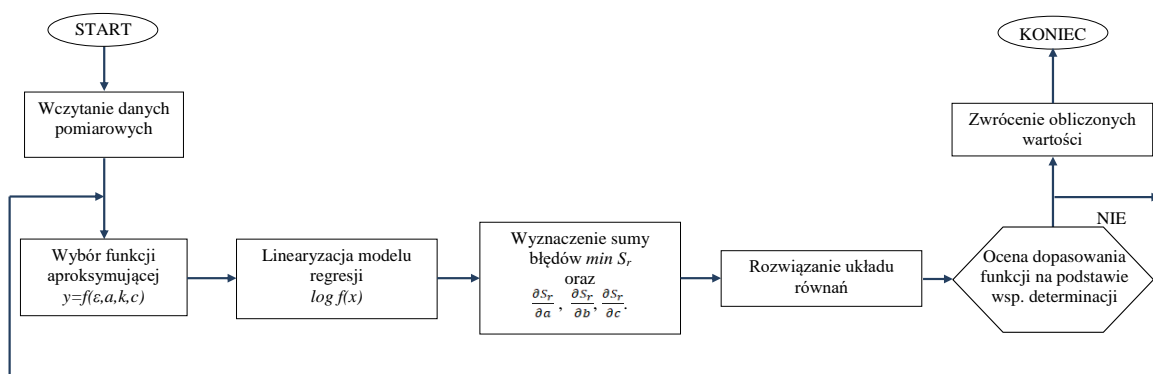
$$R^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y(\varepsilon) - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (6.12)$$

gdzie:  $y_i$  - rzeczywista wartość zmiennej  $y$  w momencie  $t$ ,  $\hat{y}_t$  - wartość teoretyczna zmiennej objaśnianej (na podstawie modelu),  $\bar{y}$  - średnia arytmetyczna empirycznych wartości zmiennej objaśnianej.

Zastosowane rozwiązanie bazujące na powyższym współczynniku jest jedynie uzasadnione w przypadku tzw. regresji liniowej gdzie wskazuje on na siłę zależności oceny jakości przybliżenia, która nie sprawdza się w przypadkach nieliniowych. Ograniczenia stosowalności współczynnika determinacji do oceny jakości dopasowania dla przebiegów krzywoliniowych zostały rozwiązane, alternatywnym podejściem. W przypadku aproksymacji funkcjami potęgowymi oraz wykładniczymi za miarę dokładności dopasowania przyjęto zależność będącą odpowiednikiem tzw. współczynnika zmienności, wyrażoną jako stosunek średniego odchylenia kwadratowego wartości zmierzonych od funkcji aproksymującej do wartości średniej z pomiarów:

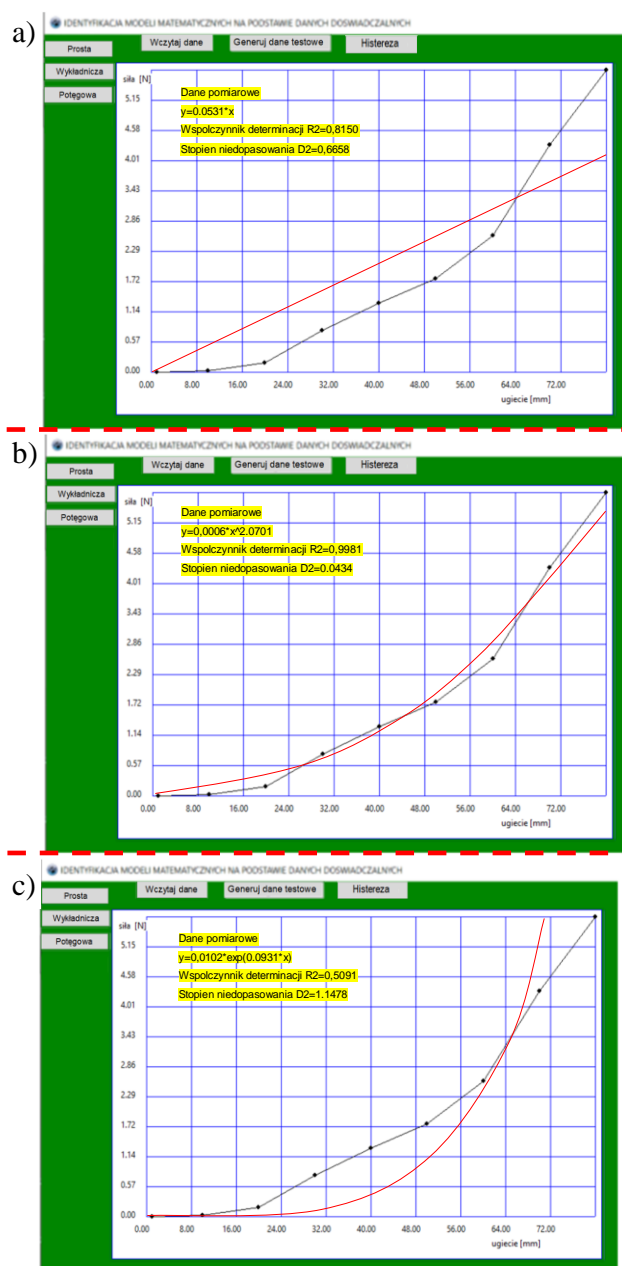
$$D^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y(\varepsilon_i))^2}{n} \quad (6.13)$$

Zaproponowana metoda pozwoliła na opracowanie oprogramowania umożliwiającego przetwarzanie licznych zbiorów danych pomiarowych. Dla usprawnienia obsługi systemu wyniki pomiarów wprowadzane są do programu w postaci pliku wsadowego sformatowanego na kształt tabeli o czytelnej strukturze dwukolumnowej. Dla ułatwienia obsługi program wyposażono w przejrzysty interfejs zawierającego panel sterujący. Okno dialogowe pozwala na wygodny wybór funkcji aproksymującej oraz uruchomienie procedury obliczeniowej przebiegającej zgodnie z poniższym algorytmem (rys. 101).



Rys. 101. Algorytm metody identyfikacji współczynników modelu

W efekcie końcowym działania programu najlepiej dopasowana krzywa jest przedstawiona na wykresie na tle punktów pomiarowych. Pokazane jest też równanie tej krzywej oraz obliczone współczynniki determinacji. Wynik obliczeń jest dopisywany do pliku z danymi. Przykładowe wyniki obliczeń dla wybranej postaci zależności ukazano na poniższym widoku (rys. 102).

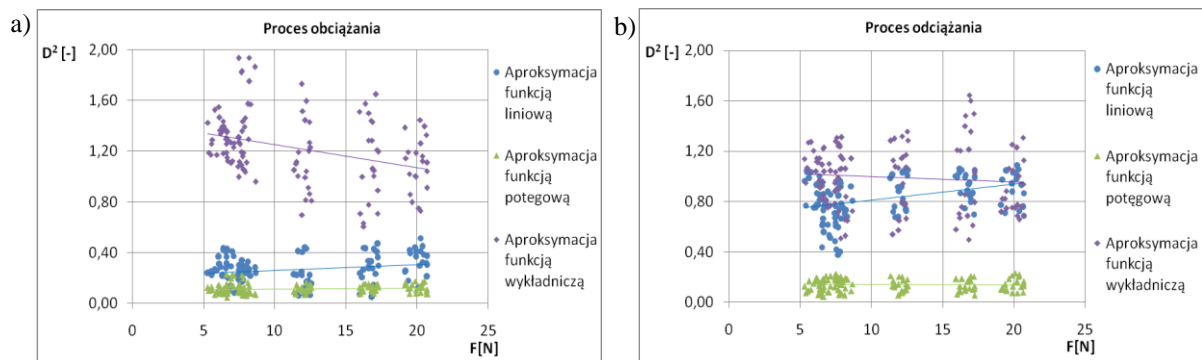


Rys. 102. Wyniki aproksymacji przykładowych danych pomiarowych a) funkcją liniową, b) funkcją potęgową, c) funkcją wykładniczą

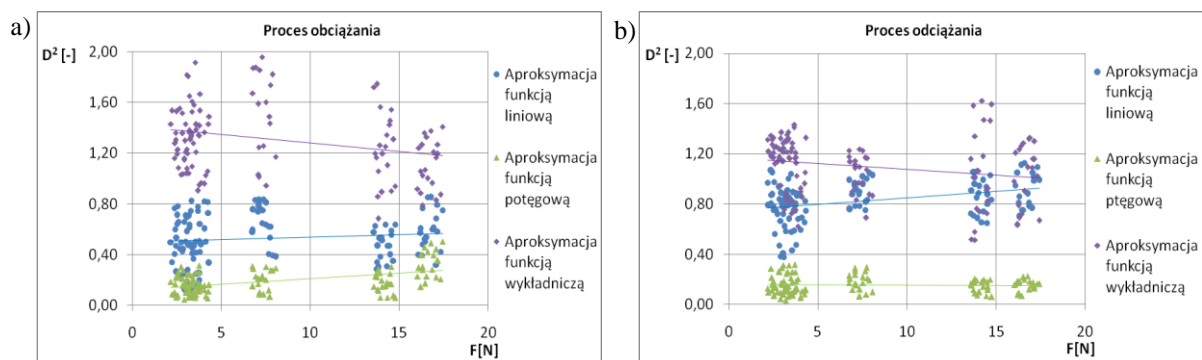
### 6.1.1. Wyniki identyfikacji przebiegu funkcji

Wstępne obserwacje wyników zrealizowanego eksperymentu przedstawiające zależności siłowo-odkształceniowe, wykazały możliwość występowania zasadniczych różnic w geometrii odcinków z wykresów reprezentujących przebieg etapów obciążania oraz odciążania. Z tego względu na potrzeby prowadzonych prac przyjęto podejście w myśl którego identyfikację funkcji opisujących zrealizowano z osobna dla każdego z etapów. Rozważaniom poddano wpływ poszczególnych wielkości definiujących charakter tj. wielkość siły obciążającej oraz wilgotność. Jako miarę dopasowania rozpatrywanych funkcji aproksymujących zebrane dane pomiarowe przyjęto wartości współczynnika zmienności (rozdział 6.1), zgodnie z którą najlepszy poziom dopasowania jest tożsamy z przyjęciem wartości  $D^2=0$ .

Część wyników zrealizowanej aproksymacji przedstawiono na 103 oraz 104. Poniższe wykresy reprezentują dane dla próbek o wilgotności 7% oraz 16%, podsumowanie zawierające pełne spektrum prac przedstawiono w tab. 18.



Rys. 103. Wyniki aproksymacji danych pomiarowych dla próbek o wilgotności 7% w postaci zestawienia współczynników zmienności  $D^2$ : a) proces obciążania, b) proces odciążania



Rys. 104. Wyniki aproksymacji danych pomiarowych dla próbek o wilgotności 16% w postaci zestawienia współczynników zmienności  $D^2$ : a) proces obciążania, b) proces odciążania



Tab. 18. Zestawienie średnich wartości współczynnika zmienności  $D^2[-]$  stanowiącego miarę jakości dopasowania

Wilgotność [%]	Aproksymacja funkcją liniową		Aproksymacja funkcją potęgową		Aproksymacja funkcją wykładniczą	
	Proces obciążania	Proces odciążania	Proces obciążania	Proces odciążania	Proces obciążania	Proces odciążania
7	0,2626	0,8329	0,1134	0,1392	1,2250	0,9910
10	0,2902	0,8912	0,1731	0,1276	1,4851	1,2165
13	0,4013	0,9167	0,1583	0,1383	1,4103	1,0989
16	0,5276	0,8320	0,1902	0,1558	1,3102	1,0959

Na podstawie przedstawionych wykresów można stwierdzić, iż jakość dopasowania rozpatrywanych funkcji dla zebranych danych pomiarowych wykazuje niewielką zmienność, czyli nie zależy od wartości siły kontaktowej. Ponadto dana charakterystyka jest zachowana dla całej rozpatrywanej populacji, tj. dla próbek o wilgotności 7, 10, 13 oraz 16 procent. Potwierdzenie tego faktu znajduje w analizie zebranych wyników dotyczących współczynnika restytucji, który również dla omawianego zakresu wymuszeń w obszarze jednakowego poziomu wilgotności nie wykazywał znaczącej zmienności. Zgodnie z tym można wnioskować, iż sama geometria przebiegów nie ulega znaczącej zmianie zachowując zasadnicze podobieństwo.

Analizując zebrane dane zgodnie z tab. 18 zauważalnym jest, iż najniższą jakość odwzorowania danych pomiarowych cechuje funkcję wykładniczą. Wyznaczone współczynniki wykazują znaczący brak zgodności funkcji aproksymującej zarówno dla przebiegów obciążających jak również odciążających. W danym przypadku niższe wartości współczynnika dopasowania można zaobserwować dla opisu procesu odciążania aniżeli obciążania. Bez wątplenia fakt ten wynika z różnic w krzywiznie przebiegu odcinków je reprezentujących (szerzej omówionych w rozdziale 6.1.1.), które w przypadku procesów związanych z odciążaniem charakteryzują się większym zakrzywieniem. Podobna niedokładność w odwzorowywaniu badanych przebiegów rozpatrywaną funkcją cechuje wszystkie brane pod uwagę poziomy wilgotności. Wyznaczone wartości współczynnika dopasowania dla funkcji wykładniczej wykluczają ją z możliwości wykorzystania do modelowania zjawiska kontaktu ziarna zbożowego. Fakt ten jest spowodowany zbyt intensywnym przyrostem wartości funkcji względem zmiany jej argumentów.

W przypadku analizy wyników aproksymacji funkcją liniową można zauważyć, iż znacznie lepiej sprawdza się w odwzorowywaniu zjawisk związanych z procesem obciążania niż odciążania. Szczególnie dobrze zauważalnym jest to dla zakresów związanych z niższymi poziomami wilgotności. W dużej mierze wynika to z już wielokrotnie podkreślonej różnicy w krzywiznach przebiegów reprezentujących zależności siłowo-odkształceniowe, w których odcinek pętli histerezy związany z procesami dotyczącymi obciążania przyjmuje postać mniej wypukłą. W tym przypadku dla poziomów wilgotności 7 oraz 10% zgodnie wyznaczonymi poziomami współczynnika zmienności mieszczącymi się w zakresie od 0,25 do 0,29 można uznać funkcję liniową za zadowalającą w odniesieniu do odwzorowywania zjawisk dotyczących narastania obciążenia. Odmienne obserwacje zauważalne są w przypadku odwzorowania przebiegu procesów redukcji obciążenia, które wyraźnie przebiegają po

trajektorii nieliniowej w efekcie przybliżenie funkcją liniową prowadzi do osiągnięcia rezultatów nieprawidłowych, znacząco odbiegających od oczekiwanego efektu. Dla wszystkich rozważanych poziomów wilgotności współczynnik zmienności dla aproksymacji funkcja liniową procesów odciażania przekracza wartość 0,8.

Podsumowując przeprowadzone analizy, można stwierdzić, iż spośród wziętych pod rozważania modeli najlepszym dopasowaniem do danych empirycznych charakteryzuje się zależność potęgowa. Prowadzone rozważania z osobna dla procesu obciążania oraz odciażania w obu przypadkach wykazały, iż osiągnięte współczynniki dopasowania (zmienności) funkcji potęgowej kształtuje się na poziomie od 0,1 do 0,2. W przypadku funkcji wykładniczej nie występuje wyraźne zróżnicowanie w dokładności odwzorowania przebiegów dla odcinków prezentujących narastanie oraz odciażanie. Funkcja wykładnicza bardzo dobrze opisuje krzywą odciażania ze średnim dopasowaniem w wymiarze 0,14, jak i również krzywą kompresji dla której przyjmuje zmienność na poziomie 0,15. Prawidłowy poziom odwzorowania badanych przebiegów występuje zarówno dla niskich jak i wysokich poziomów wilgotności próbek ziarniaków.

## 6.2. Model kontaktu

Na potrzeby procesu modelowania kontaktu dla zjawiska zderzenia normalnego ziarniaka pszenicy przyjęto podejście powszechnie stosowane w tego rodzaju przypadkach, które zakłada rozpatrywanie uderzającego obiektu jako odkształcalnego tylko w obszarze kontaktu [71]. Zatem w dalszej części pracy badane ziarno rozważane było jako ciało sztywne, którego odkształcenie w punkcie, w którym dochodzi do kontaktu można opisać z wykorzystaniem podstawowych elementów reologicznych (np. sprężyna, tłumik, suwak) [25, 33, 63, 66], tak jak to zostało przedstawione w rozdziale 4 powyższej pracy.

Na potrzeby opracowania modelu kontaktu w dziedzinie czasu zdecydowano się postawić za cel przyjęcie zależności matematycznej, przy wykorzystaniu której wyrażane zostanie odkształcenie rozważanego obiektu oraz powstająca w wyniku zachodzącego odkształcenia siła. Podjęte działania miały za zadanie ujęcie rezultatów uzyskanych w wyniku badań o charakterze symultanicznym, zatem założono, iż przyjęty opis powinien umożliwiać uwzględnienie dyssypacji energii występującej w trakcie zderzenia. Ponadto postawiono, iż przyjęty model powinien pozwalać na charakterystykę wielkości dyssypacji wyrażoną za pomocą współczynnika restytucji, tym samym umożliwiając jednoznaczne porównanie efektów prac z uzyskanymi wynikami badań.

Obserwacje poczynione na podstawie opracowanych charakterystyk siłowo przemieszczeniowych (rozdział 5.2) wykazały, iż w trakcie jednoosiowych dynamicznych oddziaływań w próbkach ziarniaków pszenicy dominują zjawiska o charakterze sprężystym oraz plastycznym. Potwierdzeniem występowania zjawisk plastycznych jest zachodzenie trwałego odkształcenia w badanych próbkach, objawiającego się przebiegami zależności siłowo przemieszczeniowych w postaci wyraźnych pętli histerezy, których punkt końcowy nie pokrywa się z punktem początkowym. Ponadto analiza wyników nie wykazała dla rozpatrywanych zakresów znaczącego wpływu parametru prędkości odkształcenia na zachodzące zjawiska. Stąd rozważania w procesie modelowania zjawiska skupiono na modelach opartych o pętlę histerezy z wyeliminowanym elementem tłumiącym.

Zgodnie z powyższym oraz na podstawie zrealizowanego przeglądu literaturowego (rozdział 4) zdecydowano, iż do dalszego procedowania zostanie przyjęta metoda odwzorowywania zjawiska histerezy zgodna z podejściem badaczy Walton i Braun [211, 212, 213, 210]. Badacze u podstaw opracowanych rozwiązań przyjęli dwudzielny opis z osobna traktujący procesy związane z obciążaniem (przebieg siły obciążającej  $F_{n,ob}$ ) oraz odciążaniem (przebieg siły odciążającej  $F_{n,od}$ ) rozważanego kontaktu, zgodnie z następującą zależnością:

$$F_{WB} = \begin{cases} F_{n,ob} & v \geq 0 \\ F_{n,od} & v < 0 \end{cases} \quad (6.14)$$

Zasadniczą kwestią wykluczającą zastosowanie modelu Walton'a i Brawna stanowi rozbieżność w postaci przebiegu zależności siły od odkształcenia, której reprezentacją graficzną dla ziarna pszenicy są przebiegi o ukształtowaniu krzywoliniowym. Nieliniowość przebiegów opisujących właściwości ziarników pszenicy jednoznacznie wskazuje na zachodzenie zjawisk o charakterze złożonym [224, 170].

Zgodnie z rozważaniami przeprowadzonymi w rozdziale 6.1 dotyczącymi aproksymacji przebiegów zależności siłowo odkształceniowych zarówno odcinek odwzorowujący narastanie obciążenia jak i restytucji przyjmuje postać mniej lub bardziej krzywoliniową. Efekty prac badawczych uwiarygodniły, iż bardzo dobre odwzorowanie analizowanych przebiegów stanowi zależność potęgowa. Z tego względu zdecydowano się na wprowadzenie do modelu Walton'a i Brawna w miejsce elementu liniowo sprężystego elementu nieliniowo sprężystego. W tym celu zgodnie z praktyką opisaną w publikacji K. L. Johnson'a [95] skorzystano z Hertz'owskiej teorii nieliniowego kontaktu. W efekcie, siłę normalną  $F_n$  dla zjawiska narastania obciążenia scharakteryzowano następującym prawem potęgowym:

$$F_{n,ob} = k_n \varepsilon^c \quad (6.15)$$

W wyniku tego podejścia wprowadzona w wykładniku stała  $c$  dla wartości większych od jedności zapewnia degresywny charakter przebiegu siły.

