



POLITECHNIKA POZNAŃSKA
Wydział Inżynierii Lądowej i Transportu



ROZPRAWA DOKTORSKA

Autor:
mgr inż. Adrian SZESZYCKI

ANALIZA I OCENA WPŁYWU WYBRANYCH PARAMETRÓW KONTAKTU KOŁA Z SZYNĄ NA STABILNOŚĆ POJAZDU SZYNOWEGO

Promotor:
dr hab. inż. Bartosz FIRLIK, prof. PP

Opiekun pomocniczy w programie "Doktorat wdrożeniowy":
mgr inż. Adam SIENICKI

Poznań, wrzesień 2025

Spis treści

STRESZCZENIE	5
WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ.....	6
1. MODELOWANIE KONTAKTU KOŁA Z SZYNĄ.....	7
1.1. Określenie problemu	7
1.2. Mechanika kontaktu ciał odkształcalnych	10
1.2.1. Przybliżenie półprzestrzeni sprężystych.....	11
1.2.2. Kontakt Hertza	12
1.2.3. Zagadnienia Boussinesqa i Ceruttiego.....	14
1.3. Uprozczone teorie kontaktu tocznego ciał elastycznych	15
1.3.1. Metoda Johnsona-Vermeulena	15
1.3.2. Liniowa teoria Kalkera bez poślizgu	18
1.3.3. Uproszczona teoria Kalkera.....	19
1.3.4. Pozostałe metody uproszczone rozwiązania zagadnienia normalnego	24
1.3.5. Pozostałe metody uproszczone rozwiązania zagadnienia stycznego.....	28
1.4. Dokładna teoria kontaktu tocznego Kalkera.....	30
1.4.1. Wariacyjne podejście do problemu kontaktu	30
1.4.2. Program CONTACT.....	31
2. ZAGADNIENIE STABILNOŚCI POJAZDU SZYNOWEGO	36
2.1. Sformułowanie problemu	36
2.2. Metody badań symulacyjnych stabilności pojazdów szynowych	38
2.2.1. Liniowa analiza stabilności	38
2.2.2. Nieliniowa analiza stabilności	40
2.2.3. Metoda normatywna	42
2.3. Wyzwania związane z badaniami stabilności pojazdów szynowych.....	42
3. CEL I TEZA PRACY	45
3.1. Cel naukowy pracy	45
3.2. Cel użytkowy pracy.....	45
3.3. Teza pracy	46
3.4. Zakres pracy.....	47
4. METODYKA BADAŃ.....	48
4.1. Założenia badawcze.....	48
4.2. Obiekty badań	50
4.3. Modele symulacyjne	52
4.3.1. Przyjęte założenia.....	52
4.3.2. Parametry modeli symulacyjnych	54

4.3.3. Profile koła i szyny	61
4.4. Walidacja modeli symulacyjnych	67
4.4.1. Model układu wieszaków	67
4.4.2. Model resora piórowego	73
4.4.3. Analiza drgań strukturalnych nadwozi badanych pojazdów	75
4.4.4. Walidacja kompletnych modeli – operacyjna analiza modalna	77
4.5. Program badań symulacyjnych.....	86
5. WYNIKI ANALIZ SYMULACYJNYCH STABILNOŚCI POJAZDÓW SZYNOWYCH ..90	
5.1. Ocena wpływu modeli kontaktu koła i szyny na wyniki symulacji stabilności....	90
5.2. Ocena wpływu badanych parametrów na stabilność pojazdów szynowych ...	104
6. ZAPROPONOWANA METODA ROZWIĄZYWANIA ZAGADNIENIA STYCZNEGO KONTAKTU KOŁA I SZYNY	112
6.1. Założenia metody	112
6.2. Parametry materiałowe algorytmu FASTSIM dla nieeliptycznych obszarów styku	113
6.3. Zaproponowany algorytm rozwiązywania zagadnienia stycznego kontaktu koła i szyny – FasTang	116
7. WERYFIKACJA ZAPROPONOWANEJ METODY – ANALIZA PORÓWNAWCZA.. 119	
7.1. Referencyjne przypadki styku koła z szyną	119
7.2. Przypadki analizy stabilności pojazdów szynowych	122
8. WNIOSKI I KIERUNKI DALSZYCH PRAC	129
8.1. Udowodnienie tezy pracy.....	129
8.2. Wnioski poznawcze	130
8.3. Wnioski metodyczne.....	133
8.4. Wnioski uytylitarne	134
8.5. Kierunki dalszych prac.....	135
SUMMARY	142

STRESZCZENIE

Oddziaływanie koła z szyną stanowi fundament wszystkich rozważań związanych z ruchem pojazdów szynowych. W niniejszej rozprawie skupiono się na analizach problemu stabilności jazdy, na przykładzie szczególnie podatnej na wężykowanie grupy pojazdów dwuosioowych. Przyjęto symulacyjną metodę badawczą, pozwalającą na wykroczenie poza zakres możliwości badań eksperymentalnych standardowo wykonywanych na potrzeby procesu dopuszczenia pojazdów szynowych. W celu wykonania analiz symulacyjnych stabilności zbudowano modele numeryczne trzech pojazdów reprezentatywnych dla badanej grupy. Modele analizowanych pojazdów podlegały walidacji na podstawie dostępnych wyników badań jezdnych na torze prostym. W tym celu skorzystano z techniki operacyjnej analizy modalnej. Porównując parametry modalne podstawowych postaci drgań uzyskanych przy pomocy symulacji i eksperymentu, wykazano przydatność modeli do dalszych badań.

Z całej złożoności modelu numerycznego układu pojazdu szynowego z torem najwięcej uwagi poświęcono modelowaniu zjawiska kontaktu koła i szyny. Przeprowadzono dogłębną analizę najpopularniejszych w oprogramowaniu MBS metod obliczania sił kontaktu koła i szyny. Na potrzeby badań, w modelach numerycznych zaimplementowano metodę CONTACT uznawaną za dokładną. Za pomocą opracowanej procedury badań symulacyjnych stabilności, obejmującą serię symulacji dla szerokiego zakresu warunków kontaktu koła z szyną, dokonano oceny wpływu parametrów geometrycznych na stabilność pojazdów szynowych badanej grupy. Analizy obejmowały przypadki zarówno nominalnych, jak i zmierzonych (rzeczywistych) profili kół i szyn, dzięki czemu zbadano szeroki zakres stożkowości ekwiwalentnej. Wykazano kluczowy wpływ geometrii styku na otrzymywane wyniki, jednak również występowanie przypadków o trudno przewidywalnych wynikach na podstawie samego opisu geometrii styku standardowymi parametrami.

Na potrzeby badań nad modelami kontaktu koła i szyny wytypowano trzy metody uproszczone w tym dwie standardowo dostępne w środowisku Simpack 2024. Dla zaproponowanej procedury badań stabilności uzyskano wyniki dla metod uproszczonych, które odnoszono do wyników symulacji przy pomocy metody referencyjnej CONTACT. Pozwoliło to na wyciągnięcie wniosków rekomendujących stosowanie możliwie najdokładniejszej metody obliczania sił kontaktowych na potrzeby analiz stabilności.

Z uwagi na występowanie przykładów o odmiennych wynikach symulacji dla metody referencyjnej oraz uproszczonego rozwiązania zagadnienia stycznego metodą FASTSIM (zaadaptowaną do nieeliptycznych obszarów styku), zaproponowano nową metodę uproszczonego rozwiązania zagadnienia stycznego kontaktu koła z szyną w warunkach niehertzowskich. Przy pomocy metody offline, dla warunków kontaktu otrzymanych podczas symulacji stabilności, wykazano wysoką zbieżność wyników wyznaczonych przy pomocy zaproponowanego algorytmu FasTang i referencyjnego programu CONTACT.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

W niniejszej rozprawie doktorskiej dla niektórych symboli mogą być stosowane indeksy dolne oznaczające:

- 1, 2 – numer bryły kontaktowej,
- τ, α – kierunki osi stycznych do powierzchni styku:
 - x – w kierunku toczenia (oznacza również współrzędną wzdłużną),
 - y – prostopadły do niego (oznacza również współrzędną poprzeczną),
- n – kierunek osi z – normalnej do powierzchni styku,
- I, J – numer elementu zdyskretyzowanego obszaru styku,
- i, j – ogólne indeksy.

- h – normalny dystans niezdeformowany między cząstkami
- e – normalny dystans po deformacji między cząstkami
- \mathbf{u} – różnica przemieszczeń sprężystych cząstek materiałowych ciał w kontakcie
- p_n – normalne naprężenia kontaktowe
- \mathbf{p}_τ – wektor stycznych naprężeń kontaktowych
- \mathbf{s}_τ – wektor stycznego poślizgu rzeczywistego między cząstkami
- \mathbf{w}_τ – wektor stycznego poślizgu sztywnego między cząstkami
- g – granica tarcia Coulomba
- V – szybkość ruchu toczenia
- A, B – zastępcze parametry krzywizny powierzchni kontaktowych
- a, b – półosie elipsy styku w kierunkach odpowiednio osi x oraz y
- δ – maksymalna wartość penetracji ciał w kontakcie jako brył sztywnych
- P – normalna siła kontaktowa
- \mathbf{A} – macierz współczynników wpływu dla półprzestrzeni sprężystych
- ξ – sztywny poślizg względny w kierunku osi x
- η – sztywny poślizg względny w kierunku osi y
- Φ – spin
- C_{ij} – współczynniki Kalkera
- f_{ij} – współczynniki poślizgu
- L, L_i – parametry sztywności teorii uproszczonej Kalkera
- $\mathbf{C}, \mathbf{H}, \mathbf{S}$ – zbiory elementów odpowiednio w: obszarze styku, strefie adhezji oraz poślizgu
- $\tan\gamma_e$ – stożkowatość ekwiwalentna
- α, β, γ – obroty wokół osi kartezjańskiego układu współrzędnych x - y - z
- c, d – sztywność i tłumienie elementu siłowego
- l – luz w elemencie siłowym
- $\sum Y_{rms}$ – wartość skuteczna sumy sił prowadzących

1. MODELOWANIE KONTAKTU KOŁA Z SZYNĄ

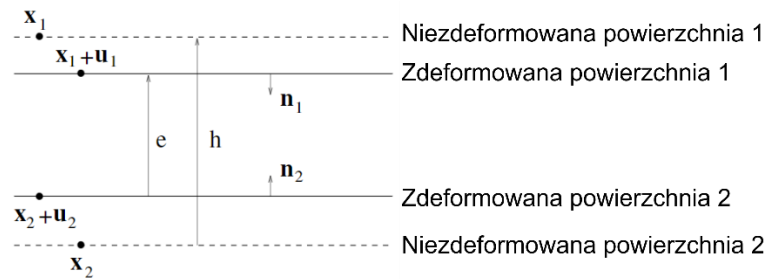
1.1. Określenie problemu

Zjawisko kontaktu mechanicznego definiuje się jako styk dwóch ciał pozostających względem siebie w ruchu lub spoczynku, któremu towarzyszy powstawanie wzajemnych sił oddziaływania. Najprostszym podejściem do modelowania kontaktu mechanicznego jest przyjęcie punktowego styku pomiędzy sztywnymi bryłami – zarówno w przestrzeni trójwymiarowej, jak i na płaszczyźnie. Taki model kontaktu jest szczególnie zasadny rozważając mechanikę ciał sztywnych, co jest powszechnie stosowane w wielu dziedzinach inżynierii, szczególnie, gdy w obrębie zainteresowania jest globalne zachowanie układu.

Jednak w przypadku rozważania dynamiki pojazdów szynowych konieczne jest uwzględnienie deformacji stykających się ciał. Wiąże się to z powstaniem obszaru styku koła z szyną o obszarze około $1,5 \text{ cm}^2$ w przypadku typowych pojazdów szynowych. Tak niewielki obszar odpowiedzialny jest za przenoszenie obciążenia pionowego, sił prowadzenia w torze oraz wymuszeń dynamicznych od nierówności torowych. Zatem jest to fundamentalne zagadnienie dla wielu wyzwań związanych z rozwojem kolejnictwa. Podstawowym problemem jest wytrzymałość materiałów koła i szyny, które poddawane są kontaktowym naprężeniom cyklicznym prowadzącym do zużycia zmęczeniowego powierzchni RCF (ang. rolling contact fatigue). Ponadto ze względu na narażenie koła i szyny na warunki zewnętrzne, ogromne znaczenia ma zjawisko tarcia, które w surowych warunkach prowadzi do zużycia powierzchni kół i szyn, wymuszając ich cykliczną reprofilację. Wreszcie należy podkreślić znaczenie dla zachowania dynamicznego pojazdów szynowych: stosunek poprzecznej do pionowej siły kontaktu koła i szyny (Y/Q) determinują bezpieczeństwo przed wykolejeniem na torze wichrowatym, oraz poszczególne składowe siły kontaktu wykorzystywane są przy ocenie bezpieczeństwa jazdy i obciążenia toru według normy PN-EN 14363 [1].

W celu eksperymentalnego wyznaczenia sił kontaktu koła i szyny wystarczające są pomiary tensometryczne naprężeń na zestawie kołowym w oddaleniu od obszaru styku. Jednak w celu świadomego projektowania współpracy koła z szyną konieczna jest znajomość szczegółowych wyników rozkładu naprężeń kontaktowych. Metoda elastooptyczna pozwala na szczegółową analizę naprężeń ciał w kontakcie, jednak wymaga ona badania materiałów przezroczystych [2], które mają odmienne parametry sprężystości niż stal standardowo wykorzystywana w konstrukcji koła i szyny. Trudności z eksperymentalnym badaniem zjawiska kontaktu koła i szyny doprowadziło do znaczącego rozwoju jego modelowania. Dodatkowo obecnie powszechne stały się badania dynamiki pojazdów szynowych z użyciem symulacji komputerowych, na których potrzeby konieczne jest tworzenie wydajnych obliczeniowo, przy tym możliwie dokładnych modeli.

Sformułowanie matematycznego warunku formowania się kontaktu wymaga rozważenia stanu nieodkształconego oraz odkształconego ciał. Przykładem takiego rozważania są dwa punkty x_1 oraz x_2 leżące na odkształcalnych powierzchniach przedstawione na rysunku 1.



Rys. 1. Dystans niezdeformowany oraz zdeformowany, na podstawie [3]

Odległość oznaczona symbolem h na rysunku 1 jest dystansem niezdeformowanym wyznaczonym w kierunku normalnym do powierzchni, e jest dystansem zdeformowanym, którego definiuje:

$$e = h - u_{1n} - u_{2n} = h + u_n \quad (1)$$

gdzie:

u_{1n} , u_{2n} – przemieszczenie normalne punktów odpowiednio x_1 oraz x_2 po deformacji ciał.

Następnie zakładając brak możliwości występowania sił adhezji, przyjmując naprężenia ściskające p_n działające na jedno z ciał za dodatnie można sformułować prawo formowania kontaktu [4]:

$$\begin{aligned} e > 0 : p_n &= 0 && \text{– brak kontaktu} \\ e = 0 : p_n &> 0 && \text{– kontakt} \end{aligned} \quad (2)$$

Gdy spełnione są warunki kontaktu, w uformowanym obszarze styku opisać należy problem styczny. Podstawowym pojęciem kinematycznym kontaktu stycznego jest poślizg, który definiuje względna prędkość dwóch stykających się cząstek materiałowych. Na jego wartość dla wybranego punktu styku składa się wzajemny ruch ciał jako brył sztywnych oraz elastyczna deformacja [3,4]. Definicja poślizgu w zapisie pochodnej materialnej Lagrange'a, dla samego kierunku stycznego:

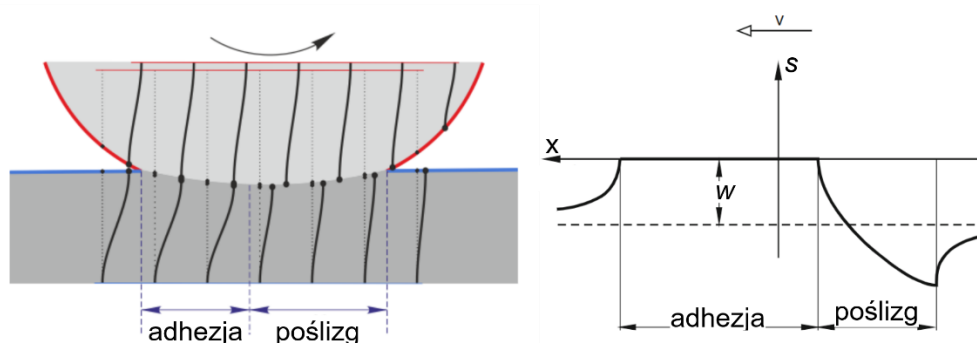
$$s_\tau = w_\tau + \frac{D\mathbf{u}_\tau}{Dt} \quad (3)$$

gdzie:

$w_\tau = \dot{x}_{\tau 1} - \dot{x}_{\tau 2}$ – poślizg sztywny wynikający z ruchu ciał jako brył sztywnych (ang. creep),

$\mathbf{u}_\tau = \mathbf{u}_{\tau 1} - \mathbf{u}_{\tau 2}$ – różnica przemieszczeń sprężystych między ciałami w kontakcie.

W przypadku toczenia opisanego w układzie współrzędnych związanym z obszarem styku, powierzchnie w sposób ciągły przemieszczają się przez ten obszar z określonymi prędkościami, których różnica składa się na poślizg. Gdy dodatkowo powierzchnie mają różne prędkości kątowe względem ich osi normalnych opisywane jest to tzw. spinem. Warto podkreślić, że poślizg w przypadku toczenia nie odnosi się tylko do sytuacji hamowania bądź trakcji, w którym poślizg obejmowałby cały obszar kontaktu. W rzeczywistym toczeniu występuję tzw. mikro-poślizg, czyli powolne przesuwanie się względne stykających się powierzchni pomimo występującej w części obszaru styku strefy adhezji (przylegania), co przedstawiono na rysunku 2 z lewej strony. Jak wynika z zależności (3) w strefie adhezji, gdzie poślizg jest równy zero, sztywny poślizg kompensowany jest przez odkształcenie sprężyste. Przykładowy (jednowymiarowy) przebieg poślizgu s w funkcji współrzędnej x zobrazowano na rysunku 2 z prawej strony, gdzie widoczna jest zerowa wartość s w strefie adhezji i niezerowa w strefie poślizgu. Ponadto charakterystyczne jest zbieganie się do wartości sztywnego poślizgu w przy oddalaniu się od obszaru styku ze względu na stopniowe zanikanie odkształceń sprężystych.



Rys. 2. Przykład kontaktu tocznego: podział na strefy adhezji oraz poślizgu (z lewej), dystrybucja poślizgu s (w – sztywny poślizg) w obszarze kontaktu i jego pobliżu (z prawej), na podstawie [5,6]

Dzieląc wyrażenie (3) przez szybkość toczenia V problem staje się bezwymiarowy, wówczas mowa o względnym poślizgu oraz względnym sztywnym poślizgu (ang. creepage). Warto jeszcze rozróżnić dwa przypadki toczenia: przejściowe i ustalone, które są odpowiednio zależne i niezależne od czasu [4].

Jednym z największych wyzwań w dziedzinie modelowania kontaktu koła i szyny jest poszukiwanie rzeczywistego podziału na strefy adhezji oraz poślizgu wewnątrz obszaru styku. Zjawisko tarcia jest z tym ściśle związane. Nie zagłębiając się w szczegóły tribologiczne, do opisu dynamiki ruchu wystarczy definicja tarcia jako siły przeciwdziałającej względnemu ruchowi ciał w kontakcie. W najprostszym opisie tarcia Coulomba siła ta zależy tylko od normalnej siły nacisku oraz stałej nazywanej współczynnikiem tarcia. W opisie kontaktu, tarcie będzie odpowiadać za granice stycznych naprężeń kontaktowych (ang. traction bound):

$$g = \mu \cdot p_n \quad (4)$$

gdzie:

g – granica stycznych naprężeń kontaktowych,

μ – współczynnik tarcia.

Znając przedstawione wielkości można sformułować warunki kontaktu stycznego (formowania się stref adhezji i poślizgu) [4]:

$$\begin{aligned} |s_\tau| = 0 : |p_\tau| \leq g & \quad - \text{adhezja} \\ |s_\tau| \neq 0 : \mathbf{p}_\tau = -g \frac{\mathbf{s}_\tau}{|s_\tau|} & \quad - \text{poślizg} \end{aligned} \quad (5)$$

Z uwagi na skomplikowanie geometrii współpracujących koła i szyny, pojawiają się dodatkowe wyzwania w modelowaniu ich kontaktu, a mianowicie wyszukiwanie punktów kontaktowych oraz obliczanie sztywnych poślizgów w tych punktach. W przypadku różnych kombinacji profili koła i szyny może występować kontakt jednopunktowy (najczęstszy przypadek), dwupunktowy [7] a także konforemny [8]. Problemy wyszukiwania punktów kontaktu oraz obliczania sztywnych poślizgów nie jest trywialny zwłaszcza w przypadku zestawu kołowego obróconego wokół osi pionowej, co utrudnia opis matematyczny powierzchni koła i szyny obróconych względem siebie [9]. Dodatkowo dla rozwiązania zagadnienia normalnego konieczne jest zdefiniowanie funkcji dystansu h w strefie potencjalnego kontaktu. Rozkład dystansu h opisuje separację między punktami powierzchni koła i szyny w zależności od współrzędnych na obszarze potencjalnego kontaktu przed deformacją ciał.

1.2. Mechanika kontaktu ciał odkształcalnych

Poprzedni podrozdział przybliżył znaczenie odkształceń ciał kontaktowych w pobliżu obszaru styku dla sformułowania problemu kontaktu. Poszukiwaniem związków naprężenia-odkształcenia ciał kontaktowych zajmuje się dziedzina mechaniki kontaktu. Kluczowym dla zachowania ciał kontaktowych jest wpływ przyjętych związków konstytutywnych materiału. W przypadku kontaktu koła i szyny w większości przypadków wystarczający będzie liniowo-sprężysty model materiałowy. Pomimo, że naprężenia kontaktowe nierzadko przekraczają granicę plastyczności materiału, kontakt zachowuje charakter sprężysty, ze względu na hydrostatyczny stan naprężeń oraz zjawisko umocnienia. Do odkształceń plastycznych najczęściej może dochodzić w łukach torowych [10].

Standardowymi materiałami kół oraz szyn są stale niskostopowe o bardzo zbliżonych właściwościach sprężystych (zazwyczaj przyjmuje się jednakową wartość modułu Younga równą 210 GPa). Będzie to stanowiło duże uproszczenie w rozwiązywaniu problemu kontaktu koła i szyny, gdyż umożliwi traktować problem normalny oraz styczny rozdzielnie, czego szczegóły zostaną przedstawione w kolejnych podrozdziałach.

1.2.1. Przybliżenie półprzestrzeni sprężystych

Półprzestrzeń sprężysta jest ideowym trójwymiarowym ciałem odkształcalnym, które definiuje płaszczyzna wraz z wszystkimi punktami materialnymi po jednej jej stronie. Wykorzystanie takiego obiektu w obliczeniach ma na celu modelowanie ciał o zdecydowanie większych charakterystycznych rozmiarach w otoczeniu obszaru styku w porównaniu do rozmiarów samego obszaru, co określa się przybliżeniem półprzestrzeni sprężystych. Takie podejście będzie dawało znaczną korzyść ze względu na znane dokładne związki naprężeń i odkształceń dla określonego obciążenia. Pole naprężeń otrzymane tą metodą charakteryzuje się koncentracją naprężeń w pobliżu obszaru styku oraz bardzo szybkim spadkiem wartości wraz z oddalaniem się od niego. Można przyjąć, że na potrzeby rozwiązania problemu kontaktowego lokalne fragmenty ciał kontaktowych zastępuje się półprzestrzeniami sprężystymi. Obecnie takie podejście jest szeroko wykorzystywane w rozwiązywaniu problemu kontaktu elastycznego [11]. Aby rozstrzygnąć o zasadności stosowania tego przybliżenia trzeba poznać wszystkie jego założenia [2]:

- Zachowanie liniowo sprężyste jednorodnego materiału izotropowego oraz założenie liniowych (niewielkich) odkształceń elastycznych.
- Niewielki obszar kontaktu w porównaniu z promieniami krzywizny ciała w pobliżu styku.
- Ciała kontaktowe są niekonforemne (powstaje planarny obszar styku).

Gdy te warunki są spełnione naprężenia w rejonie styku nie są zależne od kształtu ciał poza geometrią w pobliżu utworzonego obszaru kontaktu.

Tak jak wspomniano we wstępie rozdziału jednakowe właściwości materiałów ciał w kontakcie nawet w obecności tarcia umożliwią traktowanie problem normalnego oraz stycznego rozdzielnie. Kolejnym warunkiem takiego uproszczenia jest symetria geometryczna brył względem płaszczyzny kontaktu. Spełnienie dwóch warunków będzie nosiło miano quasiidentyczności. Zastąpienie rzeczywistych brył kontaktowych półprzestrzeniami sprężystymi spełnia warunki symetrii kontaktu normalnego oraz antysymetrii kontaktu stycznego [4]. Dla pary ciał kontaktowych wyróżnia się trzy stałe materiałowe: łączny moduł Kirchoffa G , łączny moduł Younga E , łączny współczynnik Poissona ν oraz parametr różnicy K , zdefiniowane następująco [4]:

$$\begin{aligned}\frac{1}{G} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right) \\ \frac{\nu}{G} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\nu_1}{G_1} + \frac{\nu_2}{G_2} \right) \\ \frac{K}{G} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1 - 2\nu_1}{G_1} - \frac{1 - 2\nu_2}{G_2} \right) \\ \frac{1}{E} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)\end{aligned}\tag{6}$$

gdzie:

G_1, G_2 – moduły Kirchoffa materiałów ciał 1 oraz 2,

E_1, E_2 – moduły Younga materiałów ciał 1 oraz 2,
 ν_1, ν_2 – współczynniki Poissona materiałów ciał 1 oraz 2.

Aby spełnić materiałowy warunek quasiidentyczności stałe materiałowe brył kontaktowych nie muszą być identyczne, ale parametr różnicy K musi wynosić 0. W przeciwnym przypadku, dla kontaktu z uwzględnieniem tarcia kontaktowe naprężenia normalne wpływają na odkształcenia styczne a kontaktowe naprężenia styczne wpływają na odkształcenia normalne. Wówczas konieczna jest iteracyjna metoda naprzemiennego rozwiązywania dwóch problemów.

1.2.2. Kontakt Hertza

Klasycznym powszechnie stosowanym rozwiązaniem problemu kontaktu ciał traktowanych jako półprzestrzenie sprężyste jest podejście Hertza. Gdy Hertz badał właściwości optyczne dwóch soczewek, zauważył wpływ ich wzajemnego kontaktu na obserwacje optyczne, co skłoniło go do prac na właściwościach elastycznych kontaktu [2]. Hertz wysunął hipotezę, że uformowany obszar styku w ogólności przyjmuje eliptyczny kształt co potwierdzały obserwacje elastooptyczne. Poprowadziło to do sformułowania zależności naprężeń i odkształceń dla półprzestrzeni sprężystych obciążonych na eliptycznym rejonie. Żeby takie podejście miało odzwierciedlenie w rzeczywistości poza spełnieniem założeń półprzestrzeni sprężystych muszą być spełnione dodatkowe warunki:

- Kontakt bez tarcia lub quasiidentyczność ciał w kontakcie.
- Gładkie powierzchnie kontaktowe, mogące zostać opisane funkcją kwadratową – stałe promienie krzywizny.

W opisie Hertza brył kontaktowych funkcja dystansu niezdeformowanej powierzchni jest różnicą funkcji paraboloid eliptycznych, które opisują główne promienie krzywizny ciał 1 oraz 2: R_{1x}, R_{2x} w płaszczyźnie y - z oraz R_{1y}, R_{2y} w płaszczyźnie x - z . Promienie są przyjmowane za dodatnie, gdy powierzchnie są wypukłe. W przypadku gdy płaszczyzny głównych promieni krzywizny brył są zgodne funkcja dystansu niezdeformowanej przyjmuje postać [5]:

$$\begin{aligned} h &= Ax^2 + By^2 \\ A &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{1y}} + \frac{1}{R_{2y}} \right) \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{1x}} + \frac{1}{R_{2x}} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

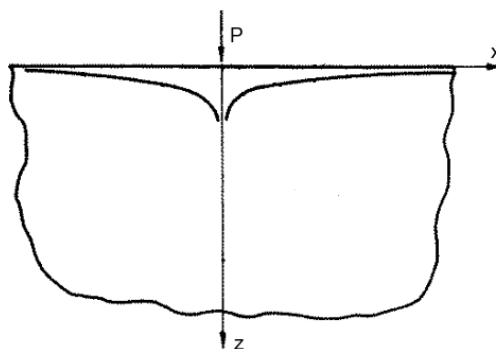
Rozważając stan przed przyłożeniem obciążenia, bryły będą stykać się w jednym punkcie, przyjętym jako początek układu współrzędnych, którego oś z zgodna jest z kierunkiem normalnym powierzchni kontaktowych. Po przyłożeniu obciążenia normalnego ciała kontaktowe jako bryły sztywne przenikają się z maksymalną penetracją oznaczoną symbolem

$$\begin{aligned}
 a &= m \sqrt[3]{\frac{3P}{4E} \frac{1}{A+B}} \\
 b &= n \sqrt[3]{\frac{3P}{4E} \frac{1}{A+B}} \\
 \delta &= r \sqrt[3]{\left(\frac{3P}{4E}\right)^2 A+B}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Przedstawione rozwiązanie kontaktu Hertza posiada ogromną zaletę jaką jest analityczna forma. Ma to szczególne znaczenie w przypadku analiz dynamiki układów wielomasowych ze względu na niewielkie koszty obliczeniowe rozwiązania. Stosując jednak tą metodę trzeba być świadomym związanych z nią założeń, które w przypadku kontaktu koła i szyny nie zawsze są spełnione. Główną przyczyną braku spełnienia wspomnianych założeń jest zmienna krzywizna zarysów koła i szyny już dla standardowych profili. Ponadto opis Hertza rozwiązuje tylko problem kontaktu normalnego, który na potrzeby analiz dynamiki jazdy pojazdu szynowego uzupełnić należy o opis zachowania stycznego z uwzględnieniem tarcia.

1.2.3. Zagadnienia Boussinesqa i Ceruttiego

Zagadnienia Boussinesqa i Ceruttiego dotyczą problemu wyznaczenia stanu naprężenia, odkształcenia i pola przemieszczeń półprzestrzeni sprężystej obciążonej quasi-statycznie odpowiednio normalną i styczną siłą skupioną [13]. Założeniem rozwiązania jest, że odkształcenia wraz z oddalaniem się od punktu przyłożenia siły dążą do zera. Rozkład odkształcenia półprzestrzeni sprężystej po wpływie normalnej siły skupionej przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Odkształcenie półprzestrzeni sprężystej pod przyłożoną siłą skupioną, na podstawie [2]

Zagadnienia Boussinesqa i Ceruttiego stanowią podstawy rozwiązania problemu kontaktowego półprzestrzeni sprężystych, dla dowolnego obszaru styku. Przydatny w dalszych rozważaniach będzie zapis prawa Hooke'a jako całka powierzchniowa w obszarze A_c :

$$u_i(x) = \iint_{A_c} A_{ik}(x, y) p_k(y) dA \quad (11)$$

gdzie:

$A_{ik}(x, y)$ – funkcja wpływu naprężenia w kierunku k w punkcie y na przemieszczenie w kierunku i punkcie x .

Dla półprzestrzeni sprężystych wartości funkcji wpływu (Greena) A stanowią rozwiązania Boussinesqa i Ceruttiego. Przy pomocy tych rozwiązań możliwe jest wyznaczenie funkcji wpływu dla bardziej skomplikowanych przypadków obciążenia jak ciśnienie działające na element dyskretyzacji powierzchni styku [4].

1.3. Uproszczone teorie kontaktu tocznego ciał elastycznych

W niniejszym podrozdziale przedstawione zostaną uproszczone teorie kontaktu tocznego, które wywarły wpływ na rozwój symulacji dynamiki pojazdów szynowych w tym obszarze. Niektóre z nich korzystały będą z teorii Hertza, dla rozwiązania problemu normalnego. W celu rozwiązania problemu stycznego teorie będą wprowadzać dalsze uproszczenia oraz założenia. Na potrzeby niniejszego podrozdziału, wystarczającym jest też przedstawienie teorii wykorzystujących tylko model tarcia Coulomba. Nie ma również potrzeby wychodzenia poza przypadek ciał quasiidentycznych ze względu na właściwości materiałowe koła i szyny.

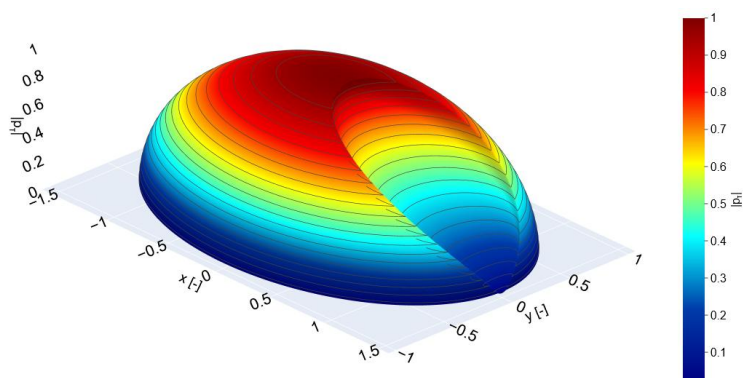
1.3.1. Metoda Johnsona-Vermeulena

Pierwsza teoria trójwymiarowego elastycznego kontaktu tocznego została zaproponowana przez Johnsona w 1958 roku [14]. Wówczas rozważał on toczenie kuli po płaszczyźnie tylko z poślizgiem wzdłużnym i poprzecznym. Następnie rozwiązał także problem ze spinem, który ograniczał się do założenia strefy adhezji w całym obszarze kontaktu [15]. Zaproponowana teoria dla poślizgów bez spinu została również rozszerzona przez Johnsona wspólnie z Vermeulenem o przypadek ogólnego kontaktu eliptycznego [16]. Opracowana analityczna formuła rozwiązania pozwalała na wyznaczenie rozkładu kontaktowych naprężeń stycznych i całkowitych sił stycznych.

Głównym założeniem teorii Johnsona-Vermeulena było przyjęcie określonego podziału na strefę adhezji oraz poślizgu. Zaproponowano, że strefa adhezji ma taki sam kształt jak obszar styku (dla kontaktu eliptycznego dwie elipsy są zgodnie skierowane i mają taki sam stosunek półosi), przy czym jej wielkość zależy od zadawanych sztywnych poślizgów. Ponadto powstała strefa adhezji położona jest stycznie z krawędzią prowadzącą kontaktu.

Taki podział obszaru w pewnym stopniu narusza warunki kontaktu stycznego – równanie (5), ze względu na zgodny kierunek poślizgu oraz stycznych naprężeń kontaktowych [4].

Ponieważ metoda Johnsona-Vermeulena opiera się na rozwiązaniu Hertza problemu normalnego, zatem wypadkowe naprężenia styczne ograniczone są rozkładem naprężeń normalnych (9) pomnożonym przez współczynnik tarcia. W związku z tym taki będzie rozkład naprężeń kontaktowych w strefie poślizgu. W strefie adhezji przyjęto analogię do rozwiązania Cartera i Fromma dwuwymiarowego problemu toczenia. Koncepcja ta polegała na odjęciu od wspomnianej granicy naprężeń kontaktowych (wynikającej z prawa Coulomba) podobnego rozkładu naprężeń obejmujących tylko strefę adhezji tak aby poślizg w niej zanikał. Przykładowy rozkład wypadkowych naprężeń stycznych metody Johnsona-Vermeulena przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Przykładowy rozkład naprężeń wypadkowych stycznych w teorii Johnsona-Vermeulena

Powyższą trójwymiarową powierzchnię wykonano dla bezwymiarowego przypadku eliptycznego kontaktu w celu wizualizacji przyjętego założenia w opisywanej metodzie.

Dla tak przyjętego rozkładu naprężeń kontaktowych znając sztywne poślizgi albo siły całkowite w kierunkach x oraz y możliwe jest rozwiązanie problemu kontaktu stycznego za pomocą nieliniowego układu równań [4]:

$$\begin{aligned}\xi &= -(\pi\beta C_{11}) \left(\frac{F_x}{|F_t|} \right) (1 - \gamma) \\ \eta &= -(\pi\beta C_{22}) \left(\frac{F_y}{|F_t|} \right) (1 - \gamma)\end{aligned}\quad (12)$$

gdzie:

ξ – sztywny poślizg względny w kierunku osi x ,

η – sztywny poślizg względny w kierunku osi y ,

$|F_t| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ – wypadkowa siła styczna,

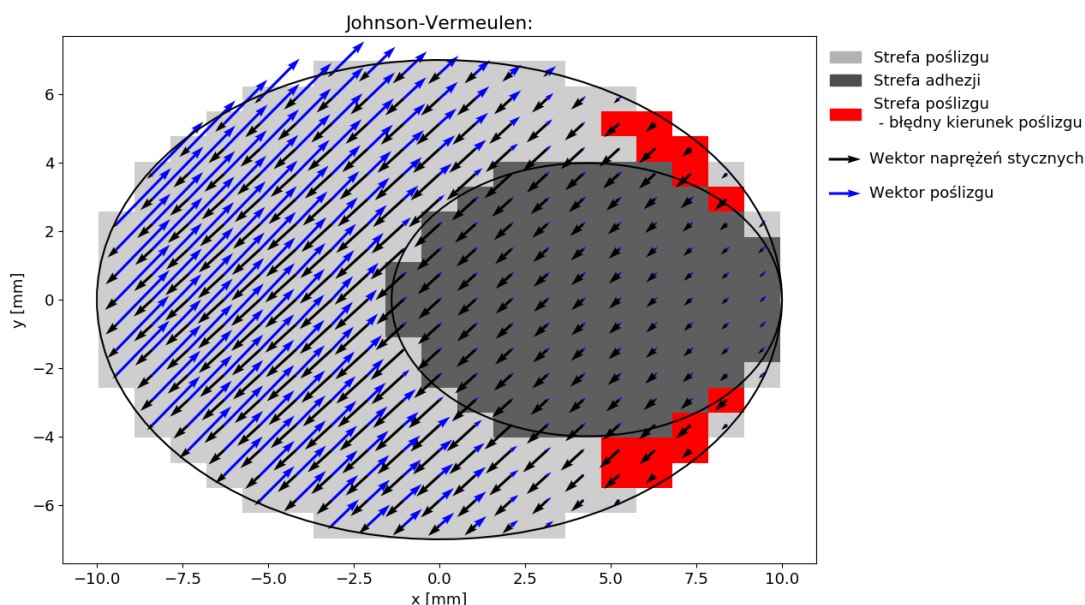
$\beta = \frac{3fP}{\pi abG}$ – zmienna pomocnicza,

$\gamma = \sqrt[3]{1 - \frac{|F_{\tau}|}{fP}}$ – stosunek półosi elipsy adhezji a' do półosi elipsy kontaktu a ,

C_{11}, C_{22} – stabelaryzowane współczynniki odpowiednio dla kierunków wzdłuż osi x i y .

Wartości wprowadzonych współczynników zostały wyznaczone dzięki rozwiązaniu pomocniczych ciałek dla elipsy styku. Eksperymenty przeprowadzone przez Johnsona i Vermeulena wskazywały na dość dobrą korelację wyników uzyskanych dzięki opisanej metodzie. Dlatego teoria ta wywarła silny wpływ na dalszy rozwój metod rozwiązywania problemu kontaktu toczonego ciał elastycznych.

Na rysunku 6 przedstawiono przykładowe rozwiązanie problemu Johnsona-Vermeulena w postaci podziału na strefy adhezji i poślizgu wyznaczone za pomocą algorytmu zaimplementowano w środowisku programistycznym Python na potrzeby niniejszej pracy. Na potrzeby niniejszej prezentacji nie ma potrzeby przedstawiania dokładnych warunków kontaktu, natomiast przyjęto dowolny obszar eliptyczny kontaktu oraz sztywne poślizgi dające wyraźny podział obszaru styku na strefy adhezji oraz poślizgu.