Co ważne w przypadku zastosowania powyższej zależności w aspekcie opisu charakterystyki procesu odciążania istotną kwestią stanowi prawidłowa interpretacja zmiennej niezależnej przemieszczenia  $\varepsilon$ . Ze względu na zjawisko trwałego odkształcenia przebieg pętli histerezy osiąga swoje zakończenie w punkcie niezerowym, stanowiącym określoną wartość  $\varepsilon_{n,o}$ . Zjawisko to wiąże się z koniecznością odwzorowania ustąpienia oddziaływania ( $F_n=0$ ) mimo występowania niezerowej wartości  $\varepsilon \neq 0$ . Efekt ten można osiągnąć wprowadzając do równości (6.16) składową trwałego odkształcenia pomniejszającą przemieszczenie rzeczywiste. Zabieg ten stanowi swoiste przesunięcie układu współrzędnych, które można zapisać jako:

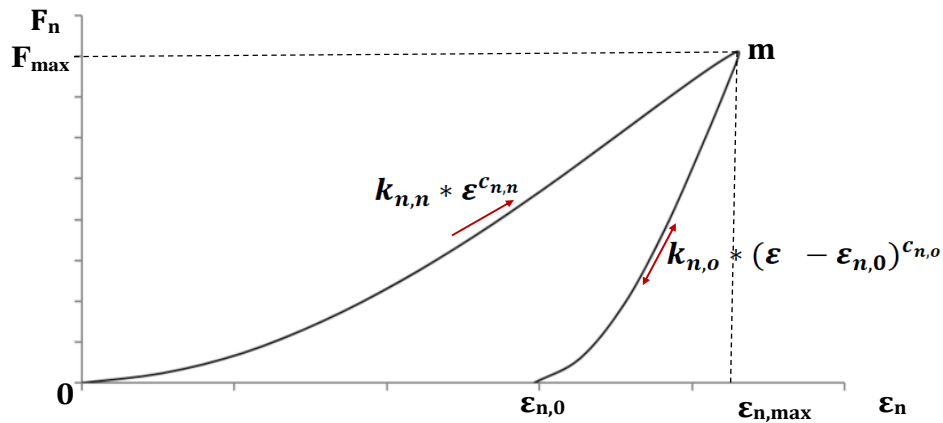
$$F_{n,od} = k_n (\varepsilon - \varepsilon_{n,o})^c \quad (6.16)$$

Finalnie podstawiając zależność (6.17) do modelu (6.14) możliwym jest zapisanie układu równań opisującego przebieg siły zderzenia ziarna pszenicy odmiany Memory z powierzchnią zespołu roboczego maszyny identyfikowanej jako element nieskończenie sztywny w następujący sposób [84]:

$$F_N = \begin{cases} k_{n,n} * \varepsilon^{c_{n,n}} & \text{dla } \dot{\varepsilon} > 0 \\ k_{n,o} * (\varepsilon - \varepsilon_{n,o})^{c_{n,o}} & \text{dla } \dot{\varepsilon} < 0 \end{cases} \quad (6.17)$$

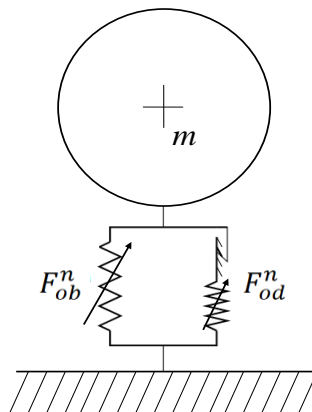
Gdzie:  $k_{n,n}$ ,  $c_{n,n}$  - współczynniki opisujące przebieg siły dotyczące obciążania ziarniaka,  $k_{n,n}$ ,  $c_{n,n}$  - współczynniki opisujące przebieg siły dotyczące odciążania ziarniaka,  $\varepsilon$  - doraźne odkształcenie ziarniaka,  $\varepsilon_{n,o}$  - trwałe odkształcenie ziarniaka.

Ostatecznie opracowana w ramach przeprowadzonych badań, modelowa reprezentacja opisująca przebieg zależności siłowo przemieszczeniowej przyjmuje postać zgodną z poniższym wykresem (rys. 105).



Rys. 105. Zależności siły od ugięcia dla ziarna pszenicy odmiany Memory

Przyjęta postać matematyczna umożliwi interpretację graficzną opisywanego procesu. Stanowi ją rozwiązanie, w myśl którego do budowy modeli konstytutywnych stosuje się elementy reologiczne w różnych konfiguracjach. Dla opracowanego modelu reprezentację graficzną stanowi zespół dwóch równoległych nieliniowych sprężyn, o zróżnicowanej sztywności oraz jednokierunkowego beztarciowego suwaka połączonego szeregowo z jedną z tych sprężyn. Model ten dotyczy zjawiska o przebiegu sprężysto-plastycznym nieliniowym, i zaprezentowano go na rys. 106



Rys. 106. Model ziarna pszenicy odmiany Memory

## Zależność siły zderzenia od współczynnika restytucji

Wieloletnie rozważania licznych badaczy dot. zagadnień zderzenia wykazały jak korzystnym z punktu czysto użytecznego jest powiązanie maksymalnej siły uderzenia ze współczynnikiem restytucji. Ustalenie takiego związku daje projektantom dogodnie narzędzie obliczeniowe [72]. W tym celu dla przyjętego wcześniej modelu kontaktu (6.17) wykorzystując twierdzenie Carnota, można założyć, iż współczynnik restytucji jest miarą straty energii kinetycznej  $\Delta E_k$ . Zgodnie z tym, jeżeli rozważane ziarno o masie  $m_n$  w chwili zderzenia z płaską powierzchnią porusza się z prędkością  $v_n$  strata ta przyjmuje postać następującej zależności [72]:

$$\Delta E_k = E_k - E'_k = (1 - R^2) \frac{m_n v_n^2}{2} \quad (6.18)$$

gdzie:  $E_k, E'_k$  – energia kinetyczna ziarna przed oraz po zderzeniu.

Energia  $\Delta E_k$  w wyniku wykonanej pracy zostaje nieodwracalnie przekonwertowana na pracę lokalnych odkształceń plastycznych  $W_p$  oraz w energię drgań sprężystych  $E_S$  stanowiącą energię odkształceń ogólnych [72]:

$$\Delta E_k = W_p + E_S \quad (6.19)$$

Zgodnie z powyższym, dla modelu wyrażonego równaniem (6.17), którego wykres przebiega zgodnie z rysunkiem 105, stratę energii kinetycznej niesprężystego zderzenia możemy wyrazić jako obszar zamknięty między dwiema krzywymi tworząc pole  $0m\varepsilon_{n,o}$ . Fakt ten najprościej można wyrazić całkując zależność (6.19), która w efekcie przyjmuje postać pracy formowania odkształceń plastycznych:

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= k_{n,n} \int_0^{\varepsilon_{n,max}} \varepsilon^{c_{n,n}} d\varepsilon - k_{n,o} \int_{\varepsilon_{n,o}}^{\varepsilon_{n,max}} (\varepsilon_n - \varepsilon_{n,o})^{c_{n,o}} d\varepsilon \\ &= \frac{k_{n,n}}{1 + c_{n,n}} \varepsilon_{n,max}^{1+c_{n,n}} - \frac{k_{n,o}}{1 + c_{n,o}} (\varepsilon_n - \varepsilon_{n,o})^{1+c_{n,o}} \end{aligned} \quad (6.20)$$

W takim układzie, możliwym staje się wyeliminowanie składowej  $k_{n,o}$  za pomocą następującego równania [72]:

$$F_n = k_{n,n} \varepsilon^{c_{n,n}} = k_{n,o} (\varepsilon_n - \varepsilon_{n,o})^{c_{n,o}} \quad (6.21)$$

W efekcie tego otrzymujemy [72]:

$$\Delta E_k = \frac{k_{n,n} \varepsilon_{n,max}^{1+c_{n,n}}}{1 + c_{n,o}} \left( \frac{c_{n,o} - c_{n,n}}{1 + c_{n,n}} + \frac{\varepsilon_{n,o}}{\varepsilon_{n,max}} \right) \quad (6.22)$$

Dalej rozważając jedynie proces obciążania zgodnie z pierwszym równaniem układu (6.17) dla warunku  $\dot{\varepsilon} > 0$ , możliwym staje opisanie położenia środka masy z pomocą podstawowego różniczkowego równania ruchu. Całkując dany układ dla warunków początkowych zgodnie z którymi  $\varepsilon_o = 0, v_o = v_n$ , możemy wyznaczyć maksymalną siłę kontaktu  $F_n$  oraz maksymalne ugięcie  $\varepsilon_{n,max}$  [72]:

$$F_n = k_{n,n} \frac{1}{1+c_{n,n}} \left( (1 + c_{n,n}) \frac{m_n v_n^2}{2} \right)^{\frac{c_{n,n}}{1+c_{n,n}}} \quad (6.23)$$

$$\varepsilon_{n,max} = \left( \frac{1 + c_{n,n} m_n v_n^2}{k_{n,n} \frac{m_n v_n^2}{2}} \right)^{\frac{c_{n,n}}{1+c_{n,n}}} \quad (6.24)$$

W efekcie podstawiając równanie (6.18) oraz (6.24) do wyprowadzonej formuły (6.22) możliwym staje się wyznaczenie związku między współczynnikiem restytucji a parametrami  $c_{n,n}$  i  $c_{n,o}$ :

$$\frac{\varepsilon_{n,o}}{\varepsilon_{n,max}} = 1 - \frac{1 + c_{n,o}}{c_{n,n}} R^2 \quad (6.25)$$

W efekcie uzyskana zostaje zależność opisująca wartość stosunku ugięcia trwałego do maksymalnego dla rozpatrywanego ciała. Wykorzystując daną równość staje się możliwe wyznaczenie  $\varepsilon_{n,max}$ , które wstawiając do zależności (6.24) pozwala na wyznaczenie współczynnika  $k_{n,n}$  [72]:

$$k_{n,n} = (1 + c_{n,o}) \left( \frac{1}{\varepsilon_{n,o}} \left( 1 - \frac{1 + c_{n,o}}{1 + c_{n,n}} R^2 \right) \right)^{1+c_{n,o}} \frac{m_n v_n^2}{2} \quad (6.26)$$

Ostatecznie podstawiając do równania (6.23) powyższe wyrażenie (6.26), po przekształceniu możliwym staje się wyznaczenie zależności na obliczenie maksymalnej siły kontaktu w zależności od współczynnika restytucji [72]:

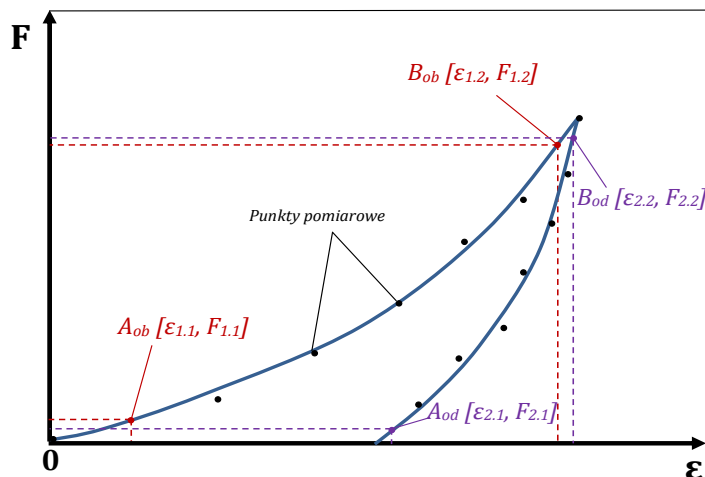
$$F_{n,max} = \frac{1 + c_{n,n} - (1 + c_{n,o}) R^2}{\varepsilon_{n,o}} \frac{m_n v_n^2}{2} \quad (6.27)$$

### 6.3. Wyznaczenie współczynników opracowanego modelu kontaktu

Dalsze prace dotyczące modelowania sił kontaktowych z wykorzystaniem opracowanego modelu sił skupiły się na identyfikacji współczynników  $k_{n,n}$ ,  $c_{n,n}$ ,  $k_{n,o}$ ,  $c_{n,o}$  dla pełnej postaci rozważanej pętli histerezy. W tym celu wykorzystano specjalnie opracowany algorytm pozwalający na wyznaczenie współczynników na podstawie wyników pomiarów szczegółowo przedstawionych w 5.2 rozdziale niniejszej pracy.

#### 6.3.1. Zastosowana metoda

Wykorzystując doświadczenie zdobyte na etapie identyfikacji postaci funkcji, najlepiej opisującej badane przebiegi zależności siłowo-odkształceniowych, zdecydowano się na adaptację podejścia przedstawionego w rozdziale 6.1 na potrzeby wyznaczania stałych rozważanego układu równań. W związku z tym zdecydowano się na zastosowanie procedury, umożliwiającej dopasowanie wytypowanego przebiegu funkcji za pomocą regresji krzywoliniowej z wykorzystaniem punktów bazowych zgodnie z poniższym schematem (rys. 107). Tego typu podejście stało się możliwe ze względu na uzyskanie bardzo dobrej jakości odwzorowywania badanych przebiegów przy wykorzystaniu funkcji wykładniczej. Wynika to z niewielkiego rozrzutu punktów pomiarowych względem aproksymującego przebiegu.



Rys. 107. Identyfikacja współczynników równania – wyznaczanie punktów

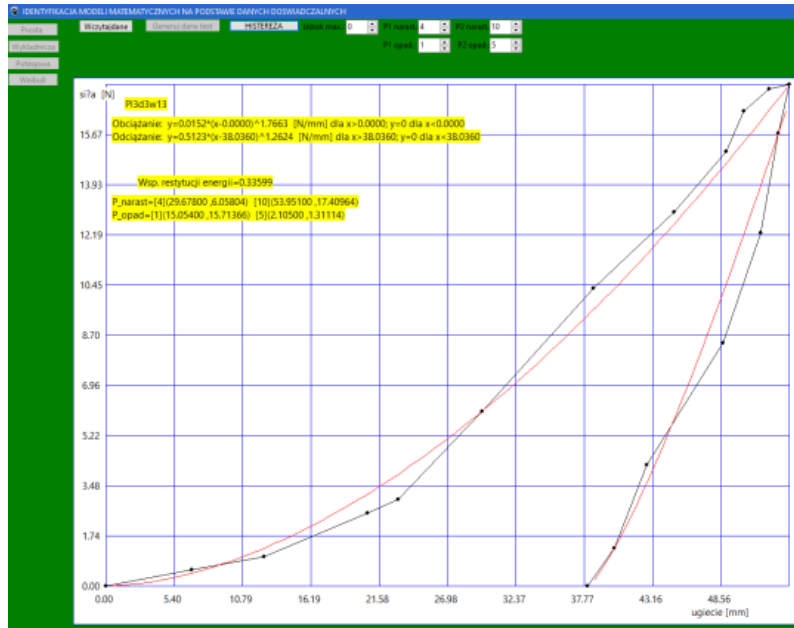
Zgodnie z przyjętym podejściem bardzo dobre rezultaty uzyskano prowadząc funkcję aproksymującą dane doświadczalne przez dwa odpowiednio wytypowane punkty empiryczne, które na przykładzie odcinka reprezentującego proces obciążania można określić jako  $A_{ob}[\varepsilon_{1.1}, F_{1.1}]$  oraz  $B_{ob}[\varepsilon_{1.2}, F_{1.2}]$ . Dzięki temu dla funkcji wykładniczej o dwóch nieznanymi współczynnikach (równanie 6.17) możliwym stało się ułożenie układ dwóch równań nieliniowych wykorzystujących wartości wybranych punktów pomiarowych. W efekcie współczynnik  $c$  stanowiący wykładnik równania można wyrazić następującą zależnością:

$$c = \frac{\ln\left(\frac{F_{1.2}}{F_{1.1}}\right)}{\ln\left(\frac{\varepsilon_{1.1}}{\varepsilon_{1.2}}\right)} \quad (6.28)$$

Natomiast współczynnik kierunkowy  $k$  opisuje następujące równanie

$$k = \frac{F_{1.1}}{\varepsilon_{1.1}^c} \quad (6.29)$$

Powyżej przedstawiona procedura została wykorzystana do opracowania prostego programu umożliwiającego przetwarzanie licznych zbiorów danych pomiarowych. Dla usprawnienia obsługi systemu wyniki pomiarów wprowadzane są do programu w postaci pliku wsadowego sformatowanego na kształt tabeli o czytelnej strukturze dwukolumnowej. Program wyposażono w przejrzysty interfejs zawierający panel sterujący. Okno dialogowe pozwala na dogodny wybór punktów bazowych oraz uruchomienie procedury obliczeniowej. W efekcie końcowym działania programu, dopasowana krzywa jest prezentowana na wykresie na tle punktów pomiarowych. Pokazane jest też równanie tej krzywej oraz obliczone współczynniki determinacji. Przykładowe wyniki obliczeń dla wybranej postaci zależności ukazano na rys. 108.



Rys. 108. Aproksymacja krzywej ściskania ziarna pszenicy funkcją potęgową

Oprogramowanie dodatkowo wyposażono w moduł pozwalający na identyfikację zestawu współczynników opisujących zależności energetyczne zachodzących zjawisk w postaci wartości energii rozproszonej  $W_Z$  (praca tłumienia), wartości energii sprężystości  $W_S$  oraz wartość energii całkowitego odkształcenia  $W_o$  (wykonana praca), wyrazić to można wzorem:

$$W_Z = W_o - W_S \quad (6.30)$$

W programie do obliczeń wykorzystano zasadę bazującą na interpretacji geometrycznej energii dyssypacji stanowiącej pole całej pętli histerezy, tj. obszar zamknięty między krzywymi narastania oraz opadania siły wymuszającej odkształcenie. Wartość energii sprężystej obrazuje pole pod krzywą opadania.

$$W_o = \int_0^{\varepsilon_{n,max}} F(\varepsilon) d\varepsilon \quad (6.31)$$

$$W_S = \int_{\varepsilon_{n,0}}^{\varepsilon_{n,max}} F(\varepsilon) d\varepsilon \quad (6.32)$$

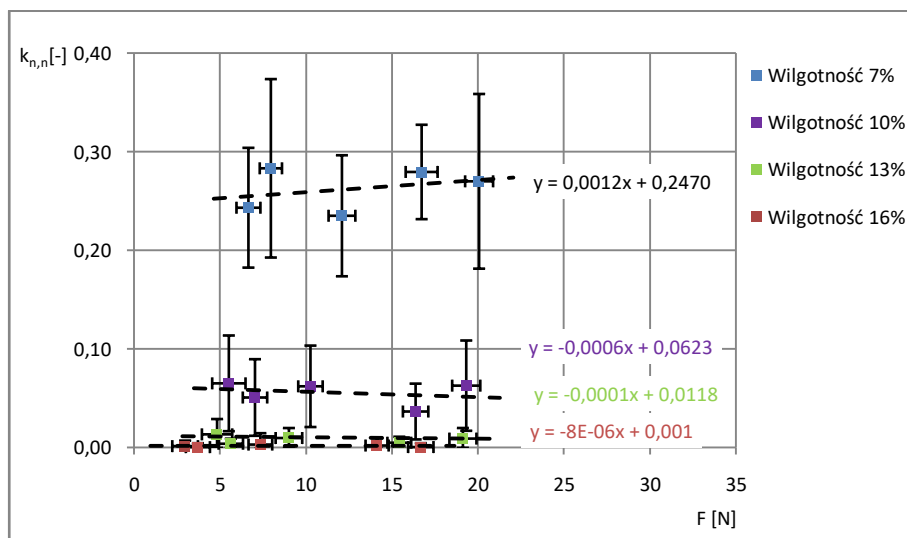
Poprawna identyfikacja powyższych parametrów pozwoliła na wyznaczenie współczynnika restytucji energii  $R^2$  charakteryzującego rozproszenie energii towarzyszącej zjawisku zderzenia.

$$R^2 = \frac{W_S}{W_o} \quad (6.33)$$

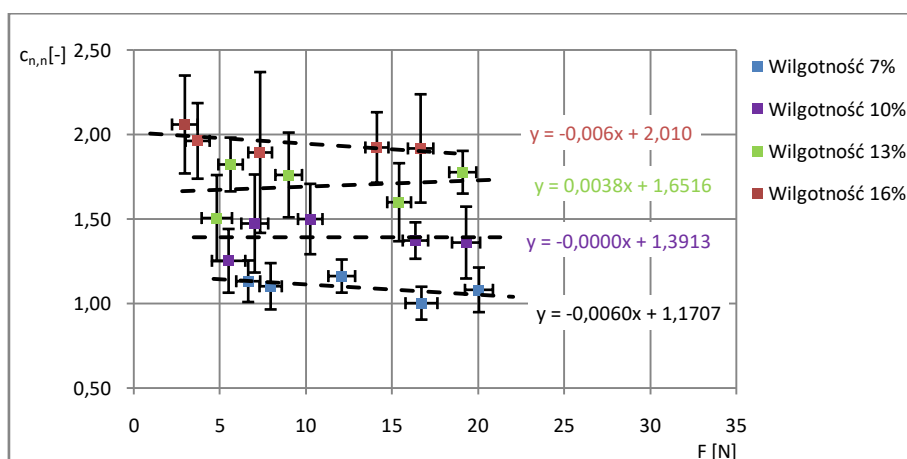


### 6.3.2. Uzyskane rezultaty

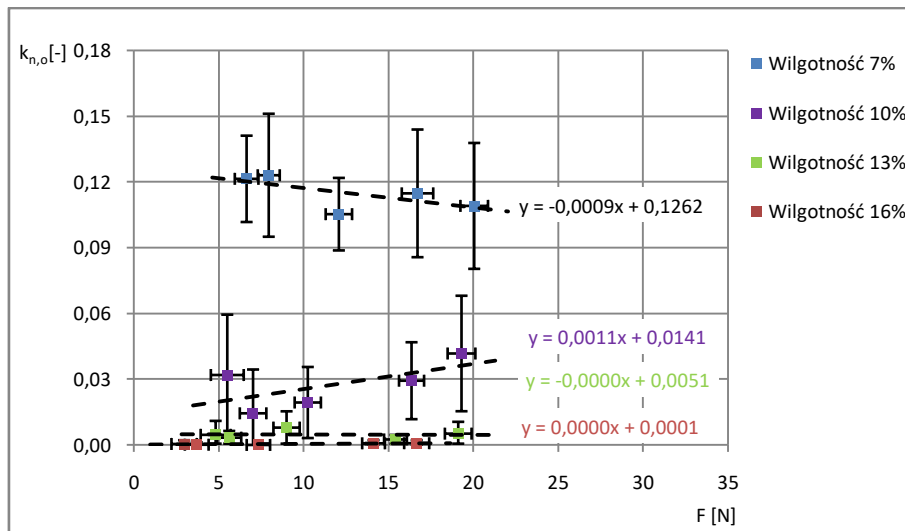
Wykorzystując opracowane oprogramowanie zgodnie z postępowaniem przedstawionym w rozdziale 6.3.1 poddano analizie zebrane dane pomiarowe. Pod rozważania wzięto pomiary ziarna dla wszystkich wykonanych prób w ułożeniu poziomym dla pełnego spektrum wilgotności tj. od 7% do 16% w pełnym analizowanym zakresie wymuszeń. Przeprowadzone prace pozwoliły na wyznaczenie współczynników dla opracowanego układu równań (6.17). Tym samym na rysunkach od 109 do 112 możliwe stało się przedstawienie współczynników  $k_{n,n}$ ,  $k_{n,o}$ ,  $c_{n,n}$  oraz  $c_{n,o}$  w funkcji siły. Na potrzeby określenia współzależności między rozważanymi zmiennymi dokonano estymacji z wykorzystaniem regresji liniowej. Proste aproksymujące naniesiono na wykresach z wykorzystaniem linii przerywanej.