Rys. 6. Podział obszaru styku na strefy adhezji i poślizgu w teorii Johnsona-Vermeulena oraz naruszenie prawa Coulomba w części strefy poślizgu

Dla wyznaczonych obszarów adhezji oraz poślizgu i naprężeń stycznych, następnie korzystając ze zdyskretyzowanego zagadnienia Boussinesqa i Ceruttiego (11) wyznaczono wektory poślizgów, dla których w części obszaru poślizgu uzyskano zgodny kierunek ze stycznymi naprężeniami kontaktowymi (elementy zaznaczone na czerwono na rysunku 6). Wiąże się to z naruszeniem warunków kontaktu stycznego (5), dla założonego w metodzie Johnsona-Vermeulena podziału obszaru styku [4]. Dlatego opisana metoda obecnie nie znajduje zastosowania w symulacjach dynamiki pojazdów szynowych.

1.3.2. Liniowa teoria Kalkera bez poślizgu

Jak wspomniano w poprzednim podrozdziale Johnson rozważał problem kontaktu ze samym spinem dla którego cały obszar kontaktu pokrywa strefa adhezji [15]. Była to pierwsza teoria bez poślizgu kontaktu tocznego. Teorie bez poślizgu mają zastosowanie w przypadku, gdy sztywne poślizgi oraz spin mają wartości bliskie zeru lub współczynnik tarcia dąży do nieskończoności. Wówczas naprężenia kontaktowe nie osiągają granicy Coulomba, cały obszar kontaktu pokrywa adhezja a sztywne poślizgi kompensowane są przez odkształcenia sprężyste.

Kalker w swojej rozprawie doktorskiej rozważał przypadek eliptycznego kontaktu bez poślizgu, w którym kierunek toczenia w stanie ustalonym, jest zgodny (bliski) jednemu z kierunków osi elipsy [17]. Wychodząc z definicji poślizgu (3), przyrównanego do 0 poprzez scałkowanie względem współrzędnej x (kierunek toczenia) otrzymuje się zależności na różnicę przemieszczeń sprężystych [4]:

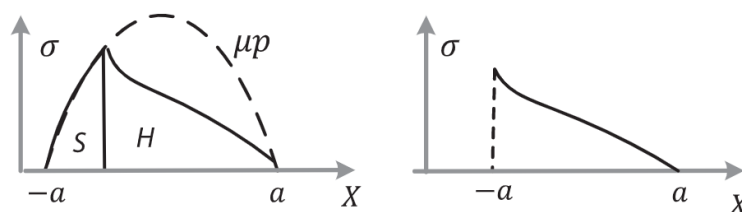
$$\begin{aligned} u_x &= \xi x - \phi xy + f(y) \\ u_y &= \eta x + \frac{1}{2} \phi x^2 + g(y) \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie:

ϕ – spin,

$f(y), g(y)$ – ciągłe funkcje y jako stałe całkowania.

Kalker zaproponował przybliżanie funkcji $f(y)$ oraz $g(y)$ wielomianami stopnia M . Przyjęcie odpowiednio wysokiego stopnia prowadziło do otrzymania dokładnych funkcji $f(y)$ oraz $g(y)$. Przedstawionym różnicom przemieszczeń sprężystych odpowiadają kontaktowe naprężenia styczne wprowadzające osobliwość na krawędzi obszaru styku, gdzie naprężenia dążą do nieskończoności [17]. Taki rozkład stycznych naprężeń kontaktowych wiąże się z faktem, że w przypadku niezerowych poślizgów sztywnych w rzeczywistości formuje się niewielki obszar poślizgu. W celu pozbycia się wspomnianej osobliwości, dla teorii bez poślizgu Kalker dobrał funkcje $f(y)$ oraz $g(y)$ w taki sposób, że naprężenia styczne zanikają na krawędzi prowadzącej kontaktu. Niweluje to błąd kierunku poślizgu na krawędzi prowadzącej w przypadku występowania osobliwości. Charakterystyczny rozkład stycznych naprężeń kontaktowych w teorii liniowej Kalkera przedstawiono na rysunku 7 z prawej strony. W ten sposób uzyskuje się rozkład naprężeń stycznych, w którym na cząstkę powierzchni ciała przed wejściem w kontakt nie działają naprężenia kontaktowe, następnie począwszy od krawędzi prowadzącej naprężenia rosną w obszarze styku i zostają skokowo uwalniane na krawędzi końcowej obszaru [3].



Rys. 7. Rozkład kontaktowych naprężeń stycznych w kierunku toczenia: ze skończonym współczynnikiem tarcia (z lewej) oraz w teorii liniowej (z prawej) [18]

Natomiast w przypadku rozważań z uwzględnieniem skończonego współczynnika tarcia w okolicy krawędzi kończącej obszar styku pojawia się strefa poślizgu S , która powoduje spadek naprężeń stycznych do zera proporcjonalnie do naprężeń normalnych (rysunek 7 z lewej).

Przedstawiona teoria Kalkera nazwana została liniową, ponieważ zależności pozwalające na wyznaczenie całkowitych sił F_x , F_y oraz momentu M_z kontaktowych, mają liniową formę [3]:

$$\begin{aligned} F_x &= -GabC_{11}\xi \\ F_y &= -GabC_{22}\eta - G(ab)^{\frac{3}{2}}C_{23}\phi \\ M_z &= -G(ab)^{\frac{3}{2}}C_{32}\eta - G(ab)^2C_{33}\phi \end{aligned} \quad (14)$$

gdzie:

C_{ij} – współczynniki Kalkera.

Kalker obliczył dokładne wartości współczynników C_{ij} , które zostały stabelaryzowane w zależności od współczynnika Poissona ν oraz stosunku półosi elipsy kontaktu a/b [17]. Porównanie współczynników C_{ij} ze współczynnikami zaproponowanymi przez Johnsona [15] oraz Johnsona i Vermeulena [16] wykazuje znaczną różnicę w wartościach, ze względu na uproszczenia wspomnianych teorii.

1.3.3. Uproszczona teoria Kalkera

Kalker poszukiwał uniwersalnej metody rozwiązywania problemu kontaktu koła i szyny dla dowolnych poślizgów, zachowując przy tym wydajność obliczeniową pozwalającą na implementacje w symulacjach dynamiki pojazdów szynowych. W tym celu rozwiązując problem styczny zrezygnował z dokładanych związków konstytutywnych dla półprzestrzeni sprężystych. Fizycznym odzwierciedleniem podejścia uproszczonej teorii Kalkera jest model ciała idealnie sztywnego z cienką elastyczną warstwą na powierzchni [4] lub ciało sztywne pokryte włoskami, będącymi niezależnymi elementami sprężystymi [3]. Taki model sprężystości znany jest także jako posadowienie Winklera. Warto podkreślić, że takie modelowanie dotyczy tylko problemu stycznego. W przypadku problemu normalnego

uproszczenie sprężystości daje niewłaściwe wyniki, ponadto metoda Hertza jest wystarczająco wydajna obliczeniowo.

Przyjętym przez Kalkera związkami konstytutywnymi była prosta zależność, jednakowa dla wszystkich stykających się cząstek [3].

$$u_{\tau} = Lp_{\tau} \quad (15)$$

gdzie:

$\tau = x, y$ – kierunki osi stycznych,

L – parametr sztywności.

Kluczowy do wyznaczania sił kontaktowych jest parametr sztywności L . Jego znalezienie bazuje na rozwiązaniu teorii liniowej kontaktu bez poślizgu. Zatem wychodząc z zależności (13) najpierw należy znaleźć wartości współczynników $f(y)$, $g(y)$. Kalker podobnie jak w teorii liniowej skorzystał z warunku brzegowego z zerowymi naprężeniami stycznymi (a więc także odkształceniami sprężystymi) na krawędzi prowadzącej kontaktu.

$$\begin{aligned} f(y) &= -\xi a(y) + \phi a(y)y \\ g(y) &= -\eta a(y) - \frac{1}{2} \phi a(y)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie:

$a(y) = a \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}$ – współrzędna x krawędzi prowadzącej w funkcji współrzędnej y .

Stąd po podstawieniu (15) oraz (16) do (13) uzyskać można zależności na naprężenia styczne, które po scałkowaniu po powierzchni elipsy styku dają całkowite siły kontaktowe:

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{8a^2 b \xi}{3L} \\ F_y &= -\frac{8a^2 b \eta}{3L} - \frac{\pi a^3 b \phi}{4L} \end{aligned} \quad (17)$$

Ostatecznie poprzez przyrównanie współczynników przed sztywnymi poślizgami ze wzorów na siłę wzdłużną i poprzeczną teorii liniowej (14) oraz uproszczonej (17), otrzymuje się wartości trzech współczynników sztywności związanych z kierunkiem poślizgu:

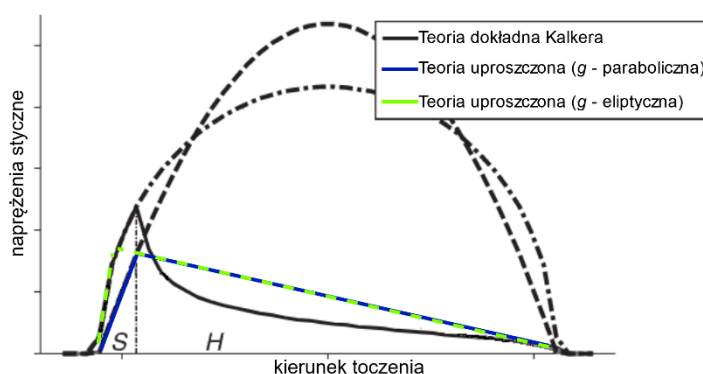
$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{8a}{3GC_{11}} \\ L_2 &= \frac{8a}{3GC_{22}} \\ L_3 &= \frac{\pi a^2}{4G\sqrt{ab}C_{23}} \end{aligned} \quad (18)$$

Ponieważ przedstawione wartości współczynników odpowiadają rozwiązaniu metody dokładnej bez poślizgu, zbadać należy ich zgodność, gdy w obszarze kontaktu występuje strefa poślizgu. Kalker i Piotrowski [19] porównując wyniki metody uproszczonej z dokładną (rozdział 1.4) wyciągnęli wniosek, że powyższe wartości parametrów sztywności dają wystarczająco zgodne wyniki dla dowolnych sztywnych poślizgów. Możliwe jest również dalsze uproszczenie poprzez zastąpienie trzech parametrów sztywności jednym wyznaczonym za pomocą średniej ważonej, zwiększa to jednak błąd metody.

Kolejnym aspektem metody uproszczonej Kalkera jest przyjęcie rozkładu granicznych naprężeń stycznych, który będzie wpływać na uzyskany podział obszaru styku na strefę adhezji oraz poślizgu. Jedną z możliwości jest bezpośrednio wykorzystanie kontaktowych naprężeń normalnych Hertza (9) pomnożonych przez współczynnik tarcia. Pomimo, że takie rozwiązanie problemu normalnego jest dokładne (spełniając założenia Hertza) w połączeniu z uproszczonym problemem stycznym lepsze wyniki podziału na strefę adhezji i poślizgu daje granica naprężeń stycznych postaci [3,4]:

$$g = fp_n = f \frac{2P}{\pi ab} \left(1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right) \quad (19)$$

Porównanie wpływu funkcji granicy tarcia na uzyskany podział na strefy adhezji H i poślizgu S , przedstawiono dla przykładu dwuwymiarowego na rysunku 8.

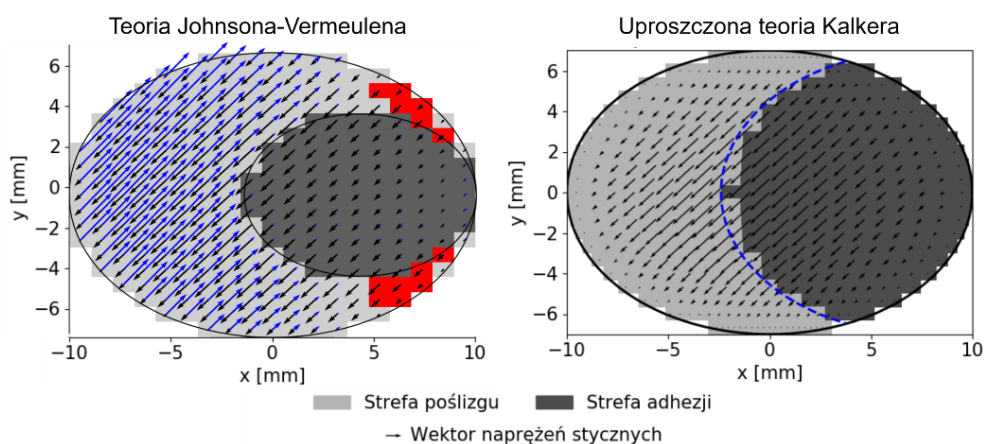


Rys. 8. Porównanie elipsoidalnej (Hertza) granicy naprężeń stycznych z paraboliczną, na podstawie [18]

Na powyższym rysunku widoczny jest liniowy przyrost naprężeń w strefie adhezji charakterystyczny do uproszczonej teorii Kalkera. Natomiast różnica między przyjęciem elipsoidalnej a parabolicznej granicy tarcia objawia się występowaniem granicy stref adhezji i poślizgu w innym miejscu (niebieska i zielona linia na rysunku 8 jest zgodna do momentu przecięcia z granicą tarcia), z czego wynik bliższy do dokładnej teorii Kalkera (rozdział 1.4) daje rozkład paraboliczny.

W przypadku braku spinu w sztywnych poślizgach, możliwe jest analityczne wyznaczenie podziału na strefę adhezji i poślizgu oraz obliczenie sił kontaktowych. Przyrównując

funkcję rozkładu wypadkowych naprężeń stycznych teorii uproszczonej dla adhezji z przyjętą granicą naprężeń stycznych g otrzymuje się zależność na krzywą podziału między strefami obszaru styku. Otrzymana krzywa jest przesuniętą linią krawędzi końcowej elipsy w kierunku toczenia o wartość zależną od kształtu elipsy styku, długości wektora sztywnych poślizgów i maksymalnej wartości granicy naprężeń. Na rysunku 9 przedstawiono rozwiązanie tego samego przykładu kontaktu jak na rysunku 6 wizualizującym rozwiązanie Johnsona-Vermeulena. Poza samym analitycznym rozwiązaniem teorii uproszczonej (niebieska linia granicy stref widoczna na rysunku 9 z prawej strony), dodatkowo w celu zwizualizowania rozkładu naprężeń stycznych w zdyskretyzowanym obszarze kontaktu posłużono się własną implementacją (w środowisku Python) metody numerycznej uproszczonej teorii Kalkera.



Rys. 9. Porównanie przykładowego rozwiązania teorii Johnsona-Vermeulena (z lewej) oraz rozwiązania algorytmem FASTSIM i analitycznie wyznaczona linia granicy adhezji i poślizgu (z prawej)

Dla rozwiązania Kalkera widoczne jest występowanie w strefie adhezji rejonu o błędnym kierunku poślizgu, który występował w teorii Johnsona-Vermeulena (elementy zaznaczone na czerwono na rysunku 9 z lewej strony).

W przypadku kontaktu ze spinem do rozwiązania problemu konieczna jest wspomniana metoda numeryczna. Kalker sformułował algorytm o nazwie FASTSIM, w którym obszar styku podlega dyskretyzacji [3, 19, 20]. Zaproponowana dyskretyzacja elipsy styku polegała na podziale obszaru na n pasków zgodnych z kierunkiem toczenia oraz podział każdego paska na m równych prostokątnych elementów. W celu zwiększenia dokładności obliczeń zaproponowano w obszarze o największym gradiencie pola naprężeń zmniejszenie szerokości pasków dyskretyzacji [20]. Obszar ten znajduje się wokół tak zwanego bieguna spinu czyli punktu, w którym sztywne poślizgi zanikają. Algorytm FASTSIM działa w następujący sposób [3]:

Algorytm **FASTSIM**:

1) $F = 0$ – wektor całkowitych stycznych sił kontaktowych.

2) Inicjalizacja pętli w kierunku osi y (prostopadłej do kierunku toczenia)

$r = \frac{2b}{n}$ – szerokość pasków,

$y = b - \frac{r}{2}$ – współrzędna y pierwszego paska.

3) Inicjalizacja pętli w kierunku osi x (kierunek toczenia)

$q = \frac{2a(y)}{m}$ – długość elementów w bieżącym pasku,

$x = a(y) - q$ – współrzędna x końca pierwszego elementu,

$p(x + q, y) = 0$ – wektor stycznych naprężeń kontaktowych w punkcie o współrzędnych $(x + q, y)$.

4) $p' = p$ – wektor p poprzedniego elementu,

5) $p_x(x, y) = p'_x - \left(\frac{q\xi}{L_1} - \frac{q\phi}{L_3} y \right)$ – naprężenie kontaktowe w kierunku x dla adhezji,

$p_y(x, y) = p'_y - \left(\frac{q\eta}{L_2} + \frac{q\phi}{L_3} \left(x + \frac{q}{2} \right) \right)$ – naprężenie kontaktowe w kierunku y dla adhezji.

6) Jeśli $|p(x, y)| > g(x, y)$:

$p(x, y) = \frac{g(x, y)}{|p(x, y)|} p(x, y)$ – naprężenia kontaktowe w strefie poślizgu.

7) $F = F + qrp(x, y)$

8) $x = x - q$ – współrzędna x końca kolejnego elementu, jeśli $x > -a(y)$:

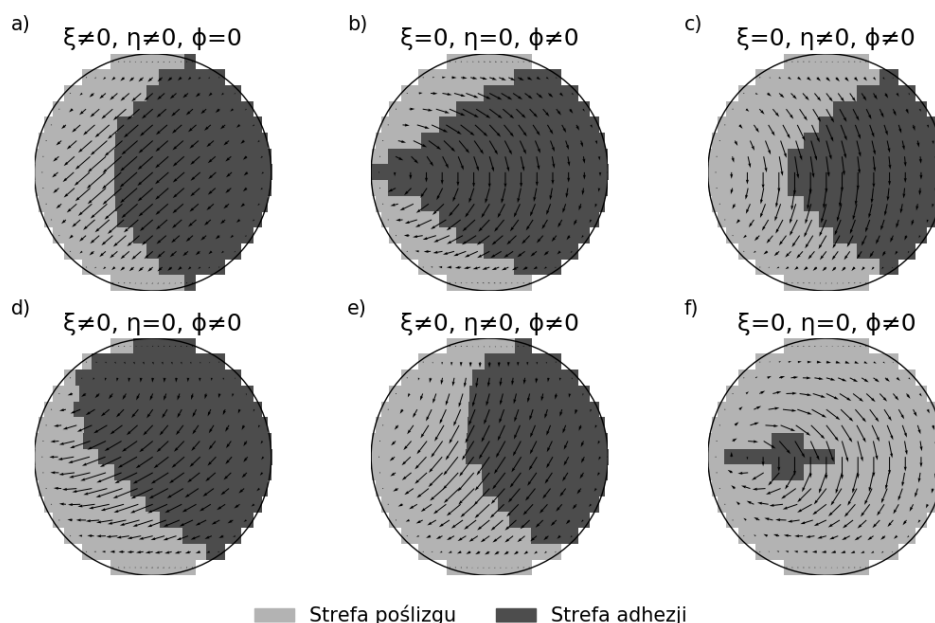
przejdź do **4)** – kolejny element.

9) $y = y - r$ – współrzędna y kolejnego paska, jeśli $y > -b$:

przejdź do **3)** – kolejny pasek.

10) Koniec.

Na rysunku 10 przedstawiono przykładowe wyniki podziałów obszaru styku, charakterystyczne dla różnych poślizgów sztywnych. W celu ich wyznaczenia skorzystano z własnej implementacji algorytmu FASTSIM, dla bezwymiarowego kołowego obszaru styku. W zależności od kombinacji sztywnych poślizgów podział obszaru na strefy adhezji może być symetryczny (przypadki: a, b, c, f) lub nie, a biegun spinu (ang. spin pole) może znajdować się wewnątrz (przypadek f), jak i zewnątrz obszaru styku. Natomiast jak widać algorytm FASTSIM, świetnie sprawdza się w wyznaczaniu kierunku naprężeń stycznych w obecności spinu, co było największym ograniczeniem w stosowalności dotychczas przedstawionych rozwiązań analitycznych.



Rys. 10. Przykłady podziału obszaru styku na strefy adhezji oraz poślizgu wyznaczone algorytmem FASTSIM (przypadek b) – niewielki spin, f) – wysoki spin)

Algorytm FASTSIM opierający się na uproszczonej teorii Kalkera ze względu na wydajność obliczeniową znalazł szerokie zastosowanie w symulacjach dynamiki pojazdów szynowych. Jest to obecnie najczęściej wykorzystywana metoda dlatego znalazła też zastosowanie w symulacjach stabilności na potrzeby niniejszej rozprawy doktorskiej.

Błędy wyników całkowitych sił kontaktowych porównując z dokładną teorią dla kontaktu eliptycznego nie przekraczają 15% [3]. Na przestrzeni lat powstało wiele rozszerzeń i udoskonaleń omawianego algorytmu. Kalker i Piotrowski wprowadzili możliwość rozróżnienia współczynników tarcia statycznego i kinematycznego [19]. Następnie Chudzikiewicz i Kalker z powodzeniem zastosowali algorytm FASTSIM przy obliczeniach zużycia profili koła i szyny [21]. Dalszym rozwojem metody była poprawa przez Vollebregta i Wildersa dokładności algorytmu dla wymaganej mniejszej liczby elementów dyskretyzacji, co poprawiło wydajność obliczeniową [22]. Ponadto w celu poprawy dokładności zaproponowano odejście łącznie 3 wartości współczynników sztywności L gdy poślizgi sztywne mają niskie wartości oraz przejście do jednej wartości parametru dla większych wartości poślizgu [23]. Takie podejście tłumaczone jest zachowaniem bardziej izotropowym gdy w obszarze styku dominuje strefa poślizgu, gdzie naprężenia styczne przyjmują przeciwny kierunek do poślizgu.

1.3.4. Pozostałe metody uproszczone rozwiązania zagadnienia normalnego

Wszystkie dotychczas zaprezentowane teorie uproszczone kontaktu tocznego są ograniczone do eliptycznego obszaru styku. W przypadku kontaktu koła i szyny ze względu na kształty ich profili założenia Hertza nie muszą być spełnione, ponieważ promienie krzywizny

w kierunku poprzecznym ulegają zmianie. Dlatego powstały metody uproszczone pozwalające na nieeliptyczne obszary styku. Pierwsza grupa metod opiera się na koncepcji wirtualnego przenikania się brył kontaktowych traktowanych jako ciała sztywne. Wyznaczony na tej podstawie obszar styku po wprowadzeniu odpowiednich korekt w przybliżony sposób odpowiada obszarowi rzeczywistemu. Następnie korzystając z faktu, że promienie krzywizny pozostają stałe w kierunku toczenia, rozkład normalnych naprężeń kontaktowych w tym kierunku jest eliptyczny jak w teorii Hertza. W kierunku poprzecznym promienie krzywizny szyny i koła mogą zmieniać się w obszarze styku. Dlatego metody zakładające takie rozwiązanie problemu normalnego nazwa się semi-Hertzowskimi. Do metod korzystających z wirtualnego przenikania należą: Kik i Piotrowski [24] wraz kolejnymi modyfikacjami [25], [26] oraz metoda Ayasse i Chollet [12,27].

Ayasse i Chollet w swojej metodzie dążyli do zachowania zbieżnych wyników z metodą Hertza, gdy występował eliptyczny obszar styku. Wartość wirtualnej penetracji (brył niezdeformowanych) nie odpowiada rzeczywistej wartości penetracji δ dla takiego samego obszaru styku ze względu na występowanie odkształceń sprężystych. Obserwacje wskazują, że wirtualna penetracja powinna być około dwukrotnie mniejsza niż rzeczywista penetracja δ , dokładna wartość współczynnika proporcji wyznaczana jest na podstawie krzywizn brył kontaktowych. Ponadto dla przypadków Hertzowskich kształt elipsy obszaru geometrycznego przenikania nie odpowiada dokładnie kształtowi rzeczywistej elipsy styku za wyjątkiem obszaru kołowego [27]:

$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \sqrt{\frac{B}{A}} \neq \frac{a}{b} = \frac{m}{n} \quad (20)$$

gdzie:

\tilde{a}, \tilde{b} – półosie elipsy wirtualnej penetracji.

Ayasse i Chollet zaproponowali wprowadzenie korekty krzywizn A lub/ B w celu zamiany powyższej nierówności w równość. Ponadto, gdy zmiana krzywizny B jest skokowa co ma miejsce dla standardowych profili koła i szyny wynikły z wirtualnej penetracji obszar styku jest nieregularny, co nie występuje w rzeczywistości. Ten problem rozwiązano wprowadzając funkcję wygładzającą granicę obszaru styku. Metoda Ayasse i Chollet cechuje się, analogiczną jak w pierwotnej metodzie FASTSIM dyskretyzacją obszaru styku na paski skierowane wzdłuż kierunku toczenia, o jednakowej szerokości. W każdym pasku dyskretyzacji na rozwiązanie problemu normalnego wpływają lokalne parametry takie jak:

- długość paska,
- główne promienie krzywizny koła i szyny,
- nachylenie profili,
- wartość maksymalnej penetracji.

Metody oparte na wirtualnym przenikaniu całkowicie odchodzą od definicji dystansu zdeformowanego (1) pomijając człon od deformacji elastycznej, co jest kompensowane

skalowaniem penetracji kontaktowych ciał sztywnych. W innej metodzie uproszczonej ANALYN zaproponowano aproksymację członu od deformacji elastycznej zamiast jego pominięcia [28]. Natomiast podobnie jak w przypadku poprzednich metod skorzystano z właściwości semi-Hertzowskich zatem dystans niezdeformowany przyjmuje postać:

$$h = Ax^2 + z(y) \quad (21)$$

gdzie:

$z(y)$ – odpowiada dystansowi między dowolnymi profilami w funkcji współrzędnej y .

Następnie założono aproksymację deformacji sprężystej wykorzystując podobieństwo między dystansem niezdeformowanym wprowadzając współczynniki skalowania zależne od współrzędnej poprzecznej [28]:

$$u_n = -\alpha(y)Ax^2 - \beta(y)z(y) \quad (22)$$

Wartości współczynników wyznacza się na podstawie lokalnych krzywizn profili dla danej współrzędnej poprzecznej tak aby dla przypadków Hertzowskich otrzymać zgodność kształtu elipsy styku. W ten sposób możliwe jest wyznaczenie nieeliptycznego obszaru styku. Następnie założono eliptyczny rozkład naprężeń normalnych w funkcji współrzędnej wzdłużnej oraz wyznaczenie maksymalnej wartości naprężeń dla danej współrzędnej na podstawie parametrów lokalnych w oparciu o teorię Hertza [28]. Zaproponowane rozwiązanie zagadnienia normalnego pozwoliło na uzyskanie wysokiej zgodności kształtu obszaru styku względem dokładnej teorii Kalkera (rozdział 1.4) [29].

Kolejna grupa metod w celu rozwiązania zagadnienia normalnego w uproszczony sposób wykorzystuje zasadę Metody Elementów Brzegowych (MEB). Pierwszy algorytm nazwany MIM-1D ma charakter iteracyjny w celu spełnienia warunków kontaktu normalnego. W tej metodzie również założono eliptyczny rozkład naprężeń normalnych w kierunku osi x , co wiąże się z dyskretyzacją obszaru potencjalnego kontaktu tylko w kierunku poprzecznym [30,31]. W każdym elemencie szukana jest wartość naprężeń maksymalnych, które mają związki z odkształceniami normalnymi za pomocą funkcji wpływu podobnie jak w przypadku zagadnienia Boussinesqa. Natomiast wymagane jest w każdej iteracji wyznaczenie wartości funkcji wpływu (ze względu na zmieniający się rozmiar elementów), co wymaga skorzystania częściowego rozwiązania numerycznego [31]. Z kolei po iteracji wyznacza się długość każdego elementu na podstawie wyznaczonej wartości maksymalnych naprężeń i rozkładu naprężeń teorii Hertza w kierunku wzdłużnym, podobnie jak w przypadku metody ANALYN na podstawie lokalnych parametrów geometrycznych. W przypadku, gdy wyznaczona wartość maksymalnych naprężeń w elemencie jest mniejsza od 0 element ten jest usuwany z obszaru styku przed kolejną iteracją [31], aż do otrzymania zbieżności.

Kolejna metoda wspomnianej grupy INFCON [32] w celu zwiększenia wydajności obliczeniowej łączy zasadę wirtualnej penetracji z wykorzystaniem MEB podobnie jak w MIM-

1D. Zasada wirtualnego przenikania została wykorzystana w celu znalezienia dobrego rozwiązania początkowego minimalizując potrzebną liczbę iteracji metody znajdującej w dokładniejszy sposób rozkład naprężeń normalnych. Natomiast sama metoda wirtualnej penetracji została również zmodyfikowana w celu dokładniejszego wyznaczenia współczynnika skalowania penetracji. W pierwszym kroku wyznacza się kształt obszaru styku zgodnie z metodą Kik-Piotrowski, na podstawie którego przyjmuje się elipsę ekwiwalentną. Następnie korzystając z całek eliptycznych wyznacza się współczynniki teorii Hertza na podstawie których podobnie jak w metodzie Ayasse i Chollet wyznacza się współczynnik skalowania. Ponadto zaproponowano wyznaczać wartości funkcji wpływu między paskami dyskretyzacji w odmienny sposób niż w metodzie MIM-1D. Wykorzystano przy tym idee, że wartości współczynników wpływu zależą tylko od względnej pozycji elementów, zatem wystarczające jest wyznaczenie ich wartości tylko raz oraz następnie przearanżowanie ich do danego rozwiązania [32]. Natomiast długość elementów po każdej iteracji wyznacza się za pomocą współczynnika skalowania penetracji, który również jest aktualizowany po każdej iteracji.

W celu redukcji kosztów obliczeniowych dokładnej metody numerycznej CONTACT opisaną w punkcie 1.4.2 zaproponowano metodę zmniejszającą domenę obliczeniową przy niewielkiej utracie dokładności [33]. Wykorzystano przy tym fakt, że rozkład naprężeń normalnych w kierunku toczenia ma w przybliżeniu rozkład eliptyczny. Obszar styku w tej metodzie dyskretyzowany jest w dwóch kierunkach. Następnie wykorzystując zależność założonego rozkładu naprężeń dla danego paska dyskretyzacji wyznacza się przybliżoną zależność na naprężenia normalne:

$$p_{nI} = \alpha_0 + \alpha_1 \sqrt{1 - \left(\frac{x_I}{q}\right)^2} \quad (23)$$

gdzie:

I – jest numerem elementu w pasku,

q – jest długością danego paska,

α_0, α_1 – są zmiennymi równania.

Dzięki temu możliwe jest zbudowanie liniowego układu równań o liczbie niewiadomych (parametrów α) równej dwukrotności liczbie pasków. Macierz współczynników tego układu jest zbudowana tylko ze znanych (w danej iteracji) współrzędnych geometrycznych [33]. Ponadto wprowadzony parametr α_0 pozwala na występowanie elementów o ujemnych naprężeniach normalnych w danej iteracji, które są wówczas usuwane z obszaru styku. Warunkiem osiągnięcia zbieżności wyniku są wystarczające małe wartości wspomnianego parametru. Jednakże przyjęty rozkład naprężeń w kierunku wzdłużnym jest symetryczny, dlatego w przypadku obrotu zestawu kołowego wokół osi pionowej powoduje to istotny błąd, ponieważ rzeczywisty rozkład wówczas może być niesymetryczny. Będąc świadomym tego problemu zaproponowano inną wersję metody stosując wielomianowy rozkład naprężeń normalnych [33]. Wykazano, że zadawalające wyniki daje wielomian stopnia 4, jednakże

wówczas rosną koszty obliczeniowe względem rozkładu eliptycznego, pozostając nadal znacznie mniejsze od metody CONTACT.

Na koniec bieżącego rozdziału ze względu na przyjęty zakres pracy przedstawiono główne założenia metod zaimplementowanych w środowisku symulacyjnym dynamiki pojazdów szynowych Simpack 2024 [34]. Pierwsza z metod nazwana „Equivalent Elastic Contact” korzystając z rozwiązania z metody Kik-Piotrowski wyznacza nieeliptyczny obszar styku, na podstawie którego opisuje obszar ekwiwalentnej elipsy. Osie przyjętej elipsy mają wymiary odpowiadające maksymalnej długości i szerokości obszaru przenikania powierzchni nieodkształconych. Wartość wirtualnej penetracji odpowiadająca tej elipsie jest wyznaczana przez część koła ograniczonego cięciwą o długości równej osi elipsy $2b$ (kierunek osi y) i powierzchni figury równej przekrojowi poprzecznemu bryły wirtualnej penetracji w płaszczyźnie y - z [35]. Następnie przyjmując współczynnik skalowania penetracji równy 0,55, możliwe jest wyznaczenie naprężeń normalnych przy pomocy teorii Hertza. Z kolei druga z metod w zaimplementowana w przywołanym środowisku symulacyjnym nazwana „Discrete Elastic Contact” opiera się na metodzie Ayasse i Chollet. Natomiast w zaimplementowanej metodzie nie wyznacza się całkowitych sił dla obszaru styku a siły wyznaczone lokalnie w paskach dyskretyzacji przykładane są do odpowiednich brył [34].

1.3.5. Pozostałe metody uproszczone rozwiązania zagadnienia stycznego

Ponieważ uproszczona teoria Kalkera oraz algorytm FASTSIM w swoim podejściu nie muszą być ograniczone do przypadków Hertzowskich możliwa jest ich adaptacja do nieeliptycznych obszarów styku. Wspomniane metody ze względu na ogólność oraz wydajność obliczeniową obecnie są najczęściej wykorzystywane w symulacjach dynamiki pojazdów szynowych. Natomiast z implementacją algorytmu FASTSIM do obszarów nieeliptycznych związane jest najważniejsze wyzwanie: wyznaczenie wartości parametrów sztywności L , które jak przedstawiono (rozdział 1.3.3) w oryginalnej wersji algorytmu opierało się na rozwiązaniu liniowej teorii Kalkera dla przypadków eliptycznych. Kik i Piotrowski na potrzeby rozwiązania zagadnienia stycznego zaproponowali wyznaczenie ekwiwalentnej elipsy w oparciu o wymiary odseparowanego obszaru styku [24]. Przy czym stosunek pól elipsy odpowiada ilorazowi maksymalnych rozmiarów nieeliptycznego obszaru styku w kierunkach osi x i y oraz elipsa ekwiwalentna zachowuje obszar powierzchni taki jak obszar nieeliptyczny. Następnie rozwiązanie zagadnienia stycznego jest analogiczne jak w podstawowym algorytmie FASTSIM. Metoda Ayasse i Chollet z kolei przy obliczeniach naprężeń stycznych zachowuje nieeliptyczny obszar styku, jednak modyfikuje rozkład naprężeń normalnych na paraboliczny wzdłuż osi x . W celu obliczenia naprężeń stycznych zastosowano metodykę algorytmu FASTSIM w oparciu o lokalne parametry dla każdego paska dyskretyzacji:

- współczynniki Kalkera C_{ij} oraz Hertza m , n , r wyznaczone dla rzeczywistych krzywizn powierzchni kontaktowych,
- wartości sztywnych poślizgów.

W przypadku nieeliptycznych obszarów styku z uwagi na ich niesymetrie, spin może generować siłę wzdłużną, co nie występuje dla obszarów eliptycznych. W celu uwzględnienia tego efektu zaproponowano również metodę polegającą na zastąpieniu nieeliptycznego obszaru styku dwiema półelipsami (bez zachowania ciągłości między nimi), na podstawie środka ciężkości tego obszaru, jego głównych osi bezwładności oraz kształtu [36]. W przypadku półelips, aby wyznaczyć parametry sztywności metody FASTSIM, należy wcześniej obliczyć współczynniki Kalkera w analogiczny sposób jak dla pełnych elips. Następnie wyznacza się 4 wartości parametrów sztywności. Dodatkowy parametr w odróżnieniu do oryginalnego algorytmu FASTSIM wynika z odmiennego wpływu spinu na naprężenia wzdłużne i poprzeczne dla obszarów nieeliptycznych.

Kolejna metoda FaStrip wykorzystuje podejście algorytmu FASTSIM tylko w strefie poślizgu. Przy tym zaproponowano dyskretyzację obszaru styku na paski, dla których parametry sztywności teorii uproszczonej wyznaczone są na podstawie lokalnych parametrów geometrycznych. Natomiast w strefie adhezji w danym pasku dyskretyzacji metoda opiera się na analitycznym dwuwymiarowym rozwiązaniu Cartera [5,29,37]. Przywołana metoda wykorzystania rozwiązania dwuwymiarowego Cartera zostało już wcześniej zaadaptowane do eliptycznego obszaru styku [38] jednak dawało zadawalające wyniki tylko dla kształtów elipsy wydłużonej w kierunku poprzecznym. W celu poprawy jakości rozwiązania dla dowolnych obszarów styku, założony w teorii Cartera rozkład naprężeń stycznych zmodyfikowano stosując parametry zależne od współczynników Kalkera. Modyfikacja polegała na skalowaniu sztywnych poślizgów tak aby po scałkowaniu naprężeń stycznych uzyskać takie same siły styczne jak w liniowej teorii Kalkera [29]. Należy również zaznaczyć, że podobnie jak w pracy [23], zauważono poprawę kierunku naprężeń stycznych metody FASTSIM (w przypadku FaStrip w strefie poślizgu), przy korzystaniu z pojedynczego parametru sztywności, gdy cały pasek dyskretyzacji związany jest ze strefą poślizgu [29].

Następnie odmienną kategorią metod adaptujących podejście FASTSIM do obliczeń naprężeń stycznych, są metody całkowicie rezygnujące z użycia współczynników Kalkera dla eliptycznych obszarów styku. Zamiast tego stosuje się numeryczne wyznaczenie parametrów sztywności odpowiadających danemu obszarowi styku. Metoda zaproponowana przez Knothego i Le-The opiera się na rozwiązywaniu przybliżonego, zredukowanego układu równań liniowych. Redukcja tego układu opiera się na aproksymacji rozkładu naprężeń stycznych za pomocą wielomianu drugiego stopnia jako funkcji współrzędnej x . W rezultacie otrzymuje się układ równań o rzędzie równym czterokrotności liczby pasków dyskretyzacji. Ponadto w odróżnieniu do podstawowego algorytmu FASTSIM, przedstawiona metoda wyznacza się 4 parametry sztywności [39]. Możliwe jest również dokładne numeryczne wyznaczenie parametrów sztywności poprzez bezpośrednie rozwiązanie pełnego układu równań liniowych o rzędzie dwukrotnie większym niż liczba jednakowych prostokątnych elementów dyskretyzacji. Przy założeniu pełnej adhezji, układ równań formułuje się wykorzystując podejście MEB oraz współczynniki wpływu rozwiązania zagadnienia Ceruttiego [40]. Następnie dla wyznaczonych parametrów sztywności obliczenia naprężeń stycznych wykonywane są w oparciu o algorytm FASTSIM przy modyfikacji

rozkładu naprężeń normalnych funkcją eliptyczną w kierunku toczenia [40], co również przedstawiono w [41].

Ostatnia alternatywna do podejścia FASTSIM grupa metod polega na wykorzystaniu interpolacji stabelaryzowanych rozwiązań, wygenerowanych na podstawie obliczeń wykonanych programem CONTACT dla określonego typu obszaru kontaktu. Takie rozwiązanie gwarantuje wysoką wydajność obliczeniową, jednak trudno jest sparametryzować dowolny obszar styku niewielką liczbą parametrów, co determinuje wymiar tablic. Jedną z zaproponowanych metod jest zastąpienie dowolnego obszaru styku uproszczonym obszarem podwójnie eliptycznym SDEC (ang. simple double-elliptical contact), który opisuje się za pomocą trzech parametrów geometrycznych, zamiast dwóch jak w przypadku klasycznej elipsy [42,43]. Należy jednak zauważyć, że zaproponowany obszar SDEC dość słabo odwzorowuje możliwe obszary styku w przypadkach nawet przy standardowych profilach kół i szyn [44].

Obecnie na potrzeby analiz dynamiki pojazdów szynowych w celu rozwiązania zagadnienia stycznego, najczęściej stosowany jest algorytm FASTSIM w wersji pierwotnej lub adaptacji do przypadków niehertzowskich. W środowisku Simpack 2024 w metodzie eliptycznej „Equivalent Elastic Contact” poza podstawowym algorytmem FASTSIM dostępne są inne uproszczone metody jak teoria liniowa Kalkera, rozwiązanie Johnsona-Vermeulena czy modyfikacja algorytmu FASTSIM metodą Polacha [45]. Natomiast w metodzie nieeliptycznej „Discrete Elastic Contact” siły styczne obliczane są przy pomocy algorytmu FASTSIM, na podstawie lokalnych parametrów w paskach dyskretyzacji. W związku z tym, do rozwiązywania problemu stycznego w warunkach niehertzowskich wykorzystuje się rozwiązania przeznaczone dla obszarów eliptycznych np. przy pomocy stabelaryzowanych dla elipsy współczynników Kalkera. Takie podejście jest przede wszystkim uzasadnione wysoką wydajnością obliczeniową.

1.4. Dokładna teoria kontaktu tocznego Kalkera

1.4.1. Wariacyjne podejście do problemu kontaktu

W celu sformułowania problemu kontaktowego możliwe jest wykorzystanie podejścia wariacyjnego. Kalker w swojej teorii wyszedł z zasady pracy wirtualnej lub komplementarnej pracy wirtualnej [3,4,46]. Jego teoria została nazwana dokładną, ponieważ nie upraszcza materiałowych związków konstytutywnych, należy jednak pamiętać, że nadal jest ona ograniczona dla przypadków spełniających założenia dla półprzestrzeni sprężystych liniowo sprężystych materiałów. Nie ma jednak konieczności spełniać założeń teorii Hertza, ponieważ metoda Kalkera pozwala na rozwiązania również nieeliptycznego obszaru kontaktu.

Ze względów numerycznych korzystniejsze jest wykorzystanie zasady maksymalnej całkowitej energii komplementarnej. Podstawą do sformułowania problemu kontaktowego jest wariacja równania równowagi liniowej teorii sprężystości. Ponieważ rozważania problemu dotyczą przypadku quasistatycznego, człon bezwładnościowy jest pominięty a zewnętrzne

siły pozostają niezmiennie, zatem ich wariacja jest równa zero. Zgodnie z dokładną teorią rozwiązanie problemu kontaktu przejściowego (nieustalonego) wiąże się z maksymalizacją:

$$\max_{u,p} E = - \int_{A_c} \left(h + \frac{1}{2} u_n \right) p_n dA - \int_{A_c} \left(\mathbf{W}_\tau + \frac{1}{2} \mathbf{u}_\tau - \mathbf{u}'_\tau \right) \mathbf{p}_\tau dA \quad (24)$$

pod warunkiem, że:

$$p_n \geq 0, |p_\tau| \leq g$$

gdzie:

$\mathbf{W}_\tau = \int_{t'}^t \mathbf{w}_\tau dt$ – sztywne przesunięcie cząstek między krokami czasowymi t' oraz t ,

\mathbf{u}'_τ – różnica stycznych przemieszczeń sprężystych z poprzedniego kroku czasowego.

Pierwsza całka maksymalizowanej funkcji odpowiada problemowi normalnemu, druga zaś stycznemu. Przy spełnieniu wszystkich warunków Kalkera udowodnił istnienie oraz unikatowość rozwiązania w maksimum globalnym E [4]. W przypadku kontaktu w stanie ustalonym, gdy nie jest znane rozwiązanie poprzedniego kroku czasowego t' konieczne jest uniezależnienie rozwiązania od czasu przez potraktowanie różnicy stycznych przemieszczeń sprężystych z poprzedniego kroku czasowego jako niewiadoma.

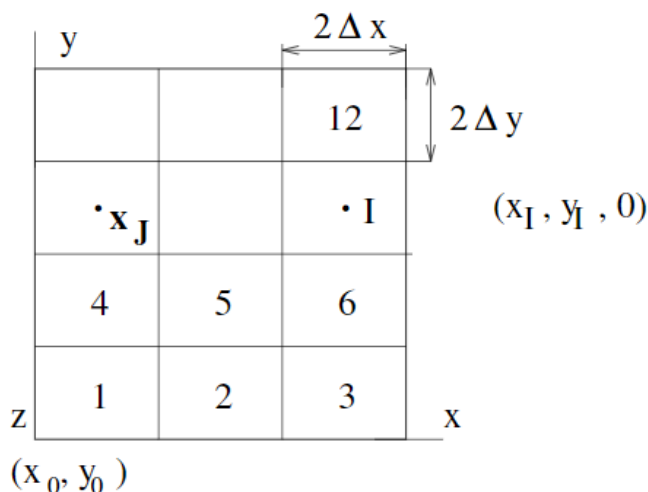
1.4.2. Program CONTACT

Rozwiązanie problemu kontaktowego dokładnej teorii Kalkera dla przypadków Hertzowskich oraz sztywnych poślizgów bliskich zero jest tożsame z przedstawionym rozwiązaniem teorii liniowej Kalkera. W pozostałych przypadkach konieczne jest zastosowanie metody numerycznej. Z tego względu w latach 80 XX wieku powstał program nazwany CONTACT, który pozwala na rozwiązanie zarówno problemu normalnego, jak i stycznego w zakresie przybliżenia półprzestrzeni sprężystej. Ponieważ maksymalizowana funkcja (24) została wyprowadzona w ujęciu mechaniki powierzchni, w metodzie numerycznej dyskretyzacji podlegają tylko powierzchnie stykających brył w obszarze potencjalnego obszaru styku. Jest to zatem podejście Metody Elementów Brzegowych MEB z rozwiązaniem podstawowym (funkcją Greena) stanowiącym zagadnienie Boussinesqa i Ceruttiego (rozdział 1.2.3). Będzie to dawało znaczącą przewagę wydajności obliczeń względem metod wymagających dyskretyzacji również pewnej objętości wewnątrz brył. W programie CONTACT obszar potencjalnego kontaktu budują jednakowe prostokątne elementy, których główne osie pokrywają się z kierunkiem toczenia - osi x oraz kierunkiem do niego prostopadłym - osi y (rysunek 11). Wszystkim numerom elementów będą odpowiadać indeksy I oraz J . Szukane wielkości oblicza się w środkach geometrycznych każdego elementu, zakłada się przy tym skokową zmienność naprężeń kontaktowych między elementami. Rozwiązanie zagadnienia stycznego w programie CONTACT opiera się na definicji poślizgu zdyskretyzowanego w czasie i przestrzeni, która dla toczenia w stanie ustalonym oraz przyjętej dyskretyzacji obszaru styku przyjmuje postać:

$$s_{I\tau} = w_{I\tau} + V \frac{u_{I\tau} - u'_{I\tau}}{\delta q} \quad (25)$$

gdzie: ' odnosi się do poprzedniej jednostki czasu, $\delta q = \delta tV$ jest zatem dystansem przeby-
tym w rozważanym kroku czasowym dla szybkości toczenia V . Natomiast dyskretyzację
sztywnego poślizgu można wyrazić za pomocą poślizgów kierunkowych biorąc pod uwagę
korektę $\delta q/6$ wprowadzoną do programu CONTACT [47].

$$w_{I\tau} = V \left[\begin{array}{c} \xi - \phi y_I \\ \eta + \phi(x_I + \delta q/6) \end{array} \right] \quad (26)$$



Rys. 11. Dyskretyzacja potencjalnego obszaru styku w programie CONTACT [3]

Program CONTACT wykorzystuje wspomniany w rozdziale 1.2.3 zapis prawa Hooke'a jako całkę powierzchniową w obszarze potencjalnego kontaktu. Dla przyjętej dyskretyzacji obszaru styku możliwe jest wyznaczenie wartości funkcji wpływu między odkształceniami i natężeniami między dowolnymi elementami poprzez scałkowanie rozwiązań Boussinesq'a i Ceruttiego po obszarach tych elementów. Na wartości tych funkcji wpływają współrzędne elementów (ich środków geometrycznych) oraz stałe materiałowe. W ogólnym przypadku występują funkcje wpływu łączące zagadnienie normalne ze stycznym, jednak w przypadku wspomnianej quasiidentyczności ich wartości się zerują. Po dyskretyzacji wektory przemieszczeń stycznych i normalnych będące iloczynem wektorowym macierzy współczynników wpływu oraz odpowiednich wektorów naprężeń można wyrazić w postaci:

$$\begin{aligned} u_{In} &= \sum_J A_{InJn} p_{Jn} \\ \mathbf{u}_{I\tau} &= \sum_{J\alpha} A_{I\tau J\alpha} \mathbf{p}_{J\alpha} \end{aligned} \quad (27)$$

W programie CONTACT na znalezienie rozwiązania problemu normalnego pozwala algorytm nazwany NORM, a stycznego TANG. W pierwotnej wersji programu CONTACT Kalker skorzystał z warunków Karusha–Kuhna–Tuckera (KKT) rozwiązania optymalizacji funkcji z ograniczeniami nierównościami [4]. Dla problemu normalnego wiąże się to rozwiązaniem liniowego układu równań dla danego obszaru styku. Z kolei dla problemu stycznego równania układu będą liniowe w strefie adhezji oraz nieliniowe w strefie poślizgu.

Algorytm NORM ma za zadanie znalezienie obszaru styku spełniającego prawo formowania kontaktu (2) oraz wyznaczenie rozkładu naprężeń normalnych w tym obszarze. Dane wejściowe do obliczeń algorytmu NORM stanowią stałe materiałowe, geometria brył kontaktowych oraz całkowita siła normalna lub penetracja brył jako ciała sztywne. Wspomnianą geometrię będzie opisywać dystans niezdeformowany h między powierzchniami brył przed deformacją w środku każdego elementu dyskretyzacji obszaru potencjalnego styku. Podczas procesu rozwiązywania problemu normalnego z całego zbioru elementów dyskretyzacji Q elementy w obszarze styku przypisane zostają do zbioru oznaczonego C , a poza tym obszarem E . Algorytm NORM w kolejnych iteracjach rozwiązuje układy równań, sprawdzając warunki prawa formowania kontaktu do osiągnięcia zbieżności wyniku [3,4].

Algorytm **NORM**:

1) Inicjalizacja: $p_{In} = 0$, $C = \emptyset$, $E = Q$.

2) Rozwiąż układ: $e_I = h_I + \sum_J A_{InJn} p_{Jn}$, $e_I = 0 \forall I \in C$, $p_{Jn} = 0 \forall I \in E$, w przypadku, gdy znana jest całkowita siła normalna, penetracja powierzchni jako bryły sztywne jest kolejną zmienną oraz wprowadzone jest dodatkowe równanie: $P = 4\Delta x \Delta y \sum_J p_{Jn}$.

3) Jeśli nie $p_{In} \geq 0 \forall I$:

umieść elementy niespełniające warunku w zbiorze E ,
przejdź do 2).

4) Jeśli nie $e_I \geq 0 \forall I$:

umieść elementy niespełniające warunku w zbiorze C ,
przejdź do 2).

5) Koniec.

W celu uzyskania prawidłowego rozwiązania zagadnienia normalnego w programie CONTACT konieczne jest zdefiniowanie przed obliczeniami wielkości zdyskretyzowanego potencjalnego obszaru styku, który powinien w całości obejmować rzeczywisty obszar styku. Na potrzeby oszacowania wymaganej wielkości można posłużyć się teorią Hertza przyjmując rozmiary elipsy kontaktu zwiększone o kilkadziesiąt %. Można przy tym rozpocząć obliczenia od inicjalizacji przez przypisanie elementów szacowanej wielkości obszaru styku to zbioru C . Natomiast przy braku możliwości oszacowania tej wielkości najkorzystniejsze jest rozpoczynanie obliczeń od pustego zbioru C , ze względu na ograniczenie liczby zmiennych rozwiązywanego układu równań. Pomimo, że układy równań w algorytmie NORM są liniowe w celu zwiększenia wydajności obliczeniowej w nowszej wersji programu

CONTACT [47] zaimplementowano bardziej wydajny solver zagadnienia normalnego NormCG [48], wykorzystujący metodę gradientu sprzężonego.

Algorytm TANG na podstawie rozwiązania zagadnienia normalnego oraz zadawanych sztywnych poślizgów wyznacza podział obszaru styku na strefy adhezji (zbiór elementów H) i poślizgu (zbiór elementów S) oraz styczne naprężenia kontaktowe przy spełnieniu warunków kontaktu stycznego (5). Ponieważ występowanie strefy poślizgu wiąże się z nieliniowym układem równań, w celu jego rozwiązania konieczne jest stosowanie wybranej metody numerycznej np. metoda Newtona-Raphsona. Możliwe jest również naruszenie warunku kontaktu stycznego wymuszającego odpowiedni kierunek naprężeń stycznych w strefie poślizgu. Niespełnienie tego warunku objawia się ujemną wartością mnożnika Lagrange'a v_I (który jest zmienną równania), wówczas element przenoszony jest do strefy adhezji [4].

Algorytm **TANG**:

1) Inicjalizacja: $p_{I\tau} = 0$, $H = C$, $S = \emptyset$.

2) Rozwiąż układ: $s_{I\tau} = w_{I\tau} + V \frac{\sum_{J\alpha} (A_{I\tau J\alpha} - A_{I\tau(J+1)\alpha}) p_{J\alpha}}{\delta x}$,

$s_I = 0 \forall I \in H$, $s_{I\tau} = -v_I \frac{p_{I\tau}}{g_I} \forall I \in S$.

3) Jeśli nie $|p_{I\tau}| \leq g_I \forall I$:

umieść elementy niespełniające warunku w zbiorze S ,

$p_{I\tau} = g_I \frac{p_{I\tau}}{|p_{I\tau}|}$,

przejdź do 2).

4) Jeśli nie $v_I \geq 0 \forall I$:

umieść elementy niespełniające warunku w zbiorze H ,

przejdź do 2).

5) Koniec.

Algorytm TANG z uwagi na występowanie nieliniowych układów równań jest zdecydowanie mniej wydajny obliczeniowo względem NORM. Z tego względu powstały solvery stopniowo skracające czas obliczeń: ConvexGS [49] oraz najnowszy SteadyGS [50], oparte na metodzie iteracyjnej rozwiązywania nieliniowych układów równań Gaussa-Seidera. Ponadto program CONTACT umożliwia rozwiązanie kontaktu koła z szyną bez konieczności stosowania założenia quasiidentyczności, Kalker zaproponował wówczas iteracyjne naprzemienne rozwiązanie zagadnienia normalnego i stycznego w procedurze nazwanej KOMBI [4].

Pomimo wielu usprawnień programu CONTACT i poprawy jego wydajności na przestrzeni lat, nie znalazł powszechnego zastosowania w symulacjach dynamiki pojazdów szynowych. Jest to w dalszym ciągu spowodowane ograniczoną wydajnością obliczeniową, o rzędy wielkości niższą w porównaniu do scharakteryzowanych metod uproszczonych. Jednakże program CONTACT wywarł ogromny wpływ na modelowanie zjawiska kontaktu koła i szyny ze względu na podstawy teoretyczne, jest standardowo przywoływany jako odniesienie do metod uproszczonych, co przyjęto również w niniejszej pracy.

Podsumowując przegląd literaturowy modeli kontaktu koła i szyny, wykazano mnogość uproszczonych metod rozwiązywania zagadnienia normalnego, opartych na różnych podstawach, umożliwiających przy tym uwzględnienie nieeliptycznego obszaru styku. Jednocześnie w przypadku zagadnienia stycznego dla metod nieeliptycznych obecnym standardem jest wykorzystywanie na którymś etapie obliczeń rozwiązywania liniowej teorii Kalkera dla eliptycznych obszarów styku. Przy czym najczęściej jest to adaptacja algorytmu FASTSIM do przypadków niehertzowskich ze względu na jego wysoką wydajność obliczeniową. Ponadto w przypadku dokładnej teorii Kalkera najnowszy solver rozwiązywania zagadnienia normalnego NormCG [48] jest zdecydowanie wydajniejszy obliczeniowo od solvera zagadnienia stycznego dla stanu ustalonego SteadyGS [50]. Stąd stwierdzono występowanie luki badawczej między dokładnym rozwiązaniem stycznym (program CONTACT) a obecnie stosowanymi metodami uproszczonymi, która może zostać wypełniona nową metodą o pośredniej dokładności i wydajności.

2. ZAGADNIENIE STABILNOŚCI POJAZDU SZYNOWEGO

2.1. Sformułowanie problemu

Początki historii rozwoju kolejnictwa wiążą się raczej z wykorzystaniem empirycznego doświadczenia zamiast sformalizowanej teorii. W ten sposób powstała koncepcja zestawu kołowego, składającego się z dwóch kół sztywno osadzonych na wspólnej osi, choć eksperymentowano również z kołami niezależnymi w celu zmniejszenia oporów ruchu w łukach, z uwagi na ograniczoną moc pociągową [10]. Na wczesnym etapie rozwoju pojazdów szynowych, koła posiadały walcową powierzchnię toczną przez co nie było mechanizmu centrowania pozycji na torze prostym, a ruch poprzeczny ograniczały jedynie obrzeża. Ponadto dopuszczalne luzy pomiędzy obrzeżem koła a główką szyny były bardzo niewielkie, co ograniczało swobodę bocznego przemieszczania się zestawu kołowego i skutkowało znacznymi siłami bocznymi. Zastosowanie stożkowego zarysu powierzchni toczonej rozwiązywało te problemy. Jednakże trudno jednoznacznie stwierdzić w jakim momencie w historii taki zarys był celowo projektowany, ponieważ stożkowatość może być wynikiem naturalnego zużycia kół oraz następstwem technologii wykonania żeliwnych kół, w której wymagane są pochYLENIA odlewnicze [10].

Na początku XIX wieku stożkowatość zarysu już była dobrze rozpoznana. Stephensonowi przypisuje się jeden z pierwszych opisów (werbalnych) ruchu kinematycznego zestawu kołowego jako następstwo różnicy okręgów toczonej prawego i lewego koła przy wychyleniu poprzecznym [51]. Później w XIX wieku Redtenbacher oraz Klingel zaproponowali pierwsze uproszczone modele matematyczne opisujące działanie zestawu kołowego o stożkowatym profilu [52]. Ten pierwszy zajmował się opisem pojazdu dwuosowego o sztywno połączonych zestawach kołowych. Natomiast Klingel na podstawie kinematycznych zależności wyprowadził formułę na długość fali ruchu sinusoidalnego:

$$\Lambda = 2\pi \sqrt{\frac{r_0 b_A}{\lambda}} \quad (28)$$

gdzie:

r_0 – promień koła,

$2b_A$ – rozstaw kół,

λ – stożkowatość (połowa kąta rozwarcia stożka).

Mimo, że pierwsze opisy matematyczne stanowiły istotny krok w kierunku formalizacji zjawisk towarzyszących ruchowi zestawu kołowego, nie wywarły one znaczącego wpływu na ówczesną praktykę inżynierską. W celu realnego opisu dynamiki pojazdów szynowych, należy uwzględnić działanie sił, co nastąpiło w późniejszym okresie.

Wraz ze wzrostem prędkości eksploatacyjnych pojazdów, coraz większego znaczenia zaczęły nabierać problemy związane z komfortem jazdy, szczególnie objawiających się dla

drgań poprzecznych. Pojawienie się lokomotyw elektrycznych, stworzyły nowe wyzwania konstrukcyjne, wymagające pogłębionego rozumienia oddziaływań dynamicznych pomiędzy zestawem kołowym a szyną. W tym kontekście istotny wkład wniósł Carter, który zaproponował jeden z pierwszych realistycznych modeli sił działających w styku koło-szyna. Wprowadził on do opisu zjawisko poślizgu oraz uwzględnił kluczowy wpływ stożkowości zarysów kół na zachowanie się zestawu kołowego. Przy poprzecznym przesunięciu zestawu kołowego, różnica okręgów tocznych wiąże się występowaniem poślizgu, a co za tym idzie wzdłużnych sił kontaktowych, których różnica powoduje powstanie momentu obrotowego kierującego zestaw kołowy do środka toru. Ponadto, gdy zestaw kołowy jest obrócony wokół osi pionowej pojawiają się kontaktowe siły poprzeczne. Zatem występuje połączenie między ruchem poprzecznym a wspomnianym obrotem, które pozwala na występowanie dynamicznej niestabilności [10,52]. Stabilność zestawu kołowego rozumie się jako samoczynny powrót do położenia równowagi o charakterze drgań tłumionych w odpowiedzi na niewielkie przemieszczenie lub obrót zestawu kołowego. W przeciwnym razie, nawet niewielkie zaburzenie wywołuje narastające oscylacje, do osiągnięcia cyklu granicznego lub kontaktu obrzeża koła z szyną [51]. Stabilność układów dynamicznych była przedmiotem badań w wielu dziedzinach technicznych przed zastosowaniem w dynamice pojazdów szynowych. Carter opierając się na liniowych związkach pomiędzy siłami kontaktowymi a sztywnymi poślizgami wyprowadził równania ruchu kilku konfiguracji lokomotyw. Następnie stosując znane kryteria stabilności jak kryterium Routha był w stanie badać stabilność dla zaproponowanych modeli [10].

Kolejnym krokiem w rozwoju nad badaniem stabilności pojazdów szynowych było uwzględnienie przez japońskiego naukowca Matsudairę sztywności poprzecznej oraz wzdłużnej zawieszenia. Natomiast samo podejście do rozwiązania problemu stabilności modelu pojazdu dwuosiowego było analogiczne jak w przypadku rozważań Cartera. Dzięki temu możliwe było teoretyczne badanie prędkości krytycznej w zależności od sztywności prowadzenia zestawów kołowych. Prędkość krytyczna jest najniższą prędkością, do której pojazd zachowuje stabilność. Matsudaira odkrył również, że dla badanego modelu pojazdów dwuosiowych występują 2 rodzaje niestabilności: przy niższych prędkościach związana z oscylacją nadwozia o niskiej częstotliwości (zależnej od parametrów masowych nadwozia i sztywności zawieszenia) oraz przy wyższych prędkościach, gdzie dominują są ruchy zestawów kołowych [51].

Przytoczona historia rozwoju metod modelowania stanowiła tylko podstawy do realistycznych obliczeń. Ze względu na złożoność budowy pojazdów szynowych metody obliczeniowe podparte eksperymentem zyskały na wartości przy projektowaniu pojazdów szynowych dopiero w latach 60 XX wieku z uwagi na zwiększenie mocy obliczeniowej komputerów [10]. Na przestrzeni lat na znaczeniu zyskały najbardziej metody numeryczne analizy dynamiki obiektów wielobryłowych MBS (ang. multibody simulation). Rozwijane oprogramowanie zyskiwało na coraz większej automatyzacji przy tworzeniu równań ruchu oraz ich numerycznym rozwiązywaniu. Wybór metody rozwiązywania równań ruchu zależy od rodzaju danych wejściowych do modelu oraz od badanych wielkości.

Większość wczesnych opisów zestawu kołowego dotyczyła idealnie stożkowej powierzchni tocznej kół. W rzeczywistej praktyce zarys przybierał bardziej skomplikowane kształty, co ma miejsce również dla obecnie standardowo eksploatowanych profili kół i szyn. W związku z czym powstało pojęcie ekwiwalentnej stożkowatości, które uważane jest za kluczowy parametr kontaktu koła z szyną i w aspekcie wpływu na stabilność pojazdów szynowych podlega spełnieniu określonym wymaganiom normatywnym [1,53]. Ekwiwalentną stożkowatość danego zestawu kołowego według normy [53] definiuje stożkowatość odpowiadającego zestawu kołowego z kołami idealnie stożkowymi, którego ruch kinematyczny ma tę samą długość fali co dany zestaw kołowy dla określonej amplitudy ruchu poprzecznego zestawu kołowego. W przytoczonej normie zdefiniowano również metody wyznaczenia stożkowatości ekwiwalentnej takie jak linearyzacja funkcji różnicy promieni tocznych albo harmonicznej linearyzacji. Z kolei w pracy [6] można znaleźć zależności na wyznaczenie zastępczych profili koła i szyny o zarysach w postaci łuków kołowych, dla których stosunkowo łatwe jest wyznaczenie współczynników poślizgu na potrzeby analizy stabilności.

2.2. Metody badań symulacyjnych stabilności pojazdów szynowych

2.2.1. Liniowa analiza stabilności

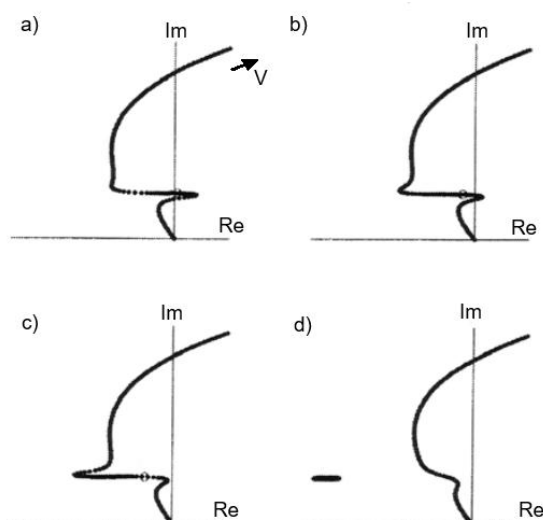
Zachowanie dynamiczne pojazdu szynowego jest nieliniowe z uwagi na wiele czynników. Jak dotychczas wykazano kontakt koła z szyną, wprowadza nieliniowy charakter w kilku aspektach. Przede wszystkim z uwagi na fizyczną zależność sztywnych poślizgów z siłami kontaktowymi, na którą wpływa odkształcalność ciał kontaktowych oraz granica tarcia. Ponadto zależności geometryczne objawiające się np. funkcją stożkowatości ekwiwalentnej, które wpływają na częstotliwość ruchu wężykowego. Źródła nieliniowości mogą występować również w samej budowie układu zawieszenia jak np. [54]:

- nieliniowa charakterystyka tłumików hydraulicznych,
- hiperelastyczne zachowanie elementów gumowych,
- odbijaki lub inne elementy z luzem,
- elementy trące,
- nieliniowości układów kinematycznych.

Z tych względów obecne techniki liniowej analizy stabilności wymagają linearyzacji równań ruchu. Ze względu na kształt standardowych zarysów kół i szyn (oraz ich wzajemnego położenia) wymagane jest wyznaczenie parametrów modelu liniowego kontaktu koła i szyny dla założonej amplitudy ruchu poprzecznego (zazwyczaj przyjmuję się 3 mm). Podstawowym parametrem jest stożkowatość ekwiwalentna oraz dodatkowo często wykorzystywane: parametr kąta styku i parametr obrotu zestawu kołowego wokół osi wzdłużnej. W przypadku analizy liniowej należy również wyznaczyć wartości współczynników poślizgu oraz parametry liniowe pozostałych nieliniowych elementów modelu układu zawieszenia.

Ułożenie równań ruchu pozwala następnie na rozwiązanie zagadnienia własnego. Możliwe jest przy tym skorzystanie z równania charakterystycznego i jego rozwiązania,

najczęściej numerycznego ze względu na złożoność modelu. Inną metodą jest przekształcenie równań ruchu do równań różniczkowych pierwszego rzędu ze zmiennymi tzw. przestrzeni stanu [6]. Badanie stabilności tą metodą polega na ocenie wartości własnej postaci drgań związanych z wężykowaniem. Jeśli jej część rzeczywista jest ujemna pojazd wykazuje stabilność. Ponieważ wartości własne ruchu wężykowego zestawu kołowego są funkcją prędkości jazdy [6], często wartości własne wizualizuje się na płaszczyźnie zespolonej dla różnych wartości prędkości tworząc tzw. krzywe pierwiastkowe. Przykładowe krzywe pierwiastkowe zaczerpnięte z [52] przedstawiono na rysunku 12. Dotyczą one pojazdu dwuosowego dla którego badano wpływ tłumienia poprzecznego zawieszenia na stabilność. Dla pierwszego przypadku a) bez tłumienia widoczne są 2 charakterystyczne dla pojazdów dwuosowych gałęzie prowadzące do niestabilności: dla niskiej prędkości związana z drganiami własnymi nadwozia oraz dla wyższych prędkości o podobnym kształcie krzywych pierwiastkowych elastycznie prowadzonego zestawu kołowego. Następnie wprowadzenie coraz większej wartości tłumienia na krzywych b)-d) spowodowało wyeliminowanie niestabilności nadwozia [52].

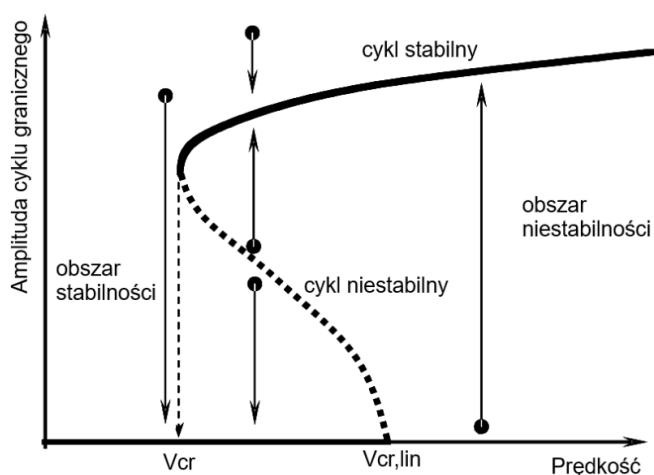


Rys. 12. Krzywe pierwiastkowe przykładowego pojazdu dwuosowego dla przypadków rosnącego odpowiednio tłumienia poprzecznego: a), b), c), oraz d), na podstawie [52]

Niekiedy z pewnych względów nie ma potrzeby wykreślania pełnej krzywej pierwiastkowej a jedynie wyznaczenia wartości prędkości krytycznej. Wówczas nie ma potrzeby traktowania prędkości jako parametr przy badaniu stabilności. Możliwe jest za to skorzystanie z wybranego kryterium stabilności dla równania charakterystycznego jak np. kryterium Hurwitza. Ponadto dla najprostszych modeli przy pewnych założeniach możliwe jest analityczne rozwiązanie i wyznaczenie formuł na prędkość krytyczną w zależności od najistotniejszych parametrów. Przykłady takich formuł w tym dla pojazdów dwuosowych można znaleźć w [52]

2.2.2. Nieliniowa analiza stabilności

Dla przyjętych parametrów modelu liniowego kontaktu koła i szyny, rozwiązanie problemu stabilności jest niezależne od amplitudy ruchu wężykowego. Wiąże się to z możliwością występowania tylko dwóch stanów: ruchu w stanie równowagi poniżej liniowej prędkości krytycznej $V_{cr,lin}$ oraz dla wyższych prędkości wężykowanie z dowolną amplitudą cyklu granicznego. Jednakże ze względu na wspomniane źródła nieliniowości, problem ten jest w istocie zależny od amplitudy ruchu poprzecznego [52]. Analizując więc rozwiązanie nieliniowe stabilności zestawu kołowego otrzymane dzięki numerycznemu rozwiązaniu równań ruchu, dochodzi do bifurkacji objawiającej się odbieganiem od rozwiązania liniowej prędkości krytycznej przy zmianie amplitudy zaburzenia. Zachowanie to można zobrazować na diagramie bifurkacyjnym amplitudy cyklu granicznego w funkcji prędkości ruchu, którego przykład przedstawiono na rysunku 13. Na diagramie widoczne są dwa obszary przedzielone linią przerywaną, pierwszy występujący dla niższych prędkości jest obszarem stabilności. Jeśli zaburzenie początkowe (zaznaczone czarnymi kropkami na rysunku 13) ma infinitezymalnie niską amplitudę, prędkość przejścia ze stanu stabilnego do niestabilnego odpowiada rozwiązaniu liniowemu. Z kolei dla pewnej amplitudy cyklu granicznego występuje minimalna prędkość poniżej której zestaw kołowy zachowuje stabilność (oscylacje eksponentalnie gasną) i jest to prędkość krytyczna rozwiązania nieliniowego V_{cr} . W przedziale prędkości pomiędzy prędkością krytyczną rozwiązania liniowego i nieliniowego możliwe są 2 zachowania: gdy amplituda zaburzenia nie przekracza granicy cyklu niestabilnego (przerywana linia na rysunku 13) oscylacje gasną, w przeciwnym przypadku ustalają się na linii cyklu stabilnego. Przedstawione zachowanie nosi nazwę podkrytyczna bifurkacja, natomiast dla niektórych zarysów kół i szyn może występować bifurkacja nadkrytyczna, w której amplituda cyklu granicznego rośnie wraz ze wzrostem prędkości w sposób ciągły [55].



Rys. 13. Diagram bifurkacyjny cyklu granicznego wychYLENIA zestawu kołowego, na podstawie [10]

Zjawisko bifurkacji podkrytycznej zostało również zaobserwowane eksperymentalnie gdzie na stanowisku rolkowym po przekroczeniu liniowej prędkości krytycznej 170 km/h docho-
dziło do nagłego pojawienia się oscylacji o dużej amplitudzie, następnie przy redukowaniu
prędkości oscylacje utrzymywały się aż do osiągnięcia nieliniowej prędkości krytycznej 135
km/h [51]. Następnie wyróżniono 2 metody obliczeniowego wyznaczania krzywych bifurka-
cji: metodę brute force i metoda podążania ścieżką [54]. Pierwsza z metod polega na
sprawdzeniu odpowiedzi modelu na zaburzenie o różnych amplitudach. Na początku za-
proponowano zadać duże zaburzenie o amplitudzie 8 mm w celu zidentyfikowania
nieliniowej prędkości krytycznej, następnie powtórzenie tego samego zbioru symulacji dla
niskiej wartości amplitudy jak 0,5 mm. Jeśli w rozwiązaniu dla niskiej amplitudy stabilność
występuje dla prędkości przekraczających nieliniową prędkość krytyczną, należy dla tego
zakresu prędkości wykonać dalsze analizy dla zmieniających się amplitud w badanym za-
kresie [54]. Ponieważ ta metoda wymaga stosunkowo dużego kosztu obliczeniowego,
zaproponowano bardziej wydajne algorytmy opierające się na metodzie podążania ścieżką
[54].

W celu nieliniowej analizy stabilności pojazdów szynowych możliwe jest skorzystanie z
założenia, że rozwiązanie jest okresowe. Wówczas za rozwiązanie przyjmuje się szereg
Fouriera o szukanej podstawowej częstotliwości ruchu. Taki zabieg pozwala na przekształ-
cenie układu równań różniczkowych w nieliniowy układ równań algebraicznych, który
można rozwiązać metodą iteracyjną [6]. Jednakże, układ ten może być trudny do rozwią-
zania zwłaszcza w przypadku skomplikowanych modeli. Problem ten eliminuje
uproszczona technika zwana quasilinearizacją, która jako jedyne źródło nieliniowości trak-
tuje geometrię kontaktu koła i szyny. Dzięki temu możliwe jest wyznaczenie nieliniowej
prędkości krytycznej tylko na podstawie wartości własnych zlinearyzowanego układu.

Stabilność pojazdów szynowych badać można również za pomocą symulacji jazdy w
dziedzinie czasu. Jest to najbardziej ogólna metoda, ponieważ pozwala na odzwierciedle-
niu w modelu wszystkich źródeł nieliniowości. Natomiast przy pomocy tej metody nie da się
ściśle wyznaczyć prędkości krytycznej, jednak jej estymacja przy pomocy różnych technik
jest wystarczająca z uwagi na i tak wprowadzone założenia do każdego modelu numerycz-
nego. Wyróżnia się następujące techniki badania stabilności w dziedzinie czasu w
zależności od rodzaju wymuszenia [56]:

- Jazda po idealnym torze prostym bez nierówności, rozpoczynając od wysokiej prę-
dkości przy której pojazd jest niestabilny, stopniowa redukcja prędkości (z niewielkim
opóźnieniem) aż ruch wężykowy wygaśnie.
- Jazda po idealnym torze prostym z różnymi prędkościami (stałymi), pojedyncze wy-
muszenie początkowe.
- Jazda po torze z nierównościami (zmierzonymi na torze rzeczywistym).

Metody dla jazdy po torze bez nierówności pozwalają na zbliżone wyznaczenie prędkości
krytycznej [56] (w zależności od przyjętego opóźnienia pierwszej metody i inkrementu prę-
dkości dla drugiej). Natomiast metoda sprawdzająca odpowiedź układu na zaburzenie
początkowe przy stałej prędkości pozwala dodatkowo badać zachowanie dla różnej ampli-
tudy wymuszenia i wyznaczyć tym samym diagram bifurkacyjny. Ponadto w metodzie z

opóźnieniem po wygaśnięciu oscylacji występuje ryzyko braku wzbudzenia niestabilności dla niższych prędkości związanej z inną postacią drgań. Następnie symulację stabilności jazdy na torze z nierównościami można przeprowadzić w oparciu o wymagania normy [1] co przedstawiono w rozdziale 2.2.3.

2.2.3. Metoda normatywna

Ocena stabilności jazdy pojazdów szynowych stanowi jedno z wymagań oceny bezpieczeństwa jazdy wg. normy [1] będącej obligatoryjną w procesie dopuszczenia. Przewiduje się sprawdzenie scenariusza dla największego prawdopodobieństwa występowania ruchu niestabilnego na torze prostym lub na łukach o bardzo dużym promieniu przy suchych szynach. Prędkość jazdy na torze badawczym powinna wynosić $V = V_{adm} + 10 \text{ km/h}$ dla pojazdów z maksymalną prędkością eksploatacyjną $V_{adm} \leq 100 \text{ km/h}$. Następnie wymagane jest występowanie przynajmniej trzech 100 m sekcji toru, w których zapewniona powinna być odpowiednia wartość stożkowatości ekwiwalentnej: $\tan\gamma_e \geq 0,4$ dla $V_{adm} \leq 120 \text{ km/h}$. Ponadto w strefie badawczej 1 sprawdzającej zachowanie dynamiczne na torze prostym lub łukach o bardzo dużym promieniu z ocenianymi nierównościami toru wymagane jest występowanie sekcji torowych o szerokim zakresie stożkowatości ekwiwalentnej z objęciem wartości $\tan\gamma_e < 0,05$.

Na potrzebę weryfikacji stabilności zdefiniowano wielkości podlegające ocenie w odniesieniu do kryteriów. W zależności od przyjętej metody pomiarowej mogą to być wartości skuteczne sumy sił prowadzących lub poprzecznych przyspieszeń drgań w wymaganych punktach. Ponadto sygnały wejściowe próbkowane z odpowiednią częstotliwością powinny zostać przefiltrowane filtrem środkowo przepustowym pokrywającym dominującą częstotliwość wężykowania [1]. Następnie wyznacza się ruchomą wartość RMS o długości okna 100 m i kroku 0,5 m. Maksimum tak przefiltrowanego sygnału z każdej sekcji nie powinno przekraczać wartości dopuszczalnej, która dla sumy sił prowadzących odpowiada połowie kryterium Prud'homme.

Ponieważ opisana metoda normatywna wymaga jazdy z zadaną prędkością nie ma możliwości wyznaczenia prędkości krytycznej. Następnie wymagane kryterium może zostać spełnione zarówno, gdy pojazd zachowuje się niestabilnie jak i stabilnie. Co więcej na otrzymany wynik wpływa amplituda nierówności torowych [56], która może się różnić w zależności od wybranego toru badawczego. Z tych względów wymagana w normie procedura badań stabilności daje ograniczone informacje zwrotne dla inżynierów projektujących pojazdy szynowe.