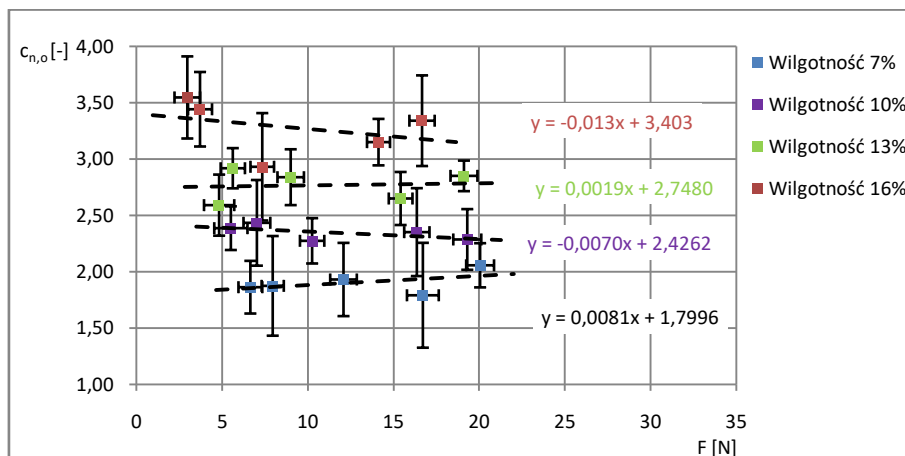
Rys. 109. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika  $k_{n,n}$  w funkcji siły kontaktowej dla odcinka narastania pętli histerezy



Rys. 110. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika  $c_{n,n}$  w funkcji siły kontaktowej dla odcinka narastania pętli histerezy



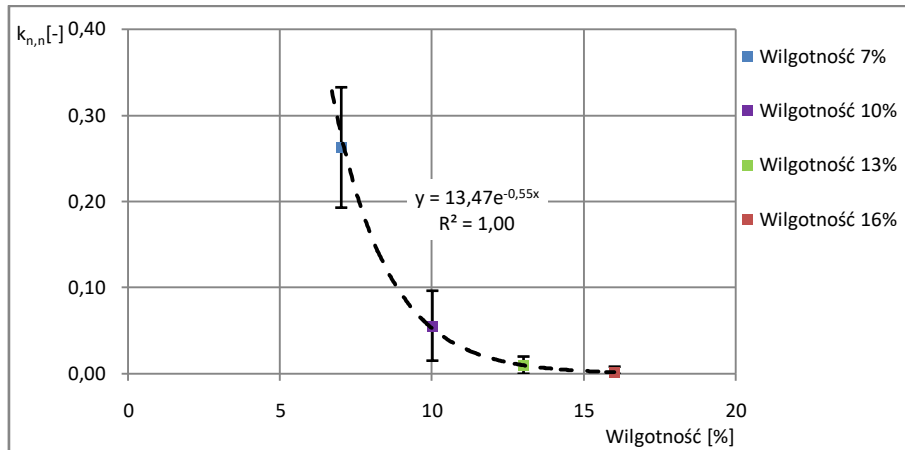
Rys. 111. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika  $k_{n,o}$  w funkcji siły kontaktowej dla odcinka opadania pętli histerezy



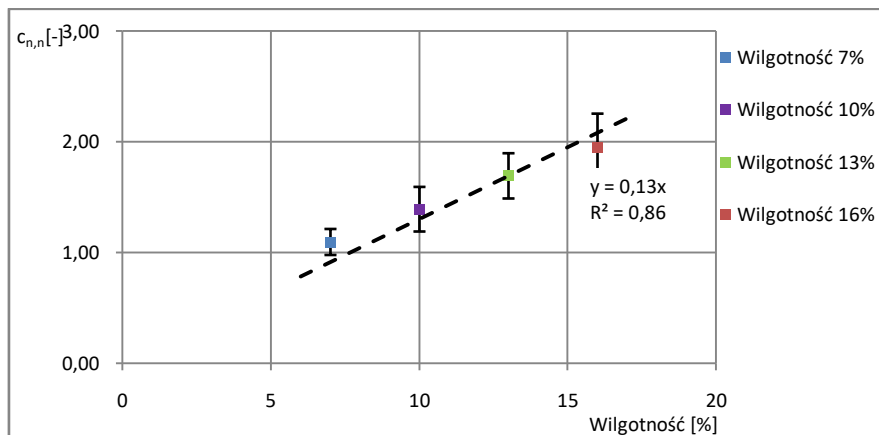
Rys. 112. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika  $c_{n,o}$  w funkcji siły kontaktowej dla odcinka opadania pętli histerezy

Na podstawie danych zaprezentowanych na wykresach można stwierdzić, iż wartość współczynników  $k_{n,n}$ ,  $k_{n,o}$ ,  $c_{n,n}$  oraz  $c_{n,o}$  jest silnie uzależniona od parametru wilgotności. Szczególnie zauważalnym jest to w przypadku współczynnika  $k_{n,n}$  oraz  $k_{n,o}$  gdzie dla wilgotności 7% jego wartość średnia znacząco przewyższa wartości odnotowywane dla pozostałych poziomów zawartości wody. Fakt ten stanowi potwierdzenie tendencji prezentowanej w analizie statystycznej wyników z badań wstępnych oraz badań dynamicznych. Materiały pochodzenia roślinnego wykazują silne uzależnienie cech fizykomechanicznych od zawartości wody w przestrzeniach międzykomórkowych, które to utrudniają jej swobodny przepływ. Jako, że woda stanowi ciecz nieściśliwą zachodzące odkształcenie w znacznym stopniu polegają na zachodzeniu uszkodzeń cytoplazmatycznych połączeń międzykomórkowych oraz otaczających je błon komórkowych. Jak już wcześniej opisywano materiał pochodzenia roślinnego cechuje znaczące zróżnicowanie nawet w obrębie jednego gatunku, potwierdzenie tego faktu ponownie można zaobserwować w przedstawionym na wykresie rozrzucie dla każdego z wyznaczonych współczynników.

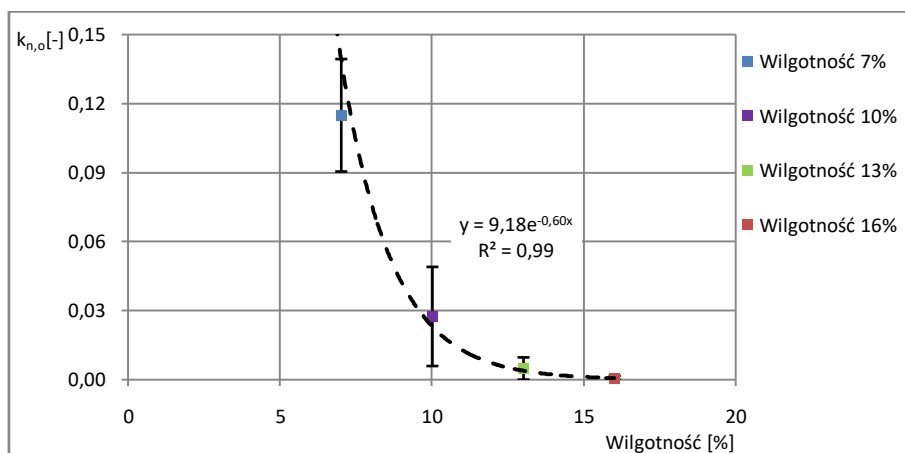
Dla lepszego scharakteryzowania istotności wpływu parametru wilgotności na wartości wyznaczonych współczynników na rysunkach 113 do 116 przedstawiono wyniki z naniesionymi funkcjami aproksymującymi. Dzięki takiemu podejściu zależność stałej kierunkowej  $k_n$  przyjmuje charakter spadkowo krzywoliniowy znakomicie opisany przy wykorzystaniu funkcji eksponencjalnej. Z kolei stała  $c_n$  dla rozważanego zakresu wzrasta proporcjonalnie prostoliniowo.



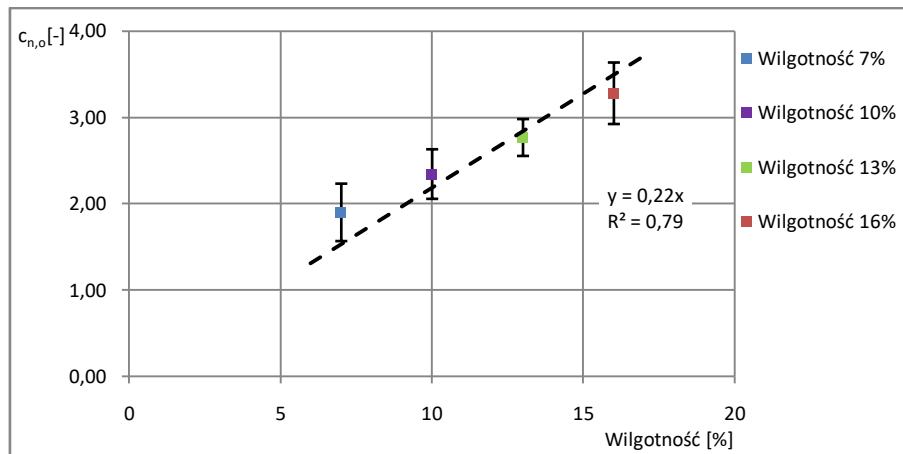
Rys. 113. Zmiana wartości współczynnika  $k_{n,n}$  w funkcji wilgotności



Rys. 114. Zmiana wartości współczynnika  $c_{n,n}$  w funkcji wilgotności



Rys. 115. Zmiana wartości współczynnika  $k_{n,o}$  w funkcji wilgotności



Rys. 116. Zmiana wartości współczynnika  $c_{n,o}$  w funkcji wilgotności

### 6.3.3. Analiza wyników

Na potrzeby analizy dane poddano min. analizie korelacji Spearmana pozwalającej sprawdzić czy istnieje istotny statystycznie związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi. Ponadto w celu sprawdzenia czy występują istotne statystycznie różnice pomiędzy poszczególnymi pomiarami dla różnych poziomów wilgotności w zakresie analizowanych zmiennych, zastosowano analizę wariancji. W sytuacji występowania istotnych statystycznie różnic, użyty został odpowiedni test post-hoc. Pozwoliło to stwierdzić pomiędzy którymi dokładnie pomiarami występują istotne statystycznie różnice. W analizie zastosowano następujące statystyki opisowe: średnią  $M$ , medianę  $Me$ , odchylenie standardowe  $SD$ , minimum, maksimum, pierwszy oraz trzeci kwartył  $Q1$ ,  $Q3$ . Za poziom istotny statystycznie przyjęto wartość  $p < 0,05$ .

Tab. 19. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności, tj. w układzie pionowym.

Zmienna	Wilgotność	M	Me	SD	Min	Max	Q1	Q3	Wynik testu statystycznego
$k_{n,n}$	7%	0,26	0,27	0,07	0,11	0,4	0,21	0,31	$F(3;476) = 972,66; p < 0,001$
	10%	0,06	0,06	0,04	0	0,18	0,03	0,09	
	13%	0,01	0	0,01	0	0,05	0	0,01	
	16%	0	0	0,01	0	0,05	0	0	
$k_{n,o}$	7%	0,09	0,09	0,02	0,05	0,15	0,07	0,11	$F(3;476) = 740,9; p < 0,001$
	10%	0,03	0,02	0,02	0	0,09	0,01	0,04	
	13%	0	0	0,01	0	0,03	0	0,01	
	16%	0	0	0	0	0,01	0	0	
$c_{n,n}$	7%	1,1	1,1	0,13	0,78	1,4	1	1,2	$F(3;476) = 433,68; p < 0,001$
	10%	1,4	1,38	0,22	0,91	1,87	1,23	1,57	
	13%	1,79	1,83	0,25	1,19	2,32	1,62	1,99	
	16%	2,14	2,14	0,32	1,39	2,85	1,9	2,4	
$c_{n,o}$	7%	1,6	1,61	0,34	0,9	2,35	1,3	1,82	$F(3;476) = 411,76; p < 0,001$
	10%	1,9	1,9	0,22	1,31	2,49	1,74	2,05	
	13%	2,43	2,48	0,26	1,74	2,96	2,27	2,63	
	16%	3	3,03	0,42	1,93	3,84	2,67	3,29	

Tab. 20. Związek pomiędzy wilgotnością, a analizowanymi zmiennymi.

Zmienna	
$k_{n,n}$	$r_s = -0.88; p < 0.001$
$k_{n,o}$	$r_s = -0.88; p < 0.001$
$c_{n,n}$	$r_s = 0.87; p < 0.001$
$c_{n,o}$	$r_s = 0.86; p < 0.001$

W kolejnym kroku sprawdzono czy występuje istotny statystycznie związek pomiędzy stałymi  $k_{n,n}$ ,  $k_{n,o}$ ,  $c_{n,n}$  i  $c_{n,o}$ , oraz siłą

Tab. 21. Związek pomiędzy siłą, a stałymi  $k_{n,n}$ ,  $k_{n,o}$ ,  $c_{n,n}$  i  $c_{n,o}$ .

Zmienna	Wilgotność	$K_{n,n}$	$K_{n,o}$	$C_{n,n}$	$C_{n,o}$
Siła	7%	$r_s = 0,16;$ $p = 0,09$	$r_s = -0,18;$ $p = 0,048$	$r_s = -0,15;$ $p = 0,11$	$r_s = 0,12;$ $p = 0,21$
	10%	$r_s = -0,12;$ $p = 0,2$	$r_s = 0,11;$ $p = 0,25$	$r_s = 0,15;$ $p = 0,11$	$r_s = -0,18;$ $p = 0,44$
	13%	$r_s = -0,15;$ $p = 0,11$	$r_s = 0,01;$ $p = 0,89$	$r_s = 0,25;$ $p = 0,007$	$r_s = 0,18;$ $p = 0,045$
	16%	$r_s = -0,2;$ $p = 0,03$	$r_s = 0,22;$ $p = 0,02$	$r_s = -0,17;$ $p = 0,06$	$r_s = -0,31;$ $p = 0,001$

Analiza przedstawionych wyników wskazuje, że dla przyjętego rozkładu w pełni zadowalającym będzie opisanie zachodzących zmian w obrębie pojedynczego badanego poziomu wilgotności z wykorzystaniem regresji liniowej. Na uwagę zwraca fakt, że najwięcej istotnych statystycznie związków dotyczy poziomu wilgotności wynoszącego 16%. Pozostałe istotne statystyczne związki są słabsze. Co więcej zgodnie z danymi przedstawionymi w powyższej tabeli 21 zdecydowano, że przebiegi cechują się nieznaczną zmiennością w obrębie rozważanych sił oraz związanych z nimi odkształceń, z tego względu uśrednione wyniki w postaci wartości każdego ze współczynników wraz z jego odchyleniem standardowym stanowią adekwatną wartość poszukiwaną. Obserwowane nachylenia prostych aproksymujących nie stanowią o dokładności poszukiwanych stałych. O wiele istotniejszym ze względu na cel prowadzonych badań, którym jest opracowanie danych do badań symulacyjnych jest wyciągnięcie wniosku z obserwowanego rozrzutu w wynikach, który sugeruje konieczność uwzględnienia zjawiska losowości doboru współczynników (w obrębie pozyskanych wyników) na potrzeby przyszłych prac symulacyjnych DEM.

#### 6.4. Weryfikacja zaproponowanego modelu

W celu potwierdzenia poprawności zaproponowanego modelu kontaktu (6.17) oraz wyznaczonych na jego potrzeby współczynników zrealizowano szereg kalkulacji odwzorowujących zjawisko zderzenia ziarna z powierzchnią sztywną. Pod rozważania wzięto cztery warianty obciążeniowe tj, zderzenie z siłą 5, 10, 15 oraz 20 N, które zbadano w aspekcie wszystkich badanych poziomów wilgotności (7, 10, 13 oraz 16%). Podjęte prace pozwoliły na wykreślenie pętli histerezy oraz porównanie ich z przebiegami uzyskanymi w wyniku badań empirycznych. Ponadto, a co najważniejsze dla każdego z rozważanych przypadków możliwym stało się wyznaczenie w funkcji czasu przebiegu siły kontaktowej

oraz przyrównanie jej do wyników ze wstępnych badań przedstawionych w rozdziale nr 5. W tym celu na podstawie zrealizowanej analizy opracowanych współczynników rozważanego równania wyznaczono ich wartości średnie (tab. 22), które następnie zostały wykorzystane do dalszych kalkulacji.

Tab. 22. Zestawienie współczynników zaproponowanego modelu kontaktu

Wilgotność	Współczynniki dla $v > 0$		Współczynniki dla $v \leq 0$	
	$k_{n,n}$	$c_{n,n}$	$k_{n,o}$	$c_{n,o}$
7%	0,262	1,0957	0,11485	1,9
10%	0,05575	1,3912	0,02745	2,345
13%	0,01	1,693	0,0048	2,768
16%	0,00179	1,95	0,00049	3,28

Na potrzeby sprawnej implementacji powyższych współczynników do układu rozważanych równań umożliwiającej weryfikację zaproponowanego modelu kontaktu, opracowano prosty program odwzorowujący zderzenie cząstki o masie  $m$  obdarzonej prędkością  $v$ . W programie ruch masy skupionej  $m$  opisano równaniem różniczkowym drugiego stopnia wywiedzionym z drugiej zasady dynamiki newtona o postaci ogólnej:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{m} f \left( \varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}, t \right) \quad (6.34)$$

dla wygody procesu numerycznego całkowania tego równania przedstawiono je w formie układu dwóch równań pierwszego rzędu:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = v \quad (6.35)$$

oraz

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} f \left( \varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}, t \right) \quad (6.36)$$

Funkcja  $f$  jest to suma wszystkich sił zewnętrznych działających na daną cząstkę o masie  $m$ . W przypadku zderzenia jest to siła kontaktowa obliczona na podstawie zależności potęgowej wyznaczonej empirycznie w rozdziale 6.2 w postaci układu równań (6.17), którą na potrzeby symulacji numerycznej wprowadzono do oprogramowania w postaci:

$$F_N = \begin{cases} k_{n,n} * \varepsilon^{c_{n,n}} & \text{dla } \dot{\varepsilon} > 0 \\ k_{n,o} * (\varepsilon - \varepsilon_{n,o})^{c_{n,o}} & \text{dla } \dot{\varepsilon} < 0 \\ 0 & \text{dla } \dot{\varepsilon} < 0 \text{ oraz } \varepsilon < \varepsilon_{n,o} \end{cases} \quad (6.37)$$

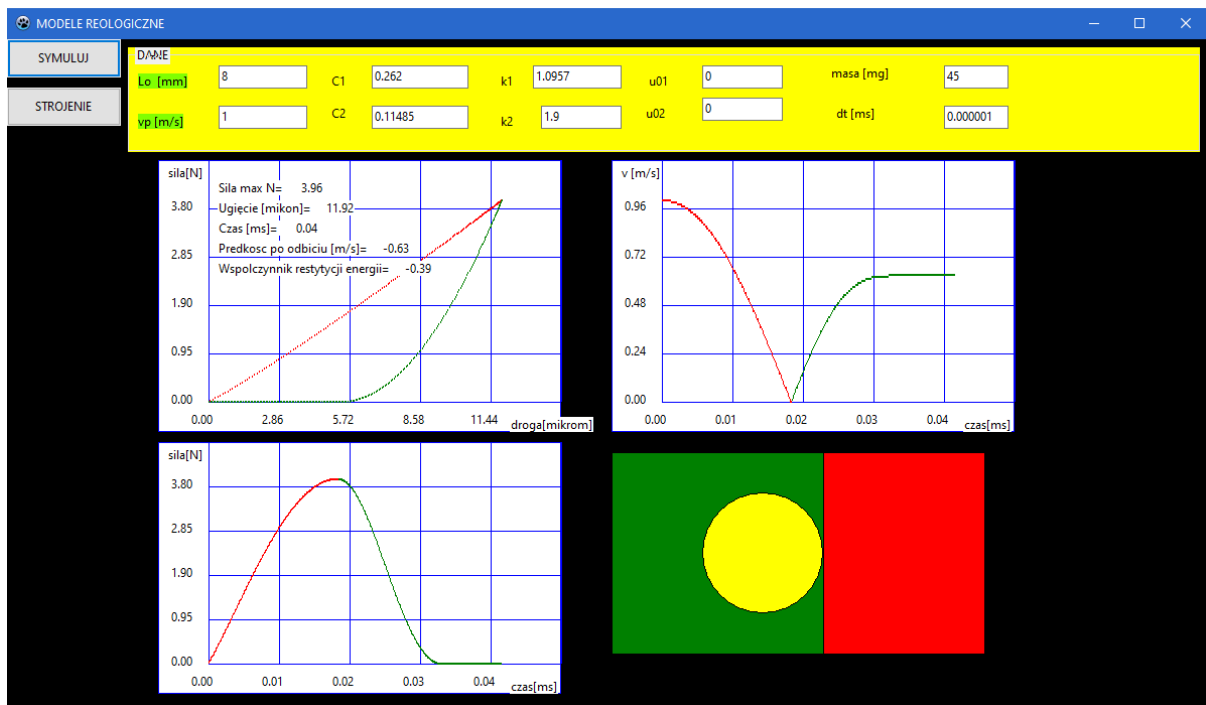
Gdzie  $\varepsilon$  jest interpretowane jako przemieszczenie środka masy względem punktu w którym dochodzi do kontaktu danej cząstki z powierzchnią kontaktu co odpowiada ugięciu ziarna.