2.3. Wyzwania związane z badaniami stabilności pojazdów szynowych

W związku z mnogością powyżej scharakteryzowanych metod badań stabilności pojazdów szynowych, analizy stabilności stanowią najbardziej zróżnicowany typ obliczeń dynamiki pojazdów szynowych. Metody nieliniowe oraz zlinearyzowane wykazują fundamentalne różnice uproszczeń niektórych zjawisk, co może prowadzić do istotnie różnych

wyników. Obecnie standard stanowią zaawansowane analizy nieliniowe, trójwymiarowych modeli pojazdów w środowiskach MBS [55]. Natomiast poszczególne techniki badań nieliniowych stabilności również prowadzą do pewnych różnic wyników. W związku z tym podstawowym wyzwaniem związanym z badaniami stabilności pojazdów szynowych jest wybór odpowiedniej metody badań, niezawodnej dla danej grupy pojazdów. W przypadku poszczególnych metod należy również zwrócić uwagę na wybór odpowiedniego solvera. Dla analizy w dziedzinie czasu istotny jest np. wybór wielkości kroku czasowego ręczny lub automatyczny oraz tolerancji numerycznych wyników. Zalecane jest przy tym umożliwienie korzystania z różnych solverów i porównywanie wyników między nimi [57]. Z kolei w przypadku metod wymagających linearyzacji należy pamiętać, że wyniki takich obliczeń dotyczą stanu układu w którym dokonana jest linearyzacja.

Kolejnym wyzwaniem w badaniach stabilności pojazdów szynowych jest wrażliwość wyniku na zmiany parametrów geometrii kontaktu koła i szyny [55]. Dlatego ze względu na stosowane zarysy kół i szyn nie jest zalecane korzystanie z linearyzacji geometrii kontaktu w żadnym przypadku [57]. Ponadto czułość na geometrię styku i szyny może objawiać się już dla różnych poziomów dokładności danych wejściowych np. sposobu filtrowania zmierzonych zarysów [55].

Pomimo rozwoju metod badania stabilności pojazdów szynowych nie powstała zamknięta teoria nieliniowej analizy stabilności [6]. Ponadto w analizie dynamiki pojazdów szynowych rozważano przypadki ruchów chaotycznych [57], które mogą występować, ze względu na nieciągłości spowodowane np. suchym tarciem w układzie zawieszenia. Rozważanie takich przypadków choć mało powszechne są wynikiem możliwości braku występowania okresowych oscylacji w przypadku ruchu niestabilnego [51]. Zachowanie chaotyczne zaobserwowano na wykresach fazowych dwuosioowego pojazdu towarowego, które objawiało się pełniejszym wypełnieniem diagramu większą ilością trajektorii, jednak powodowało to niewielkie zaburzenia amplitudy cyklu granicznego [58].

W początkowym okresie rozwoju kolei niestabilność pojazdów dwuosioowych była zjawiskiem powszechnie akceptowanym lub nawet nierozpoznanym [52]. Znany jest przypadek wagonów o krótkim rozstawie osi które miały tendencję do wężykowania w pełnym zakresie prędkości eksploatacyjnej, co starano się rozwiązać stosunkowo sztywnym łączeniem wagonów w składzie [52]. Następnie rozwijano różne koncepcje zawieszenia wagonów dwuosioowych które były bardzo popularne jako wagony towarowe. Najpopularniejsze stało się zawieszenie wieszakowe, które podlegały standaryzacji np. podwójne wieszaki UIC w Niemczech. Ponieważ tego typu zawieszenie nie gwarantowało wystarczającego tłumienia, dlatego ciężko było wyeliminować niestabilną jazdę co ograniczało maksymalną prędkość eksploatacyjną. Dopiero rozwój metod analiz teoretycznych i eksperymentalnych pozwolił na zaprojektowanie bardziej zaawansowanych typów zawieszenia pozwalającego na jazdę z prędkościami porównywalnymi z pojazdami wózkowymi np. w Wielkiej Brytanii [52]. W przypadku pojazdów dwuosioowych często występującym problemem jest również występowanie niestabilności niskiej częstotliwości związanej z drganiami nadwozia. Postacie drgań własnych nadwozia na zawieszeniu są zasadniczo niezależne od prędkości jazdy. Podstawowe postacie to obrót wokół osi pionowej oraz występujące ze względu na sprzężone

wchylenia poprzecznego i obrotu wokół osi wzdłużnej nadwozia dwie postacie kołysania: tzw. górne oraz dolne. Występowanie niestabilności związanych z tymi postaciami drgań nadwozia przedstawiono dla przykładowego pojazdu dwuosiowego bez tłumienia w [52]. Powodem występowania tzw. niestabilności nadwozia jest zbliżenie częstotliwości kinematycznej zestawu kołowego do częstotliwości drgań własnych pudła, wówczas dochodzi do samopodtrzymującego się sprzężenia postaci drgań pudła z oscylacjami zestawu kołowego. Występowanie niestabilności zestawów kołowych jest ściśle powiązana ze sztywnością ich prowadzenia. W przypadku pojazdu dwuosiowego o dużej bazie gdy sztywność poprzeczna lub obrotu wokół osi pionowej jest niewielka spodziewać się można niższej prędkości niestabilności zestawu kołowego [52]. Dynamikę typowych w Europie towarowych wagonów dwuosiowych o zawieszeniu wieszakowym badano przy pomocy zaawansowanego modelu numerycznego w pracy [59]. Dla badanych wagonów stwierdzono możliwość występowania niestabilności nadwozia w postaci obrotu wokół osi pionowej. Stwierdzono również występowanie ruchów chaotycznych związanych z występowaniem w modelu nieciągłości spowodowanych modelowaniem układu wieszaków uwzględniając efekt przetaczania i poślizgu.

Podsumowując w niniejszym rozdziale scharakteryzowano wyzwania związane z symulacyjnym badaniem stabilności pojazdów szynowych. Podkreślono znaczenie wyboru metody badań oraz wrażliwość otrzymywanych wyników na parametry geometrii kontaktu koła i szyny. Szczególnie podkreślono problemy związane z grupą pojazdów dwuosiowych. Przytoczone wyzwania stanowiły motywację do podjęcia badań w wybranym zakresie.

3. CEL I TEZA PRACY

3.1. Cel naukowy pracy

Głównym celem naukowym niniejszej rozprawy doktorskiej jest analiza i ocena wpływu parametrów kontaktu koła z szyną na stabilność pojazdów szynowych. Z uwagi na przyjęty zakres pracy otrzymane wyniki badań symulacyjnych dotyczą grupy pojazdów dwuosio- wych. W ramach przyjętego celu głównego, sformułowano następujące cele szczegółowe:

- Określenie wpływu parametrów geometrycznych kontaktu koła z szyną na stabilność pojazdów szynowych.
- Określenie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na wyniki symulacji stabilności pojazdów szynowych.

Jak przedstawiono w rozdziale 2, stabilność pojazdów szynowych jest ściśle związana z parametrami geometrycznymi kontaktu koła i szyny. W związku z czym pierwszy cel szczegółowy pracy zawiera oceną wyników analiz stabilności dla szerokiego zakresu parametrów geometrycznych kontaktu koła i szyny (m.in. stożkowatości ekwiwalentnej) przy jednakowych pozostałych parametrach modeli numerycznych.

Natomiast w ramach drugiego celu szczegółowego zweryfikowano wpływ uproszczeń standardowo wykorzystywanych modeli kontaktu koła i szyny na otrzymywane wyniki analiz stabilności. Podstawę oceny stanowiło porównanie wyników symulacji dla zaimplementowanych uproszczonych metod obliczania sił kontaktowych w odniesieniu do wyników uzyskanych z zastosowaniem metody referencyjnej. Poszczególne porównywane wyniki dotyczyły symulacji z zastosowaniem wybranych modeli kontaktu koła i szyny przy jednakowych pozostałych parametrach modeli numerycznych

3.2. Cel użytkowy pracy

Celem użytkowym pracy doktorskiej jest opracowanie dokładniejszej obliczeniowo procedury badań symulacyjnych stabilności jazdy pojazdów dwuosio- wych. Procedura powinna gwarantować wysokiej jakości wyniki symulacji dla pojazdów dwuosio- wych o różnej budowie układu zawieszenia i szerokiego zakresu warunków kontaktu koła i szyny, szczególnie obejmując warunki niehertzowskie. W związku z tym postawiono następujące cele szczegółowe:

- Wybór metody badań symulacyjnych stabilności jazdy.
- Wybór technik modelowania poszczególnych komponentów pojazdów dwuosio- wych.
- Opracowanie nowej metody obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny, dającej dokładne wyniki w możliwie szerokim zakresie warunków współpracy koła z szyną.

3.3. Teza pracy

Na podstawie przeprowadzonej analizy obecnego stanu wiedzy sformułowano następującą tezę główną: **Wiarygodna ocena stabilności pojazdów szynowych wymaga zastosowania modeli kontaktu koła i szyny o ograniczonym stopniu uproszczeń, uwzględniających rzeczywistą geometrię profili kół i szyn dla szerokiego zakresu parametrów geometrycznych.**

W celu klarownego przedstawienia kryteriów akceptacji tezy, sformułowano 2 tezy pomocnicze, z których jedna brzmi: **Nadmierne uproszczenia modeli, wprowadzane w celu zwiększenia wydajności obliczeniowej, w skrajnych przypadkach prowadzą do niewłaściwych wyników analiz stabilności.** Co za tym idzie modelowanie kontaktu koła z szyną jest kluczowe dla jakości otrzymywanych wyników i wskazane jest stosowanie metod możliwie najdokładniejszych, przy wydajności obliczeniowej pozwalającej na implementację na potrzeby analiz symulacyjnych stabilności. Niewłaściwy wynik rozumie się jako błędnie zaakceptowany wynik obliczeń przeprowadzonych na potrzeby dopuszczenia pojazdów. Co za tym idzie związany z przekroczeniem lub niedoszacowaniem wartości kryterialnej zgodnej z obowiązującą normą PN-EN 14363 [1]. Oczywistą sytuacją w której występuje takie ryzyko jest wykazanie przez pojazd jazdy niestabilnej (lub stabilnej) dla metody uproszczonej oraz przeciwne zachowanie dla metody referencyjnej. Inna sytuacja o zwiększonym ryzyku błędnej akceptacji wyniku ma miejsce w przypadku, gdy występuje różnica w wartości kryterialnej znacząca w stosunku do wartości dopuszczalnej wg. normy [1] dla danego pojazdu. Ostatecznie na potrzeby udowodnienia wyżej sformułowanej tezy pomocniczej przyjęto następujące kryteria ilościowe, przy czym wystarczające jest spełnienie jednego z nich:

- Wielkość oceniana normalnej metody pomiarowej wg. normy PN-EN 14363 [1] – wartości RMS sumy sił prowadzących Y . Jako istotny błąd względny wyniku rozumiany jako różnica między wynikiem metody ocenianej a referencyjnej odniesiona do wartości dopuszczalnej uznano 10 %. Wartość przyjęto arbitralnie, ponieważ norma [1] nie definiuje współczynnika bezpieczeństwa dla wspomnianego kryterium.
- Zakresy prędkości niestabilnego ruchu. Jako istotną różnicę wyniku w odniesieniu do referencyjnego uznaje się wartość prędkości sięgającą 10 km/h.

Druga teza pomocnicza brzmi: **Geometria kontaktu koła i szyny stanowią kluczowy czynnik determinujący prędkość krytyczną i wystąpienie zjawisk niestateczności pojazdu, przy czym podstawowe parametry nie niosą wystarczającej informacji na potrzeby oceny stabilności.** W związku z tym konieczne jest w procesie dopuszczenia badanie symulacyjne szerokiego zbioru zarysów kół i szyny obejmujących rzeczywiste profile zmierzone. Dla powyższej tezy pomocniczej warunkiem jej akceptacji jest wykazanie powtarzalnych związków między wartością RMS sumy sił prowadzących Y a wytypowanymi parametrami geometrii styku oraz wykazanie występowania przypadków, w których opis warunków kontaktu podstawowymi parametrami jest niewystarczający.

3.4. Zakres pracy

Zakres niniejszej pracy z uwagi na postawione cele oraz motywację do podjętych badań obejmuje:

- Analizę stanu wiedzy w zakresie modelowania kontaktu koła i szyny na potrzeby symulacji zachowania dynamicznego pojazdów szynowych oraz samego zagadnienia stabilności pojazdów szynowych. Wskazanie na podstawie analizy literaturowej luk badawczych, a co za tym idzie szczegółowych kierunków dalszych prac nad rozwojem metod obliczeniowych w przytoczonym zakresie.
- Budowa modeli symulacyjnych dostępnych pojazdów dwuosioowych (reprezentatywnych dla badanej grupy) oraz ich walidacja w wymaganym zakresie na podstawie wyników badań eksperymentalnych.
- Wytypowanie modeli kontaktu koła z szyną i ich implementacja w wybranym środowisku symulacyjnym.
- Identyfikacja najważniejszych parametrów geometrycznych kontaktu koła z szyną, biorąc pod uwagę wymagania normatywne dotyczące badań pojazdów szynowych.
- Badania symulacyjne stabilności modelowanych pojazdów obejmujące możliwie szeroki zakres warunków kontaktu koła i szyny.
- Opracowanie autorskiej metody obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny przy tym zapewnienie wydajności obliczeniowej pozwalającej na wdrożenie w środowisku symulacyjnym na potrzeby symulacji stabilności pojazdów szynowych.

4. METODYKA BADAŃ

4.1. Założenia badawcze

Z uwagi na obecne możliwości metod komputerowych oraz ich dostępność, w niniejszej pracy przyjęto metodę symulacyjną rozwiązania problemu badawczego. Wybór metody uzasadniony jest znaczeniem symulacji dynamiki pojazdów szynowych, które są powszechnie wykorzystywane w procesie projektowania oraz certyfikacji pojazdów szynowych. Ponadto metody numeryczne pozwalają na wykonywanie badań dla parametrów, które ciężko uzyskać innymi metodami jak np. prędkość jazdy powyżej dopuszczalnej prędkości eksploatacyjnej. Na potrzeby badań stabilności pojazdów szynowych wybrano metodą symulacji dynamiki obiektów wielomasowych MBS, która jest obecnie standardowo wykorzystywana w zagadnieniach związanych z dynamiką ruchu pojazdów, ze względu na możliwość modelowania istotnych dla badań zjawisk fizycznych, przy wysokiej wydajności obliczeniowej.

Obecnie obowiązujące w Europie przepisy pozwalają na uzupełnianie badań eksperymentalnych symulacją lub nawet ich zastępowanie [1]. Jednakże każdy model symulacyjny powinien zostać zweryfikowany przy pomocy badań eksperymentalnych. Dlatego rozwijane na potrzeby pracy doktorskiej modele numeryczne podlegały walidacji z dostępnymi wynikami badań jezdnych w zakresie najistotniejszych parametrów ze względu na stabilność ruchu.

Z uwagi na główny cel pracy z całej złożoności obiektu fizycznego jakim jest poruszający się po torze pojazd szynowy największą uwagę poświęcono na modelowanie zjawiska kontaktu koła i szyny. Na potrzeby określenia wpływu modeli kontaktu koła i szyny na wyniki symulacji stabilności wybrano 4 metody:

- Simpack „Equivalent Elastic Contact” [34] (EEC) – metoda opierająca się na ekwiwalentnej elipsie z algorytmem FASTSIM.
- Simpack „Discrete Elastic Contact” [34] (DEC) – uproszczona metoda nieeliptyczna opierająca się na rozwiązaniu Ayasse i Chollet [12,27]
- Program CONTACT [60] – opierająca się na dokładnej teorii Kalkera.
- Kombinacja rozwiązania zagadnienia normalnego programu CONTACT z algorytmem FASTSIM [47] (NORM+FASTSIM) – adaptacja algorytmu FASTSIM do przypadków nieeliptycznych oparta na wyznaczeniu elipsy zastępczej.

Wybór dwóch pierwszych metod uproszczonych uzasadniony jest ich standardową implementacją w wybranym środowisku symulacyjnym Simpack. Program CONTACT również został zaimplementowany w wybranym środowisku [60], co wykorzystano na potrzeby prowadzonych badań. Podobnie jak w wielu pracach oceniających metody uproszczone [61], [62–64] przyjęto program CONTACT jako metodę referencyjną. Jest to uzasadnione brakiem dodatkowych uproszczeń wspomnianej metody, poza założeniami przybliżenia półprzestrzeni sprężystych. Rozszerzenie programu CONTACT poza wspomniane założenia, pozwalające na konforemny kontakt koła i szyny wykazało, że przyjęte założenia są wystarczające dla kontaktu koła i szyny [65].

Opracowana metodyka badań służyła analizie wpływu przywołanych modeli kontaktu koła i szyny na wyniki symulacji stabilności jazdy. Choć można znaleźć prace oceniające zaimplementowane metody uproszczone w symulacjach dynamiki pojazdów szynowych np. w [61,66], to nie poświęca się większej uwagi na analizy stabilności, szczególnie czułe na wyznaczane siły kontaktowe. Nowsza praca, która poświęca się dokładnie temu zagadnieniu zawiera wnioski o rozbieżności wyników w zależności od zastosowanej metody [67]. Dlatego tzw. badania online stabilności jazdy, z zastosowaniem wybranych metod są szczególnie ważne.

Następnie analiza literaturowa nad zagadnieniem stabilności wskazała na parametry geometryczne kontaktu koła i szyny jako najbardziej istotne dla zachowania dynamicznego. Pomimo, że warunki tarcia na styku koła z szyną również mogą wpływać na stabilność pojazdów szynowych, ponieważ norma [1] wymaga badań stabilności dla suchych szyn nie badano wpływu zmienności współczynnika tarcia. Jest to uzasadnione największym prawdopodobieństwem wystąpienia niestabilności dla suchych szyn. Za parametry geometryczne styku odpowiadają: profil i średnica koła, profil i pochylenie szyny. Wyboru badanych parametrów geometrycznych dokonano na podstawie wymagań wspomnianej normy, która jako podstawowy parametr wyszczególnia stożkowatość ekwiwalentną wynikającą z powyższych. Z tego względu na potrzeby prowadzonych badań testowano różne zestawienia profili koła i szyny dające szeroki zakres wartości stożkowatości ekwiwalentnej. Co więcej badania obejmowały poza nominalnymi profilami również zmierzone rzeczywiste zarysy. Natomiast w celu prezentacji zależności wyników stabilności od geometrii styku wybrano następujące parametry:

- stożkowatość ekwiwalentna,
- parametr kąta styku,
- parametr nieliniowości funkcji stożkowatości,

Wartość ostatniego parametru powinna pomóc przewidzieć zachowanie pojazdu w zależności od amplitudy wymuszenia. Natomiast pozostałe parametry wybrano, ponieważ są standardowo wykorzystywane w linearyzacji geometrii styku [10].

W oparciu o analizę literaturową dotyczącą modelowania kontaktu koła i szyny przyjęto hipotezę roboczą: na różnicę w wyniku sił kontaktowych względem metody referencyjnej w znacznym stopniu wpływa rozwiązanie zagadnienia stycznego kontaktu koła i szyny. W związku z czym na potrzeby rozwoju metod modelowania kontaktu koła i szyny skupiono się głównie na zagadnieniu stycznym kontaktu koła i szyny.

W celu oceny dokładności nowo zaproponowanej metody obliczania sił stycznych wybrano metodę offline rekalkulacji sił kontaktu koła i szyny. W tej metodzie nie ma konieczność implementacji ocenianych metod w środowisku MBS, natomiast część wyników symulacji stanowią dane wejściowe do powtórnego przeliczenia sił kontaktowych. Podobne podejście znaleźć można w wielu pracach np. [61,62,68], przy czym na potrzeby niniejszej rozprawy skupiono się na problemie stabilności podobnie jak w pracy [69]. Istotne w zaproponowanej metodyce jest prowadzenie badań nad algorytmami obliczania sił kontaktowych dla realnych warunków styku, towarzyszącym badaniom stabilności pojazdów

szynowych, wykonanych w pierwszym etapie prac. Dlatego w metodzie offline analizowano jeden cykl ruchu sinusoidalnego zestawów kołowych podobnie jak w pracy [69].

4.2. Obiekty badań

W pracy doktorskiej skupiono się głównie na badaniach dwuosiowych pojazdów szynowych, które obecnie są rzadko przywoływane w pracach naukowych. Mniejsze zainteresowanie tą grupą pojazdów spowodowane jest przede wszystkim przewyższającą liczbą nowoprojektowanych pojazdów wózkowych. Jednak w dalszym ciągu eksploatuje i utrzymuje się wagony towarowe i pojazdy utrzymania toru, dla których to układ dwuosiowy jest często spotykany. Szczególnie w Polsce popularne są pojazdy specjalne projektowane w Zakładzie Pojazdów Szynowych w Stargardzie. Wybrane do analiz typy pojazdów ze względu na parametry geometryczne oraz układy zawieszenia cechują specyficzne warunki współpracy koła i szyny. Niemniej jednak opracowana metodyka badań oraz metody obliczeniowe mogą być z powodzeniem stosowane do pozostałych grup pojazdów szynowych.

Pierwszym z badanych obiektów jest dwuosiowy wózek motorowy typu WM-15C. Na rysunku 14 przedstawiono widok pojazdu podobnego pojazdu z rodziny wózków motorowych WM-15, który charakteryzuje się tym samym układem biegowym.



Rys. 14. Widok wózka motorowego WM-15A

Pojazd WM-15C charakteryzuje wieszakowy układ zawieszenia oraz prowadzenie widłowe zestawów kołowych. Napęd generowany przez silnik spalinowy przenoszony jest za pośrednictwem wałów napędowych na przekładnie zębate, których korpusy łożyskowo osadzone są na dwóch napędzanych osiach zestawów kołowych, moment reakcyjny z korpusów przekładni obierany jest za pośrednictwem sprężystych drążków reakcyjnych (niemal poziomych) połączonych z ramą nadwozia. Następnie usprężynowanie stanowią:

zestaw sprężyn śrubowych szeregowo połączony z resorem piórowym, którego tarcie wewnętrzne odpowiada również za tłumienie drgań.

Drugim badanym pojazdem dwuosiowym jest platforma typu CA-26.12. Widok ogólny pojazdu przedstawiono na rysunku 15.



Rys. 15. Widok platformy typu CA-26.12. Źródło: <https://www.mtrzps.com.pl/zps/galeria/p30.jpg> (dostęp: 26.09.2025)

Konstrukcja układu biegowego platformy jest bliźniacza z wózkiem motorowym typu WM-15C, zastosowano jednak profil koła o zawężonym obrzeżu. Ponadto ze względu na możliwość przystosowania pojazdu do jazdy na szerokim torze zwiększony został poprzeczny rozstaw usprężynowania z 2 m do 2,233 m. Napęd pojazdu realizowany jest tylko na jeden zestaw kołowy generowany przez silnik hydrauliczny mocowany bezpośrednio na przekładni osiowej, której korpus łożyskowy jest na osi oraz podparty „za nos” do ramy nadwozia.

Kolejnym obiektem badań jest dwuosiowa zgarniarka tłucznia uniwersalna typu ZTU-300.02, której widok przedstawia rysunek 16. W tym przypadku koncepcja układu wieszaków oraz wideł maźniczych jest nieco inna od poprzednio scharakteryzowanych pojazdów. Ponadto w układzie biegowym nie zastosowano resorów piórowych a jedynie sprężyny śrubowe prowadzone kolumnowo. Za tłumienie pionowe odpowiadają tłumiki hydrauliczne, które zastosowano również w celu wprowadzenia tłumienia poprzecznego między zestawem kołowym (mocowanie do przekładni osiowej) a ramą konstrukcji nośnej. Napęd hydrauliczny na dwie osie przenoszony na zestawy kołowe jest za pośrednictwem przekładni osiowych zawieszonych „za nos”.



Rys. 16. Widok zgarniarki tuczni uniwersalnej typu ZTU-300.02. Źródło: <https://www.mtrzsps.com.pl/zps/galeria/p28.jpg> (dostęp: 26.09.2025)

Podstawowe parametry badanych pojazdów zestawiono w tabeli 1. Przedstawione parametry świadczą o zróżnicowaniu konstrukcji wybranych pojazdów: masa zgarniarki tuczni mocno odbiega od pozostałych a pojazdy o bliźniaczym układzie zawieszenia WM-15C oraz CA-26.12 wykazują odmienną bazę i profil koła.

Tabela 1. Podstawowe parametry techniczne badanych pojazdów

Nazwa pojazdu	WM-15C	CA-26.12	ZTU-300.02
Baza pojazdu	7,24 m	6,2 m	7,75 m
Masa całkowita w stanie niezaladowanym	24000 kg	24500 kg	38000 kg
Dopuszczalna masa ładunku	12000 kg	1500 kg	5000 kg
Średnica kół	920 mm	920 mm	920 mm
Poprzeczny rozstaw okręgów tocznych	1,5 m	1,5 m	1,5 m
Profil koła	S1002 (podstawowy)	S1002/h28/e30,5/6,7%	S1002/h28/e30,5/6,7%
Maksymalna prędkość eksploatacyjna	80 km/h	80 km/h	100 km/h

4.3. Modele symulacyjne

4.3.1. Przyjęte założenia

Modele obliczeniowe badanych pojazdów zbudowano w środowisku symulacyjnym MBS Simpack 2024. Metoda MBS polega na modelowaniu rzeczywistego obiektu zbiorem brył sztywnych lub elastycznych reprezentujących poszczególne elementy obiektu istotne dla jego dynamiki. Bryły o zdefiniowanych przez użytkownika parametrach fizycznych wraz z określonymi połączeniami między nimi tworzą topologie, na podstawie której program buduje równania ruchu. Niektóre rodzaje elementów wprowadzają dodatkowe równania algebraiczne wówczas wybrany solver rozwiązuje układ równań różniczkowo-algebraicznych (DAE) poprzez całkowanie z automatycznie dobranym krokiem czasowym.

Oprogramowanie Simpack dla symulacji w dziedzinie czasu dąży do maksymalnie dużego kroku obliczeniowego w celu minimalizacji liczby kroków a co za tym idzie czasu obliczeń, przy zachowaniu wymaganych tolerancji wyniku [34]. Ponadto niektóre stosowane elementy takie jak element trący wymagają stosowania procedury wykrywania zdarzeń, wówczas solver w dokładny sposób (dla przyjętych tolerancji) wyznacza czas przejścia między stanami. Oprogramowanie Simpack posiada szereg narzędzi ułatwiających modelowanie pojazdów szynowych, które nie występują w podstawowym oprogramowaniu MBS. Są to np. modele kontaktu koła i szyny czy narzędzie do tworzenia toru z nierównościami.

Dla zbudowanych modeli numerycznych przyjęto następujące założenia:

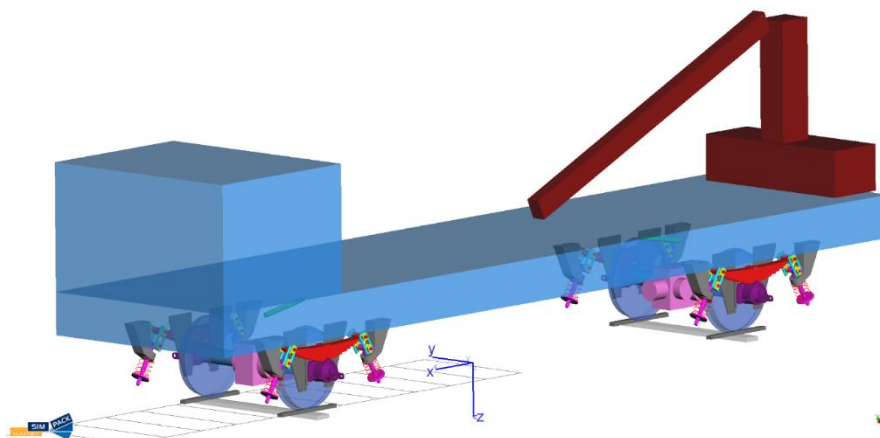
- Modelowanie wszystkich wyróżnionych brył jako ciała idealnie sztywne. Uzasadnienie modelowania nadwozi pojazdów jako bryły sztywne przedstawiono w rozdziale 4.4.3. Parametry masowe brył wyznaczano na podstawie modeli CAD i dokumentacji pojazdów.
- Elastyczność wideł maźniczych modelowano przy użyciu elementów siłowych o sztywności wyznaczonej za pomocą obliczeń MES.
- Parametry elementów podatnych układu zawieszenia przyjęto na podstawie dokumentacji konstrukcyjnej. Jedynie w przypadku resora piórowego informacje o jego pionowej sztywności uzupełniono o wykreślenie pętli histerezy za pomocą symulacji MES. Szczegóły odnośnie modelowania resora piórowego wraz z wynikami symulacji przedstawiono w rozdziale 4.4.2.
- Pominięto wpływ sił napędu na zestawy kołowe ze względu na charakter badań nad stabilnością dla stałej prędkości.
- Ze względu na stosunkowo niewielkie prędkości dopuszczalne analizowanych pojazdów podczas badań pominięto siły oddziaływania aerodynamicznego.
- W przypadku modelowania kontaktu koła i szyny ograniczono się do stałej wartości współczynnika tarcia (tarcie Coulumbowskie).
- Przyjęto idealny obrotowo-symetryczny kształt koła o promieniu nominalnym oraz szynę stanowiącą wyciągnięcie proste jej zarysu.
- Układ wieszaków modelowano przy pomocy kilku brył sztywnych reprezentujących wieszaki, kamienie oraz sworznie połączone łańcuchem więzów kinematycznych, domkniętymi elementami siłowymi, których parametry są istotne dla pracy całego zawieszenia. Ponadto zamodelowano efekt przetaczania się powierzchni cylindrycznych wieszaków po kamieniach oraz kamieni po sworzniach opisany np. w [59,70,71]. W tym celu dodano obrotowe elementy trące dla każdej wspomnianej pary, z zadaniem współczynnikiem tarcia, odpowiadającym za przejście między stanem przetaczania a poślizgu oraz sztywnością w stanie przyczepności, odpowiadającą sile zwrotnej od wychylenia wahadła technicznego w stanie przetaczania. Ponieważ sztywność w stanie przetaczania jest proporcjonalna do siły pionowej [70] model elementu trącego uwzględniał tę zależność ze względu na zmienność w czasie siły pionowej działającej na układ wieszaków. Szczegóły

odnośnie modelowania układu wieszaków wraz z wynikami symulacji przedstawiono w rozdziale 4.4.1.

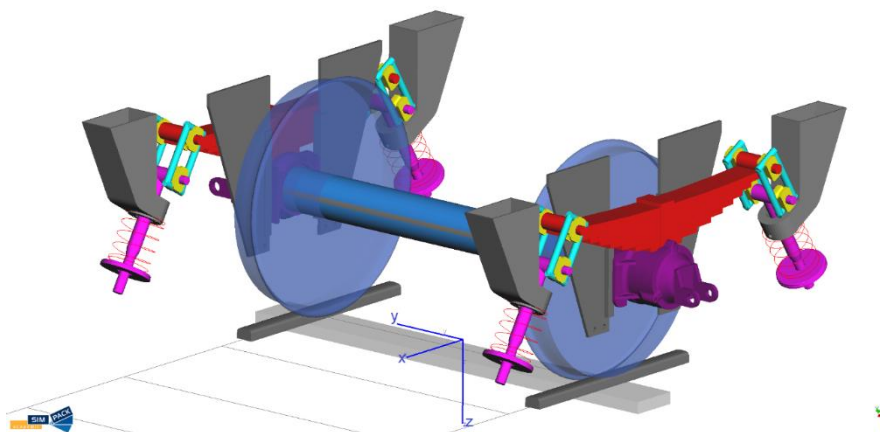
4.3.2. Parametry modeli symulacyjnych

Ze względu na złożoność modeli numerycznych w niniejszej rozprawie szczegółowo przedstawione zostaną parametry masowe (bez dewiacyjnych momentów bezwładności) brył o znaczącej masie oraz parametry elementów siłowych i więzów kinematycznych. Położenie większości elementów będzie widoczne na reprezentacji graficznej topologii, pozostałe istotne informacje będą przedstawione w treści rozprawy.

Graficzną reprezentację topologii modelu wózka motorowego typu WM-15C przedstawiono na rysunku 17 z widokiem szczegółowym na układ biegowy na rysunku 18.



Rys. 17. Widok reprezentacji graficznej topologii modelu pojazdu WM-15C



Rys. 18. Widok reprezentacji graficznej topologii układu biegowego modelu pojazdu WM-15C

Szczegółowe parametry brył masowych z wyłączeniem elementów masowych układu wieszaków i usprężynowania (resor oraz prowadzenie sprężyn śrubowych) zawarto w tabeli 2. Dla elementów widocznych na rysunku 18 parametry wyrażone są w układzie

współrzędnych o początku w środku geometrycznym zestawu kołowego na wysokości główki szyny, a dla pozostałych elementów w układzie o początku w środku geometrycznym pojazdu na wysokości główki szyny.

Tabela 2. Parametry masowe brył sztywnych w modelu pojazdu WM-15C

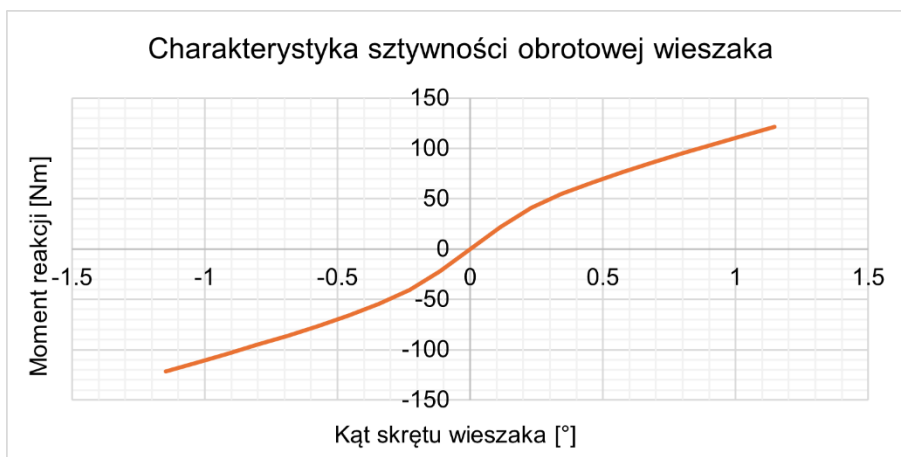
Nazwa bryły	Ilość	Masa	Położenie środka ciężkości			Momenty bezwładności		
		[kg]	[m]			względem środka ciężkości		
		m	x_c	y_c	z_c	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
Nadwozie	1	18842	0,115	0	-1,235	15715	223867	228364
Przekładnia	2	760	$\pm 3,49$	0	-0,46	21	47	45
Zestaw kołowy	2	1275	0	0	-0,46	636	102	636
Maźnica	4	125,5	0	$\pm 1,00$	-0,61	9	19	12

Parametry więzów kinematycznych i elementów podatnych modelu wózka motorowego typu WM-15C przedstawiono w tabeli 3. Większość parametrów zgodna jest z podstawowym układem współrzędnych. Różni się to w przypadku sprężyn śrubowych wraz z mocowaniem i układu wieszaków, gdzie oś z zwrócona jest zgodnie z osią sprężyn pochyloną o 31° od pionu a oś y poprzecznie, następnie dla mocowania przekładni oś x wyznaczały punkty mocowania na przekładni i nadwoziu. Dla modelu resora piórowego przedstawionego szczegółowo w punkcie 4.4.2 parametrami odpowiadającymi za charakterystykę ugięcia pionowego były sztywności w stanie przyczepności i poślizgu oraz zastępczy współczynnik tarcia determinujący przejście między tymi stanami. Zastępczy współczynnik tarcia odpowiadał wartości rzeczywistej, która zastosowana została również w elemencie momentu oporowego tarcia mocowania resora do maźnicy. Ponadto w połączeniu resora z układem wieszaków występowała dodatkowa podatność w kierunku obrotu wokół osi wzdłużnej odpowiadająca elastyczności skrętnej piór. W samym układzie wieszaków, w elementach podatnych domykających łańcuchy kinematyczne, wprowadzono sztywności na połączeniu wieszaków z górnymi kamieniami wyznaczone przy pomocy symulacji MES. Parametrami elementów trących układu wieszaków był promień tarcia, współczynnik tarcia oraz jednostkowa sztywność na promieniu w stanie przyczepności.

Tabela 3. Parametry więzów kinematycznych i elementów podatnych w modelu pojazdu WM-15C

Nazwa elementu	Ilość	Łączone bryły		Parametry	
		Bryła 1	Bryła 2	Symbol	Wartość
Łożyskowanie przekładni	2	Przekładnia	Zestaw kołowy	x, y, z, α, γ	0
Łożyskowanie maźnicy	4	Maźnica	Zestaw kołowy	x, y, z, α, γ	0
Mocowanie resora	4	Maźnica	Resor	x, y, α, β	0

Mocowanie sprężyn śrubowych	8	Nadwozie	Prowadzenie sprężyn śrubowych	x, y, α, β	0
				r	17,5 mm
Mocowanie kamieni	32	Kamień	Sworzeń	x, y, z, α, γ	0
				$C_{r, stat} (k_1)$	0,9688 1/mm
				μ	0,2
	32	Wieszak	Kamień (wszystkie)	r	12,5 mm
				$C_{r, stat} (k_1)$	1,2641 1/mm
				μ	0,2
Mocowanie wieszaków	16	Wieszak	Kamień górny	x, y, β	0
				C_z	94714400 N/m
				C_y	Rysunek 19
	16	Wieszak	Kamień dolny	x, y, z, β, γ	0
Drażek reakcyjny przekładni	2	Przekładnia	Nadwozie	C_x	4750000 N/m
				d_x	4750 Ns/m
	4	Maźnica	Resor	$C_{z, kin} (k)$	1513000 N/m
				$C_{z, stat} (k_1)$	778945 N/m
				$d_{z, kin}$	151,3 Ns/m
				$d_{z, stat}$	778,9 Ns/m
				$\mu' (\mu)$	0,0352 (0,2)
	8	Resor	Sworzeń resora	C_α	91173 Nm/rad
				d_α	91,2 Nms/rad
	8	Nadwozie	Maźnica	l_x	12,5 mm
				l_y	20 mm
				C_x	151837 kN/m
				C_y	387402 N/m
				d_x	15184 Ns/m
				d_y	38,7 Ns/m
Sprężyny śrubowe	8	Nadwozie	Prowadzenie sprężyn śrubowych	C_z	567485 N/m
				C_y	4405 Nm/rad



Rys. 19. Charakterystyka sztywności obrotowej wieszaka

Model MBS platformy typu CA-26.12 został zbudowany w sposób analogiczny do przedstawionego modelu wózka motorowego WM-15C. W zakresie topologii pojazdy różnią się przede wszystkim bazą oraz rozstawem poprzecznym usprężynowania. Parametry masowe pojazdu CA-26.12 zawarto w tabeli 4. Z kolei parametry więzów kinematycznych oraz elementów podatnych różniące się od parametrów pojazdu WM-15C (tabela 3) przedstawiono w tabeli 5.