W programie do całkowania powyższego układu równań wykorzystano najprostszy algorytm Eulera, wynikający bezpośrednio z tych równań przez pomnożenie obu ich stron przez krok całkowania  $dt$ . W rozważanym przypadku jak wykazują wyniki zrealizowanych badań, współczynniki  $k_{n,n}$ ,  $k_{n,o}$ ,  $c_{n,n}$  oraz  $c_{n,o}$  mają inne wartości dla krzywej narastania

odkształcenia i krzywej opadania. Krzywe te muszą się schodzić w punkcie zwrotnym, tj punkcie maksymalnego ugięcia ziarniaka, gdy prędkość odkształcenia spada do zera. Aby ten efekt uzyskać wystarczy obliczyć dla danych współczynników  $k_{n,o}$  i  $c_{n,o}$  wartość współczynnika  $\varepsilon_{n,o}$  gwarantującą ciągłość krzywej odkształcenia w funkcji czasu. Po przekształceniu powyższej zależności uzyskujemy:

$$\varepsilon_{n,o} = \varepsilon_{max} - \exp\left(\frac{\ln(F_{Nmax}) - \ln(k_{n,o})}{c_{n,o}}\right) \quad (6.38)$$

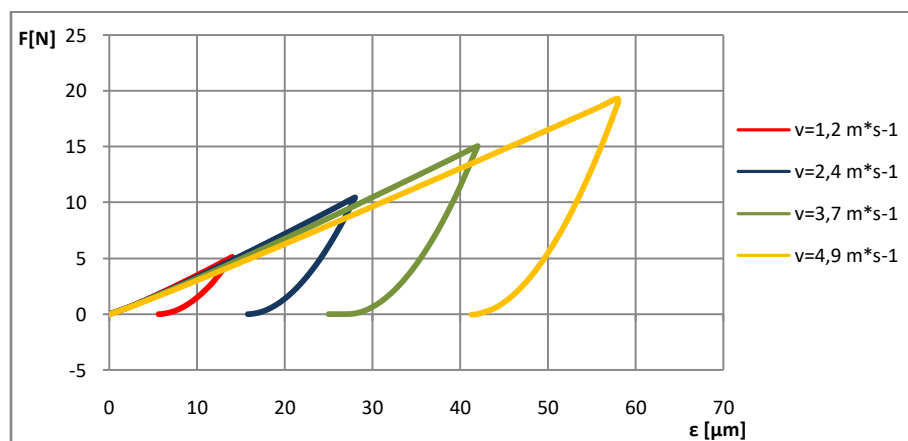
Okno programu ukazujące wyniki działania programu w postaci symulacji zderzenia cząstki o masie  $m$  obdarzonej prędkością  $v$  ukazano na rysunku 117. Widok zawiera obliczone przebiegi prędkości cząstki, siły kontaktowej w funkcji czasu i przemieszczenie. Ponadto zawarto także maksymalne przemieszczenie, maksymalną siłę i współczynniki restytucji energii w trakcie zderzenia.



Rys. 117. Wyniki symulacji zderzenia

### 6.4.1. Analiza wyników

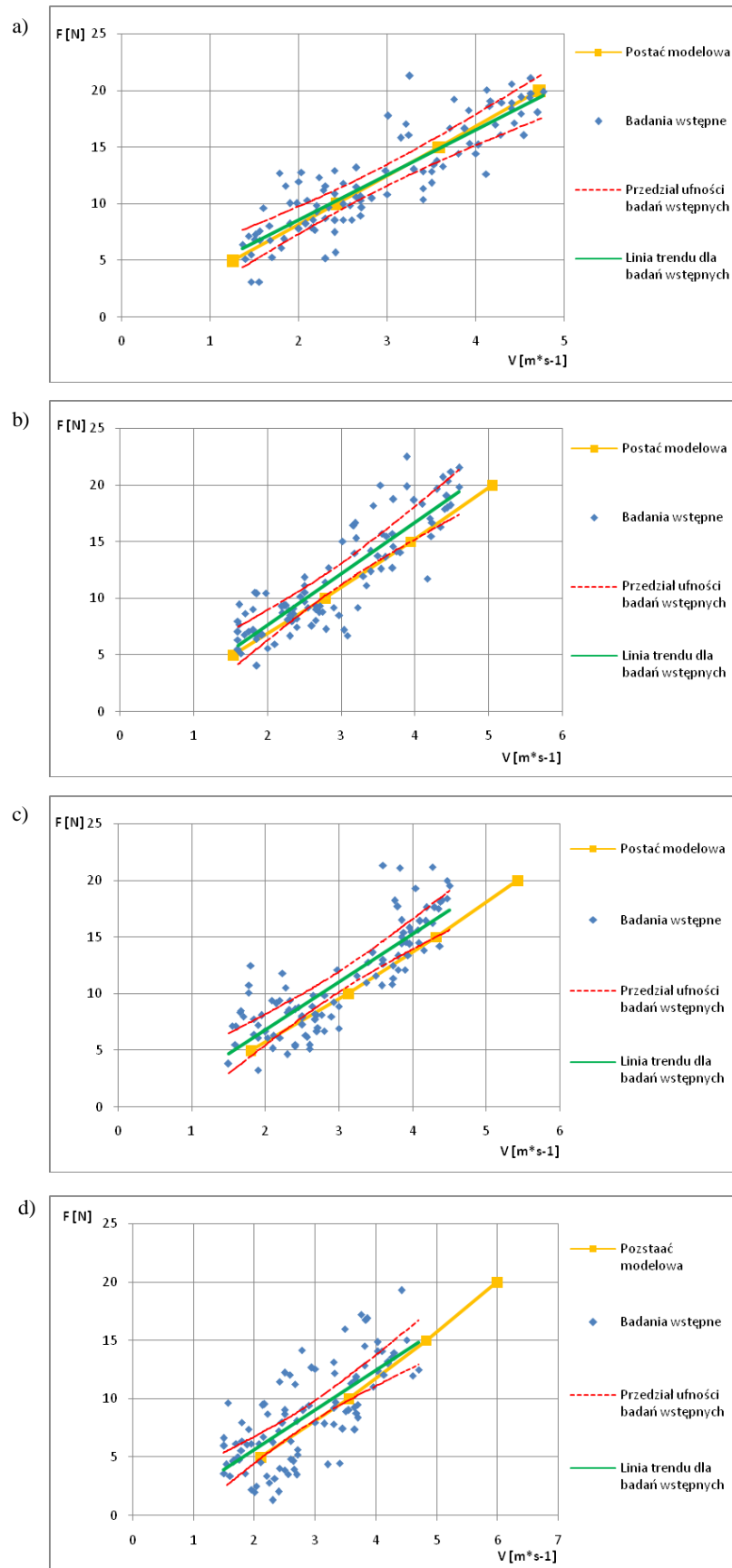
Opracowany na potrzeby niniejszej dysertacji model matematyczny oraz użyte oprogramowanie umożliwiły wyznaczenie szeregu pętli histerezy dla wszystkich analizowanych poziomów wilgotności. Zgodnie z danymi zawartymi w tabeli 27 dla każdego z poziomów wilgotności zastosowano indywidualne współczynniki równania. Przykładowy efekt podjętych działań przedstawiono na widoku rys. 118, gdzie wykreślono cztery modelowe pętle histerezy, kolejno reprezentujące zjawisko zderzenia z siłą 5, 10, 15 oraz 20 N dla poziomu wilgotności 7%.



Rys. 118. Wyniki badań symulacyjnych opracowanego modelu zderzenia ziarna zbożowego o wilgotność 7%

Pozyskane wyniki poddano analizie oraz rozkładowi na czynniki pierwsze. Zrealizowane prace pozwoliły na porównanie wyników symulacji opracowanego modelu z danymi wyznaczonymi w procesie badań wstępnych (przedstawionych w rozdziale 5.1) stanowiących jednoznacznie identyfikację zjawiska zderzenia ziarna zbożowego. W efekcie stało się możliwym wykreślenie zależności w postaci zmiany siły kontaktowej względem prędkości początkowej zderzenia (rys. 119), która w wyniku zaaplikowanego modelu matematycznego przyjęła postać o przebiegu wykładniczym (linia żółta). Jak można zauważyć jej przebieg dla wszystkich rozważanych poziomów wilgotności nie odbiega znacząco od przebiegu linii regresji (kolor zielony) opisującej wyniki dotyczące rzeczywistych danych pomiarowych. Opracowany model odzwierciedla progresywny charakter zależności między prędkością zderzenia, a wartością siły kontaktowej. Ponadto w tabeli 28 zostało wykonane zestawienie współczynników obrazujących jakość dopasowania przebiegów modelowych do rzeczywistych danych pomiarowych. Analiza zestawienia ukazuje, iż przebieg modelowy opisuje wyniki doświadczalne ze zbliżoną dokładnością jak wyznaczona krzywa regresji.



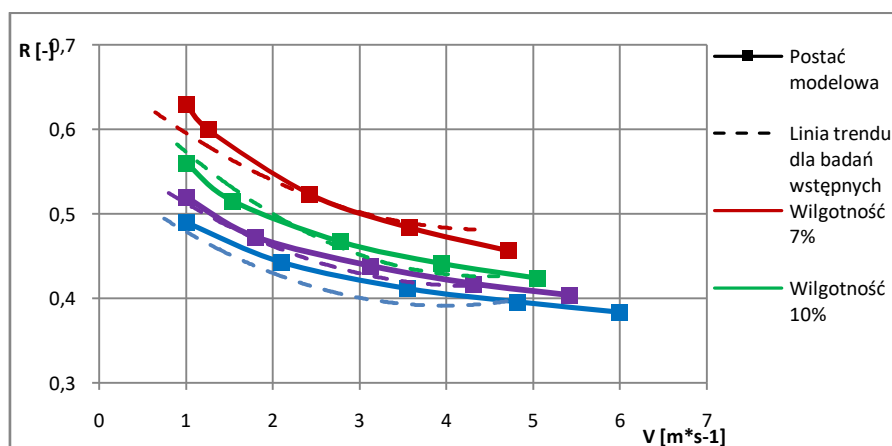


Rys. 119. Porównanie postaci modelowej z wynikami badań wstępnych dla przebiegów zależności siły kontaktowej względem prędkości zderzenia; a) wilgotność 7%, a) wilgotność 10%, a) wilgotność 13%, a) wilgotność 16%

Tab. 23. Zestawienie wartości współczynnika dopasowania  $R^2[-]$  dla wyznaczonych zależności siły kontaktowej względem prędkości zderzenia

Wilgotność [%]	Dopasowanie przebiegów modelowych	Dopasowanie linii trendu badań wstępnych
7	0,714	0,773
10	0,674	0,762
13	0,613	0,707
16	0,493	0,537

Podobne podejście do powyższego zaprezentowano w aspekcie analizy zjawiska strat energii. Na rysunku 120 dokonano zestawienia porównawczego współczynnika restytucji  $R$  wyznaczonego na podstawie badań modelowych z rzeczywistymi pomiarami uzyskanymi w wyniku eksperymentu swobodnego zrzutu ziarna zrealizowanego na stanowisku badawczym. Wykreślone wyniki modelowe wykazują skuteczne odwzorowanie zależności w postaci zmiany wartości współczynnika restytucji względem wzrostu prędkości zderzenia, która zgodnie z rzeczywistością przyjmuje charakter malejący. Przebieg zmiany charakterystyki modelowej opracowanej z wykorzystaniem uśrednionej wartości współczynników, podobnie jak linia wyznaczająca trend danych dot. wstępnych pomiarów przyjmuje postać nieliniową. Szczegółowe dane dotyczące jakości dopasowania modelu numerycznego do danych pomiarowych zestawiono w tab. 24. Zgodnie z zaprezentowanym w niej zestawieniem charakterystyka numeryczna odwzorowuje rzeczywistość ze zbliżoną dokładnością jak wyznaczone linie trendu.

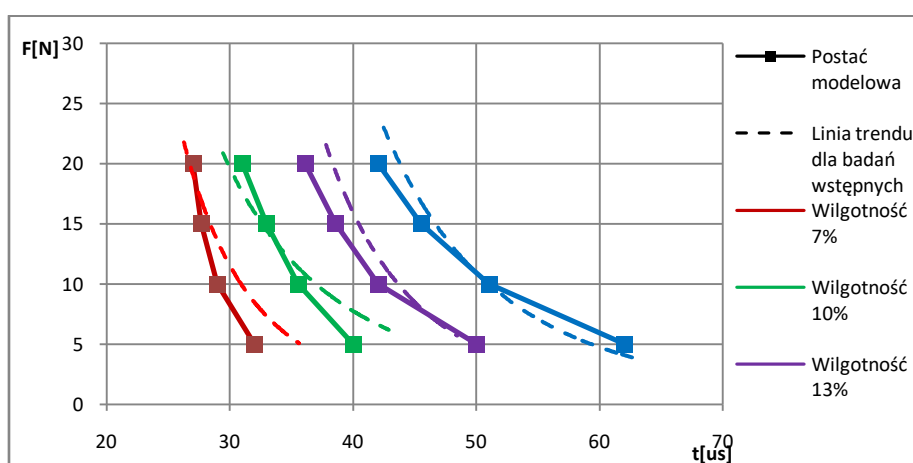


Rys. 120. Porównanie postaci modelowej z wynikami badań wstępnych dla przebiegów współczynnika restytucji  $R$  względem prędkości zderzenia

Tab. 24. Zestawienie wartości współczynnika dopasowania  $R^2[-]$  dla wyznaczonych zależności współczynnika restytucji  $R$  względem prędkości zderzenia

Wilgotność [%]	Dopasowanie przebiegów modelowych	Dopasowanie linii trendu badań wstępnych
7	0,532	0,593
10	0,494	0,571
13	0,447	0,502
16	0,210	0,356

W kolejnym etapie przeanalizowane zostały charakterystyki w formie czasów trwania kontaktu dla analizowanego zjawiska. W wyniku zestawienia danych, została wyznaczona zależność między czasem trwania kontaktu, a siłą zderzenia (rysunek 121). Na przedstawionym wykresie obserwuje się nieliniową charakterystykę, gdzie wraz ze wzrostem siły (a zatem prędkości zderzenia) następuje skrócenie czasu kontaktu. Ponadto dzięki poprawnie wyznaczonym współczynnikom dla przyjętego modelu zapewniono dużą zgodność z rzeczywistością charakterystyką polegającą na wydłużeniu czasu trwania zderzenia wraz ze zwiększeniem wilgotności ziarna zbożowego. Na szczególne podkreślenie zasługuje odwzorowanie postępującej wraz ze wzrostem wilgotności różnicy w czasach między niskimi a wysokimi poziomami sił, co na wykresie można zaobserwować jako zwiększenie krzywizny analizowanego przebiegu. Jakość dopasowania modelu do danych pomiarowych wyznaczonych w rozdziale 5.1 przedstawiono w tab. 25.



Rys. 121. Porównanie postaci modelowej z wynikami badań wstępnych dla przebiegów zależności siły kontaktowej względem czasu trwania kontaktu

Tab. 25. Zestawienie wartości współczynnika dopasowania  $R^2$ [-] dla wyznaczonych zależności siły kontaktu  $F_n$  względem czasu trwania kontaktu

Wilgotność [%]	Dopasowanie przebiegów modelowych	Dopasowanie linii trendu badań wstępnych
7	0,420	0,498
10	0,524	0,588
13	0,411	0,549
16	0,602	0,628

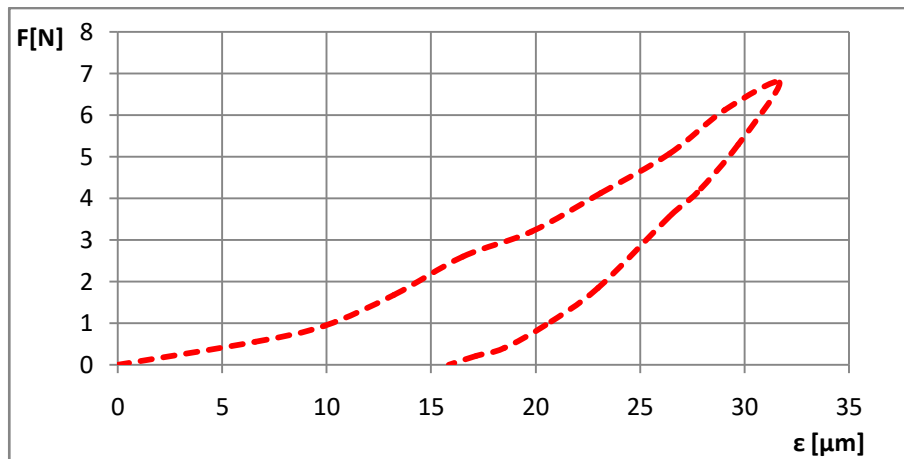
## **7. Egzemplifikacja opracowanego modelu kontaktu w oprogramowaniu komercyjnym**

Zaprezentowana w rozdziale 6.4 weryfikacja ukazuje możliwości wykorzystania opracowanego równania oraz wyznaczonych na jego potrzeby współczynników, jako znakomitej podstawy do tworzenia własnego oprogramowania symulacyjnego umożliwiającego prowadzenie precyzyjnych rozważań, o szczególnym zastosowaniu. Wypracowane rozwiązania dają o wiele większe możliwości, m.in. implementacji modelu do komercyjnie oferowanych pakietów symulacyjnych. W tym celu producenci oferują moduły programistyczne do swoich pakietów pozwalające na wprowadzanie nowych kodów.

Jednakże zaznaczyć należy, że nie każde dostępne oprogramowania pozwala na wzbogacanie swoich bibliotek o nowe modele kontaktu. Jest to problem niosący ograniczenia w aspekcie rozwiązywania problemów dotyczących badań symulacyjnych ziarniaków pszenicy. W takiej sytuacji pewnego rodzaju rozwiązanie przynoszą uzyskane charakterystyki w postaci zależności siłowo-odkształceniowych. Ich analizy, a dokładnie wyznaczone w rozdziale 6.3 współczynniki opracowanego modelu wskazują na możliwość ograniczonej stosowalności modelu EEPA (szczegółowo opisanego w rozdziale 4.4.9) znajdującego się powszechnie na wyposażeniu komercyjnych pakietów symulacyjnych. Model ten opracowany z myślą odzwierciedlania kontaktu z uwzględnieniem zjawiska adhezji w odpowiedni sposób sparametryzowany, zbliżony jest właściwościami do cech materiałowych ziarniaków pszenicy o niskim poziomie zawartości wilgotności. Zaznaczyć należy, że model ten nie opisuje w tak kompleksowym i szerokim zakresie rozważanego materiału jak wypracowana w rozdziale 6.2 zależność, jednakże daje sposobność realizacji podstawowych uproszczonych testów.

### **7.1. Model obliczeniowy**

W ramach prowadzonych rozważań zostały przeprowadzane badania symulacyjne dla przypadku zderzenia ziarniaka pszenicy odmiany Memory o wilgotności 10% z płaską powierzchnią zespołu roboczego maszyny. Na potrzeby realizacji prac wykorzystano komercyjne oprogramowanie PFC 3D Version 6.00.30 (Particle Flow Code) opracowane przez Itasca Consulting Group Inc., w którym standardowe wyposażenie biblioteki stanowi model kontaktu EEPA. Do wyznaczenia parametrów modelu EEPA wykorzystano wyniki prac doświadczalnych w postaci przykładowego przebiegu siła-odkształcenie, wytypowanego ze zbioru danych pomiarowych uzyskanych w wyniku eksperymentu zrealizowanego w rozdziale 5.2 pracy. Dane pomiarowe przyjęte do dalszych prac przedstawiono na rysunku nr 122.



Rys. 122. Przebieg rzeczywisty

Powyższe dane pomiarowe przyjmują charakterystyczny układ pętli histerezy w postaci dwóch odcinków o przebiegu nieliniowym. Gdzie odcinek reprezentujący proces odciążania opisywanego kontaktu ze względu na stosunkowo niską wilgotność próbki przyjmuje kształt o niewielkim poziomie wypukłości, co stanowi kluczowy warunek dla przyjęcia pomiaru pod dalsze procedowanie modelem EEPA. Wyższe poziomy wilgotności zgodnie z dokonanymi w pracy pomiarami odznaczają się większą krzywizną niemożliwą do odwzorowania modelem EEPA, tym samym wykluczając z szerszych zastosowań.

Wytypowane dane wykorzystując narzędzia oraz metody opisane w rozdziale 6.3 powyższej pracy aproksymowano modelem autorskim (6.17), który został dostrojony następującymi stałymi:

$$k_{n,n}=0,0557,$$

$$c_{n,n}=1,39,$$

$$k_{n,o}=0,1475,$$

$$c_{n,o}=1,39.$$

Na potrzeby dostrojenia rozważanego w opisywanym przypadku symulacyjnym modelu EEPA wykorzystane zostało założenie, w myśl którego wykres dla przebiegu narastania siły przebiega zgodnie w obu modelach (równanie (6.17) oraz (4.58)). Wynika to z faktu, iż w obu przypadkach proces obciążania scharakteryzowano z wykorzystaniem jednakowego zapisu matematycznego w postaci funkcji potęgowej. Dzięki tej zbieżności przyjęto założenia początkowe w postaci:

$$k_1 = k_{n,n} \quad (6.39) .$$

oraz

$$n = c_{n,n} \quad (6.40)$$

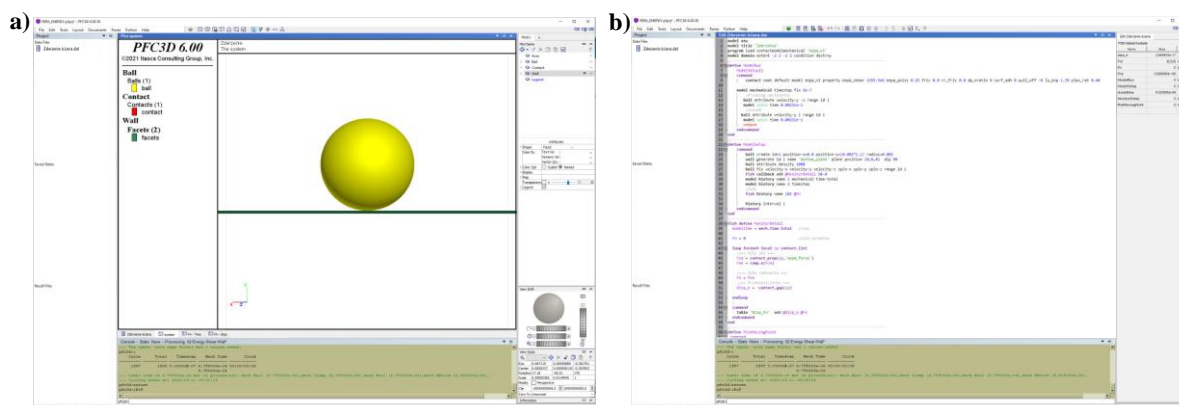
Na potrzeby identyfikacji parametrów drugiego członu modelu EEPA wykorzystano zależności przedstawione w rozdziale 4.4.9. Ponadto bardzo istotną część parametryzacji modelu EEPA wprowadzono w aspekcie zjawiska adhezji, która to w rozważanym przypadku kontaktu ziarniaka pszenicy z powierzchnią zespołu roboczego maszyny stanowiła zjawisko niepożądane, niezgodne z rzeczywistością. W celu jej wyeliminowania z symulacji na etapie implementacji właściwości (stałych) modelu bez szkody dla poprawności przebiegu symulacji zostało ustalone, iż energia powierzchniowa adhezji oraz siła zrywająca osiągają wartość

zerową. W efekcie podjętych działań wyznaczone zostały wszystkie niezbędne parametry modelu kontaktu EEPA, których pełne zestawienie zawarte zostało w tab. 26.

Tab. 26. Zestawienie parametrów symulacji dla kontaktu z zastosowaniem modelu EEPA

Właściwość mech.	Symbol	Jednostka	Oznaczenie w programie	Wartość
Moduł Kirchhoffa	$G$	MPa	eeпа_shear	1593,5
Liczba Poissona	$\nu$	-	eeпа_poiss	0,25
Współczynnik tarcia	$\mu$	-	fric	0
Prędkość zderzenia	$v$	$m*s^{-1}$	velocity-y	2
Wykładnik równania EEPA	$n$	-	lu_exp	1,39
Współczynnik plastyczności	$\lambda$	-	plas_ratio	0,40
Promień	$R$	m	radius	0,002
Parametry dotyczące zjawiska adhezji				
Swobodna energia powierzchniowa	$\gamma$	$J*m^{-2}$	surf_adh	0
Siła zerwania adhezji	$F_0$	N	pull_off	0

Na podstawie przeprowadzonych działań analitycznych oraz prawidłowo ustalonych warunków brzegowych zbudowano model symulacyjny (rys. 123 a). W przypadku rozważanego problemu, tj. symulacji odwzorowującej zderzenia ziarna o masie 0,045 g, zdecydowano się na zamodelowanie badanego obiektu jako pojedynczej sfery o średnicy 4 mm. Płaszczyznę oporową stanowiącą zakładaną powierzchnię zespołu roboczego maszyny przyjęto jako płaską powierzchnię o wymiarach 90x90 mm, która na potrzeby symulacji stanowi materiał o idealnej, nieskończonej sztywności. W badaniu krok czasowy ustalono na poziomie  $5e^{-7}$  s.



Rys. 123. Okna programu PFC 3D Version 6.00.30: a) widok okna symulacji, b) widok okna kodu symulacji

W programie PFC 3D 6.00.30 do definiowania symulacji wykorzystywany jest arkusz poleceń, w którym przy zastosowaniu języka C++ opracowuje się geometrię modelu oraz przebieg badania (rys. 123 b). Kod programu zrealizowanej symulacji został opracowany w następującej formie:

```

model new
model title 'Zderzenie'
program load contactmodelmechanical 'eepa_nl'
model domain extent -2 2 -2 2 condition destroy
;-----
define ModelRun
  ModelSetup()
  command
    contact cmat default model eepa_nl property eepa_shear 1593.5e6
eepa_poisson 0.25 fric 0.0 rr_fric 0.0 dp_nratio 0 surf_adh 0 pull_off -0
lu_exp 1.39 plas_rat 0.40

    model mechanical timestep fix 5e-7
      ;Przebieg obciążenia
      ball attribute velocity-y -1 range id 1
      model solve time 0.00231e-1
      ;unload
      ball attribute velocity-y 1 range id 1
      model solve time 0.00231e-1
      return
    endcommand
end
;-----
define ModelSetup
  command
    ball create id=1 position-x=0.0 position-y=[0.002*1.1] radius=0.002
    wall generate id 1 name 'bottom_plane' plane position (0,0,0) dip
90
    ball attribute density 1000
    ball fix velocity-x velocity-y velocity-z spin-x spin-y spin-z
range id 1
    fish callback add @MonitorDetail 50.0
    model history name 1 mechanical time-total
    model history name 2 timestep
    ;Siły
    fish history name 102 @Fn

    history interval 1
  endcommand
end
;-----
fish define MonitorDetail
  modeltime = mech.time.total ;czas

  Fn = 0 ;siła normalna

  loop foreach local cp contact.list
    ;=== Siły skł ===
    Fce = contact.prop(cp, 'eepa_force')
    Fne = comp.x(Fce)

    ;=== Siła całkowita ===
    Fn = Fne
    ;=== Przemieszczenie ===
    disp_n = -contact.gap(cp)

  endloop
;
  command
    table 'Disp_Fn' add @disp_n @Fn
  endcommand

```

```

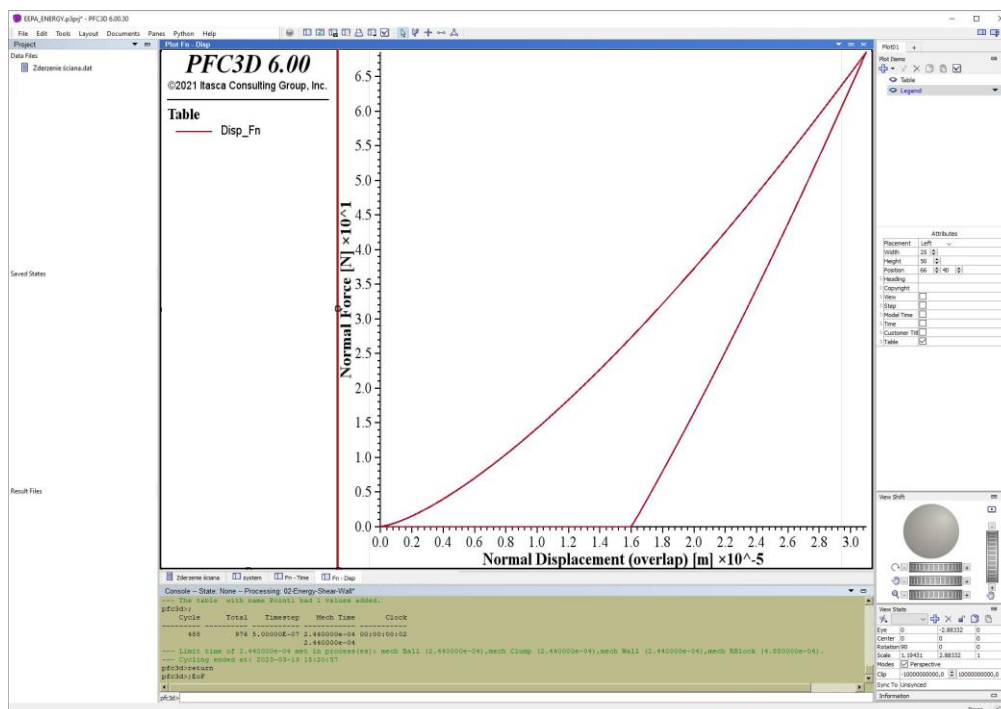
end
;-----
define PlotMovingPoint
  command
    table 'Point1' clear
    table 'Point1' add @disp_n @Fn

  endcommand
end
;-----
fish callback add @PlotMovingPoint 50.0
@ModelRun
;EoF

```

## 7.2. Wyniki symulacji

W efekcie zrealizowanego badania zebrano kluczowe dane pomiarowe. Wyniki symulacji dostarczyły informacji w postaci siły kontaktowej odwzorowanej za pomocą zaimplementowanego modelu EEPA oraz towarzyszącego jej ugięcia symulowanego obiektu sferycznego (ziarniak) (rys. 124). Zrealizowany pomiar ugięcia zgodnie z algorytmem programu (powszechnie przyjętym w DEM) dotyczył rejestracji zmiany położenia środka ciężkości obiektu sferycznego względem głównego układu współrzędnych.

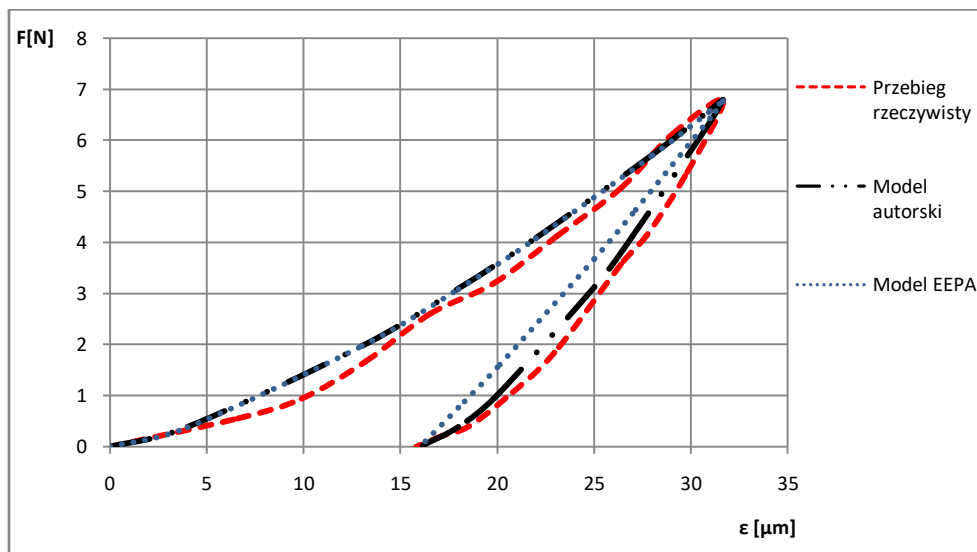


Rys. 124. Widok okna programu PFC 3D z zebranymi danymi pomiarowe z przebiegu symulacji prezentującymi wykres zależności siły kontaktowej od przemieszczenia badanego ziarna

W efekcie przeprowadzonych symulacji wyznaczono poszukiwaną charakterystykę czyli zależność siły od przemieszczenia. Jak można zaobserwować na podstawie przedstawionego na rys. 125 poszukiwanego przebiegu widać, iż przyjęte do parametryzacji modelu EEPA podejście pozwoliło na odwzorowanie zjawiska pętli histerezy z wyeliminowanym charakterystycznym wpływem zjawiska adhezji. Wraz z wykryciem



kontaktu siła narasta od wartości zerowej, a jej początek znajduje się w zerowej części układu współrzędnych. Co istotne model EEPA pozwolił na osiągnięcie punktów charakterystycznych w postaci siły maksymalnej oraz towarzyszącego jej przemieszczenia, które zgodnie z przebiegiem rzeczywistym wyniosły odpowiednio 6,83 N oraz 32  $\mu\text{m}$ . Ponadto przebieg samego odcinka narastania obciążenia kontaktowego jest zgodny z przebiegiem modelu wyrażonego równaniem (6.17) przedstawionego w rozdziale 6.2. Fakt ten dokładnie obrazuje rysunek numer 125, na którym pokazano porównanie trzech przebiegów tj.: danych pomiarowych dla rzeczywistego ziarna, modelu autorskiego (równanie (6.17)) oraz modelu EEPA.



Rys. 125. Porównanie wyników modelowania charakterystyki kontaktu dwóch modeli teoretycznych z rzeczywistym przebiegiem

Szczegółowa analiza powyższego wykresu uwidacznia różnice w obszarze charakterystyk dotyczących zjawiska odciążania kontaktu. Jak można zauważyć dla przypadku modelu EEPA prezentowanego kolorem niebieski przebieg funkcji odbiega w pewnym stopniu od rzeczywistych danych pomiarowych. Odcinek reprezentujący proces redukcji siły kontaktowej dla modelu EEPA odznacza się mniejszym stopniem zakrzywienia przebiegu. Wyraźnie jego postać jest bliższa charakterystyce liniowej. Szczególnie znaczące różnice uwidaczniają się dla niższych wartości obciążeń gdzie rzeczywiste dane pomiarowe ulegają łagodnemu przejściu, aż do zaniknięcia siły kontaktowej, a w modelu EEPA zjawisko to występuje skokowo. Różnice te można dokładniej poznać na podstawie zestawienia prezentującego stopień dopasowania poszczególnych modeli do danych pomiarowych. Jak wynika z danych przedstawionych w tab. 27 współczynnik determinacji modelu autorskiego osiąga wysoki poziom dopasowania  $R^2=0,99$ , co świadczy o możliwości prowadzenia precyzyjnych symulacji. W przypadku modelu EEPA wynik ten jest nieco niższy gdyż  $R^2=0,93$ , jednakże dla wybranych zastosowań symulacyjnych może się on okazać wystarczający.

Tab. 27. Zestawienie porównawcze określające dopasowanie modeli matematycznych do danych pomiarowych

	<b>Model EEPA</b>	<b>Model autorski</b>
<b>Współczynnik determinacji <math>R^2</math></b>	0,93	0,99
<b>Współczynnik korelacji <math>R</math></b>	0,96	0,99

Dokładność dopasowania uzyskanych przebiegów bezpośrednio przekłada się na własności mechaniczne. Fakt ten można zaobserwować analizując tak istotny parametr jak współczynnik restytucji energii  $R_E$ . Różnice w dokładności odwzorowania przebiegu dla zjawiska odciążania wpływają na zwiększenie wartości  $R_E$ , która dla wyników przebiegu rzeczywistego wynosi 0,54, a dla modelu EEPA 0,60 (tab. 28).

Tab. 28. Porównanie współczynników restytucji energii dla trzech rozważanych przypadków

	<b>Przebieg rzeczywisty</b>	<b>Model EEPA</b>	<b>Model autorski</b>
<b>Współczynnik restytucji energii <math>R_E</math></b>	0,54	0,60	0,53

## 8. Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono problematykę identyfikacji oraz modelowania sił kontaktowych dla ziarna zbożowego dotyczącą zmian jego właściwości mechanicznych w aspekcie zjawisk o przebiegu dynamicznym. Zagadnienie to jest istotne z punktu widzenia badań symulacyjnych metodą DEM (rozdział 2) ruchu ziarna w maszynach rolniczych, a w szczególności urządzeniach transportu pneumatycznego, sortownikach, rozdrabniaczach itp., z tego względu sformułowano cel naukowy pracy w postaci: **budowa modelu matematycznego wiążącego siłę z odkształceniem dla ziarna zbożowego oraz opracowanie metody identyfikacji parametrów tego modelu, uwzględniającego zjawisko pochłaniania energii podczas zderzenia ziarna zbożowego z powierzchnią metalową w kierunku normalnym**. Cel ten zrealizowano za pomocą następujących zadań cząstkowych:

- przeprowadzono identyfikację zjawisk towarzyszących zderzeniu ziarna z powierzchnią zespołu roboczego, w tym: relacji siła-czas, prędkość – restytucja, a także ustalenie wpływu poziomu wilgotności ziarna pszenicznego na badane zjawiska,
- dokonano identyfikacji relacji siła-odkształcenie dla zjawiska zderzenia w kierunku normalnym ziarna zbożowego z płaską powierzchnią zespołu roboczego,
- Poszukiwanie funkcji matematycznej (liniowej, wykładniczej lub potęgowej) najlepiej reprezentującej zidentyfikowane zależności siłowo-odkształceniowe,
- opracowano model matematyczny, pozwalającego na odwzorowanie przebiegu sił w trakcie dynamicznego zderzenia ziarna zbożowego z płaską powierzchnią, (w tym wyznaczono współczynniki (stałe) równania modelu matematycznego)
- dokonano weryfikacji opracowanego modelu na drodze badań DEM, tj. implementacji modelu do systemu symulacyjnego oraz odtworzenia z jego pomocą elementarnego procesu zderzenia.

Na podstawie wykonanego przeglądu literaturowego wykazano brak metod ujmujących globalnie złożoność zjawisk fizycznych występujących podczas zderzenia i wpływu tychże zjawisk na parametry kinematyczne ziaren pszenicy transportowanych pneumatycznie.

W związku z powyższym zaproponowano procedurę identyfikacji przebiegu sił w układzie ziarno-zbożowe powierzchnia zespołu roboczego. W ramach, której w pierwszym kroku przeprowadzono wstępną identyfikację sił podczas zderzenia pojedynczego ziarna z powierzchnią płaską. Uzyskane wyniki wykorzystano jako warunki brzegowe dla dalszych prac badawczych. Na potrzeby pracy skonstruowano specjalne stanowisko laboratoryjne i zebrano dane doświadczalne, które umożliwiły wyznaczenie charakterystyk siłowo-przemieszczeniowych.

Zebrane dane posłużyły do opracowania i walidacji modelu kontaktu, opisującego właściwości reologiczne ziaren pszenicy. Zaproponowano procedurę identyfikacji charakterystyk oraz wyznaczenie matematycznej postaci modelu kontaktu i jego współczynników. Model oraz współczynniki zostały zweryfikowane poprzez porównanie wyników badań symulacyjnych z rzeczywistymi.

Na zakończenie pracy dokonano podsumowania przeprowadzonych badań, prezentując wartość użytkową zebranych danych pomiarowych oraz opracowanego modelu kontaktu. Przeprowadzono również badania symulacyjne przy użyciu metody DEM.

### **8.1. Odniesienie do tezy i celu pracy**

W celu udowodnienia postawionej tezy zaproponowano weryfikację opracowanego modelu kontaktu, z zastosowaniem prostego programu odwzorowującego zderzenie cząstki (ziarna zbożowego) z płaską powierzchnią. W programie implementując algorytmy metody numerycznej DEM oraz opracowany model kontaktu opisano ruch masy skupionej równaniem różniczkowym drugiego stopnia wywiedzionym z drugiej zasady dynamiki newtona o postaci ogólnej.

Zasadniczość tezy wykazano realizując w danym oprogramowaniu prace polegające na wykreśleniu pętli histerezy oraz przyrównaniu ich do przebiegów uzyskanych w wyniku badań empirycznych. W tym celu wykonano szerokie analizy porównawcze. Skonfrontowano krzywe reprezentujące wyniki eksperymentów fizycznych (opisujące relacje siła-prędkość, współczynnik restytucji-prędkość, siła-czas), z krzywymi reprezentującymi wyniki badań symulacyjnych DEM. Uzyskano wysoki poziom zbieżności, pomiędzy wyżej wymienionymi krzywymi. W efekcie potwierdzono realizację celu zasadniczego oraz związanych z nim celów pośrednich.

### **8.2. Uwagi krytyczne**

W ramach zrealizowanych prac osiągnięto szereg korzyści, jednakże ze względu na napotkane trudności nie rozwiązały one wszystkich kwestii dotyczących zagadnienia modelowania kontaktu ziarna zbożowego na potrzeby metod symulacyjnych DEM. W pracy zrealizowano badania właściwości mechanicznych dla dwóch kierunków obciążenia, tj. w ułożeniu poziomym oraz pionowym, jednakże w aspekcie procedowania modelu reologicznego wykorzystano jedynie ułożenie poziome. Odrzucenie ułożenia pionowego podyktowane trudnościami w realizacji pomiarów oraz wiążącej się z tym niepewności pozyskanych wyników spowodowała powstanie luki badawczej w kwestii słuszności stosowalności opracowanego modelu dla obu kierunków oddziaływania.

Podjęte czynności ze względu na pracochłonność realizowanych działań nie zostały zweryfikowane dla innych odmian pszenicy. Zatem pozyskane wyniki mogą odnosić się jedynie do pszenicy odmiany Memory. Zastosowanie danego modelu w przypadku innych gatunków ziaren zbóż należy potwierdzić stosownymi badaniami.

### **8.3. Praktyczne wykorzystanie efektów pracy**

Zasadniczy efekt użyteczny zrealizowanych prac stanowi możliwość wykorzystania opracowanego modelu kontaktu do podstawowych badań symulacyjnych DEM. Przyjęte klarowne rozwiązania tworzące strukturę matematyczną modelu umożliwiają jego implementację do komercyjnych systemów obliczeniowych jak i tworzenie na jego bazie własnych narzędzi symulacyjnych (rozdział 6.4).

Na szczególne podkreślenie zasługuje możliwość powszechnego wykorzystania opracowanej na potrzeby pracy metodyki postępowania w procesie identyfikacji dynamicznych właściwości mechanicznych ziaren zbóż. Wszystkie czynności niezbędne do zrealizowania w tych procesach opisano szczegółowo umożliwiając ich pełne odwołanie oraz budowę analogicznych stanowisk badawczych.

#### **8.4. Zadania do rozwiązania w przyszłości**

Zgodnie ze wskazaniem zawartym w uwagach krytycznych (rozdział 8.2) do dalszego rozpatrzenia pozostaje aspekt realizacji badań ziarniaka w kierunku pionowym. Obecnie istnieją duże trudności natury technicznej, dotyczące ustawienia i ustabilizowania ziarniaka w kierunku pionowym podczas badań dynamicznych. Konieczne jest opracowanie nowego typu stanowiska badawczego.

W kwestii dalszych rozważań pozostaje możliwość prowadzenia kompleksowych badań symulacyjnych DEM, na potrzeby których koniecznym jest realizacja identyfikacji niezbędnych warunków brzegowych. W tym celu należy wyznaczyć i scharakteryzować reakcje materiału dla kontaktu na kierunku stycznym oraz współczynniki tarcia dynamicznego.

Ponadto zaproponowany model kontaktu należy zweryfikować w aspekcie stosowalności dla większej populacji gatunków ziaren zbóż. Brak tego rodzaju potwierdzenia istotnie zawęża stosowalność opracowanego modelu kontaktu.