Tabela 4. Parametry masowe brył sztywnych w modelu pojazdu CA-26.12

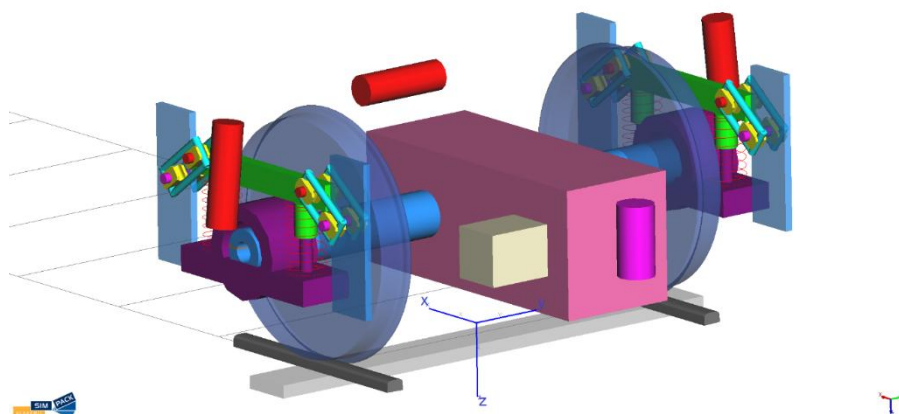
Nazwa bryły	Ilość	Masa	Położenie środka ciężkości			Momenty bezwładności względem środka ciężkości		
		[kg]	[m]	[m]	[m]	[kg·m ²]	[kg·m ²]	[kg·m ²]
		m	x _c	y _c	z _c	I _{xx}	I _{yy}	I _{zz}
Nadwozie	1	20330	0,05	0	-1,51	25655	272839	266629
Przekładnia	1	546	-2,810	-0,04	-0,46	21	59	65
Zestaw kołowy napędny	1	1321	0	0	-0,46	655	102	655
Zestaw kołowy toczny	1	1175	0	0	-0,46	650	99	650
Maźnica	4	134,5	0	±1,116	-0,6	9	19	12

Tabela 5. Parametry więzów kinematycznych i elementów podatnych w modelu pojazdu CA-26.12

Nazwa elementu	Ilość	Łączone bryły		Parametry	
		Bryła 1	Bryła 2	Symbol	Wartość
Łożyskowanie przekładni	1	Przekładnia	Zestaw kołowy	x, y, z, α, γ	0
	1	Nadwozie	Wieszak przekładni	x, y, z, γ C _α , C _β	0 11304 Nm/rad

Mocowanie przekładni osiowej		Wieszak przekładni	Przekładnia	C_x	104466667 N/m
				C_y	5090000 N/m
				C_z	3067214 N/m
Prowadzenie widłowe (jedna strona maźnicy)	8	Nadwozie	Maźnica	l_x	18 mm
				l_y	15 mm
				C_x	240674 kN/m
				C_y	1995399 N/m
				d_x	24067 Ns/m
				d_y	200 Ns/m

Następnie na rysunku 20 przedstawiono reprezentację graficzną topologii układu biegowego zgarniarki tłucznia ZTU-300.02 znacznie różniącą się od dotychczas omawianych pojazdów.



Rys. 20. Widok reprezentacji graficznej topologii układu biegowego modelu pojazdu ZTU-300.02

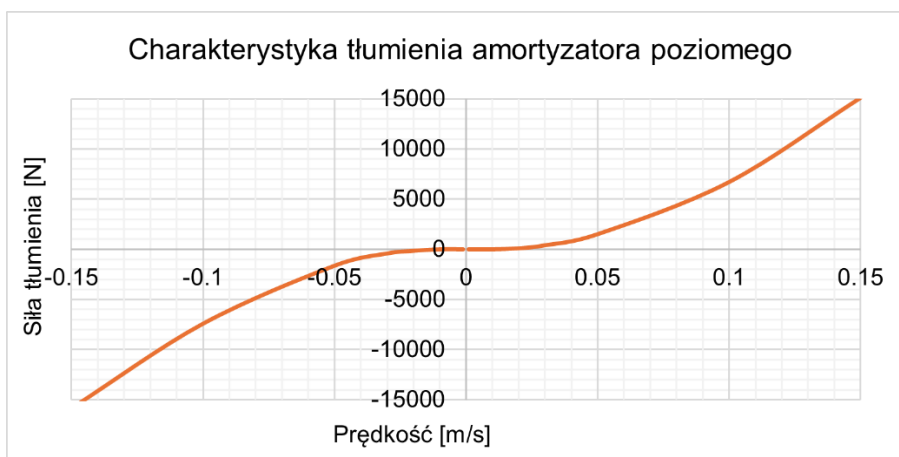
Szczegółowe parametry brył masowych przedstawiono w tabeli 6 analogicznie do poprzednich pojazdów z pominięciem brył układu wieszaków. Masę sprężyn śrubowych rozdzielono po równo między maźnicę a jarzmo. Dla elementów widocznych na rysunku 20 parametry wyrażone są w układzie współrzędnych o początku w środku geometrycznym zestawu kołowego na wysokości główki szyny, a dla nadwozia w układzie w środku geometrycznym pojazdu na wysokości główki szyny.

Tabela 6. Parametry masowe brył sztywnych w modelu pojazdu ZTU-300.02

Nazwa bryły	Ilość	Masa	Położenie środka ciężkości			Momenty bezwładności względem środka ciężkości		
		[kg]	[m]			[kg·m ²]		
		m	x_c	y_c	z_c	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
Nadwozie	1	32854	-0,035	0	-1,313	24326	631047	632693

Przekładnia z silnikiem	2	712	-0,285	-0,028	-0,46	32	100	105
Zestaw kołowy	2	1260	0	0	-0,46	660	82	660
Maźnica	4	230	0	±1,00	-0,412	2,7	8,8	7,9
Jarzmo	4	48	0	±1,00	-0,708	0,15	2,7	2,6

Parametry więzów kinematycznych i elementów podatnych zgarniarki tłucznia ZTU-300.02 przedstawiono w tabeli 7. Większość parametrów zgodna jest z podstawowym układem współrzędnych poza wieszakami i kamieni resorowych, dla których oś z wyznaczał kierunek wieszaka o pochyleniu o 53° od pionu. Dla tłumików hydraulicznych, kierunek x wyznacza linia wyznaczona przez punktu mocowania. Położenie tłumików widoczne jest na rysunku 20 w postaci cylindrów koloru czerwonego. Ponieważ tłumienie poprzeczne jest szczególnie istotne dla stabilności pojazdów dwuosiowych [52], w przypadku tłumika poprzecznego zastosowano nieliniowy model tłumienia o charakterystyce odpowiadającej wartością wyznaczonym przez producenta.



Rys. 21. Charakterystyka tłumienia poziomego amortyzatora hydraulicznego

Dodatkowo z karty technicznej wynika, że tłumik posiada tarcie wewnętrzne o stałej sile oporu, co również zostało ujęte w modelu MBS. Elementy tłumiące posiadały również sztywną sztywność odpowiadającą podatności gumowo-metalowych mocowań.

Tabela 7. Parametry więzów kinematycznych i elementów podatnych w modelu pojazdu ZTU-300.02

Nazwa elementu	Ilość	Łączone bryły		Parametry	
		Bryła 1	Bryła 2	Symbol	Wartość
Łożyskowanie przekładni	2	Przekładnia	Zestaw kołowy	x, y, z, α, γ	0
Łożyskowanie maźnicy	4	Maźnica	Zestaw kołowy	x, y, z, α, γ	0

Mocowanie przekładni osiowej	2	Nadwozie	Wieszak przekładni	x, y, z, γ	0
				C_{α}, C_{β}	11304 Nm/rad
		Wieszak przekładni	Przekładnia	C_x	104466667 N/m
				C_y	5090000 N/m
				C_z	3067214 N/m
Mocowanie kamieni	32	Kamień	Sworzeń	r	17,5 mm
				x, y, z, α, γ	0
				$C_{r, stat} (k_1)$	0,9688 1/mm
				μ	0,2
Mocowanie wieszaków	32	Wieszak	Kamień (wszystkie)	r	12,5 mm
				$C_{r, stat} (k_1)$	1,2641 1/mm
				μ	0,2
	16	Wieszak	Kamień górny	x, y, β	0
				C_z	22084775 N/m
				C_y	Rysunek 19
16	Wieszak	Kamień dolny	x, y, z, β, γ	0	
Prowadzenie widłowe (jedna strona maźnicy)	8	Nadwozie	Maźnica	l_x	5 mm
				C_x	59640000 N/m
				d_x	5964 Ns/m
	16			l_y	10 mm
				C_y	5500000 N/m
				d_y	550 Ns/m
Sprężyny śrubowe	8	Jarzmo	Maźnica	C_x, C_y	581513 N/m
				C_z	1160610 N/m
				C_{α}, C_{β}	11161 Nm/rad
Kolumny prowadzące sprężyny	8	Jarzmo	Maźnica	C_x, C_y	50000000 N/m
Tłumik pionowy	4	Nadwozie	Maźnica	d_x	73 kNs/m
				C_x	10299300 N/m
Tłumik poprzeczny	2	Nadwozie	Przekładnia osiowa	d_x	Rysunek 21
				C_x	10299300 N/m
				F_x (oporu)	450 N
				$C_x, stat$	10299300 N/m

Następnie w przypadku omawianego pojazdu wieszaki mocowane są do stosunkowo sztywnych elementów w porównaniu z poprzednio opisanym mocowaniem wieszaków.

Należy zwrócić uwagę, że układ kinematyczny podwójnych wieszaków z jarzmem oraz mocowaniem na nadwoziu traktowanych jako elementy nieodkształcalne, blokowałby możliwość podstawowych ruchów takich jak obrót zestawu kołowego wokół osi pionowej czy obrót nadwozia wokół osi wzdłużnej. Z tego względu istotne było wprowadzenie podatności, odpowiadających elastycznej pracy wspomnianych elementów, co zrealizowano poprzez zastępcze sztywności na połączeniu wieszaków z górnymi kamieniami. Z kolei parametrami elementów trących układu wieszaków był promień tarcia, współczynnik tarcia oraz jednostkowa sztywność na promieniu w stanie przyczepności.

4.3.3. Profile koła i szyny

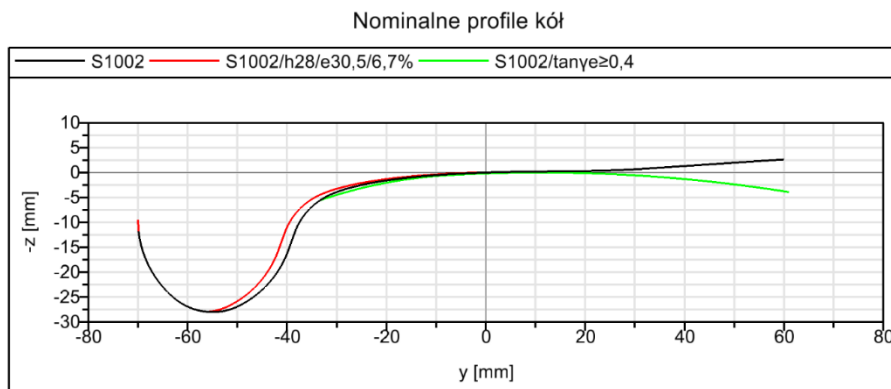
Z uwagi na wymogi interoperacyjności obecnie w Europie najpowszechniejsza jest eksploatacja kół o zarysie S1002 [72] oraz szyn UIC60 o nachyleniu 1/40 lub 1/20. Na potrzeby symulacji dynamiki analizowanych pojazdów rozważano profile o zarysach nominalnych oraz rzeczywistych zarówno koła jak i szyny.

Ze względu na przeważające występowanie na polskich liniach kolejowych szyny UIC60 o nachyleniu 1/40 profil ten zastosowano w każdej symulacji. Poza zarysem nominalnym symulowano rzeczywiste profile dwóch szyn zmierzone na odcinku prostym szlaku kolejowego CMK.

W przypadku profili kół symulowano nominalne profile badanych pojazdów zatem: podstawowy zarys S1002 oraz zarys o zawężonym obrzeżu S1002/h28/e30,5/6,7%. Ponadto dysponowano pomiarami rzeczywistych kół analizowanego pojazdu ZTU-300.02 (o zawężonym obrzeżu) oraz pojazdu dwuosiowego typu WM-15A o podstawowym profilu koła S1002. Zgodnie z wymaganiami normy [1] na potrzeby analizy stabilności pojazdów o prędkości eksploatacyjnej nieprzekraczającej 120 km/h należy zapewnić warunki wysokiej stożkowatości ekwiwalentnej $\tan\gamma_e \geq 0,4$. W tym celu posłużono się specjalnym profilem składającym się z dwóch stycznych łuków o stałych promieniach, który w kombinacji z nominalnym zarysem szyny spełniał wspomniane wymaganie. Ponieważ obrzeże tego profilu zaczerpnięto z profilu podstawowego S1002, specjalny profil oznaczono jako S1002/ $\tan\gamma_e \geq 0,4$.

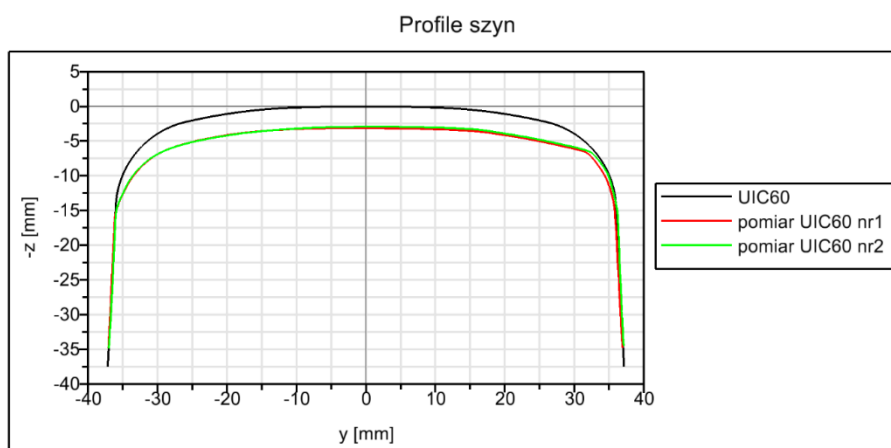
Na potrzeby symulacji MBS wymagana jest reprezentacja zarysów krzywymi ciągłymi do drugiej pochodnej [34]. Do tego sprawdzają się krzywe typu spline, które budowane są przez oprogramowanie na podstawie wprowadzonej przez użytkownika chmury punktów. W przypadku najpopularniejszych profili, dane zawarte są w oprogramowaniu. W środowisku Simpack dostępne są nominalne profile m.in. koła S1002 i szyny UIC60 zbudowane z chmury 1000 punktów. Natomiast profil koła o zawężonym obrzeżu S1002/h28/e30,5/6,7% zbudowano wykorzystując fragmenty profilu podstawowego oraz wytyczne normy [72]. Zatem zewnętrzny fragment obrzeża oraz wewnętrzny zarys powierzchni tocznej do punktu środka układu kartezjańskiego profilu stanowiła chmura punktów profilu podstawowego. Następnie zdyskretyzowano zdefiniowane dla podciętego obrzeża łuki i prostą o nachyleniu 70°. Ostatni fragment łączący obrzeże ze wspomnianą częścią powierzchni tocznej zbudowano przy pomocy danych zawartych w załączniku C normy [72]. Ze względu na łączenie różnych fragmentów zarysu, profil poddano filtracji za pomocą wygładzającej ważonej

krzywej spline dostępnej w programie CONTACT [47] z parametrem długości fali 5 mm. Na rysunku 22 przedstawiono reprezentację wykorzystywanych nominalnych profili kół, w tym skonstruowany profil o wysokiej stożkowatości ekwiwalentnej.



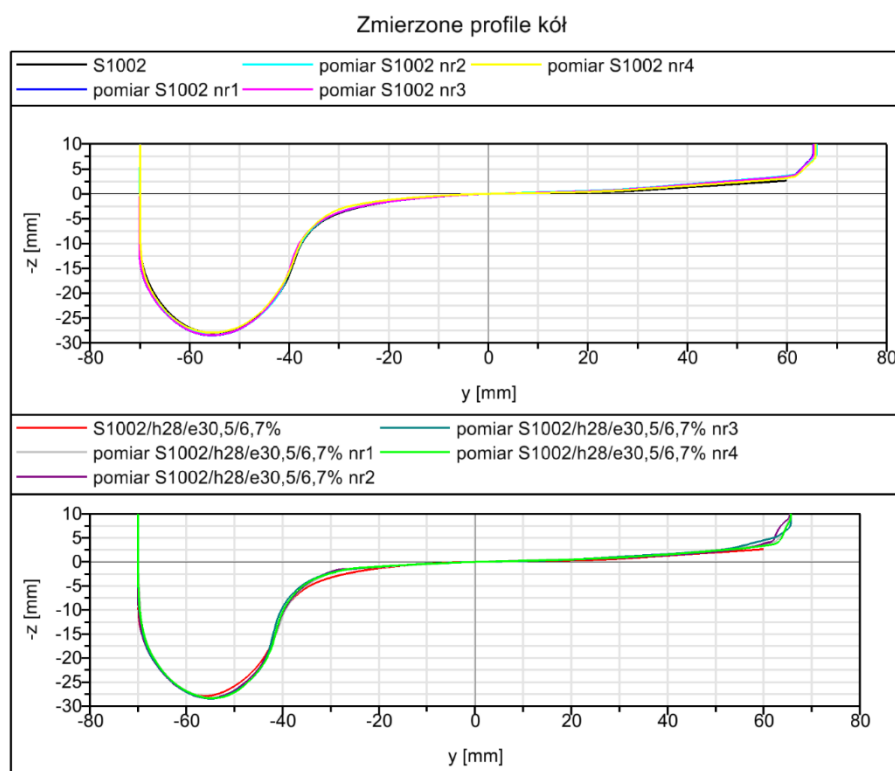
Rys. 22. Nominalne profile kół wykorzystywane w symulacjach MBS

Pomiarów profili kół oraz szyn dokonano laserowym urządzeniem CALIPRI. Reprezentację graficzną zmierzonych profili szyn w odniesieniu do nominalnego profilu przedstawiono na rysunku 23 (przyjęto profile jako prawe). Oprogramowanie urządzenia pomiarowego automatycznie spozycjonowało zarys główki szyny na podstawie dopasowania całego przekroju szyny do nominalnej, łącznie ze stopką, w lokalnym (niepochylonym) układzie współrzędnych. Z tego względu widoczne odchylenie od profilu nominalnego świadczy o jego zużyciu i prawdopodobnej reprofilacji. Zmierzone na szlaku kolejowym prawa i lewa szyna, na potrzeby symulacji traktowano jako osobne profile, które po uwzględnieniu nominalnego rozstawu normalnotorowego 1435 mm i pochyleniu 1/40 budowały dwa tory badawcze.



Rys. 23. Nominalne i zmierzone profile szyn wykorzystywane w symulacjach MBS

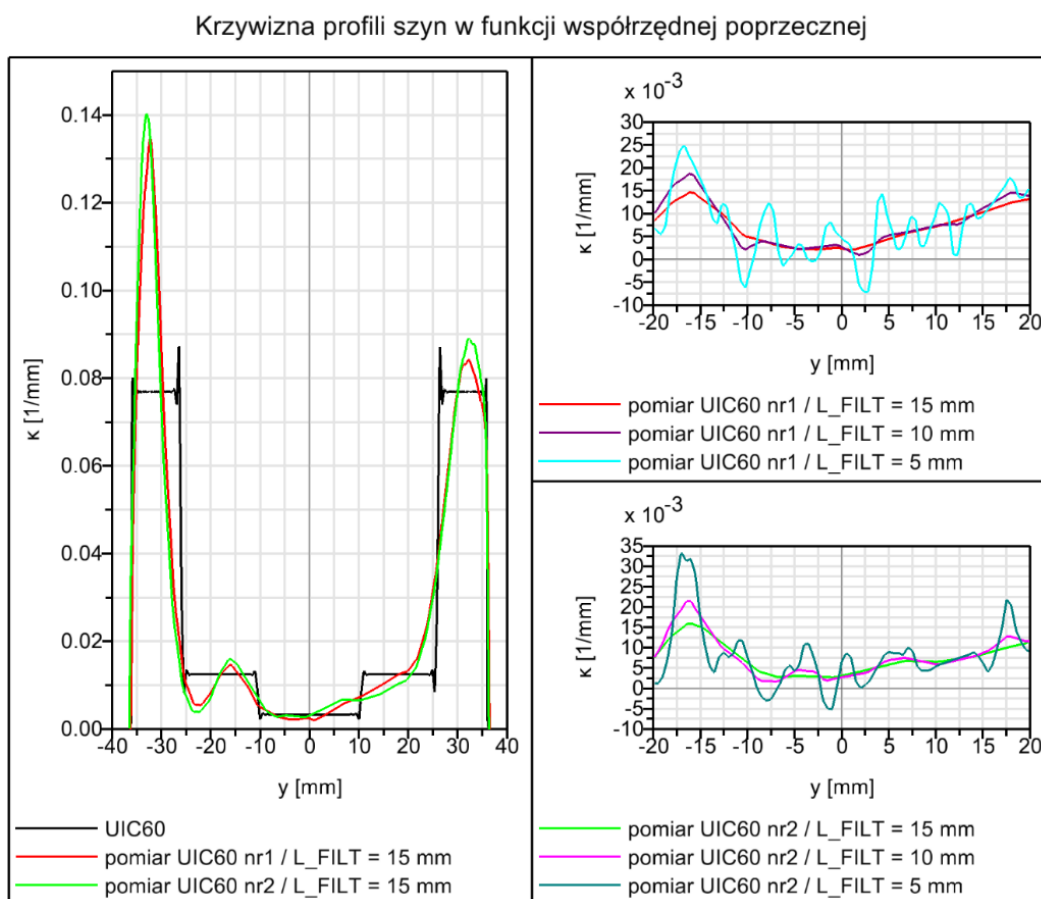
Następnie rysunek 24 zawiera zestawienie zmierzonych profili kół w odniesieniu do nominalnych reprezentacji. Położenie początku lokalnego układu współrzędnych profili zmierzonych w sposób automatyczny wyznaczało oprogramowanie systemu pomiarowego. W przypadku zarysu podstawowego S1002 nie widać znacznego zużycia w odniesieniu do zarysu nowego oraz trudno rozpoznać różnice w zużyciu poszczególnych kół pojazdu. Z kolei dla profilu o zawężonym obrzeżu widoczne jest zużycie w obszarze połączenia powierzchni tocznej z obrzeżem, co może być skutkiem pogorszonej zdolności pokonywania łuków przez pojazd ZTU-300.02, ze względu na niewielki luz prowadzenia zestawów kołowych. Wspomniane zużycie w równym stopniu dotyczyło wszystkich kół pojazdu. W modelach numerycznych zestawów kołowych zmierzone profile kojarzono zgodnie z rzeczywistymi zestawami kołowymi oraz pozycjonowano na nominalnym rozstawie okręgów tocznych odpowiadającym lokalnym układom współrzędnych profili.



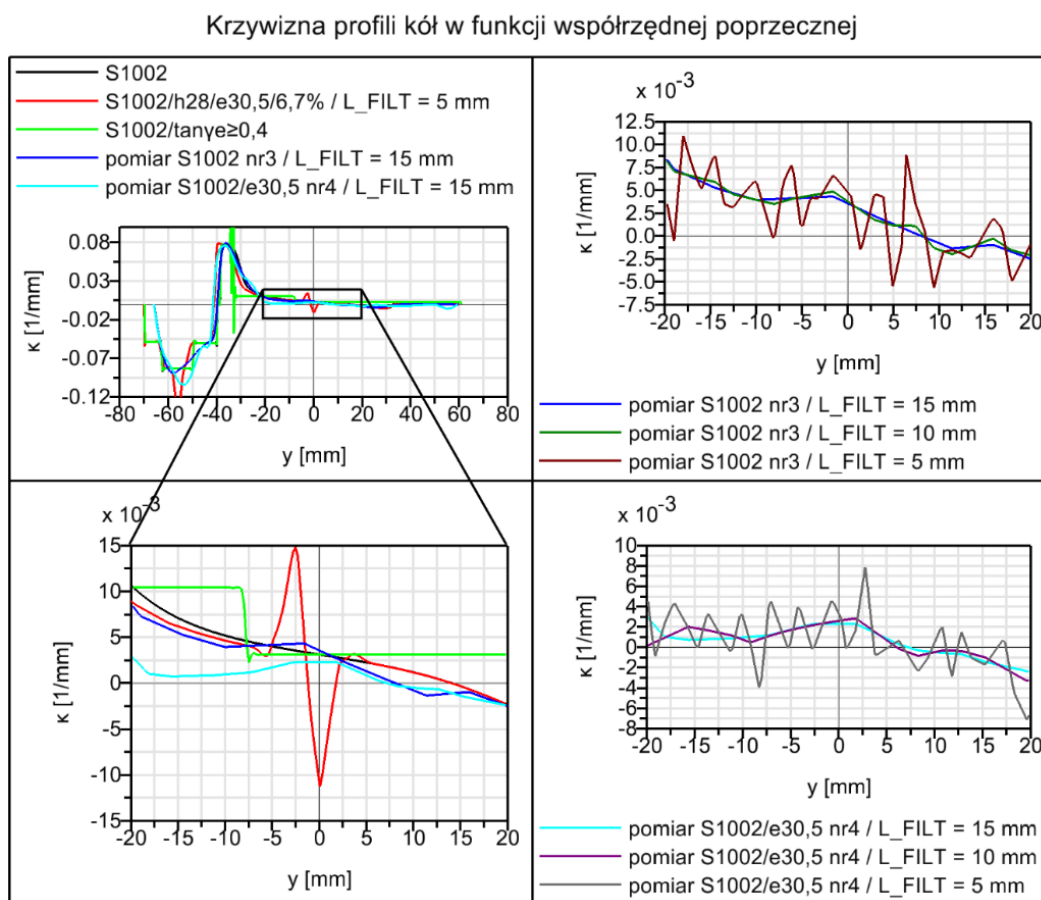
Rys. 24. Zmierzone profile kół wykorzystywane w symulacjach MBS

Zgodnie z mechaniką kontaktu na kształt obszaru styku ciał elastycznych wpływa krzywizna powierzchni w rejonie styku. Ze względu na przyjętą idealną okrągłość koła oraz prostoliniowość szyny, zmiana krzywizny występuje tylko w funkcji współrzędnej poprzecznej z uwagi na kształt profili koła i szyny. Następnie, ponieważ na pomiary optyczne zarysów wpływa szum o różnych źródłach, konieczne jest filtrowanie uzyskanej chmury punktów. Natomiast brak jest dokładnych wytycznych, kiedy przefiltrowany profil uznany jest za odpowiedni do użycia w symulacjach stabilności pojazdów szynowych. Dlatego na potrzeby

pracy badano stabilność dla różnych parametrów filtrowania zmierzonych profili. Tak jak wspomniano na potrzeby filtracji wykorzystano metodę zaimplementowaną w programie CONTACT [47] wygładzającej ważonej krzywej spline. Zmieniano przy tym parametr długości fali L_FILT między wartościami 15, 10 i 5 mm. Uzyskane w ten sposób zależności krzywizny od współrzędnej poprzecznej profili szyn przedstawiono na rysunku 25 (z prawej) a wybranych kół rysunku 26 (z prawej). Z porównania krzywizn zmierzonych profili w obszarze powierzchni toczonej dla wspomnianych wartości parametru filtrowania wynika, że między wartościami 10 a 15 mm nie występują duże różnice, a w potencjalnym obszarze styku o wielkości kilkunastu mm nie ma silnych oscylacji krzywizny w odróżnieniu do filtrowania z parametrem 5 mm.



Następnie krzywizny zarysów zmierzonych szyn wykazały się gładkimi zmianami w przeciwieństwie do nominalnego profilu UIC 60 o skokowo zmiennych promieniach krzywizny (rysunek 25 z lewej). Jednak zachowane są wartości krzywizny występujące w pobliżu środków łuków profilu nominalnego.



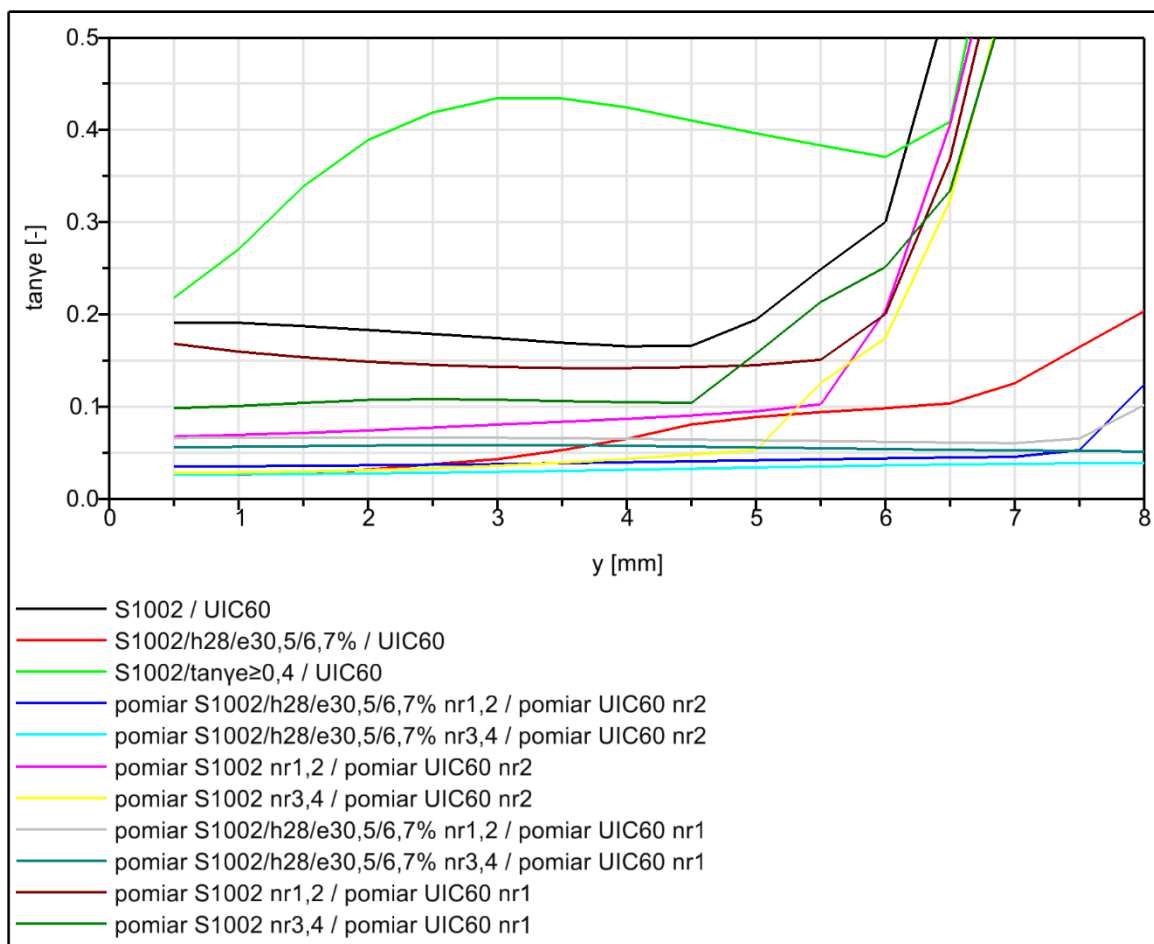
Rys. 26. Porównanie krzywizn profili kół dla różnych parametrów filtrowania

Z kolei dla podstawowego profilu koła S1002 krzywizna zmienia się gładko na powierzchni toczonej co również zanotowano dla profili zmierzonych (rysunek 26 z lewej). Fragment profilu nominalnego z zawężonym obrzeżem w okolicy punktu 0,0 charakteryzuje się dwoma skokami krzywizny dodatniej i ujemnej, co nie wystąpiło dla odpowiadających profili zmierzonych, prawdopodobnie przez silne zużycie w tym rejonie lub/i proces wykonania.

Tak jak wspomniano zgodnie z normą [1] na potrzeby badań stabilności konieczne jest spełnienie wymaganych warunków geometrii kontaktu koła i szyny poprzez zapewnienie odpowiednich wartości stożkowatości ekwiwalentnej. Poza odcinkami toru z wysoką wartością stożkowatości sekcje nie powinny zawierać nadzwyczajnych wartości poza przewidywaną eksploatacją oraz powinno się unikać wąskiego zakresu wartości tego parametru. Na potrzeby oceny wyników symulacji stabilności pojazdów szynowych wyznaczono krzywe ekwiwalentnej stożkowatości w funkcji wychylenia poprzecznego zestawów kołowych. Spośród wszystkich metod obliczania tego parametru [53] wybrano metodę harmoniczną linearyzacji zaimplementowaną w oprogramowaniu Simpack [34]. Wybrana metoda jest bardziej zaawansowana w porównaniu do metody opisanej w normie [53], ponieważ uwzględnia obciążenie koła oraz obrót koła wokół osi wzdłużnej. Dla wszystkich

analizowanych kombinacji zestawów kołowych z torem wyznaczono krzywe stożkowatości ekwiwalentnej dla pionowego obciążenia kół 60 kN. Zgodnie z wymaganiami normy [1] zapewniono szeroki zakres stożkowatości.

Stożkowatość ekwiwalentna w funkcji wychylenia poprzecznego zestawu kołowego



Rys. 27. Porównanie stożkowatości ekwiwalentnej dla analizowanych kombinacji zarysów kół z szynami

Przeprowadzona harmoniczna linearyzacja pozwala również na wyznaczenie dodatkowych parametrów geometrii kontaktu. Z czego na potrzeby prezentacji wyników w niniejszej pracy wyznaczono bezwymiarowy parametr kąta styku ϵ zdefiniowany przez nachylenie funkcji kąta styku, będącej średnim nachyleniem powierzchni styku dwóch kół w zależności od wychylenia poprzecznego. Wartość stożkowatości ekwiwalentnej oceniono dla założonej wg normy [1] amplitudy ruchu wężykowego 3 mm – w przypadku luzu w torze zestawu kołowego przekraczającego 7 mm. Wartości wszystkich wspomnianych parametrów geometrii styku zestawiono w tabeli 8.

Tabela 8. Badane parametry geometrii kontaktu dla wychylenia poprzecznego zestawu kołowego 3 mm

Konfiguracja zarysów kół i szyn	Stożkowatość ekwiwalentna	Parametr kąta styku	Parametr nieliniowości
	$\tan\gamma_e$ [-]	ϵ [-]	N_p [1/mm]
S1002 / UIC60	0,174	10,917	-0,009
S1002/h28/e30,5/6,7% / UIC60	0,043	2,426	0,017
S1002/ $\tan\gamma_e \geq 0,4$ / UIC60	0,434	31,002	0,018
pomiar S1002/h28/e30,5/6,7% nr1,2 / pomiar UIC60 nr2	0,038	1,141	0,002
pomiar S1002/h28/e30,5/6,7% nr3,4 / pomiar UIC60 nr2	0,029	0,019	0,002
pomiar S1002 nr1,2 / pomiar UIC60 nr2	0,081	4,194	0,006
pomiar S1002 nr3,4 / pomiar UIC60 nr2	0,036	1,760	0,006
pomiar S1002/h28/e30,5/6,7% nr1,2 / pomiar UIC60 nr1	0,066	3,082	-0,001
pomiar S1002/h28/e30,5/6,7% nr3,4 / pomiar UIC60 nr1	0,059	0,078	0,000
pomiar S1002 nr1,2 / pomiar UIC60 nr1	0,143	7,278	-0,003
pomiar S1002 nr3,4 / pomiar UIC60 nr1	0,107	6,636	-0,001

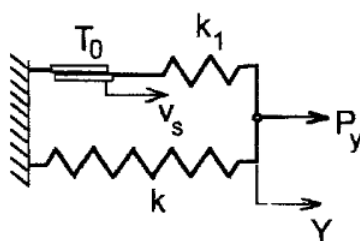
Jak widać na rysunku 27 dla niektórych profili funkcja stożkowatości jest nieliniowa już w zakresie założonego ruchu wężykowego. W celu lepszego scharakteryzowania tej krzywej poza wartością dla założonego wychylenia, norma [53] definiuje parametr nieliniowości N_p , jako nachylenie prostej przecinającej funkcję stożkowatości dla założonego wychylenia poprzecznego $y \pm \Delta y$. W przypadku amplitudy 3 mm zaproponowano jako Δy przyjąć 1 mm, dla tej wartości wyznaczono parametr nieliniowości również zestawiony w tabeli 8. Dla większości profili parametr nieliniowości przyjął wartość bliską 0, jedynie dla specjalnego profilu o wysokiej stożkowatości oraz nominalnego profilu o zawężonym obrzeżu przyjmuje znaczną wartość dodatnią. Oznacza to, że dla tych profili spodziewane jest wystąpienie podkrytycznej bifurkacji [53,55].

4.4. Walidacja modeli symulacyjnych

4.4.1. Model układu wieszaków

Jako, że sztywność prowadzenia zestawów kołowych (poprzeczna oraz obrotu zestawu kołowego) jest szczególnie istotna dla stabilności pojazdów dwuosioowych [52] przeprowadzono walidację modelu wielobryłowego układu wieszaków z niezależną metodą obliczeniową MES. W tym celu zbudowano modele MES w środowisku Abaqus 2024 składające się z elementów zawieszenia modelowanych jako ciała liniowo sprężyste oraz z uwzględnieniem kontaktu ze sformułowaniem funkcją kary (ang. penalty). Zadaniem zbudowanego modelu MES było wyznaczenie charakterystyk zawieszenia w postaci

wykreślenia pętli histerezy sił/momentów reakcji, w odpowiedzi na kinematyczne wymuszenia zestawu kołowego, dla zadanego współczynnika tarcia wszystkich par kontaktowych układu wieszaków obciążanych ciężarem nadwozia. W pierwszym etapie postanowiono porównać wyniki obliczeń dla modelu wahadła technicznego o parametrach odpowiadających pojedynczemu wieszakowi w kontakcie z unieruchomionym kamieniem z obliczeniami analitycznymi zgodnie z [70]. Model fenomenologiczny takiego układu przedstawiono na rysunku 28, na którym występują parametry: siła graniczna tarcia T_0 związana z danym współczynnikiem tarcia, sztywność w stanie poślizgu k oraz sztywność w stanie przetaczania z połączenia równoległego sztywności k oraz k_1 .



Rys. 28. Model fenomenologiczny wahadła fizycznego [70]

Dla wieszaka o długości L (odległość między środkami powierzchni cylindrycznych) i promieniu r oraz promieniu powierzchni cylindrycznej kamienia R parametry sztywności względne wyznaczyć można z uproszczonych formuł [70]:

$$\frac{k}{F_z} = \frac{1}{L} \quad (29)$$

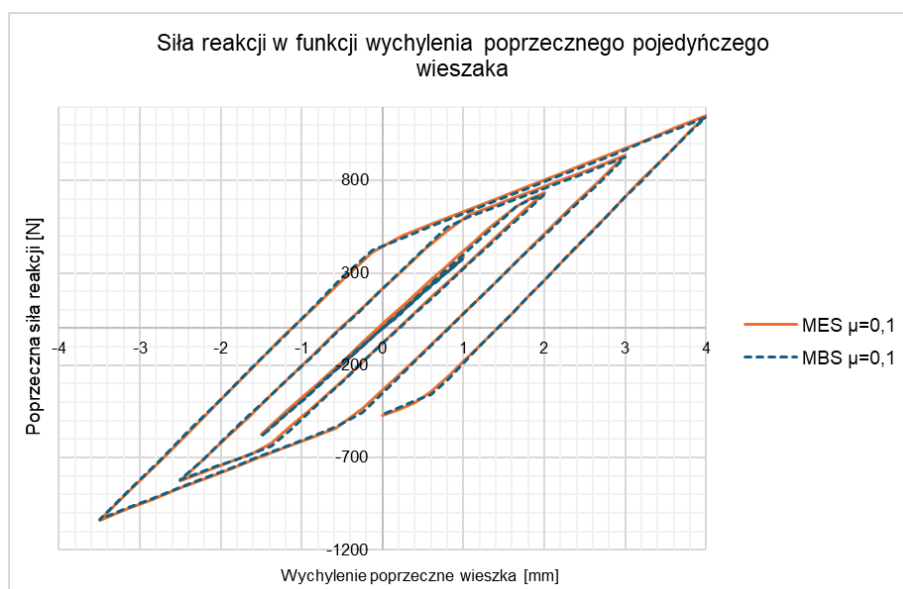
$$\frac{k_1}{F_z} = \frac{1}{(L-r)^2} \left(\frac{r^2}{R-r} + L \right) - \frac{1}{L}$$

Z kolei dla obliczeń MES wspomniane sztywności odczytano z wykreślonej pętli histerezy dla zadanego wychylenia wahadła. Porównanie wyników dla geometrii układu wieszaków analizowanych pojazdów zestawiono w tabeli 9. Różnica względna sztywności w poślizgu dla dwóch metod jest znikoma a dla wypadkowej sztywności przetaczania wyniosła 9 %. Wynika to z uproszczenia obliczeń analitycznych dla których założony jest styk punktowy ciał sztywnych podczas gdy w modelu MES formował się konforemny obszar styku oraz występowało zjawisko mikropoślizgu. Z tego względu do walidacji modelu MBS układu wieszaków analizowanych pojazdów służyła metoda MES.

Tabela 9. Parametry modelu wahadła fizycznego

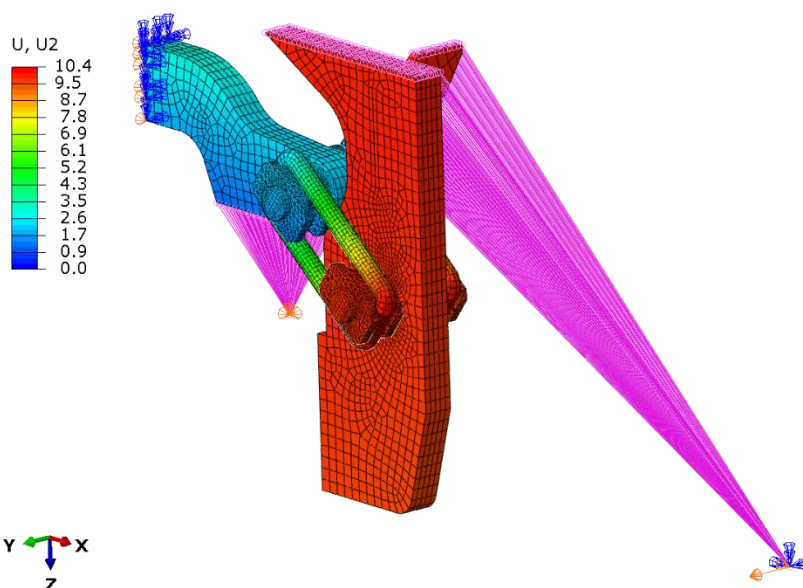
L	r	R	F _z	równanie (29)		model MES	
				k	k ₁	k	k ₁
249 mm	12,5 mm	13,5 mm	34000 N	136,5 N/mm	111,9 N/mm	136,0 N/mm	92,5 N/mm

W celu sprawdzenia prawidłowości implementacji efektu przetaczania i poślizgu cylindrycznych powierzchni układu wieszaków w środowisku MBS Simpack 2024, wykonano analizę porównawczą wychylenia poprzecznego pojedynczego wieszaka zamocowanego na kamieniach pod obciążeniem zmiennej siły pionowej. Kinematyka układu wieszaka (łańcuch kinematyczny domknięty elementem siłowym) zapewniała sztywność w stanie poślizgu zgodną z parametrami w tabeli 9. Z kolei jednostkową sztywność w stanie przetaczania odczytano z wyniku obliczeń MES dla zadanej siły pionowej. W środowisku Simpack następnie skorzystano z elementów siłowych typu „Coulomb Friction” łączących kamienie z wieszakiem, zadając promień r wieszaka w definicji kierunku obrotowego. Zadano wybrany współczynnik tarcia z jednostkową sztywnością w stanie przyczepności oraz jednostkową siłą normalną. Następnie w celu umożliwienia prawidłowego działania modelu przy zmiennej sile pionowej wynikowe momenty tarcia opisanych elementów przemnażane były przez siłę pionową i przykładane w dodatkowych elementach siłowych między łączonymi bryłami sztywnymi. Symulację weryfikującą parametry modelu wielobryłowego wykonano dla cyklicznego wychylenia względnego równoległe położonych kamieni zwiększając amplitudę wychylenia w czasie oraz zwiększając obciążenie pionowe od wartości z tabeli 9 do 130% tej wartości. Krzywą siły reakcji w funkcji wychylenia względnego wychylenia poprzecznego kamieni dla współczynnika tarcia 0,1 przedstawiono na rysunku 29, na którym widać zbieżność wyników między porównywanymi metodami. Ponadto można zauważyć, że dla pewnego zakresu wychyleń nie dochodzi do dyssypacji energii przez tarcie ze względu na brak przekroczenia granicy tarcia i przetaczanie się cylindrycznych powierzchni (linia przechodząca przez 0).



Rys. 29. Siła reakcji w funkcji wychylenia poprzecznego pojedynczego wieszaka, dla zmiennej siły pionowej

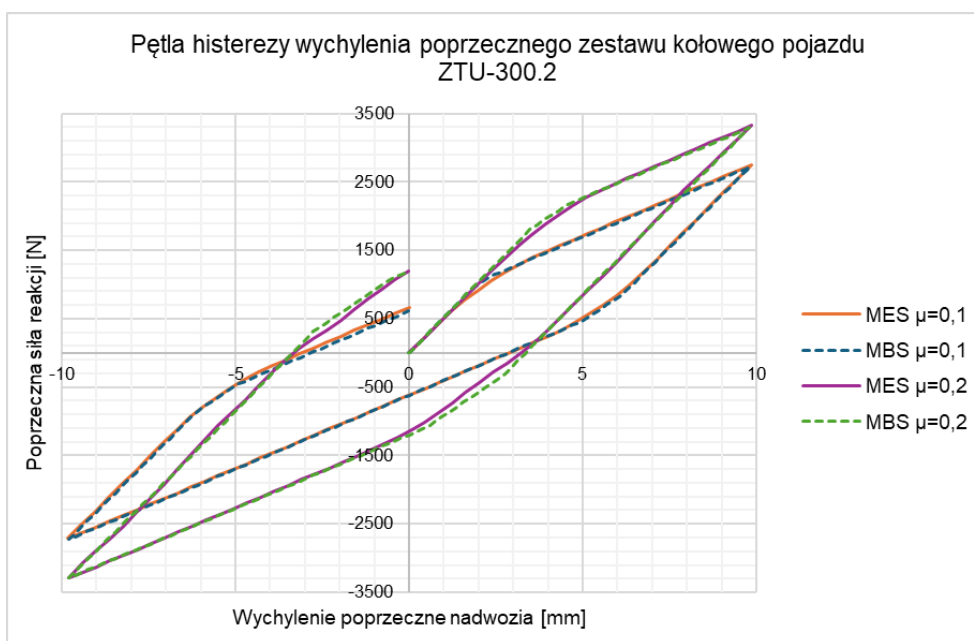
W celu prawidłowego wyznaczenia parametrów modelu MBS układu wieszaków pojazdu ZTU-300.02 w modelu MES (jednej ćwiartki całego układu) zawarto również elementy, których sztywność wpływa na pracę wieszaków: jarzmo oraz widły maźniczne. Wszystkie części o właściwościach materiałowych odpowiadających stali w zakresie liniowo-sprężystym zdyskretyzowano siatką bryłowych elementów skończonych o parametrach zapewniającą asymptotyczną zbieżność wyniku. Ponadto w oprogramowaniu Abaqus 2024 zdefiniowano pary kontaktowe dopuszczające skończone poślizgi (ang. Finite sliding) z jednakowym współczynnikiem tarcia z uwagi na typ materiałów części oraz reżim smarowania. Do wykreślenia pętli histerezy od przemieszczenia poprzecznego zestawu kołowego wykorzystano procedurę Abaqus/Standard z nieliniowością geometryczną analizy. Z uwagi na symetrię układu zawieszenia względem płaszczyzny pionowej przechodzącej przez oś zestawu kołowego, dla przemieszczenia poprzecznego skorzystano z warunków brzegowych symetrii. Poza tym jarzmo zostało podparte przegubowo w miejscu kolumny prowadzącej bez uwzględnienia sztywności zginania sprężyny (o znanych parametrach), która nie była konieczna z uwagi na cel walidacji samego modelu układu wieszaków. W pierwszym kroku obliczeniowym zadano siłę pionową odpowiadającą ciężarowi nadwozia, przypadającemu na zamodelowany fragment zawieszenia w miejscu łączenia widel maźniczych z ostoją. Następnie utrzymując siłę pionową kinematycznie wymuszano cykl przemieszczenia poprzecznego nadwozia w zakresie luzu prowadzenia widłowego maźnicy.



Rys. 30. Przemieszczenia poprzeczne fragmentu zawieszenia dla wychylenia nadwozia 10 mm pojazdu ZTU-300.02 oraz współczynnika tarcia 0,1

Mapa przemieszczeń poprzecznych przedstawiona na rysunku 30 pozwala stwierdzić, że przy wychyleniu poprzecznym zestawu kołowego względem nadwozia jarzmo obraca się wokół osi wyznaczonej przez przeguby kolumn prowadzących. Wówczas ze względu na pochylenie wieszaków, podlegają one deformacji kątowej oraz różnym wartością

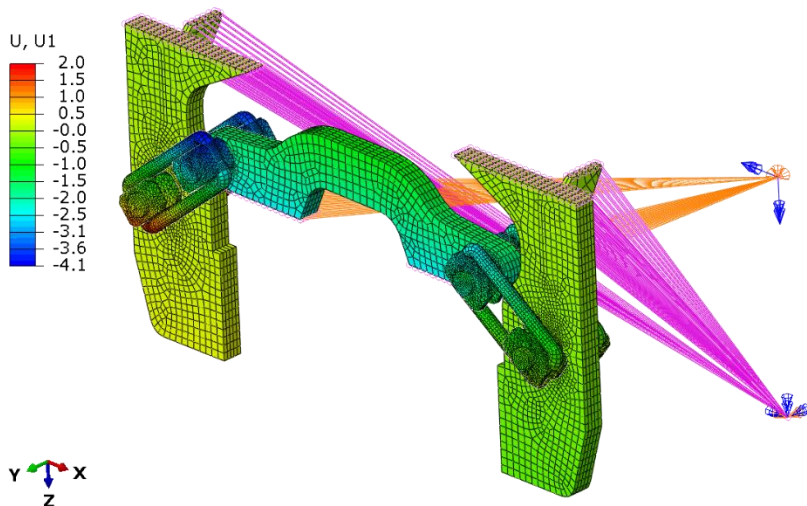
wydłużenia, skutkując niemal dwukrotną różnicą przenoszanej siły między wieszakami dla wychylenia 10 mm. Ponadto na wypadkową sztywność prowadzenia zestawu kołowego wpływa również podatność sworzni oraz samych elementów mocujących układ wieszaków. Z tego względu konieczne było wyznaczenie zastępczych podatności układu wieszaków na podstawie wyników uzyskanych przy pomocy obliczeń MES. Na potrzeby modelu wielobryłowego dopasowano parametry elementu siłowego górnego mocowania wieszaka, domykającego łańcuch kinematyczny układu. Do modelu wprowadzono zatem podatność zastępczą w kierunku wzdłuż wieszaków oraz nieliniową charakterystykę dla odkształcenia kąowego względem tego kierunku. Finalnie porównano wyniki obliczeń pętli histerezy wychylenia poprzecznego zestawu kołowego dla dwóch metod, które przedstawiono na rysunku 31. Przyglądając się krzywej wyznaczonej przy pomocy modelu wielobryłowego widać dwa załamania wynikające z różnego czasu przejścia między stanem przetaczania a poślizgu dwóch wieszaków obciążonych inną siłą. Dla modelu MES również występuje ten efekt z gładzszym przejściem między stanami.



Rys. 31. Porównanie pętli histerezy wychylenia poprzecznego otrzymanych dla dwóch metod, dla współczynnika tarcia par ciernych układu wieszaków 0,1 oraz 0,2

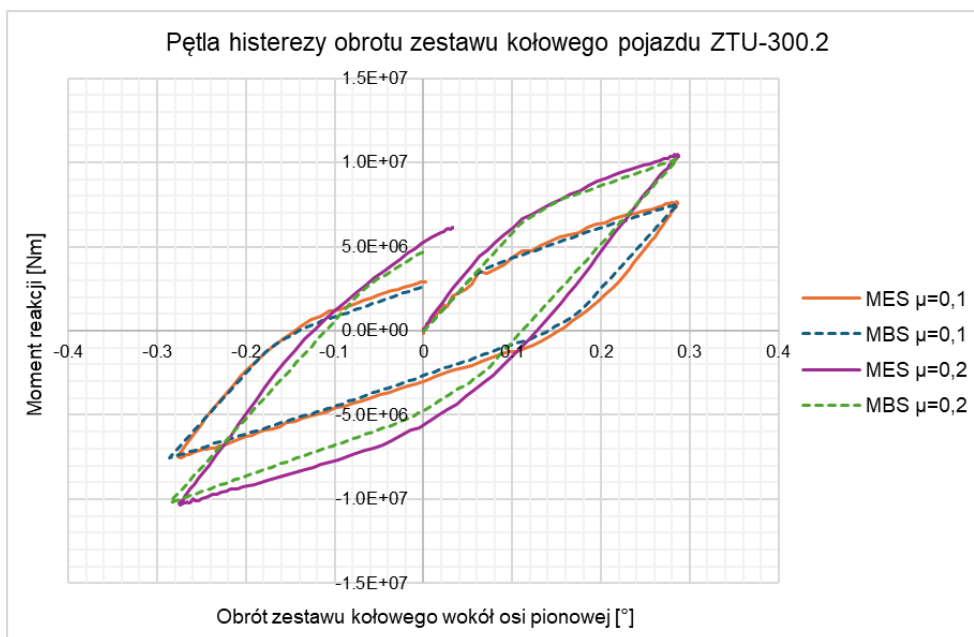
Dla przypadku porównania momentu oporowego obrotu zestawu kołowego wokół osi pionowej z uwagi na problemy ze zbieżnością solvera Abqus/Standard, obliczenia tego przypadku w środowisku MES przeprowadzono z wykorzystaniem procedury Abaqus/Explicit. Ponadto dla tego badania należało zamodelować całą ćwiartkę układu zawieszenia. Na osi pionowej przechodzącej przez środek symetrii zestawu kołowego umieszczono punkty referencyjne, które łączyły się z widłami maźnicznymi oraz jarzmem. W tych punktach zdefiniowano warunki brzegowe oraz w pierwszym kroku obliczeniowym przyłożono siłę pionową do nadwozia. Warunki brzegowe dla nadwozia pozwalały tylko na jego pionowe

przemieszczenie. Dla jarzma swobodny był obrót wokół osi łożyskowania zestawu kołowego oraz kinematycznie wymuszony cykl obrotu wokół osi pionowej w zakresie ograniczonym przez luz prowadzenia widłowego. Pierwszy krok czasowy obciążenia pionowego trwał 1 s a drugi wymuszenia kinematycznego 10 s. Ponieważ badanie miało mieć charakter quasistatyczny wszystkie wymuszenia zadawana z amplitudą typu „Smooth step” oraz kontrolowano pomijalny udział energii kinetycznej w bilansie energetycznym analizy.



Rys. 32. Przemieszczenia wzdłużne fragmentu zawieszenia dla maksymalnego obrotu zestawu kołowego pojazdu ZTU-300.02 oraz współczynnika tarcia 0,1

Podobnie jak w poprzednim przypadku, przy obrocie zestawu kołowego również dochodzi do nierównomiernego przenoszenia obciążenia przez poszczególne wieszaki. Jednakże poza różnicą między parą wieszaków występuje różnica między obciążeniem tylnej i przedniej pary ze względu na zmianę kąta pochylenia (przemieszczenia wzdłużne w modelu zawieszenia przedstawiono na rysunku 32). Ponadto w tym przypadku poza pracą pary kontaktowej wieszaków za pętlę histerezy odpowiada analogiczny mechanizm przetaczania dla mocowania kamieni na sworzniach, zgodnie ze schematem nieruchomego sworznia z pracy [70]. Wspomniane czynniki prowadzą do uzyskania gładziej pętli histerezy obrotu zestawu kołowego, którą przedstawiono na rysunku 33. Porównując metodę MES z modelem MBS również wystąpiła wysoka zbieżność, jednakże widoczne jest nieznaczne zwiększenie rozproszonej energii w modelu MES ze względu na dyssypację wiskotyczną przy zastosowaniu procedury Explicit.

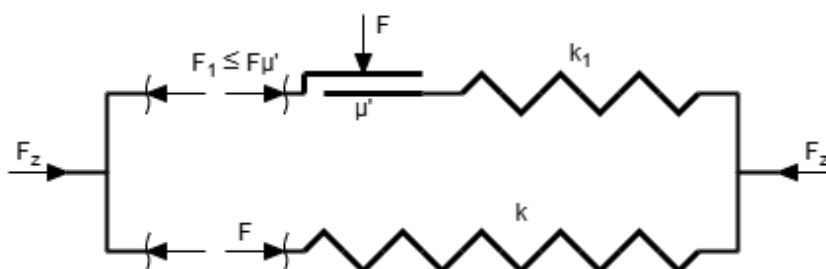


Rys. 33. Porównanie pętli histerezy obrotu zestawu kołowego otrzymanych dla dwóch metod, dla współczynnika tarcia par ciernych układu wieszaków 0,1 oraz 0,2

4.4.2. Model resora piórowego

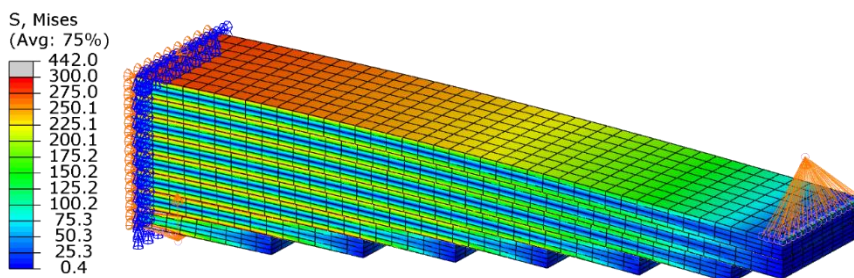
W przypadku analizowanych pojazdów zastosowano resor 8-piórowy o standardowej geometrii opisanej w załączniku A karty UIC 517 [73]. Na potrzeby obliczeń z protokołu badań zaczerpnięto również informację o sztywności średniej resora (odwrotność parametru podatności C_a z karty UIC 517 [73]).

Model ideowy resora piórowego realizującego pętlę histerezy dla niewielkich odkształceń przedstawiono w np. w [74,75]. Bardziej szczegółowy opis matematyczny można znaleźć w pracy [59], gdzie modelowano również resory o progresywnej charakterystyce. Na potrzeby prowadzonych badań symulacyjnych zaproponowano model wykorzystujący dostępne w środowisku Simpack elementy siłowe. Ideowy model resora piórowego składającego się ze sprężyn o liniowej charakterystyce i elementu tarcia Coulomba z zależną siłą nacisku normalnego przedstawiono na rysunku 34. Na schemacie zaznaczono parametry odpowiadające za pętlę histerezy ugięcia pionowego resora.



Rys. 34. Schemat modelu ideowego resora

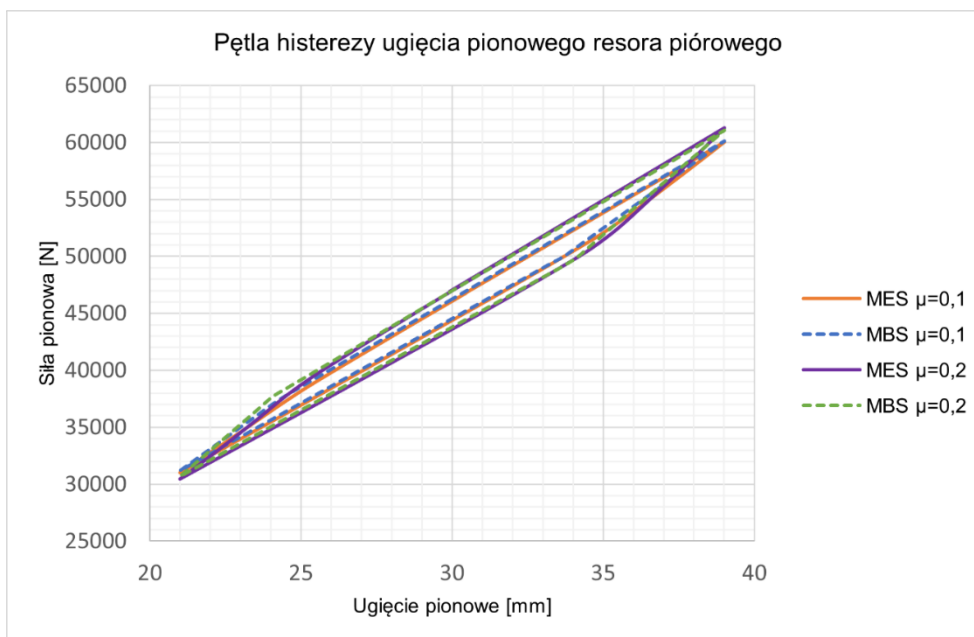
Ponieważ na podstawie posiadanych danych bezpośrednio można określić tylko sztywność k (odpowiadająca sztywności średniej z protokołu badań) ze schematu 34, należało określić pozostałe parametry: k_1 i μ' (zastępczy współczynnik tarcia nieodpowiadający tarcia między piórami resora). W tym celu stworzono model MES resora składający się z geometrii 3D poszczególnych piór o liniowo sprężystych właściwościach materiałowych. Dyskretyzacji modelu dokonano przy użyciu elementów heksagonalnych drugiego rzędu. Zdefiniowano interakcje kontaktu analogicznie jak w modelu układu wieszaków pojazdu ZTU-300.02 z zadaniem współczynnikiem tarcia. Na potrzeby symulacji wykorzystano procedurę Abaqus/Standard z nieliniowością geometryczną, zadając obciążenie przez geometryczne przesunięcie węzła referencyjnego. Warunki brzegowe odzwierciedlały warunki badań przedstawione w karcie UIC 517 [73], a zatem swobodny przesuw poprzeczny punktów podparcia, skorzystano również z warunków symetrii. Widok modelu numerycznego dla wybranego ugięcia pionowego przedstawiono na rysunku 35.



Rys. 35. Model MES resora piórowego – naprężenia Misesa dla przykładowego ugięcia

Na podstawie symulacji MES dla wybranych współczynników tarcia wykreślono pętle histerezy odkształcenia pionowego w zakresie $30 \text{ mm} \pm 30\%$. Następnie z punktów charakterystycznych wyznaczono cztery wartości sztywności: w stanie poślizgu dla ściskania i rozciągania oraz w stanie przyczepności dla ściskania i rozciągania. Stąd po obliczeniu średnich dla ściskania i rozciągania wyznaczono brakującą sztywność k_1 ze schematu na rysunku 34. Z kolei wartość zastępczego współczynnika tarcia μ' wyznaczono dla dwóch wartości sił o tym samym ugięciu dla ściskania F_s i rozciągania F_r w stanach poślizgu według zależności: $\mu' = (F_s - F_r)/(F_s + F_r)$. Porównanie pętli histerezy uzyskanych w symulacji MES i przy pomocy zaproponowanego modelu zastępczego w oprogramowaniu MBS przedstawiono na rysunku 36. Widać na nim, że dwie sztywności w stanie poślizgu realizowane są bardzo dokładnie, a dla stanu przyczepności w modelu MBS występuje takie samo pochylenie dla ściskania i rozciągania stanowiące średnią z dwóch sztywności dla obliczeń MES.

Podsumowując zaproponowany model resora piórowego wykorzystany do obliczeń dynamiki pojazdów szynowych zapewnia sztywność odpowiadającą protokołowi z badań oraz dyssypację energii przez tarcie wewnętrzne na poziomie bliskim energii wyznaczonej za pomocą symulacji MES. Ze względu na niepewność wartości rzeczywistego współczynnika tarcia między piórami resora, wartość wykorzystana na potrzeby symulacji stabilności badanych pojazdów została wyznaczona podczas walidacji opisanej w punkcie 4.4.4.



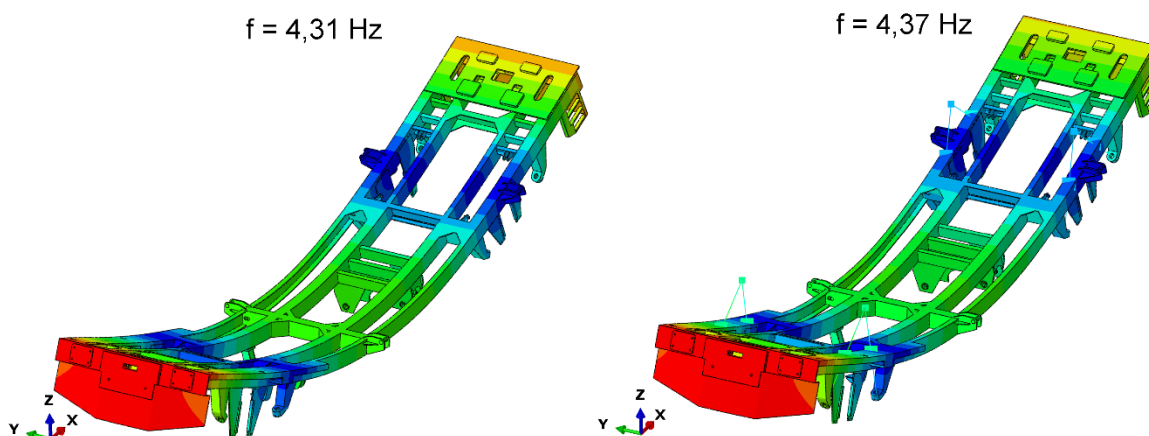
Rys. 36. Porównanie pętli histerezy ugięcia pionowego resora dla dwóch metod, dla współczynnika tarcia między piórami 0,1 oraz 0,2

4.4.3. Analiza drgań strukturalnych nadwozi badanych pojazdów

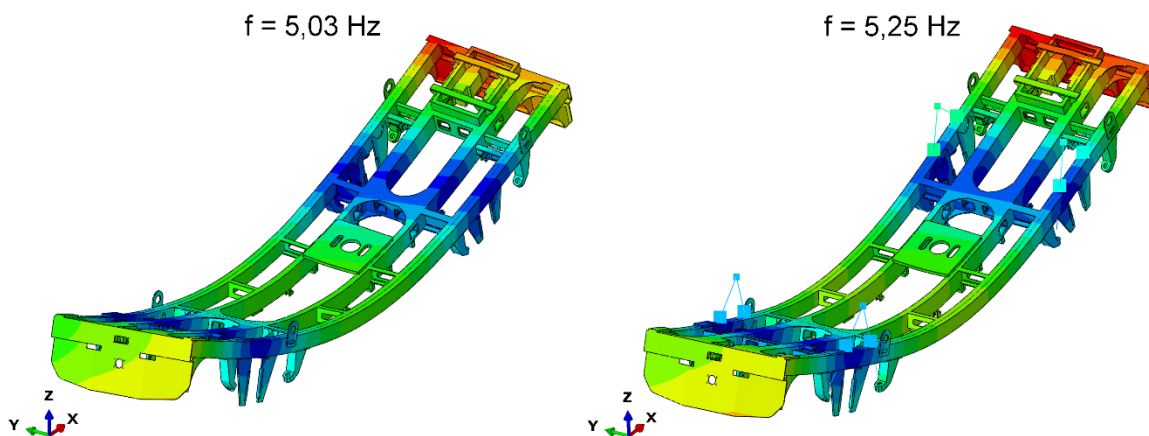
W celu potwierdzenia zasadności modelowania nadwozi pojazdów jako ciał idealnie sztywnych w symulacjach MBS posłużono się wykonaniem analiz drgań strukturalnych konstrukcji nośnych metodą MES. Skupiono się przy tym przede wszystkim na postaciach drgań o najniższych częstotliwościach mogących wchodzić w rezonans z draniami własnymi zawieszenia. Zatem w przypadku konstrukcji płaskich ram badanych pojazdów była to postać giętna w płaszczyźnie z-x. Pominięto przy tym ocenę postaci drgań skrętnych, ponieważ postać tą zdecydowanie trudniej wzbudzić. Głównym celem przeprowadzonych analiz drgań strukturalnych było więc udowodnienie braku istotnego sprzęgnięcia się drgań pionowych usprężynowania ze wspomnianą postacią giętą drgań strukturalnych nadwozia. Dlatego wykonano dwa typy analiz: dla stanu swobodnego nadwozia oraz z uwzględnieniem zawieszenia o sztywności i tłumieniu w kierunku pionowym umocowanego w przestrzeni. W ten sposób porównano częstotliwości własne interesujących postaci drgań między wspomnianymi analizami.

W modelach MES nadwozi w środowisku Abaqus 2024 odwzorowano geometrię elementów nośnych nadwozi zdyskretyzowane bryłowymi elementami tetragonalnymi drugiego rzędu. Elementy wyposażenia stanowiły punkty masowe łączone z geometrią interakcją typu „Coupling Distributing” [76]. Masa całkowita oraz pozycja środka ciężkości odzwierciedlała parametry nadwozi przedstawione w rozdziale 4.3.2. Zastosowano liniowo elastyczny model materiałowy elementów stalowych oraz wykorzystano solver „Lanczos” zagadnienia własnego [76]. Ponadto w przypadku analiz z uwzględnieniem zawieszenia dodano sztywne elementy belkowe łączone przegubowo odzwierciedlające połączenia

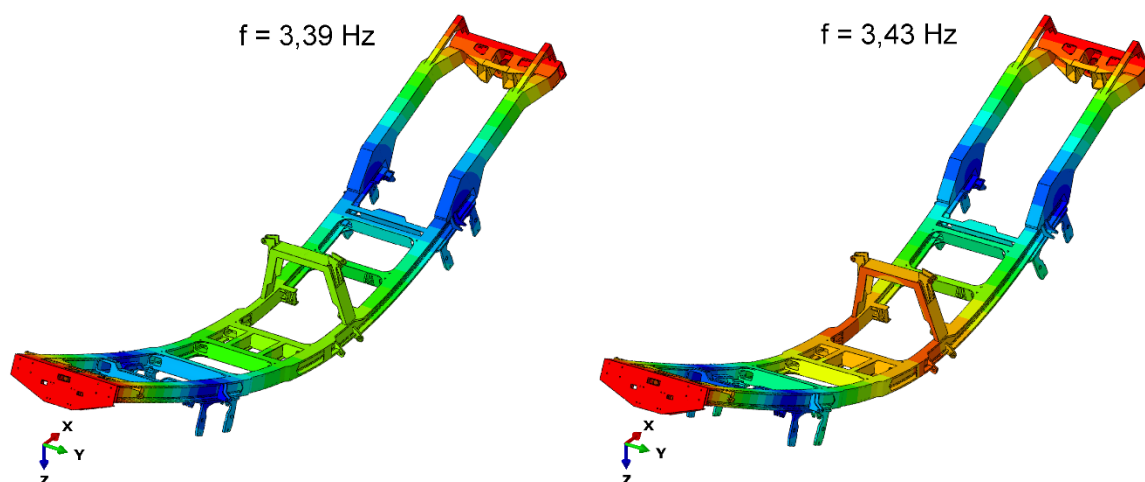
układu wieszaków z ich wspornikami. W ten sposób zdefiniowana wypadkowa sztywność pionowa usprężynowania w sposób prawidłowy oddziaływała na nadwozie (z zachowaniem nominalnego pochylenia wieszaków). W przypadku pojazdów WM-15C i CA-26.12 nie modelowano tłumienia zawieszenia, ponieważ jest ono wprowadzone w układ jedynie za pomocą tarcia. Wyniki obliczeń przedstawiające postaci drgań własnych nadwozi wraz częstotliwościami przedstawiono na rysunkach 37÷39.



Rys. 37. Porównanie postaci i częstotliwości drgań giętnych nadwozia pojazdu WM-15C dla analizy swobodnej ramy (z lewej) i z uwzględnieniem zawieszenia (z prawej)



Rys. 38. Porównanie postaci i częstotliwości drgań giętnych nadwozia pojazdu CA-26.12 dla analizy swobodnej ramy (z lewej) i z uwzględnieniem zawieszenia (z prawej)



Rys. 39. Porównanie postaci i częstotliwości drgań giętnych nadwozia pojazdu ZTU-300.02 dla analizy swobodnej ramy (z lewej) i z uwzględnieniem zawieszenia (z prawej)

Po uwzględnieniu w modelu charakterystyki zawieszenia, częstotliwość własna pierwszej postaci giętnej nieznacznie wzrosła dla wszystkich analizowanych pojazdów. Maksymalna różnica wyniosła około 4 % dla pojazdu CA-26.12. Powodem braku sprzężenia drgań strukturalnych konstrukcji nośnych z postacią podskakiwania nadwozi pojazdów jest występowanie „węzłów” linii ugięcia w okolicy mocowania elementów zawieszenia. Wspomniane rejony o braku przemieszczeń odpowiadają granatowemu kolorowi na mapach przemieszczeń widocznych na rysunkach 37÷39. W związku z tym wymuszenia przenoszone przez zawieszenie nie powoduje wzbudzenia drgań strukturalnych nadwozi. Zatem przyjęte uproszczenie modelowania nadwozi jako bryły sztywne jest zasadne.

4.4.4. Walidacja kompletnych modeli – operacyjna analiza modalna

Bez zapewnienia ważności wyników, metody numeryczne byłyby bezużyteczne na potrzeby procesów dopuszczenia pojazdów mechanicznych do eksploatacji. Na przestrzeni lat zaproponowano wiele metod walidacji modeli numerycznych dynamiki różnego typu pojazdów [77]. Obowiązująca w ramach dopuszczenia pojazdów szynowych do eksploatacji norma PN-EN 14363 [1] dopuszcza stosowanie symulacji numerycznych w określonych sytuacjach pod warunkiem przeprowadzenia procesu walidacji w oparciu o załącznik T przytoczonej normy. Walidację dokonuje się przez porównanie wyników obliczeń z badaniami ruchowymi, a wybór przypadków badawczych determinuje w następstwie zakres stosowalności modelu numerycznego.

Z uwagi na główny cel niniejszej pracy skupiającej się na zagadnieniu stabilności, walidację modeli numerycznych przeprowadzono w oparciu o wyniki badań poligonowych na odcinkach toru prostego. Badania jezdne analizowanych pojazdów przeprowadzone zostały przez Laboratorium Badań Pojazdów Szynowych i EMC należące do Sieci Badawczej Łukasiewicz – Poznańskiego Instytutu Technologicznego. Ze względu na wykonanie pomiarów przy pomocy uproszczonej metody pomiarowej wg. normy PN-EN 14363 [1]

(przyspieszenia drgań), zgodnie z załącznikiem T do walidacji należało wybrać Metodę 1, która nie podaje ścisłych kryteriów walidacyjnych dla dostępnych wielkości fizycznych. Wspomniana uproszczona metoda pomiarowa dla pojazdów dwuosioowych opiera się na pomiarach przyspieszeń drgań pionowych i poprzecznych na nadwoziu nad zestawami kołowymi oraz poprzecznych na zestawach kołowych.

Następnie dla odcinków badawczych toru nie dysponowano pomiarami nierówności torowych, przez co uznano za niezasadne bezpośrednio porównanie przyspieszeń drgań z wynikami symulacji dla innych zmierzonych nierówności torowych. Decyzję tą podjęto na podstawie wyników badań projektu DynoTRAIN [78,79], w którym sformułowano wymagania walidacyjnej Metody 2 z normy [1]. Metoda ta opiera się na porównaniu statystyk średniej i odchylenia standardowego wielkości mierzonych za pomocą normalnej metody pomiarowej dla wymaganej ilości odcinków badawczych z wynikami symulacji modeli numerycznych, zbudowanych przez specjalistów zgodnie z aktualnym stanem wiedzy przy użyciu dostępnego oprogramowania (m.in. Simpack). Przeprowadzone w projekcie DynoTRAIN walidacje modeli numerycznych różnej grupy pojazdów (w tym pojazdu dwuosioowego) pozwoliły na wyciągnięcie szeregu wniosków jak potwierdzenie przepuszczenia o lepszej zbieżności wyników w przypadku modelowania nierówności torowych zmierzonych podczas badań, na podstawie których dokonywana jest walidacja, szczególnie dla oceny przyspieszeń drgań [78]. Ponadto zastosowanie w symulacji zmierzonych profili kół oraz szyn poprawiają zbieżność wyników z tym, że wyraźniejsze jest to w przypadku pomiarów sił kontaktu koła i szyny [78]. Interesujące są również wnioski dotyczące wpływu poprawy jakości modeli na podstawie badań stacjonarnych, a mianowicie brak poprawy dla zastosowania próby qasistatycznego przejazdu przez łuk o promieniu $R = 100$ m, oraz poprawa przy wykorzystaniu testu wichrowania, momentu oporowego wózka oraz prób przemieszczeniowych sztywności zawieszenia (poprzecznego i kołysania) [79]. Uzasadnia to wykonanie prób walidacyjnych za pomocą metody niezależnej MES na potrzeby niniejszej pracy.

Ze względu na powyższe, wykonanie skutecznej walidacji posiadając ograniczone dane nie jest łatwe szczególnie w przypadku pojazdów towarowych i dwuosioowych. Nawet pomimo wykorzystania pomiarów nierówności torowych, profilów koła oraz szyn nie udało się skutecznie wykonać walidacji wspomnianej grupy pojazdów przy okazji projektu DynoTRAIN, ze względu na dużą niepewność w modelowaniu elementów trących w układzie zawieszenia [78]. Ponadto, ponieważ Metoda 1 walidacji wg normy [1] nie przedstawia precyzyjnych wytycznych, należało zaproponować konkretną metodę walidacji. Wzięto przy tym pod uwagę wskazówki ze wspomnianej metody jak np. porównanie kluczowych częstotliwości:

- drgań poprzecznych i pionowych nadwozia nad zestawami kołowymi,
 - podskakiwania i galopowania nadwozia na podstawie przesunięć fazowych przyspieszeń pionowych,
 - wężykowania na podstawie przyspieszeń poprzecznych i ich przesunięć fazowych.
- Ostatecznie zdecydowano się wykorzystać operacyjną analizę modalną (OMA), która pozwala na wyznaczenie parametrów modalnych na podstawie samych sygnałów

wyjściowych podczas normalnej eksploatacji w przeciwieństwie do eksperymentalnej analizy modalnej (EMA), w której znane są wymuszenia generowane przy pomocy specjalistycznych wzbudników. Różne techniki OMA korzystają z założenia wymuszeń wejściowych jako tzw. „biały szum”, co pozwala na ich zastosowanie w analizach konstrukcji o losowych wymuszeniach [80], w przypadku nierówności torowych to założenie powinno być spełnione w zakresie częstotliwości będących w obrębie zainteresowania. Ponadto OMA może zostać wykorzystywana do monitorowania stanu układu zawieszenia podczas normalnej eksploatacji, co pokazuje przykład analizy wózka Y25 [81], gdzie udało się zidentyfikować jedną z charakterystycznych postaci drgań. Wykonanie analizy modalnej pozwala na kwantytatywne porównanie parametrów modalnych w odróżnieniu do zaproponowanej w Metodzie 1 normy [1], subiektywnej opinii przeprowadzonej na podstawie przebiegów czasowych przyspieszeń oraz ich spektrum częstotliwościowych. Zatem porównywanymi parametrami w zastosowanej metodyce są częstotliwości własne, współczynniki tłumienia oraz postaci drgań własnych. Identyfikacja typowych dla pojazdów szynowych postaci drgań pozwala również na ich ocenę również na podstawie doświadczenia.