Efekty powyższych prac zapewnią poszerzenie stosowalności przyjętego zapisu matematycznego umożliwiając jego wdrożenie dla komercyjnych odbiorców wyników badań.

## Literatura

1. Akbari, H., Kazerooni, A., *Improving the coupling errors of a Maltese cross-beams typesix-axis force/moment sensor using numerical shape-optimization technique*, Measurement, 2018.
2. Aleksandrow, E.W., Sokoliski, W.B., *Prikladnaja teoria i rasczety udarnych system*, Nauka, Moskwa, 1969.
3. Alizadeh, E., Bertrand, F., Chaouki, J., *Development of a granular normal contact force model based on a non-Newtonian liquid filled dashpot*, Powder Technology, 237, s. 202-212, 2013.
4. Alves, J., Peixinho, N., Silva, M.T., Flores, P., Lankarani, H.M., *A comparative study of the viscoelastic constitutive models for frictionless contact interfaces in solids*, Mech Mach Theory, 85, s. 172–188, 2015.
5. Ambrósio, J., Veríssimo, P., *Improved bushing models for general multibody systems and vehicle dynamics*, Multibody System Dynamic, 22, s. 341–365, 2009.
6. Amir, H., Hashtrudi-Zaad, K., *Real-time identification of Hunt-Crossley dynamic models of contact environments*, IEEE Transactions on Robotics, 28(3), s. 555 – 566, 2012.
7. Amir, H., Hashtrudi-Zaad, K., *A new method for online parameter estimation of Hunt Crossley environment dynamic models*, in Proc. 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Nice, France, s. 981–986, 2008.
8. Anagnostopoulos, S.A., *Pounding of buildings in series during earthquakes*, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 16, s. 443–456, 1988.
9. Arnold, P.C., Roberts, A.W., *Fundamental aspects of load-deformation behavior of wheat grains*, Transaction of the ASAE, 1, s. 104-108, 1969.
10. Askari, E., Flores, P., Dabirrahmani, D., Appleyard, R., *Nonlinear vibration and dynamics of ceramic on ceramic artificial hip joints: a spatial multibody modelling*, Nonlinear Dyn, 76(2), s. 1365–1377, 2014.
11. Bagiński, T., Markowski, P., Rawa, T., *Influence of selected factors on irregularity of spring barley seeds dosage using the press drill seeder*, Technical Sciences, 9, s. 5-11, 2006.
12. Bair, C.W., *Microscopy of soybean seeds: Cellular and subcellular structure during germination, development and processing with emphasis on lipid bodies*, Retrospective Theses and Dissertations, Iowa State University, 7188, 1979.
13. Balevicius, R., Sielamowicz, I., Mroz, Z., Kacianauskas, R., *Effect of rolling friction on wall pressure, discharge velocity and outflow of granular material from a flat-bottomed bin*, Particuology, 10, s. 672-682, 2012.
14. Barbosa-Cánovas, G.V., Juliano, P., Peleg, M., *Engineering Properties of Foods*, in *Food Engineering*, in: Barbosa-Cánovas, G.V., (ed.) Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS), Eolss Publishers, Oxford, UK, 2006.
15. Bechtel, D.B., Abecassis, J., Shewry, P.R., Evers, A.D., *Development, structure, and mechanical properties of the wheat grain*, in: Khan, K., Shewry, P.R., (ed.), *Wheat Chemistry and Technology*, 4, s. 19-49, 2009.
16. Bell, T.A., Ennis, B.J., Grygo, R.J., Scholten, W.J.F., Schenkel, M.M., *Practical Evaluation of the Johanson hang-up indicizer*, Bulk Solids Handling, 14(1), s. 117-125, 1994.
17. Bibalan, P.T., Featherstone, R., *A study of soft contact models in Simulink*, in: Proceedings of the Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA), Sydney, Australia, December 2–4 2009.
18. Bilanski, W.K., *Breaking strength of seed grains*, Paper presented Annual Meeting Canad. S.A.E., Ottawa, June, 1962.

19. Boac, J.M., Ambrose, R.P.K., Casada, M.E., Maghirang, R.G., Maier, D.E., *Applications of discrete element method in modeling of grain postharvest operations*, Food Engineering Reviews, 6(4), s. 128 -149, 2014.
20. Bohdziewicz, J., *Histereza odkształceń miąższu wybranych warzyw*, Acta Agrophysica, 2(4), s. 707-716, 2003.
21. Bohdziewicz, J., *Modelowanie przebiegu odkształcenia tkanek parenchymy warzyw w warunkach quasi-statycznych zmian obciążenia*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu, Wrocław, Rozprawy CCXLIX, 2007.
22. Boussinesq, J., *Applications des potentiels a l'etude de l'equilibre et du mouvement des solides elastiques*, Paris, 1885.
23. Brilliantov, N.V., Albers, N., Spahn, F., Pöschel, T., *Collision dynamics of granular particles with adhesion*, Physical Review E, 76(5), 051302, 2007.
24. Bunte, K., Abt, S.R., *Sampling Surface and Subsurface Particle-Size Distributions in Wadable Gravel- and Cobble-Bed Streams for Analyses in Sediment Transport, Hydraulics, and Streambed Monitoring*, General Technical Report RMRS-GTR-74, United States Department of Agriculture, Rocky Mountain Research Station, 2001.
25. Calzada, J.F., Peleg, M., *Mechanical interpretation of stress-strain relationship in solid food*, Journal of Food Science, 43, s. 1087–1094, 1978.
26. Chatterjee, A., Ruina, A., *A critical study of the applicability of rigid-body collision theory*, Discussion. J. Appl. Mech., 64, s. 247–248, 1997.
27. Chatterjee, A., Ruina, A., *Two interpretations of rigidity in rigid body collisions*, J. Appl. Mech., 65, s. 894–900, 1998.
28. Chen, C., Gao, M., Wang, C., et al., *Fracture behaviors under pure shear loading in bulk metallic glasses*, Scientific Reports, 6, 39522, 2016.
29. Chen, Z., Qu, G., *Shearing characteristics of corn stalk pith for separation*, Bioresources, 12, s. 2296–2309, 2017.
30. Cleary, P.W., *DEM simulation of industrial particle flows: case studies of dragline excavators, mixing in tumblers and centrifugal mills*, Powder Technology, 109, s. 83–104, 2000.
31. Cleary, P.W., Sawley, M.L., *DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge*, Applied Mathematical Modelling, 26, s. 89–111, 2002.
32. Coetzee, C.J., *Edinburgh-Elasto-Plastic-Adhesion (EEPA) Contact Model – Implementation in PFC* (online), 2020.
33. Coetzee, C.J., *Review: Calibration of the discrete element method*, Powder Technology, 310, s. 104-142, 2017.
34. Crandall, S.H., Dahl, N.C., Lardner, J.T., *Introduction to the mechanics of solids*, 2 Revised and Updated Edition, Tokyo, McGraw-Hill, 1978.
35. Cundall, P.A., Strack, O.D., *A discrete element model for granular assemblies*, Geotechnique, 29(1), s. 47-65, 1979.
36. Di Renzo, A., Di Maio, F.P., *Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in dem-based granular flow codes*, Chemical Engineering Science, 59, s. 525–541, 2004.
37. Dinnik, A.N., *Udar i zdatije prugich tiel*, Izobraznyje trudy, T. 1, AN SSSR, Kijew, 1952.
38. Diolaiti, N., Melchiorri, C., Stramigioli, S., *Contact impedance estimation for robotic systems*, IEEE T. Robot., 21, s. 925 – 935, 2005.
39. Dong, K., Yang, R.Y., Zou, R.P., Yu, A.B., *Role of Interparticle Forces in the Formation of Random Loose Packing*, Physical Review Letters, 96(14), s. 1–4, 2006.
40. Dopico, D., Luaces, A., Gonzalez, M., Cuadrado, J., *Dealing with multiple contacts in a human-in-the-loop application*, in: Arczewski, K., Frączek, J., Wojtyra, M., (ed) Proceedings of

- Multibody Dynamics 2009, ECCOMAS Thematic Conference, Warsaw, Poland, June 29–July 2, s. 17, 2009.
41. Dzwonkowski, A., Golijanek-Jędrzejczyk, A., Rafiński, L., *Szacowanie niepewności pomiaru temperatury skóry metodą Monte Carlo*, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, 34, s. 21–24, 2013.
  42. Evers, A.D., Bechtel, D.B., *Microscopic structure of the wheat grain*, in: Wheat: Chemistry and Technology eds: Pomeranz, Y., American Association of Cereal Chemists, Inc., Minnesota, USA, 1988.
  43. Feder, S., Kęska, W., Kośmicki, Z., Selech, J., Włodarczyk, K., Gierz, Ł., *Laboratoryjne stanowisko do badania procesów wysiewu nasion*, Journal of Research and Applications in Agri-cultural Engineering, 57(1), s. 34–36, 2012.
  44. Figiel, A., *Właściwości mechaniczne ziarna polskiej pszenicy twardej*, Inżynieria Rolnicza, 134(9), s. 23–30, 2011.
  45. Flickinger, D.M., Bowling, A., *Simultaneous oblique impacts and contacts in multibody systems with friction*, Multibody System Dynamic, 23, s. 249–261, 2010.
  46. Flores, P., Ambrósio, J., Claro, J.C.P., Lankarani, H.M., *Influence of the contact-impact force model on the dynamic response of multibody systems*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part K-Journal of Multibody Dynamics, 220(1), s. 21–34, 2006.
  47. Flores, P., Ambrósio, J., Claro, J.C.P., Lankarani, H.M., *Translational joints with clearance in rigid multi-body systems*, J Comput Nonlinear Dyn, 3, 0110071–10, 2008.
  48. Flores, P., Koshy, C.S., Lankarani, H.M., Ambrósio, J., Claro, J.C.P., *Numerical and experimental investigation on multibody systems with revolute clearance joints*, Nonlinear Dynamics, 65(4), s. 383–398, 2011.
  49. Flores, P., Leine, R., Glocker, C., *Application of the nonsmooth dynamics approach to model and analysis of the contact-impact events in cam-follower systems*, Nonlinear Dynamics, 69(4), s. 2117–2133, 2012.
  50. Flores, P.; Lankarani, H. M., *Contact force models for Multibody Dynamics*, Springer, vol. 226, 2016.
  51. Fortes, M., Okos, M. R., *Changes in physical properties of corn during drying*, Trans. ASAE, 23(4), s. 1004–1009, 1980.
  52. Fortin, J., Millet, O., De Saxcé, G., *Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method*, Int. J. Num. Meth. Eng., 62, s. 639–663, 2004.
  53. Frączek, J., Ślipek, Z., *Influence of moisture content and number of mechanical impacts, upon the energy and sprouting capacity of wheat grains*, International Agrophysics, 12(2), s. 97–101, 1998.
  54. Frączek, J., Kaczorowski, J., Ślipek, Z., Horabik, J., Molenda, M., *Standaryzacja metod pomiaru właściwości fizyczno-mechanicznych roślinnych materiałów ziarnistych*, Lublin, 2003.
  55. Frączek, J., Stokłosa, R., *Damage to bean seeds under dynamic and static loads*, Acta Agroph., 5(3), s. 613–623, 2005.
  56. Frączek, J., *A Test stand for fatigue testing of plant materials (in Polish)*, Zeszyty Problemowe Postawowych Nauk Rolniczych, 426, s. 53–63, 1995.
  57. Fraige, F.Y., Langston, P.A., *Integration schemes and damping algorithms in distinct element models*, Advanced Powder technology, 15(2), s. 227–245, 2004.
  58. Fulcher, R.G., Duke, T.K.R., *Whole-grain structure and organization: implications for nutritionists and processors*, in: Whole-Grain Foods in Health and Disease eds: Marquart, L., Slavin, J., Fulcher, R., American Association of Cereal Chemists, Inc., Minnesota, 2002.
  59. Gierz, Ł., Kęska, W., Gierz, S. *Badania laboratoryjne czasu transportu ziarna pszenicy w przewodzie nasiennym siewnika*, Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering, 57(1), s. 37–40, 2012.



60. Gierz, Ł., Kęska, W., *Badania symulacyjne i laboratoryjne czasu transportu ziarna rzepaku w przewodzie nasiennym siewnika*, Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering, 57(2), s. 73-78, 2012.
61. Gilardi, G., Sharf, I., *Literature survey of contact dynamics modelling*, Mech Mach Theory, 37, s. 1213–1239, 2002.
62. Glenn, G.M., Younce, F.L., Pitts M.J., *Fundamental physical properties characterizing the hardness of wheat endosperm*, Cereal Sc., 13, s. 179-194, 1991.
63. Gołacki, K., Stropek, Z., *Adekwatność opisu reakcji materiału roślinnego na obciążenia mechaniczne na gruncie liniowej teorii sprężystości*, Acta Agrophysica, 3(3), s. 453–463, 2004.
64. Goldsmith, W., *Impact: The theory and physical behaviour of colliding solids*, Edward Arnold Ltd, London, England, 1960.
65. Gonthier, Y., McPhee, J., Lange, C., Piedboeuf, J-C., *A regularized contact model with asymmetric damping and dwell-time dependent friction*, Multibody System Dynamic, 11, s. 209–233, 2004.
66. Gonzalez-Montellano, C., Fuentes, J.M., Ayuga-Tellez, E., Ayuga, F., *Determination of the mechanical properties of maize grains and olives required for use in DEM simulations*, Journal of Food Engineering, 111(4), s. 553-562, 2012.
67. Gózdź, A., Pietrow, M., *Quantum mechanical approach to sphere beds in the container-packing fractions and radial distribution function*, Int. Agrophysics, 14, s. 83-87, 2000.
68. Gózdź, A., *Mechanika ośrodków komórkowych i granulanych*, Acta Agrophysica, 24, s. 57-65, 1999.
69. Grochowicz, J., *Maszyny do czyszczenia i sortowania nasion*, Wydawnictwo Akademii Rolniczej, Lublin, 1994.
70. Grundas, S., Horabik, J., Kuczyński, A., *Zachowanie się ziarna pszenicy podczas cyklicznych obciążeń statycznych*, Roczniki Nauk Rolniczych, Warszawa, 74-C-2, s. 177-187, 1980.
71. Gryboś, R., *Teoria uderzenia w dyskretnych układach mechanicznych*, PWN, Warszawa, 1969.
72. Gryboś, R., *Zależność maksymalnej siły uderzenia od współczynnika restytucji*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 9(2), s. 263-283, 1971.
73. Grzesiuk, S., Górecki, R., *Fizjologia plonów. Wprowadzenie do przechowalnictwa*, Wydawnictwo ART Olsztyn, 1994, ISBN 83-86497-01-7.
74. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)*, ISO/IEC/OIML/ BIPM, first edition, 1992, last ed. BIPM JCGM 100 (2008).
75. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO 1995, Switzerland. (wersja polska: Wyrażanie niepewności pomiaru, Przewodnik, Główny Urząd Miar, Warszawa, 1999).
76. Haff, P.K., Werner, B.T., *Collisional interaction of a small number of confined inelastic grains*, in: Ariman, T., Veziroglu, T.N., editors, Colloidal and Interfacial Phenomena, s. 483–501, Hemisphere Publishing, 1987.
77. Han, I., Gilmore, B.J., *Multi body impact motion with friction analysis, simulation, and validation*, Journal Mechanical Design, 115, s. 412–422, 1993.
78. Haug, E.J., Wu, S.C., Yang, S.M., *Dynamics of mechanical systems with coulomb friction, stiction, impact and constraint addition deletion—I theory*, Mech Mach Theory, 21, s. 401–406, 1986.
79. Heibelmann, D., Blum, J., Fraser, H. J., Wolling, K., *Microgravity experiments on the collisional behaviour of saturnian ring particles*, Icarus, 206(2), s. 424-430, 2010.
80. Hertz, H., *Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Harte*, Gesammelte Werke, Bd. 1 Leipzig, 1895.
81. Hertz, H., *Über die Berührung fester elastischer Körper*, Crell'es Jour., Bd. 92, 1881.

82. Horabik, J., Beczek, M., Mazur, R., Parafiniuk, P., Ryżak, M., Molenda, M., *Determination of the restitution coefficient of seeds and coefficients of visco-elastic Hertz contact models for DEM simulations*, Biosystems Engineering, 161, s. 106-119, 2017.
83. Horabik, J., Molenda M., *Właściwości fizyczne sypkich surowców spożywczych*, Acta Agroph., 74, s.3-89, 2002.
84. Horabik, J., Wiącek, J., Parafiniuk, P., Bańda, M., Kobyłka, R., Stasiak, M., Molenda, M., *Calibration of discrete-element-method model parameters of bulk wheat for storage*, Biosystems Engineering, 200, s. 298-314, 2020, ISSN 1537-5110.
85. Horabik, J., *Charakterystyka właściwości fizycznych roślinnych materiałów sypkich istotnych w procesach składowania*, Acta Agroph., (54), s. 5-121, 2001.
86. Hu, G., Hu, Z., Jian, B., Liu, L., Wan, H. *On the determination of the damping coefficient of non-linear springdashpot system to model Hertz contact for simulation by discrete element method*, Journal of Computers, 6(5), s. 984-988, 2011.
87. Hunt, K.H., Crossley, F.R., *Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact*, Journal of Applied Mechanics, 7, s. 440-445, 1975.
88. Ivanov, A.P., *Dynamics of systems with mechanical collisions*, (Moscow: International Education Program), 1997.
89. Janiczek, R., *Metody oceny niepewności pomiarów*, Pracownia Komputerowa Jacka Skalmierskiego, Katowice – Gliwice, 2008.
90. Jankowski, S., *Surowce mączne i kaszowe*, WNT, Warszawa, 1988, ISBN 83-204-0981-0.
91. Jenike, A.W., *Gravity Flow of Bulk Solids*, University of Utah, Engineering Experiment Station, 108, 1961.
92. Jindal, V.K., Mohsenin, N.N., *Dynamic hardness determination of corn kernels from impact tests*, Journal of Agricultural Engineering Research, 23, s. 77-84, 1978..
93. Jindal, V.K., Mobenin, N.N., *Analysis of a simple pendulum impacting device for determining dynamic strength of selected food materials*, Trans. ASAE, 19(4), s. 766-770, 1976.
94. Johanson, J.R., *The Johansonindicizer system vs. the Jenike shear tester*, Bulk Solids Handling, 12(2), s. 237-240, 1992.
95. Johnson, K.L., *One hundred years of Hertz contact*, Proc Inst Mech Eng, 196, s. 363-378, 1982.
96. Kecskeméthy, A., Lange, C., *Solving impact interactions using the regularized model approach*, in: Proc. Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Oulu, 4, s. 1361-1366, 1999.
97. Kęska, W., Marcinkiewicz, J., Gierz, Ł., Staszak, Ż., Selech, J., Koszela, K., *Simulation Verification of the Contact Parameter Influence on the Forces' Course of Cereal Grain Impact against a Stiff Surface*, Appl. Sci., 11, 466, 2021, <https://doi.org/10.3390/app11020466>.
98. Kęska, W., *Badania przebiegu sił przy zderzeniu nasion niektórych roślin uprawowych z powierzchniami roboczymi maszyn rolniczych*, Prace Przemysłowego Instytutu Maszyn Rolniczych, 41(2), s. 17-21, 1996.
99. Kęska, W., Feder, S., Kośmicki, Z., Włodarczyk, K., Gierz, Ł., Selech, J., *Eksperymentalny mechaniczno-pneumatyczny siewnik rzędowy do wysiewu zbóż z elektronicznym sterowaniem wysiewu*, Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering, 57(2), s. 113-115, 2012.
100. Khodabakhshian, R., Bagher, E., *Determination of the modulus of elasticity in agricultural seeds on the basis of elasticity theory*, Middle-East J. Sci. Res., 7, s. 367-373, 2011.
101. Khulief, Y.A., Shabana, A.A., *A continuous force model for the impact analysis of flexible multibody systems*, Mech Mach Theory, 22, s. 213-224, 1987.
102. King, R., *Water uptake in relation to pre-harvest sprouting damage in wheat: Grain characteristics' Australian Journal of Agricultural Research*, 35, s. 337-345, 1984.

103. Knowlton, T.M., Carson, J.W., Klinzing, G.E., Yang, W.C., *The importance of storage, transfer and collection*, Chem. Eng. Prog., 90, s. 44-54, 1994.
104. Kołowca, J., Ryś, S., Ślipek, Z., *Problemy pomiaru opisu niektórych cech fizycznych zbóż*, Materiały Sympozjum biologii nasion i nasiennictwa KRGiHR, PAN, Puławy, s. 60, 1979.
105. Kołowca, J., Ryś, S., Ślipek, Z., *Wartość biologiczna ziarna pszenicy poddawanego działaniu obciążeń dynamicznych*, Materiały Sympozjum biologii nasion i nasiennictwa KFGiHR, PAN, Puławy, s. 60—61, 1979.
106. Kołowca, J., *Wpływ obciążeń mechanicznych na uszkodzalność i wartość biologiczną ziarna pszenicy*, rozprawa habilitacyjna Akademia Rolnicza, nr 70, Kraków, 1979..
107. Kołowca, J., *Zeszyty Problemowe WSR w Krakowie*, Rolnictwo, 14, s. 48—56, 1972.
108. Kondic, L., *Dynamics of spherical particles on a surface: collision-induced sliding and other effects*, Physical Review E, 60, s. 751–770, 1999.
109. Koya, O.A., Ogunsina, B.S., Opeyemi, O.O., *Deformation and Dehulling of Sponge Gourd (Luffa aegyptiaca) Seeds*, International Journal of Food Properties, 14(2), s. 432-440, 2011. DOI: 10.1080/10942910903225563.
110. Kozlov, V.V., Treshchev, D.V., *Billiards: A Genetic Introduction to the Dynamics of Systems with Impacts*, American Mathematical Society, 89, s. 8-49, 1991.
111. Kustermann, M., *Stossartige Belastung von Maiskörner*, Grundlagen der Landtechnik, 37(4), s. 121-131, 1987.
112. Kuwabara, G., Kono, K., *Restitution coefficient in a collision between 2 spheres*, Japanese Journal of Applied Physics, 26(8), s. 1230-1233, 1987.
113. Lai, H.W., Chow, M.W.K., Ma, C.K., Yan, A.Y.K., *Calibration of the Frame Rate of High-Speed Digital Video Recorders by Stationary Counting Method*, Application of the Stroboscopic Effect. NCSLI Measure, s. 1–7, 2019.
114. Lankarani H.M., Nikravesh P.E., *Hertz contact force model with permanent indentation in impact analysis of solids*. ASME Advances in Design Automation, DE-vol 44–2, pp 377–312, ASME Design Technical Conferences, Scottsdale, AZ, USA, 1992.
115. Lankarani HM *A poisson based formulation for frictional impact analysis of multibody mechanical systems with open or closed kinematic chains*. Journal of Mechanical Design 115:489–497, 2000.
116. Lankarani, H.M., *Canonical equations of motion and estimation of parameters in the analysis of impact problems*, Ph.D. Dissertation, University of Arizona, Tucson, 1988.
117. Lankarani, H.M., Nikravesh, P.E., *A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems*, Journal Mechanic Designe, 112, s. 369–376, 1990.
118. Lankarani, H.M., Nikravesh, P.E., *Canonical impulse-momentum equations for impact analysis of multibody systems*, Journal Mechanic Designe, 114(1), s. 180–186, 1992.
119. Lankarani, H.M., Nikravesh, P.E., *Continuous contact force models for impact analysis in multibody systems*, Nonlinear Dynamics, 5, s. 193–207, 1994.
120. Łapko, A., Prusiei, J.A., *Investigation on thermal effects in reinforced concrete cylindrical silo structures*, Proc. of the 3'd Israeli Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids, 1, s. 4.25-4.30, 2000.
121. Łapko, A., *Efekty oddziaływania materiału sypkiego na żelbetowe ściany komór w eksploatowanych silosach na zboże*, Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej, Białystok, 71, 1989.
122. Laskowski, J., Janiak, G., *Metodyka określania cech wytrzymałościowych ziarna dla potrzeb procesów przetwórczych*, Biuletyn Naukowy Przemysłu Paszowego, 1, s. 45-58, 1996.
123. Lechowicz, Z., Szymański, A., *Odkształcenia i stateczność nasypów na gruntach organicznych, cz. I Metodyka badań*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa, 2002.

124. Lechowicz, Z., Szymański, A., *Odkształcenia i stateczność nasypów na gruntach organicznych, cz. II Metodyka obliczeń*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa, 2002.
125. Lee, T.W., Wang, A.C., *On the dynamics of intermittent-motion mechanisms. Part I Dynamic model and response*, Journal Mechanic Transmition Automatic Des, 105, s. 534–540, 1983.
126. Lefik, M., Schrefler, B.A., *Artificial neural network for parameter identifications for an elasto-plastic model of superconducting cable under cyclic loading*, Comput. Struct., 80, s. 1699–1713, 2002.
127. Lejman, K., Owsiak, Z., *Analiza konstrukcji przewodu nasiennego w aspekcie podłużnej nierównomierności wysiewu*, RocznikiNaukRolniczych, 80(1), s. 143-149, 1994.
128. Lejman, K., Owsiak, Z., *Badania podłużnej nierównomierności wysiewu siewników rzędowych*, RocznikiNaukRolniczych, 80(1), s. 127-133, 1994.
129. Lopes, D.S., Silva, M.T., Ambrósio, J.A., Flores, P., *A mathematical framework for rigid contact detection between quadric and superquadric surfaces*, Multibody System Dynamic, 24(3), s. 255–280, 2010.
130. Lutek, K., *Opracowanie konstrukcji przyrządu do badania odporności płodów rolnych na uszkodzenia mechaniczne*, Maszynopis, Akademia Rolnicza Lublin, 1966.
131. Łysiak, G., *Wpływ właściwości fizycznych surowców roślinnych na przebieg procesu rozdrabniania*, Rozprawa doktorska, Akademia Rolnicza Lublin, 1997.
132. Machado, M., Flores, F., Claro, J.C.P., Ambrósio, J., Silva, M., Completo, A., Lankarani, H.M., *Development of a planar multibody model of the human knee joint*, Nonlinear Dynamic, 60(3), s. 459–478, 2010.
133. Machado, M., Moreira, P., Flores, P., Lankarani, H.M., *Compliant contact force models in multibody dynamics: evolution of the Hertz contact theory*, Mechanical Machines Theory, 53, s. 99–121, 2012.
134. Makse, H.A., Gland, N., Johnson, D.L., Schwartz, L., *Granular packings: Nonlinear elasticity, sound propagation, and collective relaxation dynamics*, Physical Review E, 70, 061302, 2004.
135. Marcinkiewicz, J., Selech, J., Staszak, Ż., Gierz, Ł., Ulbrich, D., Romek, D., *DEM simulation research of selected sowing unit elements used in a mechanical seeding grill*, MATEC Web of Conferences, 254, s. 02021-1-02021-12, 2019.
136. Marhefka, D.W., Orin, D.E., *A compliant contact model with nonlinear damping for simulation of robotic systems*, IEEE Trans Syst Man Cybern Part A Syst Hum, 29(6), s. 566–572, 1999.
137. Marinack, Jr, M.C., Musgrave, R.E., Higgs III, C.F., *Experimental investigations on the coefficient of restitution of single particles*, Tribology Transactions, 56(4), s. 572-580, 2013.
138. Markowski, P., Rawa, T., Lipiński, A.J., *Wpływ wybranych czynników na równomierność dozowania i wysiewu nasion pszenicy kołeczkowym zespołem wysiewającym*, InżynieriaRolnicza, 5(103), s. 103-109, 2008.
139. Markowski, P., Rawa, T., *Kołeczkowy zespół wysiewający. Część II. Wpływ wybranych parametrów na wydajność i równomierność dozowania nasion rzepaku*, InżynieriaRolnicza, 5(114), s. 211-218, (2009).
140. Maw, N., Barber, J.R., Fawcett, I.N., *The oblique impact of elastic spheres*, Wear, 38, s. 101–114, 1976.
141. Mendyka, P., *Inżynierskie zastosowania metody elementów dyskretnych*, Napędy i Sterowanie, 11, s. 117-124, 2017.
142. Michalak, D., *Modelowe badania wytrzymałościowe ziarna zbóż na użytek projektowania maszyn rolniczych*, Prace PIMR, Poznań, 43(2), s. 17–21, 1997.
143. Michalak, D., *Badanie właściwości mechanicznych ziaren zbóż*, Prace PIMR, Poznań, 1997.

144. Mohsenin, N.N., *Characterization and failure in solid foods with particular reference to fruits and vegetables*, Journal of Texture Studies, 8, s. 169-193, 1977.
145. Mohsenin, N.N., *Physical properties of plant and animal materials*, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1970.
146. Mok, C.H., *The dependence of yield stress on strain rate as determined from ball-indentation tests*, Exptl. Mech., 2(6), s. 87-92, 1966.
147. Molema, G.J., *Mechanical Force and Subcutaneous Tissue Discolouration in Potato*, Ph.D. Thesis, Wageningen University, Wageningen, The Netherlands, 1999.
148. Molenda, M., Horabik, J., Ross, I.J., *Dynamic load response in a model bin at the start of grain discharge*, Trans. Of the ASAE, 38(6), s. 1869-1873, 1995.
149. Moreau, J.J., *Numerical aspects of the sweeping process*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 177, s. 329-349, 1999.
150. Morozow, S.J., *Soudarenijetiel*, Kłasiczeskaja teoria udara, cz. 1, Archangielsk, 2001.
151. Morrissey J. P. *Discrete Element Modelling of Iron Ore Pellets to Include the Effects of Moisture and Fines*. PhD thesis, Edinburgh, Scotland: University of Edinburgh, 2013.
152. Najafabadi, S.A.M., Kövecses, J., Angeles, J., *Impacts in multibody systems: modeling and experiments*, Multibody System Dynamic, 20, s. 163-176, 2008.
153. Nelson, C.W., Mohsenin, N.N., *Maximum allowable static and dynamic loads and effect of temperature formechanical injury in apples*, Journal of Agricultural Engineering Research, 13, s. 305-317, 1968.
154. Niewczas, J., *Ocena uszkodzeń mechanicznych ziarna pszenicy wykrywanych techniką rentgenograficzną*, Acta Agrophysica, 2, 1994.
155. Nigg, B.M., Liu W., *The effect of muscle stiffness and damping on simulated impact force peaks during running*, Journal of Biomechanics, 32, s. 849-856, 1999.
156. Ning, Z., Thornton, C., *Elastic-plastic impact of fine particles with a surface*, In Powders and grains (ed. C. Thornton), Rotterdam, Balkema, s. 33-38, 1993.
157. Oomah, B.D., Ward, S., Balasubramanian, P., *Dehulling and selected physical characteristics of Canadian dry bean (Phaseolus vulgaris L.) cultivars*, Food Research International, 43(5), s. 1410-1415, (2010). DOI: 10.1016/j.foodres.2010.04.007.
158. Panovko, Y.G., *Introduction to the theory of mechanical impact*, Science, Moscow, 1977.
159. Pękalak, M., Radkowski, S., *Gumowe elementy sprężyste*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1989. ISBN 83-01-08036-1.
160. Peng, B., *Discrete Element Method (Dem) Contact Models Applied to Pavement Simulation*, Virginia Tech, Blacksburg, VA, USA, 2014.
161. Pfeiffer, F., Glocker, C., *Multibody dynamics with unilateral constraints*, Wiley, New York, 1996.
162. Putri, R.E., Yahya, A., Adam, N.M., Aziz, S.A., *Related Fracture Resistance with Moisture Content in Different Grain Orientation of Paddy Grain*, Journal of Biology, Agriculture and Healthcare, 5, 64-69, 2015.
163. Ramos, M.V., Kano, J., Kasai, E., *Numerical modelling of Granular/Particulate systems by Discrete Element Method'*, High Temperature Materials and Processes, 17, s. 275-288, 1998.
164. Ravn, P., *A continuous analysis method for planar multibody systems with joint clearance*, Multibody System Dynamic, 2, s. 1-24, 1998.
165. Rawa, T., Markowski, P., Lipiński, A., *Próba określenia wpływu parametrów roboczych kołeczkowego zespołu wysiewającego oraz szerokości międzyrzędzi i prędkości siewu na równomierność dozowania nasion pszenicy*, Inżynieria Rolnicza, 7, s. 255-262, 2005.
166. Rawa, T., Markowski, P., *Analiza kołeczkowych zespołów wysiewających w aspekcie ich konstrukcji i równomierności dozowania nasion*, Inżynieria Rolnicza, 13, s. 383-389, 2001.

167. Rayleigh, J.W.S., *On waves propagated along the plane surface of an elastic solid*, Proceedings of the London Mathematical, 1, s. 4–11, 1885. DOI:10.1002/cbdv.200490137.
168. Rodriguez, A., Bowling, A., *Solution to indeterminate multipoint impact with frictional contact using constraints*, Multibody System Dynamic, 28(4), s. 313–330, 2012.
169. Ross, I.J., Bridges, T.C., Schwab, C.V., *Vertical wall loads on conical grain bins*, Transport Of the ASAE, 30(3), s. 753-760, 1987.
170. Sadd, M.H., Tai, Q.M., Shukla, A., *Contact law effects on wave propagation in particulate materials using distinct element modelling*, Int. J. Non-Linear Mechanics, 28(2), s. 251, 1993.
171. Satoh, A., *Satibility of computational algorithms used in molecular dynamics simulations*, ASME journals of fluids engineering, 117, s. 531–534, 1995.
172. Sawicki, A., *Elasto-plastic interpretation of oedometric test*, Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, 41(1–2), s. 111–131, 1994.
173. Sawicki, A., Świdziński, W., *Elastic Module of Particulate Materials*, Powder Technology, 96, s. 24–32, 1998.
174. Schwedes, J., *Measurement of flow properties of bulk solids*, Powder Technology, 88, s. 285-290, 1996.
175. Segler, G., *Pneumatic grain conveying. Bedfordshire*, National Institute of Agricultural Engineering, Wrest Park-Silsoe, 1951.
176. Serra-Aguila, A., Puigoriol-Forcada, J.M., Reyes, G., Menacho, J., *Viscoelastic models revisited: Characteristics and interconversion formulas for generalized Kelvin-Voigt and Maxwell models*, Acta Mechanical Since, 35, s. 1191–1209, 2019.
177. Sharf, I., Zhang, Y., *A contact force solution for non-colliding contact dynamics simulation*, Multibody System Dynamic, 16, s. 263–290, 2006.
178. Sharma, R.K., Bilanski, W.K., *Coefficient of restitution of grains*, Transactions of the American Society of Agricultural Engineers, 14(2), s. 216-218, 1971.
179. Shelef, L., Mohsenin, N.N., *Evaluation of the modulus of elasticity of wheat grains*, Cereal Chemistry, 44, s. 392-402, 1967.
180. Shigley, J.E., Mischke, C.R., *Mechanical engineering design*, McGraw-Hill, New York, 1989.
181. Shivakumar, K.N., Elber, W., Illg, W., *Prediction of Impact Force and Duration Due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates*, ASME Journal Application Mechanics, 52(3), s. 674–680, 1985. DOI:https://doi.org/10.1115/1.3169120.
182. Shpolyanskaya, A.L., *Structural and mechanical properties of the wheat grain*, Colloid J. (U.S.S.R.), 14(1), s. 137-148, 1952.
183. Ślipek, Z., Złobecki, A., Frączek, J., *Metoda oceny uszkodzalności ziarna przy uszkodzeniach wielokrotnych*, Zeszyty Problemowe Postępu Nauk Rolniczych, 415, s. 187-195 1994.
184. Ślipek, Z., Złobecki, A., *The influence of the grain loading conditions on its biological value*, Trends in Agriculture Engineering, Prague, 1992.
185. Ślipek, Z., Złobecki, A., *Wpływ obciążeń wielokrotnych na uszkodzenia ziarna*, Zeszyty Problemowe Postępu Nauk Rolniczych, 402, s. 197-203, 1992.
186. Ślipek, Z., *Metodyka oceny uszkodzalności ziarna pszenicy przy obciążeniach dynamicznych*, Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej, Kraków, I, 1983.
187. Soliman, N.S., Abd El Maksoud, M.A., Gamea, G.R., Qaid, Y.A., *Mechanical properties of wheat grain*, Process Engineering Misr J. Ag. Eng., 26(4), s. 1878- 1900, 2016.
188. *Standards of the ASAE*, 1998.
189. Stasiak, M., Molenda, M., Horabik, J., *Modulus elasticity of rapeseeds by edometric and acoustic methods*, Electronic Journal of Polish Agricultural Universities, 9(4), s. 1-8, 2006.
190. Stoianovici, D., Hurmuzlu, Y., *A critical study of the applicability of rigid body collision theory*, Journal of Applied Mechanics, 1996, 63, 307–316.

191. Strebeyko, P., *Biologia pszenicy*, PWN, Warszawa, 1976.
192. Stronge, W., *Impact Mechanics (2nd ed.)*, Cambridge University Press, 2018. DOI:10.1017/9781139050227.
193. Sved, G., *Stresses caused by dynamic loads*, Bull. Mech. Eng. Educ., 2(4), s. 107-109, 1965.
194. Szczeniak, W., Ataman, M., *Selected problems of the classic theory of impact*, Logistyka, 6, s. 3305-3310, 2010.
195. Szwed, G., Pecen, J., Sosnowski, S., *Measurement and analysis of impact of spring rape seeds*, Acta Agrophysica, 2(95-1), s. 221-229, 2003.
196. Szwed, G., Pecen, J., *Wyniki badań współczynnika restytucji niektórych nasion roślin uprawnych*, Inżynieria Rolnicza, 4(79), s. 289-295, 2006.
197. Szwed, G., Tys, J., *Estimation of physical results of percussive loads in wheat and triticale seed*, Int. Agrophysics, 16, s. 297-300, 2002.
198. Tahereh, N., Heydari, M.M., Meda, V., *Combination of germination and innovative microwave-assisted infrared drying of lentils: effect of physicochemical properties of different varieties on water uptake, germination, and drying kinetics*, Applied Food Research, 2(1), 100040, 2022. DOI:10.1016/j.afres.2021.100040.
199. Tamás, K., Földesi, B., Rádics, J.P., Jóri, I.J., Fenyvesi, L. *A Simulation Model for Determining the Mechanical Properties of Rapeseed using the Discrete Element Method*, Periodica Polytechnica Civil Engineering, 59(4), s. 575–582, 2015.
200. Thompson, S.A., Bucklin, R.A., Batich, C.D., Ross, I.J., *Variation in the apparent coefficient of friction of wheat on galvanized steel*, Trans. Of the ASAE, 31(5), s. 1518-1524, 1988.
201. Thompson, S.A., Prather, T.G., *Dynamic wall loads in a corrugated walled model grain bin*, Trans. Of the ASAE, 21(3), s. 875-878, 1984.
202. Thornton, C., Cummins, S.J., Cleary, P.W., *An investigation of the comparative behaviour of alternative contact force models during inelastic collisions*, Powder Technology, 233, s. 30–46, 2013.
203. Thornton, C., Ning, Z., *A theoretical model for the stick/bounce behaviour of adhesive, elastic-plastic spheres*, Powder technology, 99(2), s. 154-162, 1998.
204. Thornton, C., *Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic perfectly plastic spheres*, ASME Journal Application Mechanical, 64, s. 383–386, 1997.
205. Tian, Q., Xiao, Q., Sun, Y., Hu, H., Liu, H., Flores, P., *Coupling dynamics of a geared multibody system supported by ElastoHydroDynamic lubricated cylindrical joints*, Multibody System Dynamic, 33(3), s. 259–284, 2015.
206. Timoshenko, S., Goodier, J.N., *Theory of Elasticity. 2nd Edition*, McGraw-Hill, New York, 1951.
207. Timoshenko, S.P., Goodier, J.N., *Theory of elasticity*, McGraw Hill, New York, 1970.
208. Visscher, W.M., Bolsterli, M., *Random packing of equal and unequal spheres in two and three dimensions*, Nature, 239, s. 505-507, 1972.
209. Vu-Quoc, L., Zhang, X., *An Elastoplastic Force-Displacement Model in the Normal Direction: Displacement-Driven Version*, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 455, s. 4013–4044, 1999.
210. Walton, O.R. and Braun, R.L., *Viscosity and temperature calculations for assemblies of inelastic frictional discs*, Journal of Rheology, Vol. 30, pp. 949-980, 1988.
211. Walton, O.R., Braun, R.L., *Viscosity and temperature calculations for assemblies of inelastic frictional discs*, Journal of Rheology, 30, s. 949-980, 1988.
212. Walton, O.R., *Explicit particle dynamics model for granular materials*, Proceedings of the 4 th Int. Conference on Numerical methods in Geomechanics, Edmonton, pp.1262-1269, 1982.

213. Walton, O.R., *Particle dynamics calculations of shear flow*, In: Jenkins, J.T., Satake, M., (edi), *Mechanics of Granular Materials: New Models and Constitutive Relations*, s. 327–338, Elsevier, 1983.
214. Wang, W., Hua, X., Wang, X., Chen, Z., Song, G., *Advanced Impact Force Model for Low-Speed Pounding between Viscoelastic Materials and Steel*, *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 143, 04017139, 2017.
215. Wojtkowski, M., Pecun, J., Horabik, J., Molenda, M., *Rapeseed impact against a flat surface: Physical testing and DEM simulation with two contact models*, *Powder Technology*, 198(1), s. 61-68, 2010.
216. Wong, C.X., Daniel, M.C., Rongong, J.A., *Energy dissipation prediction of particle dampers*, *Journal of Sound and Vibration*, 319(1-2), s. 91-118, 2009.
217. Woźniak, W., Grundas, S., Niewczas, J., *Zastosowanie metody kolorymetrycznej i rentgenograficznej w badaniach uszkodzeń mechanicznych ziarna pszenicy*, *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, Sectio AAA, Physica*, 46/47, s. 469-475, 1991/1992.
218. Wozniak, W., Grundas, S., *Porównanie właściwości mechanicznych ziarna pszenicy i jęczmienia przed oraz po nawilżaniu i suszeniu*, *Motrol, Motoryzacja i Energetyka Rolnictwa*, 08, 2006.
219. Wriggers, P., *Computational contact mechanics*, 2nd edn. Springer, Berlin, 2006.
220. Xie, J., Dong, M., Li, S., Shang, Y., Fu, Z., *Dynamic characteristics for the normal impact process of micro-particles with a flat surface*, *Aerosol Science and Technology*, 52(2), s. 222-233, 2018.
221. Yeom, S. B., Ha, E., Kim, M., Jeong, S. H., Hwang, S. J., & Choi, D. H., *Application of the discrete element method for manufacturing process simulation in the pharmaceutical industry*, *Pharmaceutics*, 11(8), 2019.
222. Yu, C.K., Hsieh, P.R., Yuter, S.E., Cheng, L.W., Tsai, C.L., Lin, C.Y., Chen, Y., *Measuring droplet fall speed with a high-speed camera: indoor accuracy and potential outdoor applications*, *Atmospheric Measurement Techniques*, 9(4), s. 1755–1766, 2016. DOI:10.5194/amt-9-1755-2016.
223. Zhan, Z., Yaoming, L., Zhenwei, L., Zhiqiang, G., *DEM simulation and physical testing of rice seed impact against a grain loss sensor*, *Biosystems Engineering*, 116(4), s. 410-419, 2013.
224. Zhu, C.Y., Shukla, A., Sadd, M.H., *Prediction of dynamic contact loads in granular assemblies*, *Journal of Applied Mechanics*, 58, s. 341, 1991.
225. Zhu, H.P., Zhou, Z.Y., Yang, R.Y., Yu, A.B., *Discrete particle simulation of particulate systems: Theoretical developments*, *Chemistry Engineering Science*, 62, s. 3378–3396, 2007.
226. Zoerb, G.C., Hall, C.W., *Some mechanical and rheological properties of grains*, *Journal of Agricultural Engineering Research*, 5(1), s. 83-93, 1960.
227. Zoerb, G.C., *Mechanical and rheological properties of grain*, Ph.D. Thesis, Michigan University, (unpublished), 1958.