Na potrzeby niniejszej pracy wybrano technikę OMA w dziedzinie częstotliwości PolyMAX, opartą na iteracyjnej metodzie największej wiarygodności (ang. Maximum Likelihood Method, MLM) [82]. Zatem wybrana metoda poszukuje parametrów modalnych dających najlepsze dopasowanie do wyznaczonych widm odpowiadającym zmierzonym sygnałom czasowym. Wychodząc z dekompozycji modalnej macierzy funkcji odpowiedzi częstotliwościowej (ang. Frequency Response Function FRF), zapisanej w postaci biegunowo-resztowej, biorąc pod uwagę założenie o wymuszeniu białym szumem wyrazić można wyjściowe spektra gęstości mocy przy pomocy parametrów modalnych [82,83]:

$$[S_{yy}(j\omega)] = \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\overline{R_k}}{j\omega - \overline{\lambda_k}} \right] C \left[\frac{R_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\overline{R_s}}{j\omega - \overline{\lambda_s}} \right]^H \quad (30)$$

gdzie:

$R_i = \varphi_i \gamma_i^T$ – reszta, φ_i, γ_i to wektor własny i wektor udziału modalnego odpowiednio,

λ_i – biegun wyrażony w funkcji częstotliwości własnej i tłumienia,

C – stała wynikająca z założenia białego szumu,

$\overline{\quad}, \quad^H$ – sprzężenie zespolone oraz sprzężenie zespolone i transpozycja odpowiednio.

W przypadku analiz symulacyjnych, pomimo że oprogramowanie MBS umożliwia rozwiązanie zagadnienia własnego na podstawie zlinearyzowanych równań ruchu, zrezygnowano z tej możliwości z uwagi na uproszczenia konieczne do linearyzacji kontaktu koła i szyny oraz trudności w linearyzacji elementów trących i tłumików o nieliniowej charakterystyce. Zamiast tego sygnały przyspieszeń uzyskane podczas symulacji przejazdu po torze prostym z nierównościami zostały, poddane analogicznej obróbce jak sygnały pomiarów wykonanych podczas prób ruchowych. Po przeprowadzeniu szeregu analiz OMA dla wszystkich przejazdów badań ruchowych oraz symulacyjnych i zidentyfikowaniu postaci

drgań własnych, porównywano symulacje z badaniami na podstawie częstotliwości drgań, bezwymiarowego współczynnika tłumienia ζ oraz kryterium zgodności postaci drgań MAC (ang. Modal Assurance Criterion). Współczynnik MAC jest znormalizowanym (do wartości 100%, która odpowiada identycznej postacią) iloczynem skalarnym zespolonych wektorów własnych w każdym punkcie pomiarowym i niesie informacje o podobieństwie postaci drgań (przez zbadanie zależności liniowej).

$$MAC = \frac{|\varphi_1^H \varphi_2|^2}{(\varphi_1^H \varphi_1)(\varphi_2^H \varphi_2)} \quad (31)$$

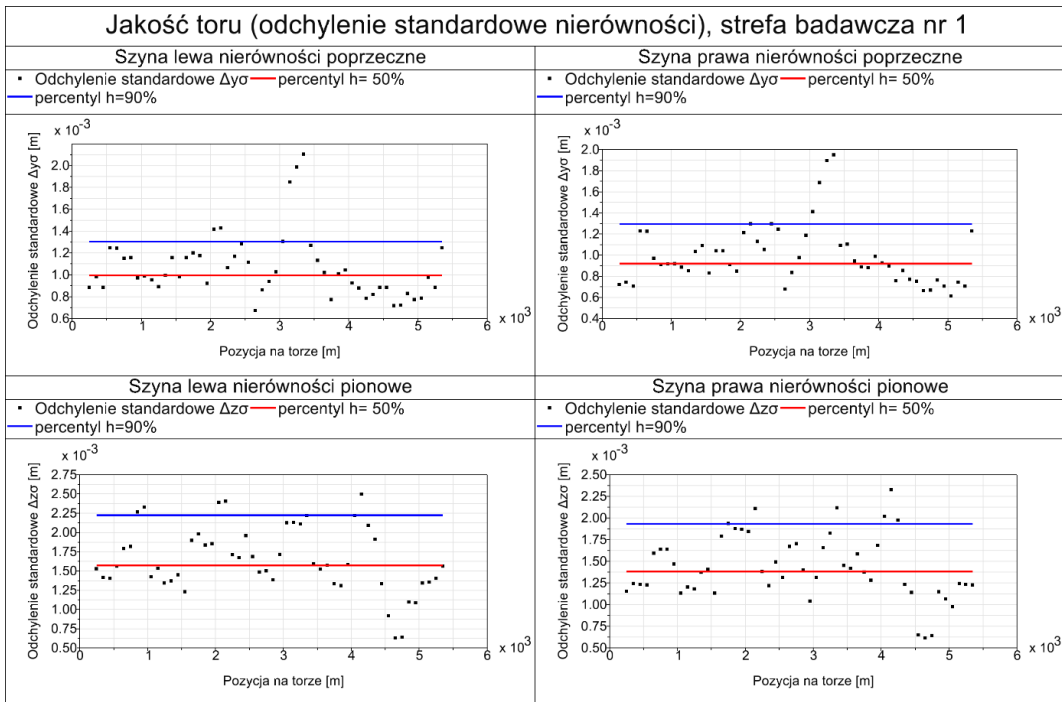
Ze względu na dostępne sygnały przyspieszeń drgań poprzecznych spodziewano się zidentyfikować postać wężykowania oraz ze względu na sygnały przyspieszeń pionowych postacie podskakiwania i galopowania.

Badania jezdne wykonane zostały zgodnie z aktualnym stanem wiedzy w tej dziedzinie przy pomocy następującej aparatury pomiarowej:

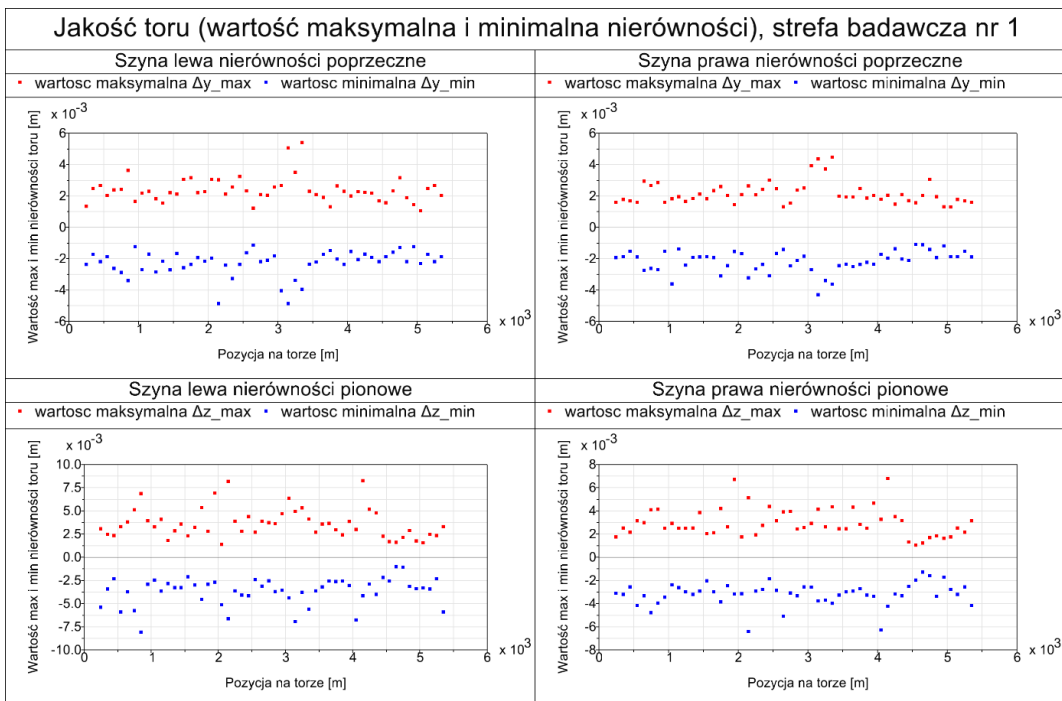
- przetworniki przyspieszenia typu EGCS firmy Entran o zakresie pomiarowym ± 5 g,
- zasilacz pomiarowy typ ZGx15 nr fabr. 01 firma IPS „TABOR”,
- miernik prędkości i drogi typ DewesoftX,
- zestaw komputerowy typu PC z systemem pomiarowym Krypton z programem rejestrującym DewesoftX.

Wszystkie badania wykonane były dla warunków suchych szyn ze zadaną stałą prędkością jazdy na torze prostym bliską maksymalnej dopuszczalnej prędkości eksploatacyjnej. Prędkość była monitorowana przy pomocy sygnału GPS, do dalszej obróbki wybrano te sygnały, dla których odchylenie od zadanej prędkości nie przekraczało 5 km/h.

Ponieważ badania prowadzone były na potrzeby dopuszczenia nowo wyprodukowanych pojazdów, ich parametry nie powinny odbiegać od parametrów konstrukcyjnych, dlatego parametry modeli symulacyjnych były zgodne z opisem w punkcie 4.3.2. Ze względu na suche warunki kontaktu koła i szyny założono stałą wartość współczynnika tarcia koła z szyną równą 0,4. Symulacje walidacyjne wykonywano dla możliwie najdokładniejszego modelu kontaktu koła i szyny, a zatem programu CONTACT zaimplementowanym do symulacji on-line w dziedzinie czasu [60]. Dla strefy badawczej 1 stanowiącej wg. normy [1] tor prosty oraz łuki o bardzo dużych promieniach wymagana jest ocena nierówności torowych zgodnie z załącznikiem M. Dla zamodelowanego na potrzeby walidacji toru badawczego reprezentującego zmierzone (na innym odcinku niż podczas badań jezdnych) nierówności dwóch szyn, wyznaczono oceniane wartości w sekcjach toru o długości 100 m. Na rysunku 40 przedstawiono wartości odchylenia standardowego nierówności pionowych i poprzecznych dwóch szyn w poszczególnych sekcjach oraz naniesiono 50 i 90 percentyl z całej strefy badawczej. Podobnie na rysunku 41 zawarto wartości maksymalne nierówności torowych w każdej sekcji.



Rys. 40. Odchylenie standardowe nierówności torowych



Rys. 41. Wartości maksymalne oraz minimalne nierówności torowych

Na potrzeby walidacji modeli wykonano serię symulacji dla różnych wartości współczynnika tarcia w układzie wieszaków i resora piórowego ze względu na ich niepewność.

Szczególnie istotne dla badania stabilności pojazdów szynowych są warunki geometryczne kontaktu koła i szyny, jednak na potrzeby symulacji dysponowano tylko pomiarami profili kół jednego z pojazdów (ZTU-300.02), dla pozostałych przyjęto nominalne profile kół, na odcinkach badawczych przyjęto również nominalne profile szyn. Warunki badań i symulacji oraz podstawowe parametry pojazdów zestawiono w tabeli 10, kierunek jazdy w przód oznacza kierunek z kabiną skierowaną zgodnie z kierunkiem jazdy. W przypadku badań pojazdu WM-15C ze względu na awarię jednego z kanałów pomiarowych podczas badań przedstawiono wyniki analizy modalnej tylko dla jazdy w tył, dla której dysponowano pełnymi wynikami części przejazdów.

Tabela 10. Warunki badań i symulacji oraz podstawowe parametry badanych pojazdów podczas walidacji

	Badany pojazd					
	WM-15C		CA-26.12		ZTU-300.02	
	Badania	Symulacja	Badania	Symulacja	Badania	Symulacja
Prędkość [km/h]	80±5	80	80±5	80	100±5	100
Suma długości odcinków z pomiarami [km]	10,5 (w tył)	5 (w tył)	1,1 (w przód)	5 (w przód)	6 (w przód)	5 (w przód)
			6,6 (w tył)	5 (w tył)	15 (w tył)	5 (w tył)
Nierówności torowe	Na linii kolejowej Stargard - Chociwel	Przyjęte pomiary z innego odcinka	Pętla w Żmigrodzie	Przyjęte pomiary z innego odcinka	Na linii kolejowej Szczecin Dąbie - Stargard	Przyjęte pomiary z innego odcinka
Profil koła	S1002	Nominalny S1002	S1002 / h28 / e30,5 / 6,7%	Nominalny S1002 / h28 / e30,5 / 6,7%	S1002 / h28 / e30,5 / 6,7%	Zmierzony podczas badań
Profil szyny	UIC60	Nominalny UIC60	UIC60	Nominalny UIC60	UIC60	Nominalny UIC60
Warunki tarcia koła z szyną (współczynnik tarcia)	Suche szyny	0,4	Suche szyny	0,4	Suche szyny	0,4

Pomiary przyspieszeń drgań podczas większości badań próbkowane były z częstotliwością 1000 Hz, taką samą wartość przyjęto dla symulacji, jedynie dla pojazdu CA-26.12 było to 3000 Hz. Widma gęstości mocy PSD wyznaczano za pomocą funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnej sygnałów. W celu łatwiejszej identyfikacji postaci drgań związanych z ruchem pionowym jak i poprzecznym, jako sygnały referencyjne (dla których wyznaczano i autokorelację i względem których obliczano korelację wzajemną), przyjęto przyspieszenie pionowe oraz poziome na nadwoziu. Dobrano takie opóźnienia czasowe funkcji korelacji, żeby otrzymać rozdzielczość widma dla pomiarów 0,1 Hz lub 0,2 Hz w zależności od stopnia zaszumienia sygnału. Ponadto na funkcje korelacji nałożono eksponentialne okno,

wygładzające wyznaczone widmo. Dla takich parametrów obróbki sygnałów otrzymano widma gęstości mocy pozwalające na łatwe znalezienie częstotliwości drgań własnych. Następnie dla zadanego okna częstotliwościowego od ok 0,5 Hz do 6,5 Hz konstruowano wykresy stabilizacji [82] rzędu ok. 40, z których wybierano kilka pierwszych stabilnych biegunów. Szerokość okna dobrano, żeby wykluczyć występujący podczas badań pik widma częstotliwościowego odpowiadający prędkości obrotowej kół, co wiąże się z ich niedoskonałością geometryczną (np. z powodu występowania płaskiego miejsca), te zjawiska wykraczają poza przyjęty zakres modelowania, gdyż są odległe od częstotliwości wężykowania.

Operacyjna analiza modalna pozwoliła na identyfikację wszystkich trzech spodziewanych postaci drgań pojazdu WM-15C zarówno dla badań jak i dla symulacji. Pierwsza postać o najniższej częstotliwości związana była z wężykowaniem, druga galopowaniem a trzecia z podskakiwaniem. Wężykowanie w punktach pomiarowych na nadwoziu charakteryzowało się ruchem poprzecznym w przeciwfazie dla symulacji i mniejszym przesunięciem fazowym podczas badań. Z kolei dwie kolejne postaci nie były całkowicie odseparowane, przy czym były one w pełni rozróżnialne przez dominowanie danej postaci.

Tabela 11. Porównanie wyników operacyjnej analizy modalnej dla badań i symulacji pojazdu WM-15C

Postać drgań	Parametr porównywany	Kierunek jazdy w tył	
		Badania	Symulacje
Wężykowanie	Częstotliwość	1,43 Hz	1,71 Hz
	Tłumienie	5,26 %	5,94 %
	MAC	51,50 %	
Galopowanie	Częstotliwość	1,58 Hz	1,86 Hz
	Tłumienie	3,81 %	4,09 %
	MAC	75,50 %	
Podskakiwanie	Częstotliwość	2,23 Hz	2,03 Hz
	Tłumienie	5,46 %	4,79 %
	MAC	76,71 %	

W przypadku pojazdu WM-15C zmieniane podczas walidacji parametry modelu symulacyjnego, czyli współczynniki tarcia w układzie wieszaków i resorze piórowym miały silny wpływ na otrzymywane wyniki analizy modalnej, ponieważ tarcie jest jedynym źródłem tłumienia w omawianym pojeździe. Z tego względu bardzo utrudniona była skuteczna walidacja modelu. Ostatecznie dla współczynnika tarcia 0,2 otrzymano najlepszą zbieżność wyników. Dodatkowo z powodu braku dysponowania pomiarami profili kół i szyn podczas badań nie było możliwości odtworzenia warunków geometrii styku koła z szyną w symulacji. Stąd uzyskana rozbieżność dla postaci wężykowania objawiająca się stosunkowo niskim parametrem MAC i widocznym przesunięciem częstotliwości własnych o 0,28 Hz przedstawionych w tabeli 11. Ponieważ w przypadku pojazdów dwuosiowych często dochodzi do

sprzęgania się wężykowania z drganiami własnymi nadwozia takimi jak kołysanie czy obrót wokół osi pionowej (tak jak w przypadku pojazdu WM-15C), nawet niewielka zmiana stożkowości ekwiwalentnej może prowadzić do zmiany postaci wężykowania. Z kolei dla postaci galopowania i podskakiwania występowała zdecydowanie wyższa zbieżność wektorów własnych o czym świadczy parametr MAC. Wiąże się to z brakiem związku tych postaci ze stożkowością ekwiwalentną. Jednakże dla tych postaci również występują podobne przesunięcia częstotliwości własnych, których źródłem może być wspomniane nakładanie się tych postaci. Sam proces walidacyjny dzięki badaniu parametru współczynnika tarcia w elementach ciernych pozwolił na osiągnięcie wysokiej zbieżności współczynnika tłumienia dla wszystkich zidentyfikowanych postaci.

Następnie dla pojazdu typu CA-16.12 za pomocą OMA znaleziono te same postaci drgań. Porównanie wyznaczonych parametrów modalnych zestawiono w tabeli 12. Z tych samych powodów jak dla poprzednio omówionego pojazdu występuje różnica między dominującymi postaciami wężykowania. Osiągnięto też podobną zbieżność wyników symulacji z badaniami. Z kolei kolejne dwie postaci dla wyników badań były trudniejsze do identyfikacji, ponieważ galopowanie i podskakiwanie nakładało się w istotny sposób, podczas gdy dla symulacji mody były wyraźnie odseparowane. Ponadto dla kierunku jazdy w przód różnice w parametrach modalnych są większe niż w tył, ponieważ dla tego kierunku dysponowano tylko sygnałem jednego przejazdu po prostym odcinku pętli doświadczalnej w Żmigrodzie. Zatem pomiar trwający około 50 s może być niewystarczający do wyraźnej identyfikacji parametrów modalnych. Podobnie jak dla wózka motorowego WM-15C wyniki symulacji były mocno zależne od współczynnika tarcia w elementach układu biegowego, których ostateczną wartość przyjęto podobnie równą 0,2 ze względu na najlepszą zbieżność współczynnika tłumienia dla kierunku jazdy w tył.

Tabela 12. Porównanie wyników operacyjnej analizy modalnej dla badań i symulacji pojazdu CA-26.12

Postać drgań	Parametr porównywany	Kierunek jazdy w przód		Kierunek jazdy w tył	
		Badania	Symulacje	Badania	Symulacje
Wężykowanie	Częstotliwość	1,41 Hz	1,31 Hz	1,40 Hz	1,24 Hz
	Tłumienie	8,17 %	4,25 %	3,22 %	2,79 %
	MAC	50,07 %		49,56 %	
Galopowanie	Częstotliwość	1,81 Hz	1,45 Hz	1,67 Hz	1,42 Hz
	Tłumienie	0,65 %	5,84%	4,62 %	5,31 %
	MAC	32,56 %		29,90 %	
Podskakiwanie	Częstotliwość	2,28 Hz	1,93 Hz	2,04 Hz	1,87 Hz
	Tłumienie	2,35 %	5,54 %	2,94 %	3,14 %
	MAC	59,73 %		37,03 %	

W przypadku pojazdu ZTU-300.02 na diagramach stabilizacji w obrębie zainteresowania było 5 pierwszych stabilnych biegunów, powtarzalnych zarówno dla badań jak i symulacji.

Co istotne ze wspomnianych 5 postaci jednoznacznie zidentyfikowano wężykowanie jako postać pierwszą galopowanie jako drugą oraz podskakiwanie jako piątą. Parametry modalne dla tych postaci przedstawiono w tabeli 13, pozostałych 2 postaci nie zidentyfikowano ze względu na zbyt małą ilość punktów pomiarowych. Objawiały się one zarówno ruchem poprzecznym jak i pionowym w punktach pomiarowych, prawdopodobnie były to postacie związane z kołysaniem nadwozia.

Tabela 13. Porównanie wyników operacyjnej analizy modalnej dla badań i symulacji pojazdu ZTU-300.02

Postać drgań	Parametr porównywany	Kierunek jazdy w przód		Kierunek jazdy w tył	
		Badania	Symulacje	Badania	Symulacje
Wężykowanie	Częstotliwość	1,29 Hz	1,25 Hz	1,34 Hz	1,26 Hz
	Tłumienie	6,96 %	2,73 %	0,69 %	4,38 %
	MAC	88,91 %		96,34 %	
Galopowanie	Częstotliwość	2,18 Hz	1,91 Hz	2,23 Hz	1,92 Hz
	Tłumienie	12,13 %	14,59 %	17,94 %	14,46 %
	MAC	80,61 %		82,73 %	
Podskakiwanie	Częstotliwość	3,74 Hz	3,71 Hz	3,78 Hz	3,66 Hz
	Tłumienie	4,60 %	6,58 %	8,45 %	9,21 %
	MAC	72,73 %		92,57 %	

W przypadku symulacji walidacyjnych pojazdu ZTU-300.02 nie zaobserwowano istotnego wpływu współczynnika tarcia w układzie wieszaków na parametry modalne. Ostatecznie do dalszych badań zastosowano wartość równą 0,2 jako najbardziej prawdopodobną podczas eksploatacji. Zestawione w tabeli 13 wyniki porównania świadczą, że model numeryczny pojazdu charakteryzował się zbliżonymi parametrami modalnymi jak pojazd podczas badań jezdnych. Przede wszystkim otrzymano bardzo wysoki parametr MAC powyżej 80 % dla wszystkich porównań z wyjątkiem podskakiwania dla jazdy w przód. Świadczy to o przyjęciu realnych parametrów fizycznych w modelu MBS. Oceniając postać wężykowania należy zwrócić uwagę na tłumienie, dla którego otrzymano bardzo niską wartość poniżej 1 % dla badań w kierunku jazdy w tył (wyraźnie niestabilna jazda) i około 10 krotnie większą dla jazdy w przód. Prawdopodobnie przyczyną tego była odmienna wartość stożkowatości ekwiwalentnej dla tych prób, ponieważ pojazd wówczas poruszał się po sąsiednich torach o szynach zużytych w innym stopniu. Dodatkowo sugeruje to różnica w częstotliwości własnej tej postaci. Dla symulacji wystąpiły znacznie mniejsze różnice między kierunkami jazdy ze względu na symulację przejazdów po tym samym torze. Przez duży wpływ stożkowatości na uzyskane parametry tej postaci drgań, trudno otrzymać bardzo wysoką zbieżność symulacji bez dokładnego jej wyznaczenia podczas badań. Następnie dwie pozostałe oceniane postacie drgań nie mają związku ze stożkowatością ekwiwalentną i dla nich wyniki były powtarzalne dla dwóch kierunków jazdy. W przypadku galopowania zaobserwowano jednakże pewne przesunięcie w częstotliwości pomiędzy

badaniami a symulacją, którego przyczyny nie udało się znaleźć. Dla pozostałych porównań otrzymano wysoką zbieżność zarówno dla częstotliwości jak i tłumienia.

Podsumowując z uwagi na charakter obiektów badawczych o wysokiej niepewności niektórych istotnych parametrów i niepełne informacji o warunkach badań trudne jest osiągnięcie wysokiej zbieżności wyników symulacji z przejazdami badawczymi. Jednakże przeprowadzone operacyjne analizy modalne dowodzą odzwierciedleniu istotnych zjawisk w modelach symulacyjnych z uwagi na dalszy cel badań. Zatem dla przyjętych założeń modele symulacyjne o przyjętych parametrach mogą posłużyć do dalszych badań symulacyjnych nad stabilnością jazdy.

4.5. Program badań symulacyjnych

Na potrzeby wszystkich prowadzonych badań nad stabilnością pojazdów szynowych wybrano metodę nieliniowej symulacji w dziedzinie czasu. Metodę linearyzacji modelu oraz tworzenia krzywych pierwiastkowych odrzucono ze względu na konieczność znacznych uproszczeń współpracy koła i szyny w tej metodzie. Natomiast nieliniowe symulacje w dziedzinie czasu pozwalają na dokładne badanie zjawiska kontaktu koła i szyny oraz modelowanie silnie nieliniowych elementów zawieszenia takie jak elementy trące.

Spośród przedstawionych w rozdziale 2.2.2 technik badań stabilności w dziedzinie czasu na potrzeby prowadzonych pracy wybrano:

- Jazdę po idealnym torze prostym z różnymi prędkościami (stałymi) i pojedynczym wymuszeniu początkowym – technika znalazła zastosowanie przy obliczeniach służących badaniom nad wpływem parametrów geometrycznych kontaktu koła i szyny na stabilność badanych pojazdów oraz porównaniu modeli kontaktu koła i szyny. Symulacje na idealnym torze prostym wybrano, ponieważ wówczas na uzyskiwane przebiegi wpływu nie mają nierówności torowe, co ułatwia interpretację wyników jazdy niestabilnej.
- Jazdę po torze z nierównościami (zmierzonymi na torze rzeczywistym) – technikę wykorzystano na potrzeby walidacji modeli symulacyjnych, gdyż dysponowano wynikami badań zachowania dynamicznego pojazdów dwuosiowych wykonanych w oparciu o wymagania normy PN-EN 14363 [1], które są obligatoryjne w procesie homologacji pojazdów.

Zaproponowana procedura badań symulacyjnych stabilności służąca wykazaniu postawionej tezy, obejmowała wykonanie serii symulacji z różnymi prędkościami dla wybranych pozostałych parametrów modeli. W przypadku pojazdów dwuosiowych zdarza się, że zjawisko wężykowania występuje w pewnym zakresie relatywnie niskich prędkości po czym dla wyższych zanika. Dlatego na potrzeby badań stabilności dla wybranych obiektów badań testowano pełny zakres prędkości eksploatacyjnych, z dodatkowym rozszerzeniem tego zakresu o wyższe prędkości. Jako prędkość minimalną we wszystkich seriach symulacji przyjęto 40 km/h a jako maksymalną prędkość równą dopuszczalnej prędkości eksploatacyjnej pojazdów zwiększonej o 40 km/h. Zastosowano przy tym przyrost prędkości między symulacjami równy 10 km/h.

Równocześnie badano wpływ parametrów geometrii kontaktu koła z szyną za pomocą kombinacji różnych zarysów nominalnych i zmierzonych. Przyjęto osobno wszystkie kombinacje profili nominalnych (w tym profil koła o wysokiej stożkowatości) i osobno kombinacje zestawów zmierzonych kół ze zmierzonymi profilami szyn. Badano również wpływ wspomnianego w rozdziale 4.3.3 parametru filtrowania zmierzonych zarysów L_FILT, przy założeniu, że dla danej kombinacji profil koła i szyny filtrowany jest dla tej samej wartości wspomnianego parametru. Na dany komplet zmierzonych kół składały się zarysy o numerach od 1 do 4 z rysunku 24. Przy czym koła nr 1 i 2 znajdowały się odpowiednio po prawej i lewej stronie zestawu kołowego, znajdującego się od strony kabiny wszystkich pojazdów koła nr 3, 4 umieszczane były analogicznie tak, żeby odwzorować rzeczywiste położenia na mierzonych pojazdach.

W celu badania wpływu wybranych parametrów kontaktu koła i szyny korzystano z techniki projektowania eksperymentu (ang. Design of Experiment DoE) z pełnym planem czynników. Zaprojektowany eksperyment polegał więc na przeprowadzeniu serii symulacji dla wszystkich kombinacji w dwóch pętlach: zmieniającej się prędkości oraz profili koła i szyny. Wszystkie kombinacje przedstawiono w tabeli 14.

Tabela 14. Pętla zmieniających się parametrów symulacji zaprojektowanego eksperymentu

Pętla wewnętrzna	Pętla zewnętrzna			
Prędkość [km/h]	Nr	Profil koła	Profil szyny	Parametr L_FILT
40, 50, 60, ... $V_{adm} + 30$, $V_{adm} + 40$	1	S1002	UIC60	-
	2	S1002/h28/e30,5/6,7%	UIC60	-
	3	S1002/tan $\gamma \geq 0,4$	UIC60	-
	4	pomiar S1002/h28/e30,5/6,7%	pomiar UIC60 nr2	15 mm
	5	pomiar S1002/h28/e30,5/6,7%	pomiar UIC60 nr2	10 mm
	6	pomiar S1002/h28/e30,5/6,7%	pomiar UIC60 nr2	5 mm
	7	pomiar S1002	pomiar UIC60 nr2	15 mm
	8	pomiar S1002	pomiar UIC60 nr2	10 mm
	9	pomiar S1002	pomiar UIC60 nr2	5 mm
	10	pomiar S1002/h28/e30,5/6,7%	pomiar UIC60 nr1	15 mm
	11	pomiar S1002/h28/e30,5/6,7%	pomiar UIC60 nr1	10 mm
	12	pomiar S1002/h28/e30,5/6,7%	pomiar UIC60 nr1	5 mm
	13	pomiar S1002	pomiar UIC60 nr1	15 mm
	14	pomiar S1002	pomiar UIC60 nr1	10 mm
	15	pomiar S1002	pomiar UIC60 nr1	5 mm

W pętli zewnętrznej znajdowało się 15 zestawień profili kół i szyn a w pętli wewnętrznej 9 prędkości od 40 do 120 km/h dla pojazdów WM-15C oraz CA-26.12 i 11 prędkości od 40 do 140 km/h dla pojazdu ZTU-300.02, co dawało odpowiednio 135 oraz 165 symulacji

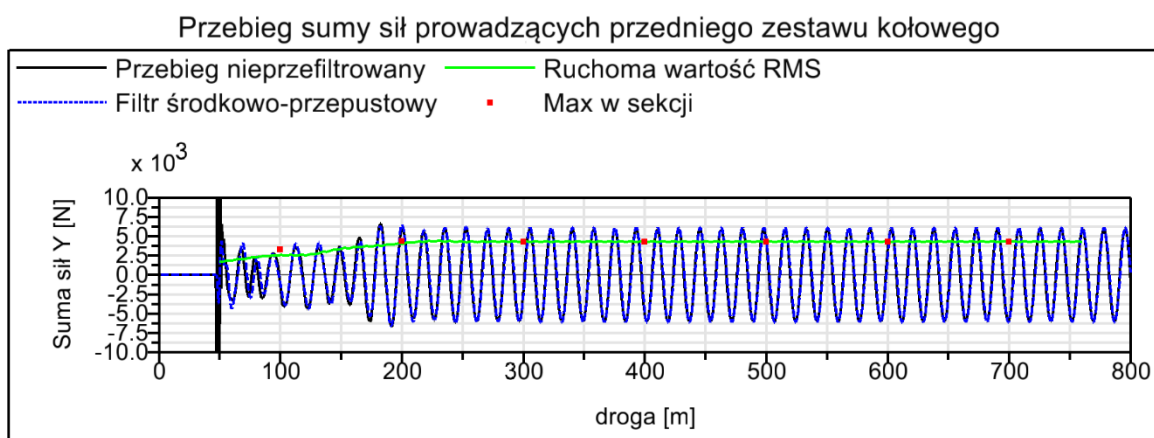
stabilności w dziedzinie czasu. Na komplet badań danego pojazdu składały się dwa kierunki jazdy co podwaja liczbę przypadków.

Następnie zdecydowano się zadawać zaburzenie początkowe w postaci pojedynczej poprzecznej nierówności torowej na dwóch szynach o przebiegu wychylenia, którego pierwszą pochodną stanowi jeden okres sinusoidy o długości fali 3 m. Wybrano stosunkowo krótką długość fali, żeby wymuszenie przypominało impuls który najskuteczniej wymusza różne postacie ruchu oscylacyjnego. Natomiast sama amplituda wymuszenia stanowiła jeden z parametrów badań, przy czym dla oceny modeli kontaktu koła i szyny przyjęto możliwie największą wartość równą 10 mm, z uwagi na możliwość występowania podkrytycznej bifurkacji [55]. Dodatkowo w celu oceny parametru nieliniowości z tabeli 8 dla przypadków z wykorzystaniem modelu referencyjnego CONTACT wykonano analizy dla niewielkiej wartości amplitudy równej 3 mm. Ponieważ dla wspomnianych badań oceniano stan ustalony następujący po zadaniu wymuszenia (znajdującego się na 50 m od początku toru badawczego) przejazd symulacyjny obejmował dostatecznie długi 800 m odcinek.

Jako podstawowy wynik każdej symulacji przyjęto wartość skuteczną sumy sił prowadzących $\sum Y_{rms}$ czyli wielkość ocenianą normalnej metody badań stabilności wg. normy PN-EN 14363 [1]. W tym celu wyliczoną sumę sił w chwilach czasowych odpowiadających próbkowaniu 200 Hz poddano odpowiedniemu filtrowaniu:

- Filtr środkowo-przepustowy Butterwortha rzędu 8 o częstotliwościach granicznych 0,4 oraz 4,4 Hz.
- Ruchoma wartość RMS o długości okna 100 m i kroku 0,5 m.
- Wartości maksymalne z niepokrywających się sekcji toru o długości 100 m.

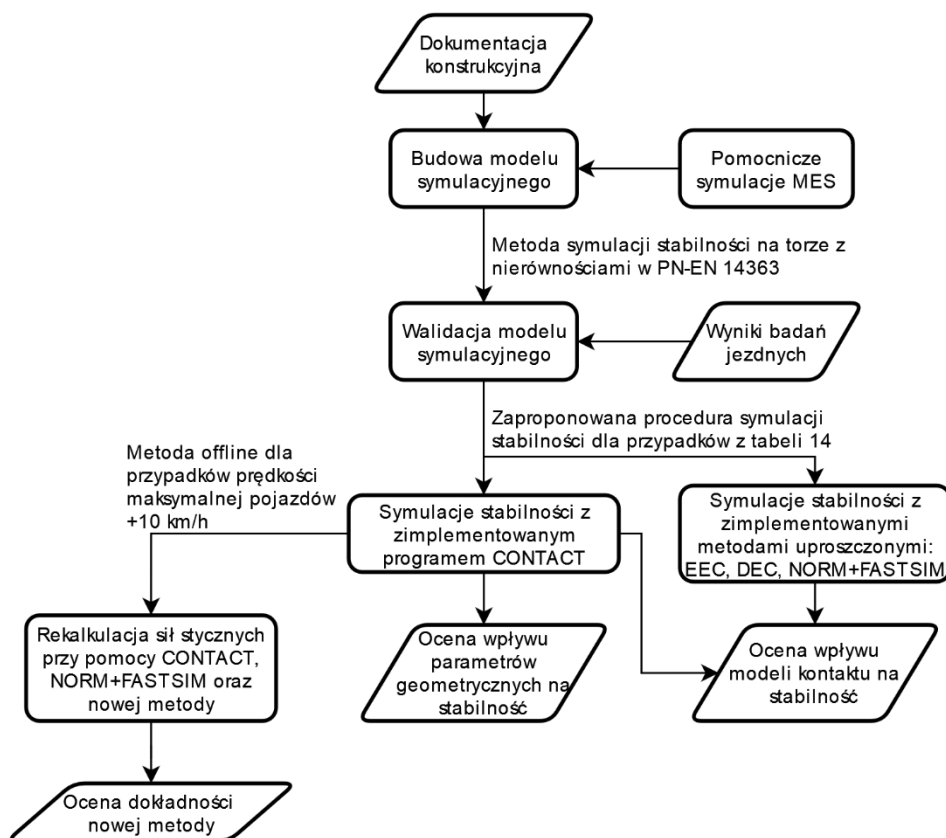
Przykładowy sygnał sumy sił prowadzących poddany powyższemu filtrowaniu przedstawiono na rysunku 42. Ostatecznie do oceny z każdego przebiegu przyjęto wartość maksymalną z ostatniej 100 m sekcji, czyli po osiągnięciu stanu ustalonego cyklu granicznego (lub równowagi w przypadku jazdy stabilnej).



Rys. 42. Filtrowanie przebiegu sygnału sumy sił prowadzących

Ponadto dla każdej symulacji monitorowano amplitudę ruchu wężykowego zestawu kołowego y_{amp} . Wyznaczano więc połowę wartości międzyszczytowej przemieszczenia poprzecznego zestawów kołowych w poszczególnych sekcjach.

Kompletny proces badawczy zaproponowany w niniejszej pracy przedstawiono schematycznie na rysunku 43. Zaproponowany proces został powtórzony dla każdego badanego pojazdu (dla dwóch kierunków jazdy).



Rys. 43. Schemat blokowy kompletnego procesu badań symulacyjnych

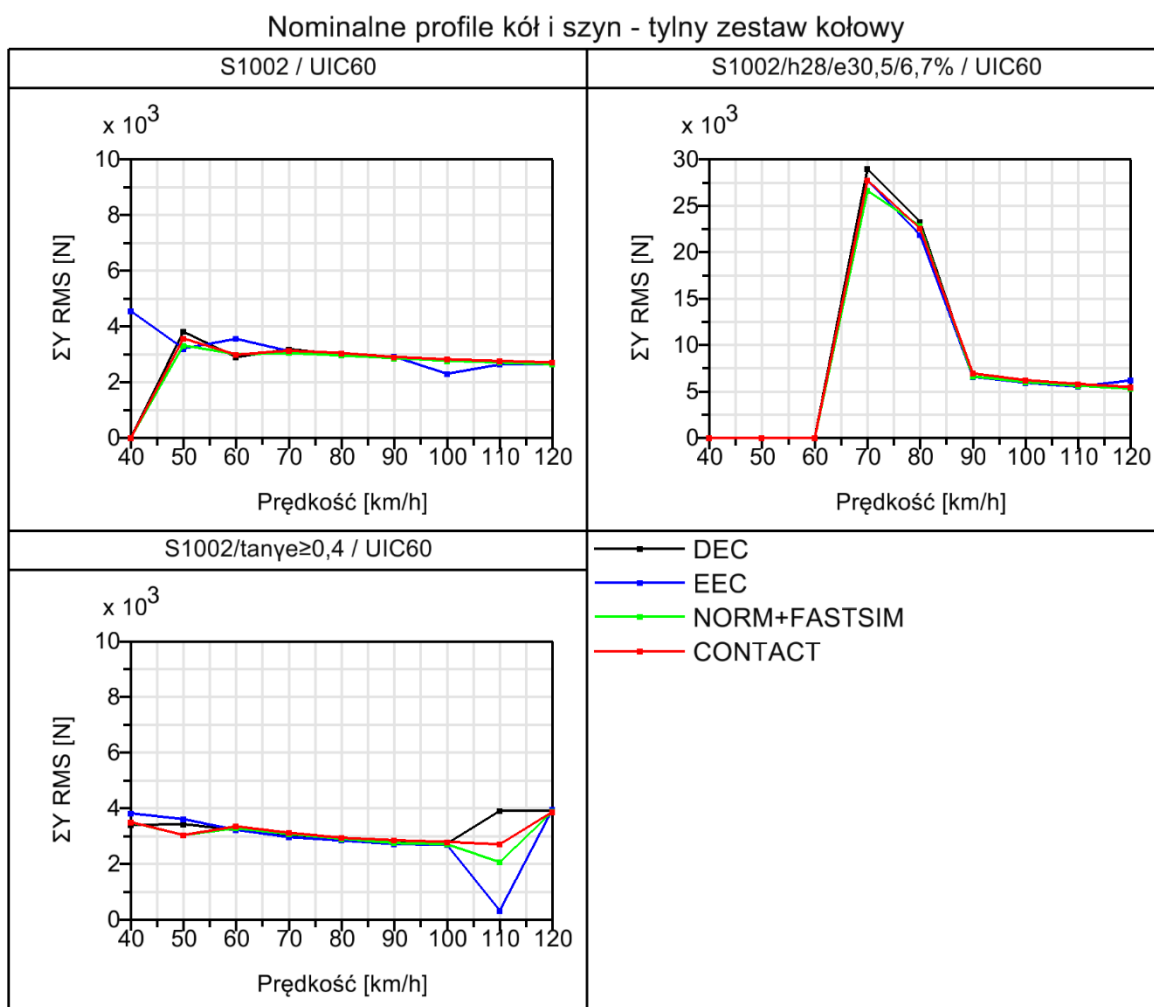
W celu wykonaniu analiz symulacyjnych służących udowodnieniu tezy pracy należało najpierw zbudować modele numeryczne pojazdów dwuosioowych w oparciu o dostępne dane, które uzupełniano pomocniczymi symulacjami MES. Walidacja modeli na podstawie dostępnych wyników badań eksperymentalnych pozwoliła na wykazanie przydatności modeli w zakresie symulacji stabilności na torze prostym. Dla tak przygotowanych modeli numerycznych wykonywano serię symulacji zgodnie z przedstawioną procedurą, dla szerokiego zakresu parametrów, z wykorzystaniem wybranych modeli kontaktu koła i szyny. Następnie wyniki przyjętej wielkości ocenianej pozwoliły na wyciągnięcie wniosków związanych z główną tezą pracy. Ponadto wykorzystano metodę offline na potrzebę oceny dokładności nowej metody obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny.