### Spis rysunków:

- Rys. 1. Wpływ prędkości zderzenia na wartość współczynnika restytucji na przykładzie ziaren: a) grochu (o wilgotności 4%, 10% i 20%), b) soi (o wilgotności 7%, 10% i 15%), c) rzepaku (o wilgotności 5%, 9% i 15%) [82] .....8
- Rys. 2. Przykładowe zależności pomiędzy siłą i odkształceniem dla materiałów pochodzenia roślinnego a) wykazujących oraz b) pozbawionych granicy płynności biologicznej [54] .....10
- Rys. 3. Zależność pomiędzy siłą i odkształceniem dla: a) ziarna kukurydzy obciążanego quasztatycznie [29] b) ziarna rzepaku obciążanego dynamicznie [54] .....10



Rys. 4. Struktura pracy: określenie problemu badawczego i sposób jego rozwiązania.....	12
Rys. 5. Budowa ziarniaka pszenicy [54].....	14
Rys. 6. Symulacja opróżniania zbiornika mat. sypkiego [141].....	15
Rys. 7. Zjawisko zderzenia według metody: a) sztywnego kontaktu, b) miękkiego kontaktu .....	16
Rys. 8. Rozkład sił kontaktowych .....	17
Rys. 9. Modelowanie odkształcenia w DEM.....	17
Rys. 10. Algorytm prezentujący ideę metody elementów dyskretnych. Opracowano na podstawie [163].....	19
Rys. 11. Główne metody badań wytrzymałości nasion (opracowano na podstawie [54]) .....	22
Rys. 12. Badania ściśliwości ziaren rzepaku: a) stanowisko badawcze, b) próbka badawcza, c) krzywa ściśliwości [199].....	23
Rys. 13. Przykładowa zależność pomiędzy naprężeniem a odkształceniem dla masy ziarnistej rzepaku [189].....	24
Rys. 14. Metody pomiaru plastycznego płynięcia materiałów sypkich: a) bezpośredniego ścinania, b) trójosiowego ścinania [28] .....	25
Rys. 15. Warunek Coulomba-Mohra.....	26
Rys. 16. Klasyfikacja materiałów rozdrobnionych w zależności od położenia krzywej płynięcia .....	26
Rys. 17. Uniwersalna maszyna wytrzymałościowa Instron 3369 [109] .....	28
Rys. 18. Zależność siła-przemieszczenie dla jednoosiowego ściskania ziarniaka [218] .....	29
Rys. 19. Poziome oraz pionowe ułożenie ziarna [162].....	30
Rys. 20. Modyfikacja próbki ziarniaka zaproponowana przez Zareb'a [54] .....	30
Rys. 21. Przykładowe metody osiowego obciążania ziarna: a) pomiędzy równoległymi powierzchniami, b) głowicą sferyczną, c) głowicą cylindryczną, d) pomiędzy równoległymi powierzchniami z cylindryczną próbką [179] .....	31
Rys. 22. Przykładowe zależności siłowo-odkształceniowe w postaci pętli histerezy dla ziarna pszenicy [9].....	32
Rys. 23. Usadwienie ziarna w trakcie badań dynamicznych a) bez podparcia; b, c) z podparciem [56] .....	33
Rys. 24. Stanowisko bijakowe z podparciem jednostronnym: 1) dysk obrotowy, 2) ramie bijaka, 3) mechanizm korbowo-dźwigniowy, 4) silnik, 5) pas napędowy, 6) ziarno, 7) mechanizm obrotowo-zapadkowy [53] .....	34
Rys. 25. Stanowisko bijakowe z podparciem: 1) bijak (wahadło), 2) czujnik na płycie dociskowej, 3) ziarno [56].....	34
Rys. 26. Stanowisko wirnikowe: 1) bijak, 2) napęd, 3) wyrzutnia ziarniaka, 4) ziarno [154].....	35
Rys. 27. Badania Kustermann'a: a) schemat stanowiska badawczego, b) przykładowy pomiar przebiegu siły dla prędkości zderzenia $20\text{ms}^{-1}$ [111] .....	36
Rys. 28. Schemat stanowiska badawczego [98] .....	36
Rys. 29. Przykładowy pomiar przebiegu siły ziarna pszenicy dla prędkości zderzenia $8\text{ms}^{-1}$ [98] .....	37
Rys. 30. Przebieg siły zderzenia (linia gruba) i sygnału pomiarowego z czujnika (linia cienka) dla małego ziarna suchego. Sztywność kontaktu $k_2=1e^5\text{ N/m}$ , $f_{rez}=20\text{ kHz}$ [97] .....	37
Rys. 31. Pomiary z wykorzystaniem metody swobodnego spadania: a) stanowisko badawcze, b) przykładowy przebieg siły zderzenia dla ziarna rzepaku [82] .....	38
Rys. 32. Stanowisko Jindal i Mohsenin: a) konstrukcja, b) charakterystyka uzyskiwanej siły w zależności od zmierzonego przeciążenia[93] .....	39

Rys. 33. Schemat aparatu udarowego: 1) optyczny czujnik przemieszczeń, 2) sprężyna napinająca, 3) tensometryczny czujnik siły, 4) ziarno, 5) śruba regulacyjna, 6) śruba zapadki, 7) zapadka, 8) wzmacniacz elektroniczny, 9) dźwignia napinająca, 10) stolik pomiarowy, 11) korpus, 12) trzpień bijakowy [56] .....	40
Rys. 34. Przykładowe wyniki badań ziarna pszenicy zrealizowane przez Frączka oraz Ślepka a) zależność siłowo-odkształceniowa, b) odkształcenie badanej próbki [55] .....	41
Rys. 35. Fazy kontaktu dla dwóch obiektów: a) początek kontaktu, b) ruch obiektów względem siebie, aż do momentu jego ustania, c) koniec kontaktu .....	44
Rys. 36. Fazy kontaktu dla zderzenia ze ścianą: a) początek kontaktu, b) ruch obiektów względem siebie, aż do momentu jego ustania, c) koniec kontaktu .....	44
Rys. 37. Fazy kontaktu dla dwóch odkształcalnych obiektów: a) początek kontaktu, b) ruch obiektów względem siebie, aż do momentu jego ustania, c) koniec kontaktu .....	44
Rys. 38. Zderzenie kolinearne .....	45
Rys. 39. Przepływ energii dla zderzenia normalnego (prostopadłego) .....	46
Rys. 40. Zależność przebiegu siły względem czasu dla różnych charakterystyk materiałowych (opracowano na podstawie [192]) .....	47
Rys. 41. Zależność przebiegu odkształcenia względem czasu dla różnych charakterystyk materiałowych (opracowano na podstawie [192]) .....	47
Rys. 42. Zależność przebiegu prędkości odkształcenia względem czasu dla różnych charakterystyk materiałowych .....	48
Rys. 43. Przykładowe wykresy dla zależności siłowo-odkształceniowej: a) zderzenie sprężyste; b) zderzenie sprężysto-plastyczne; c) zderzenie plastyczne .....	49
Rys. 44. Praca wykonana przez siły kontaktu: a) Schematyczna pętla histerezy w cyklu wymuszenie-odkształcenie prezentująca bilans energii zjawiska zderzenia; b) wykres dla pracy wykonanej przez siły kontaktowe w funkcji prędkości odkształcenia; (opracowano na podstawie [159]) .....	49
Rys. 45. Strefy impulsu siły .....	52
Rys. 46. Modele trzech podstawowych ciał reologicznych wykorzystywanych do budowy modeli kontaktu: a) ciało Hooke'a b) ciało Newtona, c) ciało St. Venanta .....	53
Rys. 47. Podstawowy model kontaktu. 1 – ciało uderzające 2 - sztywność kontaktu, 3 - tłumienie kontaktu, 4 - powierzchnia kontaktowa (sztywna) .....	54
Rys. 48. Modele kontaktu wykorzystywane w badaniach symulacyjnych (opracowano na podstawie [222]) .....	54
Rys. 49. Proces zderzenia dla modelu Hooke'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50]) .....	56
Rys. 50. Proces zderzenia dla modelu Hertz'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50]) .....	57
Rys. 51. Proces zderzenia normalnego dla modelu Hertz'a-Mindlina'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających .....	58
Rys. 52. Proces zderzenia dla modelu kontaktu Kelvina-Voighta: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50]) .....	59
Rys. 53. Reprezentacja graficzna liniowego modelu kontaktu Cundall'a i Stracka'a .....	59
Rys. 54. Proces zderzenia dla modelu kontaktu Cundall'a i Stracka'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [221]) .....	60
Rys. 55. Proces zderzenia dla modelu Hunt'a i Crossley'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [50]) .....	62

Rys. 56. Model Walton'a i Braun'a .....	62
Rys. 57. Proces zderzenia dla modelu Walton'a i Braun'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających .....	63
Rys. 58. Proces zderzenia dla modelu Thornton'a: a) przebieg impulsu siły w czasie, b) zależność siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie [202]) .....	65
Rys. 59. Proces zderzenia dla modelu EEPA w postaci zależności siły od odkształcenia obiektów zderzających (opracowano na podstawie[32]) .....	66
Rys. 60. Identyfikacja cech geometrycznych: a) płytki pomiarowa, b) okno programu do pomiaru geometrii ziarna.....	70
Rys. 61. Widok stanowiska do badania zderzeń.....	72
Rys. 62. Widok wybranych ułożeń ziarna w trakcie lotu oraz zderzenia z powierzchnią czujnika siły: a – kątowe; b –prostopadłe; c – równoległe .....	73
Rys. 63. Przykładowe przebiegi sił zderzenia dla kątowych ułożeń ziarna.....	73
Rys. 64. Zalecane wartości prędkości przepływu powietrza w siewnikach dla ziaren pszenicy [175]...74	
Rys. 65. Zależność prędkości ziarna od prędkości powietrza w przewodzie nasiennym o długości 2 m [59] .....	75
Rys. 66. Porównanie przykładowych przebiegów sił zderzenia dla ziarna pszenicy o wilgotności: a - 7%, b - 10%, c - 13%, d - 16%.....	75
Rys. 67. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 7% .....	76
Rys. 68. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 10% .....	76
Rys. 69. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 13% .....	77
Rys. 70. Rozkład siły uderzenia w zależności od prędkości dla ziarna pszenicy o wilgotności 16% .....	77
Rys. 71. Zależność czasu kontaktu od prędkości początkowej ziarna w chwili zderzenia.....	77
Rys. 72. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależność czasu kontaktu od prędkości początkowej ziarna w chwili zderzenia na przykładzie pomiarów dla wilgotności 16% .....	78
Rys. 73. Przykładowy przebieg niepewności pomiarowej dla rejestrowanej siły.....	79
Rys. 74. Okno programu Aproksymacja .....	81
Rys. 75. Wartości współczynnika restytucji R w zależności od prędkości zderzenia .....	82
Rys. 76. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależność współczynnika restytucji od prędkości ziarna w chwili zderzenia na przykładzie pomiarów dla wilgotności 13% .....	82
Rys. 77. Stanowisko do badań wytrzymałościowych ziaren.....	88
Rys. 78. Układ wymuszająco-pomiarowy .....	89
Rys. 79. Ułożenie ziarna: a - wzdłużne; b - poprzeczne .....	89
Rys. 80. Schemat ideowy stanowiska do badań wytrzymałościowych ziaren (opracowano na podstawie [143]).....	91
Rys. 81. Widok interfejsu opracowanego programu do sterowania pracą stanowiska badawczego ...92	
Rys. 82. Diagram blokowy programu sterującego pracą stanowiska badawczego .....	92
Rys. 83. Wahadło pomiarowe .....	93
Rys. 84. Wzdłużne ułożenie ziarna: a – widok izometryczny; b – widok boczny (pozycja kontaktu czujnika z próbką) .....	94
Rys. 85. Poprzeczne ułożenie ziarna: a – widok izometryczny; b – widok boczny (pozycja kontaktu czujnika z próbką) .....	94
Rys. 86. Poziome ułożenie ziarna w trakcie prowadzonych badań .....	96
Rys. 87. Rozkład odkształcenia w badanych próbkach dla poziomego ułożenia ziarna .....	96

Rys. 88. Przykładowe wykres zależności siły od odkształcenia uzyskane w pojedynczej próbie dynamicznego ściskania (pętla histerezy) .....	97
Rys. 89. Porównanie krzywych histerezy dla ziarna pszenicy o wilgotności 7 % dla prędkości $1,1\pm 0,02 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .....	98
Rys. 90. Charakterystyka siłowo-przemieszczeniowa dla sześciu różnych wartości sił wymuszających, na przykładzie ziaren pszenicy o wilgotności 10 % .....	98
Rys. 91. Wartości współczynnika restytucji R w przyporządkowaniu do uzyskanych sił obciążających .....	99
Rys. 92. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależność siły od odkształcenia ziarna na przykładzie pomiarów dla wilgotności 7%.....	100
Rys. 93. Przykładowy przebieg niepewności pomiarowej pętli histerezy .....	100
Rys. 94. Ułożenie ziarna: a - prawidłowe, b - błędne .....	101
Rys. 95. Rozkład odkształcenia w badanych próbkach dla pionowego ułożenia ziarna .....	101
Rys. 96. Przykładowe pętla histerez .....	102
Rys. 97. Krzywe histerezy dla ziarna pszenicy o wilgotności 10% obciążanych z prędkością $0,23\pm 0,10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .....	103
Rys. 98. Charakterystyka siłowo-przemieszczeniowa dla sześciu różnych wartości sił wymuszających, na przykładzie ziaren pszenicy o wilgotności 16%.....	103
Rys. 99. Wartości współczynnika restytucji R w przyporządkowaniu do uzyskanych sił obciążających .....	104
Rys. 100. Przedział ufności dla liniowej funkcji zależność siły od odkształcenia ziarna na przykładzie pomiarów dla wilgotności 13%.....	104
Rys. 101. Algorytm metody identyfikacji współczynników modelu .....	110
Rys. 102. Wyniki aproksymacji przykładowych danych pomiarowych a) funkcją liniową, b) funkcją potęgową, c) funkcją wykładniczą .....	111
Rys. 103. Wyniki aproksymacji danych pomiarowych dla próbek o wilgotności 7% w postaci zestawienia współczynników zmienności $D^2$ : a) proces obciążania, b) proces odciążania .....	112
Rys. 104. Wyniki aproksymacji danych pomiarowych dla próbek o wilgotności 16% w postaci zestawienia współczynników zmienności $D^2$ : a) proces obciążania, b) proces odciążania .....	112
Rys. 105. Zależności siły od ugięcia dla ziarna pszenicy odmiany Memory .....	116
Rys. 106. Model ziarna pszenicy odmiany Memory .....	116
Rys. 107. Identyfikacja współczynników równania – wyznaczanie punktów .....	119
Rys. 108. Aproksymacja krzywej ściskania ziarna pszenicy funkcją potęgową .....	120
Rys. 109. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika $k_{n,n}$ w funkcji siły kontaktowej dla odcinka narastania pętli histerezy .....	121
Rys. 110. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika $c_{n,n}$ w funkcji siły kontaktowej dla odcinka narastania pętli histerezy .....	121
Rys. 111. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika $k_{n,o}$ w funkcji siły kontaktowej dla odcinka opadania pętli histerezy .....	122
Rys. 112. Zbiór otrzymanych wartości współczynnika $c_{n,o}$ w funkcji siły kontaktowej dla odcinka opadania pętli histerezy .....	122
Rys. 113. Zmiana wartości współczynnika $k_{n,n}$ w funkcji wilgotności.....	123
Rys. 114. Zmiana wartości współczynnika $c_{n,n}$ w funkcji wilgotności.....	123
Rys. 115. Zmiana wartości współczynnika $k_{n,o}$ w funkcji wilgotności.....	123
Rys. 116. Zmiana wartości współczynnika $c_{n,o}$ w funkcji wilgotności.....	124
Rys. 117. Wyniki symulacji zderzenia.....	127

Rys. 118. Wyniki badań symulacyjnych opracowanego modelu zderzenia ziarna zbożowego o wilgotność 7%.....	128
Rys. 119. Porównanie postaci modelowej z wynikami badań wstępnych dla przebiegów zależności siły kontaktowej względem prędkości zderzenia; a) wilgotność 7%, a) wilgotność 10%, a) wilgotność 13%, a) wilgotność 16%.....	129
Rys. 120. Porównanie postaci modelowej z wynikami badań wstępnych dla przebiegów współczynnika restytucji R względem prędkości zderzenia .....	130
Rys. 121. Porównanie postaci modelowej z wynikami badań wstępnych dla przebiegów zależności siły kontaktowej względem czasu trwania kontaktu .....	131
Rys. 122. Przebieg rzeczywisty .....	133
Rys. 123. Okna programu PFC 3D Version 6.00.30: a) widok okna symulacji, b) widok okna kodu symulacji.....	134
Rys. 124. Widok okna programu PFC 3D z zebranymi danymi pomiarowe z przebiegu symulacji prezentującymi wykres zależności siły kontaktowej od przemieszczenia badanego ziarna .....	136
Rys. 125. Porównanie wyników modelowania charakterystyki kontaktu dwóch modeli teoretycznych z rzeczywistym przebiegiem .....	137

### Spis tabel:

Tab. 1. Zestawienie podstawowych modeli kontaktu .....	67
Tab. 2. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 7%.....	83
Tab. 3. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 10%.....	84
Tab. 4. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 13%.....	84
Tab. 5. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 16%.....	84
Tab. 6. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności .....	84
Tab. 7. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 7 % .....	86
Tab. 8. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 10 %.....	86
Tab. 9. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 13 %.....	86
Tab. 10. Zestawienie wyników badań dla wilgotności 16 %.....	86
Tab. 11. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 7%...105	
Tab. 12. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 10%.105	
Tab. 13. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 13%.105	
Tab. 14. Związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi dla pomiarów wilgotności wynoszącej 16%.106	
Tab. 15. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności, tj. w układzie poziomym. ....	106
Tab. 16. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności, tj. w układzie pionowym. ....	106
Tab. 17. Związek pomiędzy wilgotnością w układzie pionowym oraz poziomym, a analizowanymi zmiennymi. ....	107
Tab. 18. Zestawienie średnich wartości współczynnika zmienności $D^2[-]$ stanowiącego miarę jakości dopasowania .....	113
Tab. 19. Statystyki opisowe dotyczące analizowanych zmiennych dla poszczególnych pomiarów wilgotności, tj. w układzie pionowym. ....	124
Tab. 20. Związek pomiędzy wilgotnością, a analizowanymi zmiennymi.....	125

Tab. 21. Związek pomiędzy siłą, a stałymi $k_{n,n}$ , $k_{n,o}$ , $c_{n,n}$ i $c_{n,o}$ .....	125
Tab. 22. Zestawienie współczynników zaproponowanego modelu kontaktu.....	126
Tab. 23. Zestawienie wartości współczynnika dopasowania $R^2[-]$ dla wyznaczonych zależności siły kontaktowej względem prędkości zderzenia .....	130
Tab. 24. Zestawienie wartości współczynnika dopasowania $R^2[-]$ dla wyznaczonych zależności współczynnika restytucji $R$ względem prędkości zderzenia .....	130
Tab. 25. Zestawienie wartości współczynnika dopasowania $R^2[-]$ dla wyznaczonych zależności siły kontaktu $F_n$ względem czasu trwania kontaktu .....	131
Tab. 26. Zestawienie parametrów symulacji dla kontaktu z zastosowaniem modelu EEPA.....	134
Tab. 27. Zestawienie porównawcze określające dopasowanie modeli matematycznych do danych pomiarowych.....	138
Tab. 28. Porównanie współczynników restytucji energii dla trzech rozważanych przypadków .....	138

## **Modeling of contact forces in the system of plant grain - surface of the working unit in terms of phenomena with a dynamic course**

### **Abstract:**

This doctoral thesis describes the process of modeling contact forces in the plant grain-surface system of the working unit for collision phenomena. A comprehensive literature review was conducted, encompassing over 200 references. It was found that the contemporary approach of researchers is based on transferring the results of studies conducted on strength machines (quasi-static) to conditions where collision occurs. This approach is a significant simplification, which prompted the development of new models that capture the complexity of the phenomena occurring during collision.

An overview of the phenomena determining the behavior of the research object under conditions of sudden changes in kinematic parameters was carried out. The limitations of existing models were identified, and a new form of describing the relationship between the force acting on the grain and deformation was proposed. The graphical form of this relationship was established and fine-tuned, taking the shape, slope, and velocity-dependent field of the hysteresis into account.

The research was limited to the consideration of winter wheat grains of the Memory variety, which is currently one of the most commonly cultivated cereals in Poland. For experimental purposes, four moisture levels of the research material were selected: 7%, 10%, 13%, and 16%. The chosen parameters reflect the state of the material in classical agri-food technological chains. The developed models take into account the influence of moisture on the course of the collision phenomenon.

For the purpose of parameter identification for the proposed model, two original test stands were prepared. The first setup consisted of a freely dropped pendulum. The working element of the pendulum strikes the grain under controlled conditions, with the impact velocity regulated by the drop height. The second setup utilized an electrodynamic exciter with microprocessor control. In both cases, highly sensitive displacement and force transducers were used. Characteristic data were obtained, which formed the basis for a correct description of the analyzed object's response to external excitations.

The developed models were prepared in the form of functions that allow for easy implementation of research results for simulations using the discrete element method (DEM). Such application of the models will enable faithful, better, and more accurate predictions in computer analyses of grain movement. This aspect is of significant importance in the process of designing and improving grain seeding machines, ultimately leading to high yields.

The results of the work are presented in a concise summary. Further research directions were outlined, including the need to address collisions in directions other than perpendicular and the necessity of examining a larger number of cereal grains.