5. WYNIKI ANALIZ SYMULACYJNYCH STABILNOŚCI POJAZDÓW SZYNOWYCH

5.1. Ocena wpływu modeli kontaktu koła i szyny na wyniki symulacji stabilności

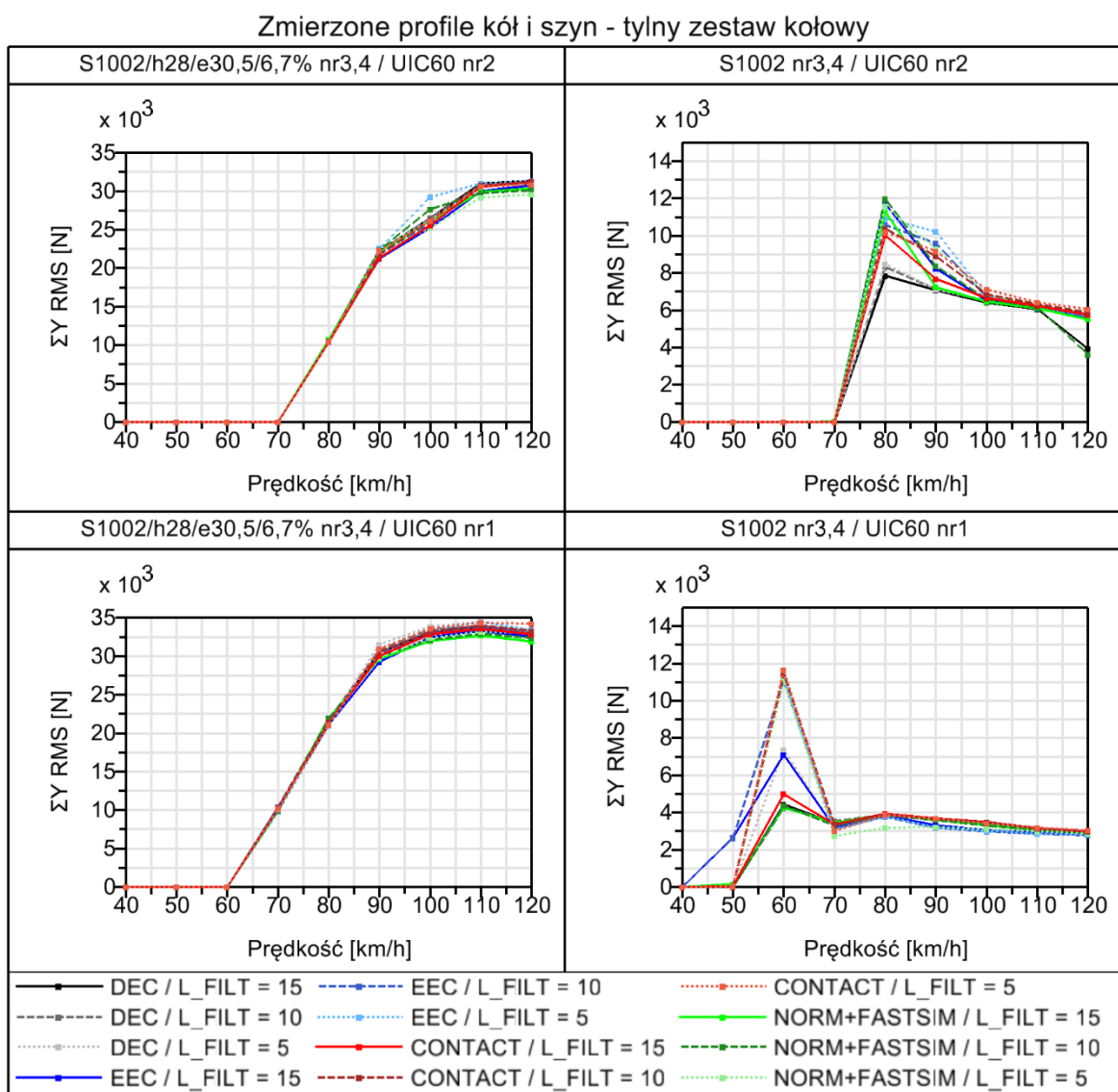
Poniżej przedstawiono wyniki analiz dla tylnego zestawu kołowego (względem kierunku jazdy) każdego pojazdu. Nie przedstawiono szczegółowych wyników dla przedniego zestawu kołowego, ponieważ zakresy niestabilnej jazdy pokrywały się wynikami dla tylnego zestawu, a siły prowadzące przyjmowały mniejsze wartości. Wyznaczone wartości sumy sił prowadzących z ostatniej sekcji toru zaprezentowano graficznie w funkcji poszczególnych prędkości jazdy dla wszystkich kombinacji zarysów z tabeli 14. Ponadto dla najistotniejszych wyników przytoczono maksymalne względne odchylenie wyniku symulacji dla metod uproszczonych (w wartości bezwzględnej) w odniesieniu do programu CONTACT. Należy zaznaczyć, że dla każdej symulacji, niezerowa wartość RMS sumy sił prowadzących w ostatniej sekcji toru prostego powinna oznaczać jazdę niestabilną, ze względu na brak zewnętrznego wymuszenia (poza początkowym) w zaproponowanej procedurze badań. Natomiast, żeby nie odnosić wyników do wartości bliskich zeru, przy wyznaczaniu odchylenia względnego (występowanie osobliwości), przyjęto, że pojazd jest niestabilny, gdy wartość oceniana przekracza 2 kN.

Na rysunku 44 widać stosunkowo wysoką zbieżność wyników dla profili nominalnych przy jeździe w przód pojazdu WM-15C. Zakresy jazdy niestabilnej całkowicie pokrywały się dla wszystkich metod z wyjątkiem dwóch przypadków dla metody eliptycznej EEC – profilu koła S1002 i prędkości 40 km/h oraz profilu o wysokiej stożkowatości i prędkości 110 km/h. Dla drugiego przypadku wyraźne są również różnice między ustaloną wartością sumy sił prowadzących między pozostałymi metodami (odchylenia względem CONTACT: DEC – 44 %, NORM+FASTSIM – 24 %).



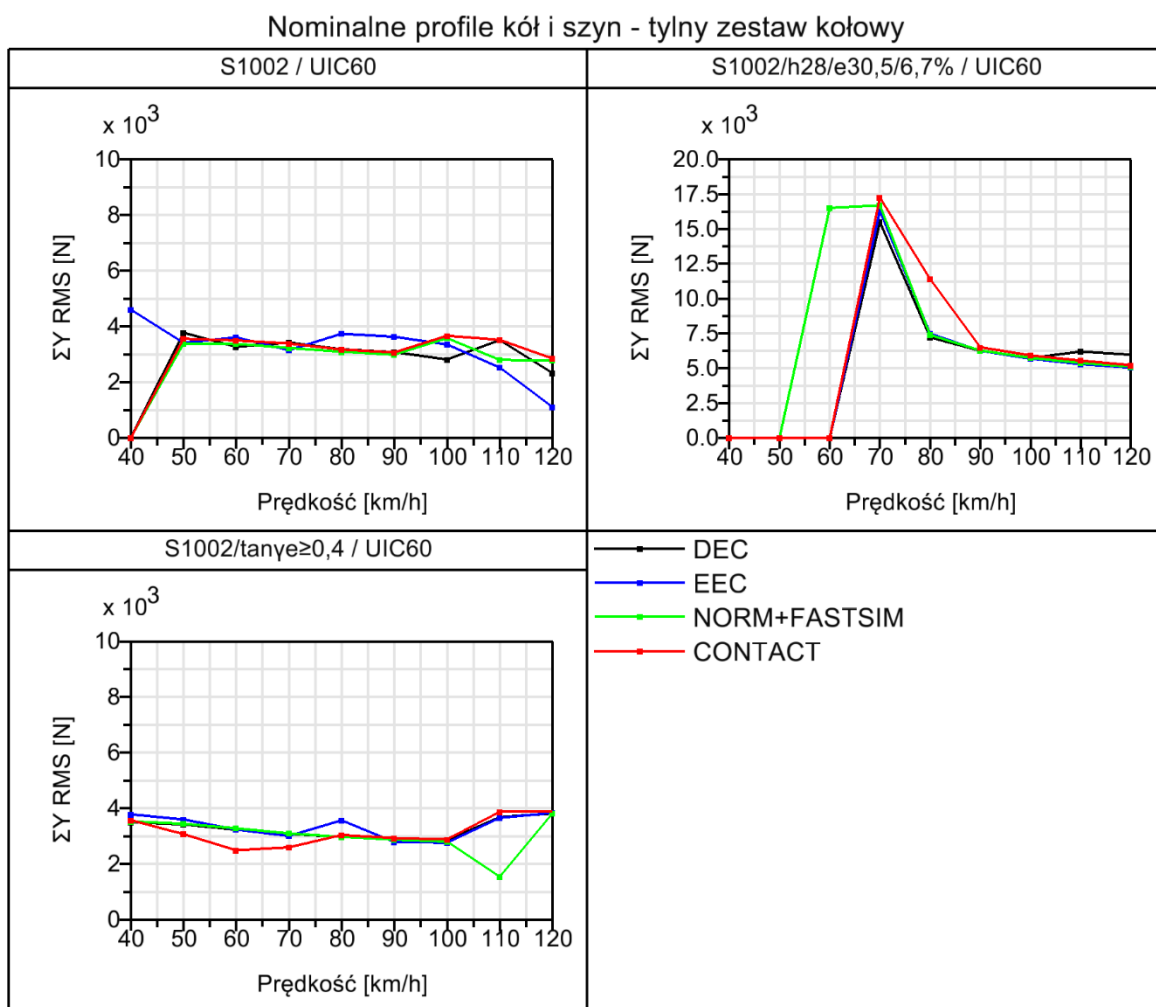
Rys. 44. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile nominalne, jazda w przód pojazdu WM-15C (tylny zestaw kołowy)

Rysunek 45 dotyczy tego samego przypadku badawczego tylko dla profili zmierzonych. Dla zarysów kół S1002/h28/e30,5/6,7% nr3,4 również zaobserwowano wysoką zbieżność wyników każdej metody. Z kolei dla profili kół S1002 nr3,4 zakresy jazdy niestabilnej są zbieżne za wyjątkiem dwóch przypadków metody EEC. Z pośród wykazanych niestabilności wystąpiły 4 przypadki o znacznych różnicach między metodami: prędkości 80, 90 i 120 km/h dla szyny nr2 i 60 km/h dla szyny nr1. Maksymalne odchylenia względne sumy sił prowadzących dla poszczególnych metod i dla parametrów L-FILT 15, 10, 5 mm wyniosły odpowiednio: DEC – 32 %, 63 %, 37 %, EEC – 42 %, 14 %, 13 %, NORM+FASTSIM – 14 %, 62 %, 39 %.



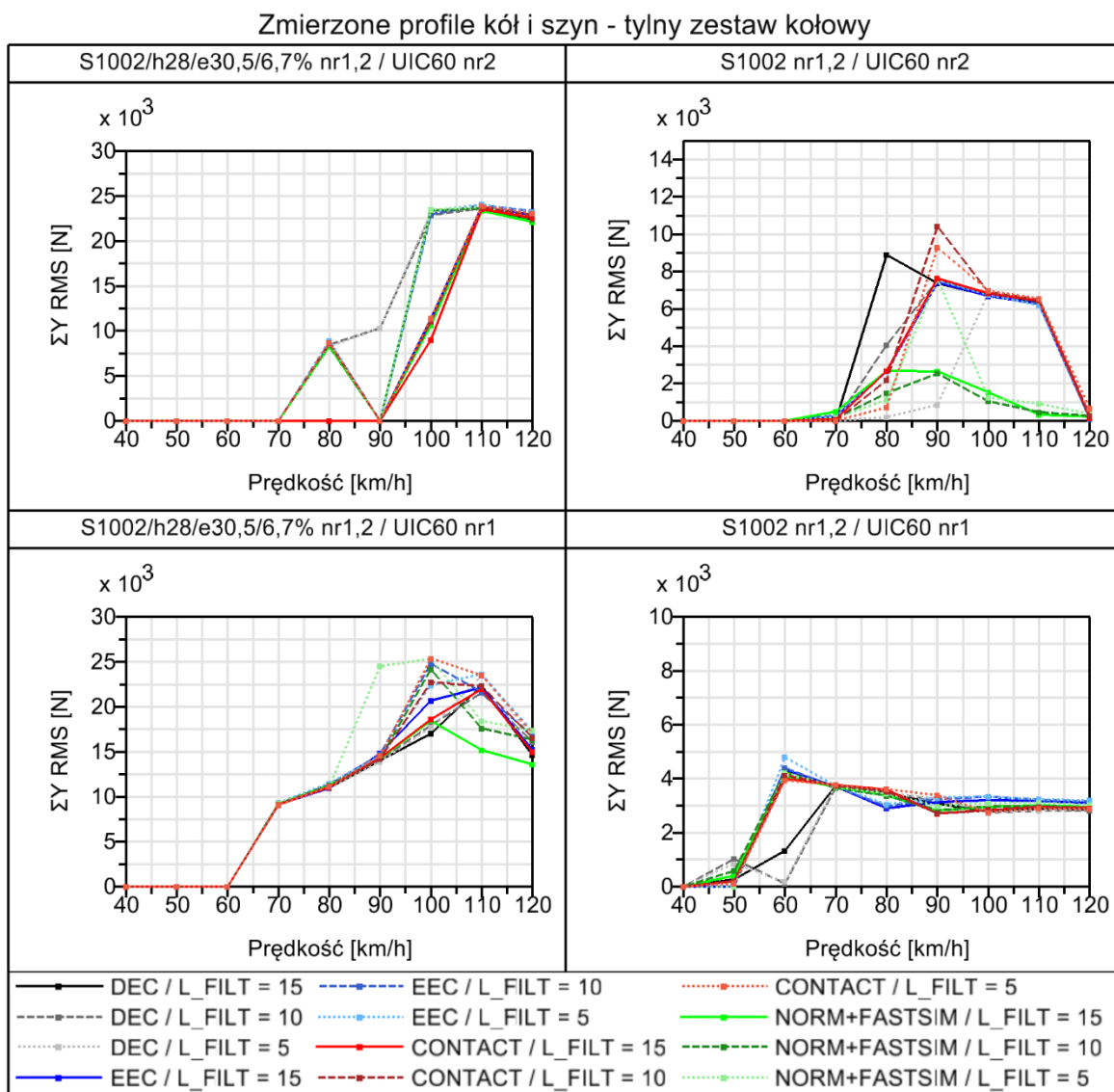
Rys. 45. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile zmierzone, jazda w przód pojazdu WM-15C (tylny zestaw kołowy)

Rysunek 46 zawiera wyniki dla profili nominalnych podczas jazdy w tył pojazdu WM-15C. W tym przypadku zakresy jazdy niestabilnej i wartości ocenianej siły prowadzącej są zbliżone do przypadku jazdy w przód. Jednakże dodatkowo wystąpiło rozszerzenie zakresu prędkości silnego wężykowania pojazdu dla metody NORM+FASTSIM (o wartość 60 km/h) dla koła o zarysie S1002/h28/e30,5/6,7%. W przypadku tego profilu wszystkie oceniane metody wykazały się największym odchyleniem względem około 35 % dla prędkości 80 km/h. Dla pozostałych profili kół znaczne różnice wystąpiły dla tych samych prędkości jak dla jazdy w przód, z tym, że dla profilu o wysokiej stożkowatości to metoda NORM+FASTSIM wykazała największą różnicę względem CONTACT.



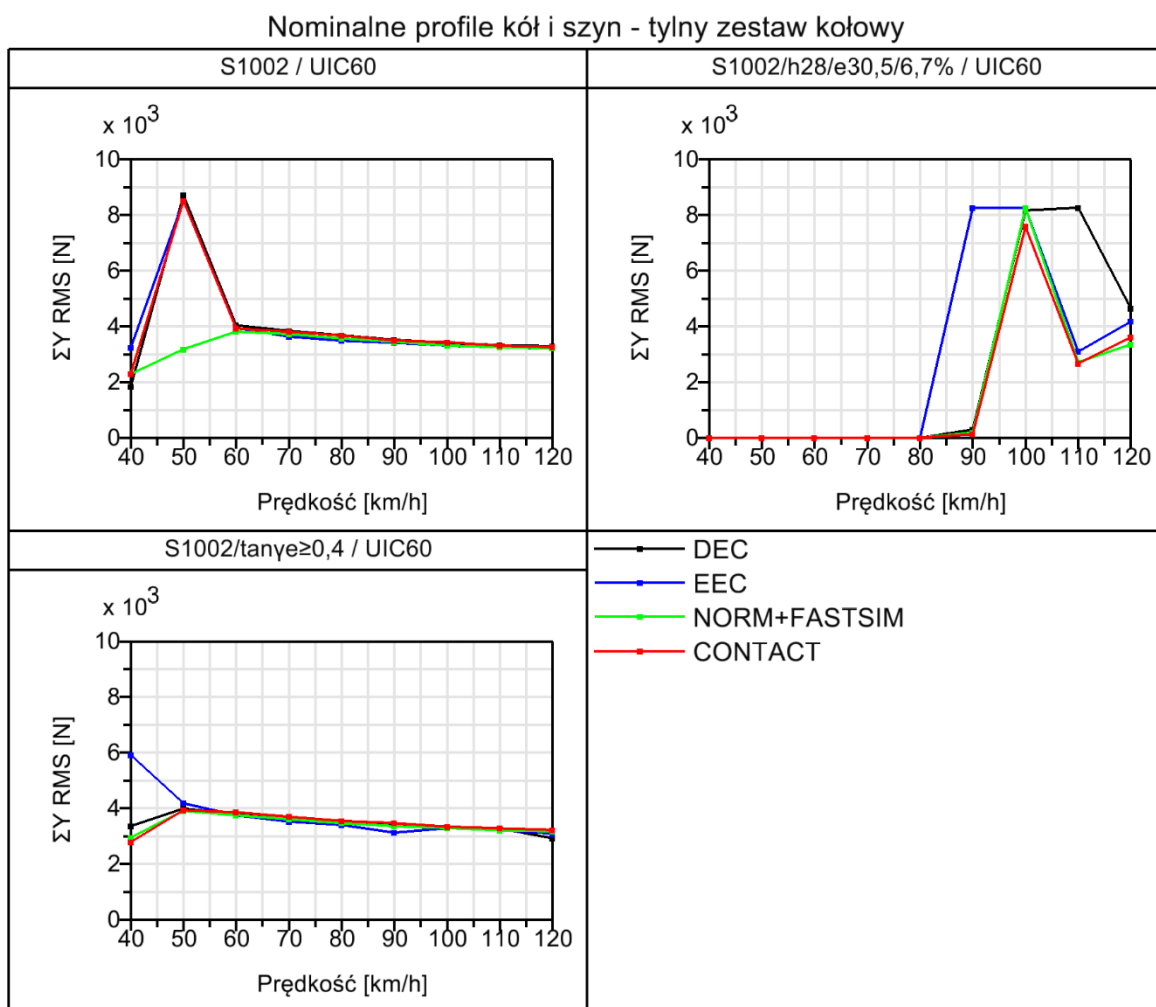
Rys. 46. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile nominalne, jazda w tył pojazdu WM-15C (tylny zestaw kołowy)

Wyniki dla profili zmierzonych tego samego przypadku badawczego przedstawia rysunek 47. Dla profili zmierzonych na dodatkowe różnice w porównaniu do jazdy w przeciwnym kierunku, poza niesymetrią masową pojazdu, wpływają również zamiana profili kół tylnego zestawu kołowego (oraz przedniego). Stąd zauważalne są znaczne różnice wartości ocenianej, pomimo zgodności prędkości krytycznej dla większości przypadków. Porównując poszczególne metody szczególnie zastanawiające jest występowanie pojedynczej niestabilności dla profili S1002/h28/e30,5/6,7% nr1,2 / UIC60 nr2 przy prędkości 80 km/h wszystkich metod z wyjątkiem metody referencyjnej CONTACT z parametrem filtrowania 15 mm. Ponadto dla tej kombinacji profili dla prędkości 100 km/h odchylenie wartości ocenianej względem CONTACT przekroczyło 100 % dla każdej metody uproszczonej. Innym niespodziewanym wynikiem jest powtarzalna dla zakresu prędkości 90-110 km/h niska wartość sumy sił prowadzących dla metody NORM+FASTSIM w odróżnieniu do pozostałych metod.



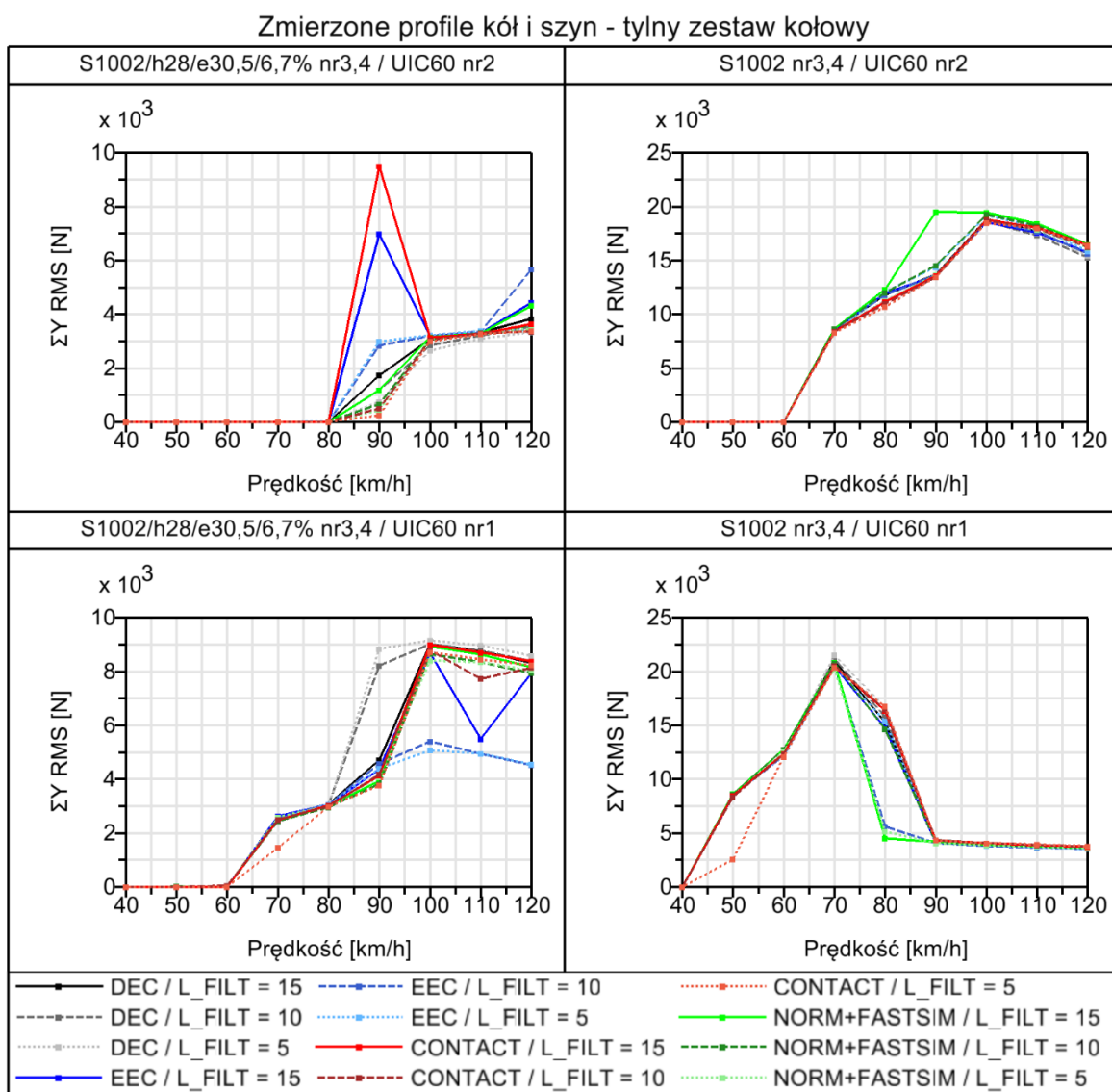
Rys. 47. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile zmierzone, jazda w tył pojazdu WM-15C (tylny zestaw kołowy)

Na rysunku 48 oraz 49 przedstawiono wyniki symulacji stabilności pojazdu CA-26.12 dla kierunku jazdy w przód. Dla nominalnego profilu koła S1002/h28/e30,5/6,7% zaobserwowano rozszerzenie zakresu prędkości jazdy niestabilnej o 10 km/h metody EEC oraz odchylenie względne metody DEC od metody referencyjnej sięgające 210 % dla prędkości 110 km/h. Pozostałe nominalne profile kół dawały większą zbieżność porównywanych metod, jedynie w przypadku koła S1002 dla prędkości 50 km/h otrzymano znaczne odchylenie metody NORM+FASTSIM o wartości 63 % względem metody referencyjnej.



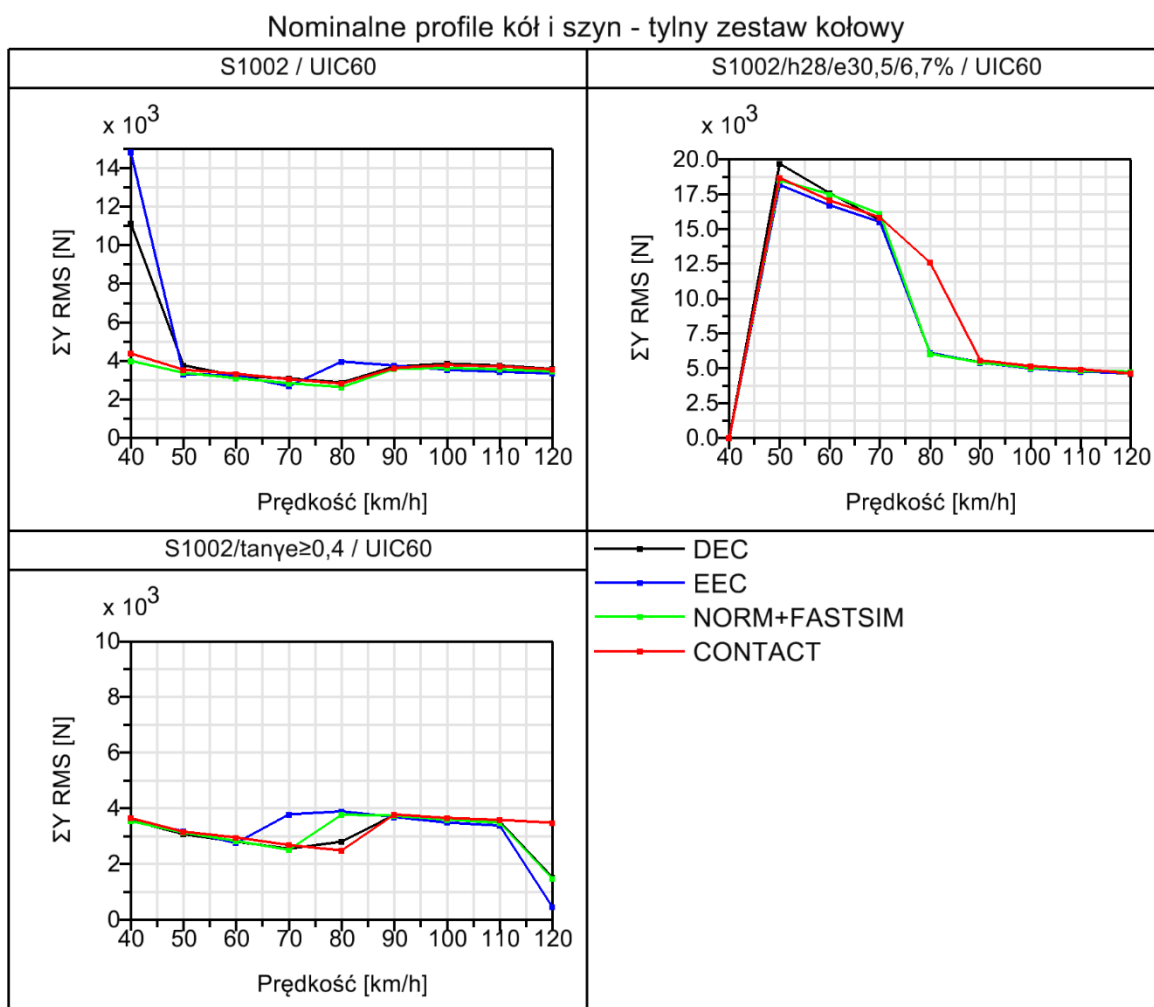
Rys. 48. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile nominalne, jazda w przód pojazdu CA-26.12 (tylny zestaw kołowy)

Wyniki sumy sił prowadzących dla zmierzonych profili wykazały się większym zróżnicowaniem zwłaszcza dla profilu o zawężonym obrzeżu. Szczególnie przypadek dla szyny UIC60 nr2, prędkości 90 km/h i $L_{FILT} = 15$ mm charakteryzował się odmiennym zachowaniem pojazdu dla metod DEC i NORM+FASTSIM. Z kolei dla szyny nr1 to metoda EEC najbardziej odbiega od referencyjnej (max 68 %), pomimo zgodności zakresów prędkości ruchu niestabilnego. Również wysoką zgodność wspomnianych zakresów otrzymano dla profili kół S1002. Jednak dla metody NORM+FASTSIM występowały 2 przypadki o znacznym odchyleniu od CONTACT sumy sił prowadzących cyklu granicznego: dla szyny UIC60 nr2 i prędkości 90 km/h – 44 % a szyny UIC60 nr1 i prędkości 80 km/h – 72 %.



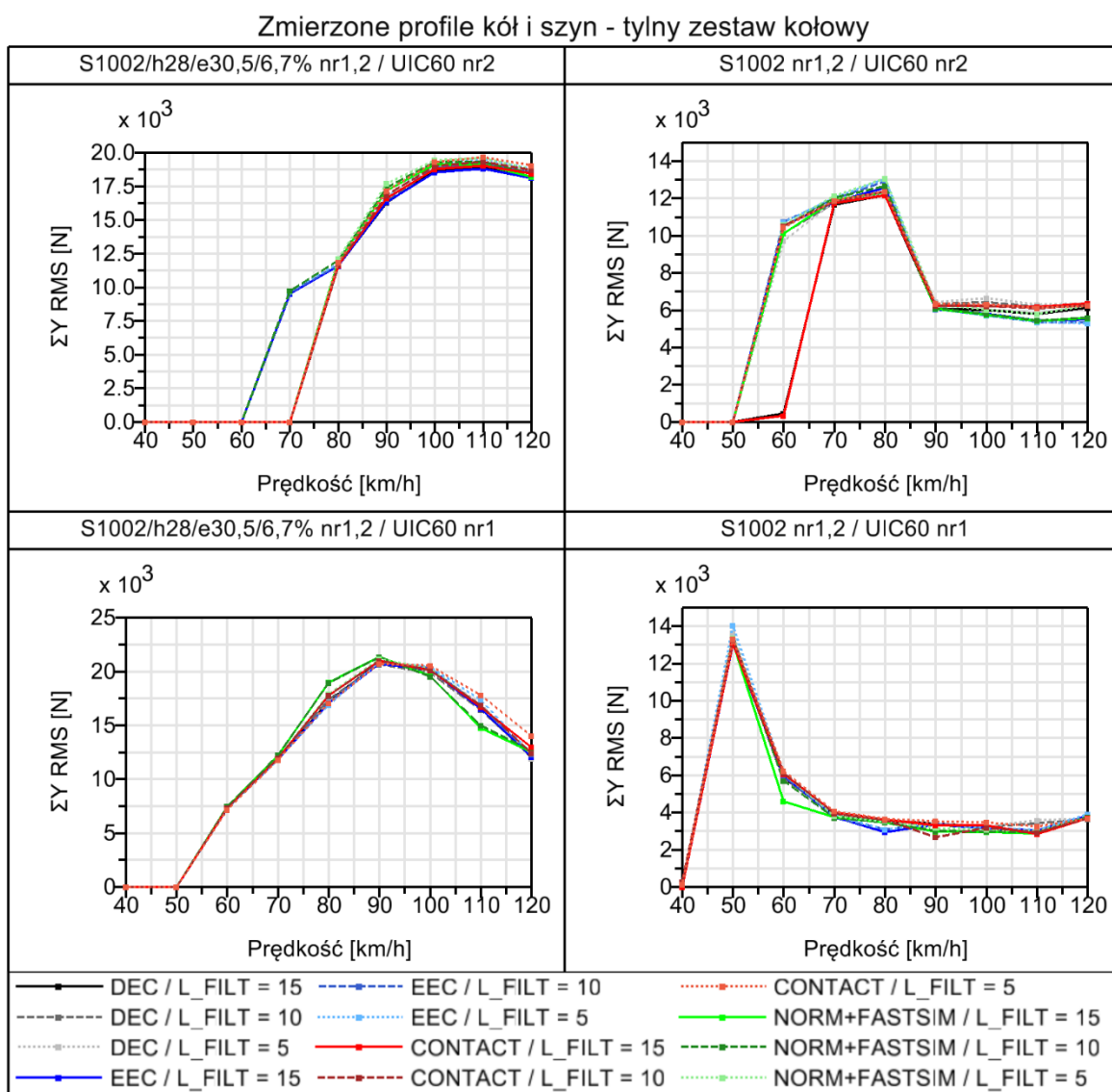
Rys. 49. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile zmierzone, jazda w przód pojazdu CA-26.12 (tylny zestaw kołowy)

Następnie wyniki serii symulacji stabilności pojazdu CA-26.12 dla kierunku jazdy w tył przedstawiono na rysunkach 50 i 51. Dla zarysów nominalnych koła i szyny zakresy jazdy niestabilnej pokrywają się dla wszystkich metod z wyjątkiem przypadku profilu o wysokiej stożkowatości i prędkości 120 km/h. Ponadto występuje tylko kilka przypadków o znaczącym odchyleniu ocenianego kryterium poszczególnych metod uproszczonych od CONTACT. Dla koła S1002 i prędkości 40 km/h: DEC – 154 % oraz EEC – 239 % a dla koła S1002/h28/e30,5/6,7% i prędkości 80 km/h odchylenie wszystkich metod uproszczonych wyniosło około 52 %.



Rys. 50. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile nominalne, jazda w tył pojazdu CA-26.12 (tylny zestaw kołowy)

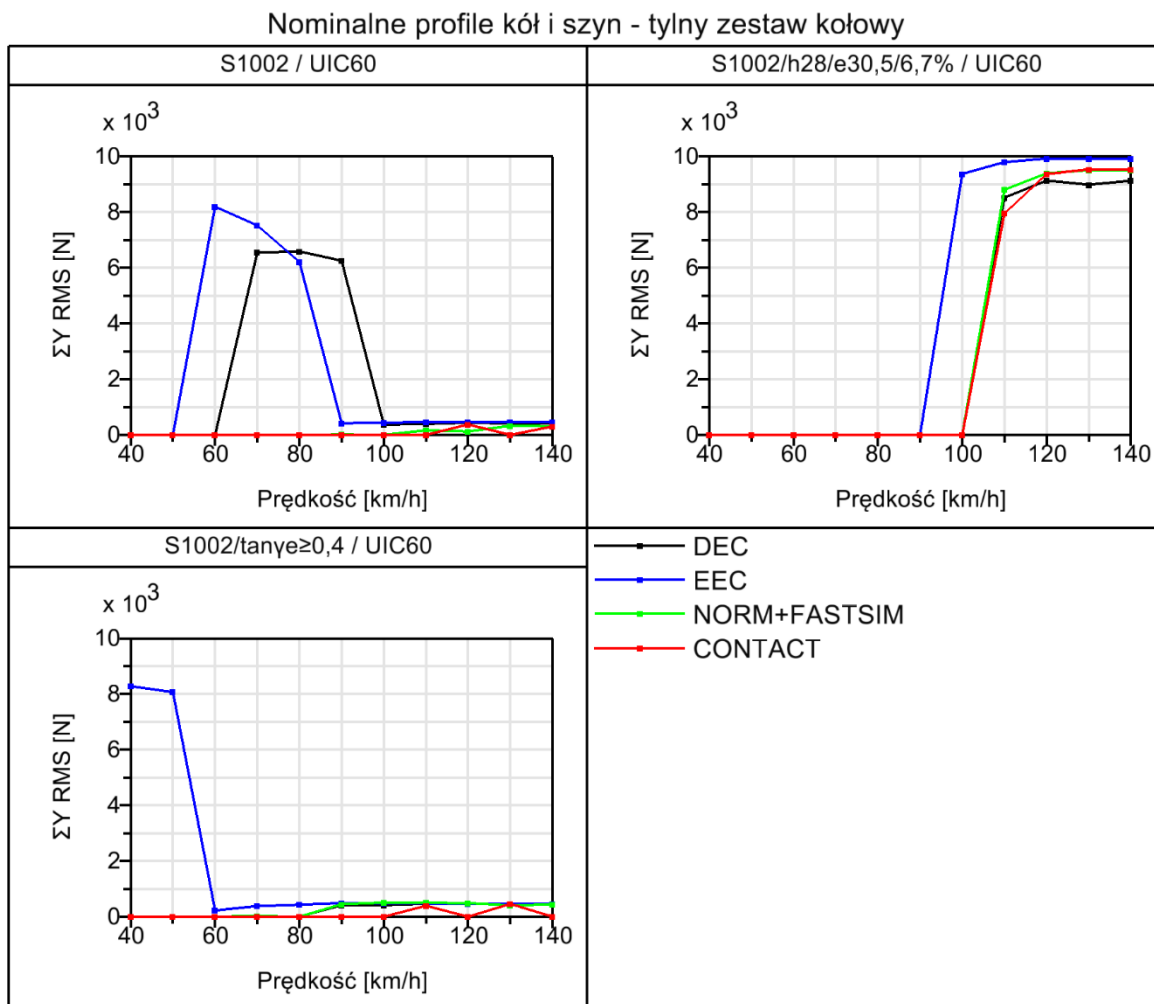
Również dla omawianej konfiguracji badawczej i profili zmierzonych otrzymano wysoką zbieżność wyników. Szczególnie dla szyny UIC60 nr1 zakresy jazdy niestabilnej pokrywały się dla wszystkich metod i nie odnotowano znaczących różnic wartości ocenianej. Natomiast dla szyny UIC60 nr 2 zaobserwowano odmienne zachowanie pojazdu przy prędkości 70 km/h i profilu koła S1002/h28/e30,5/6,7% oraz prędkości 50 km/h w kombinacji z profilem koła S1002. W pierwszym przypadku odmienne od referencyjnych wyniki otrzymano dla metody EEC (wszystkich wartości parametru L_{FILT}) oraz metody NORM+FASTSIM z parametrem $L_{FILT} = 10$ mm. W drugim przypadku były to metody EEC i NORM+FASTSIM z parametrem $L_{FILT} = 15$ mm. Dla konfiguracji, w których dla metod uproszczonych i metody referencyjnej występuje ruch niestabilny nie ma znacznej różnicy sumy sił prowadzących.



Rys. 51. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile zmierzone, jazda w tył pojazdu CA-26.12 (tylny zestaw kołowy)

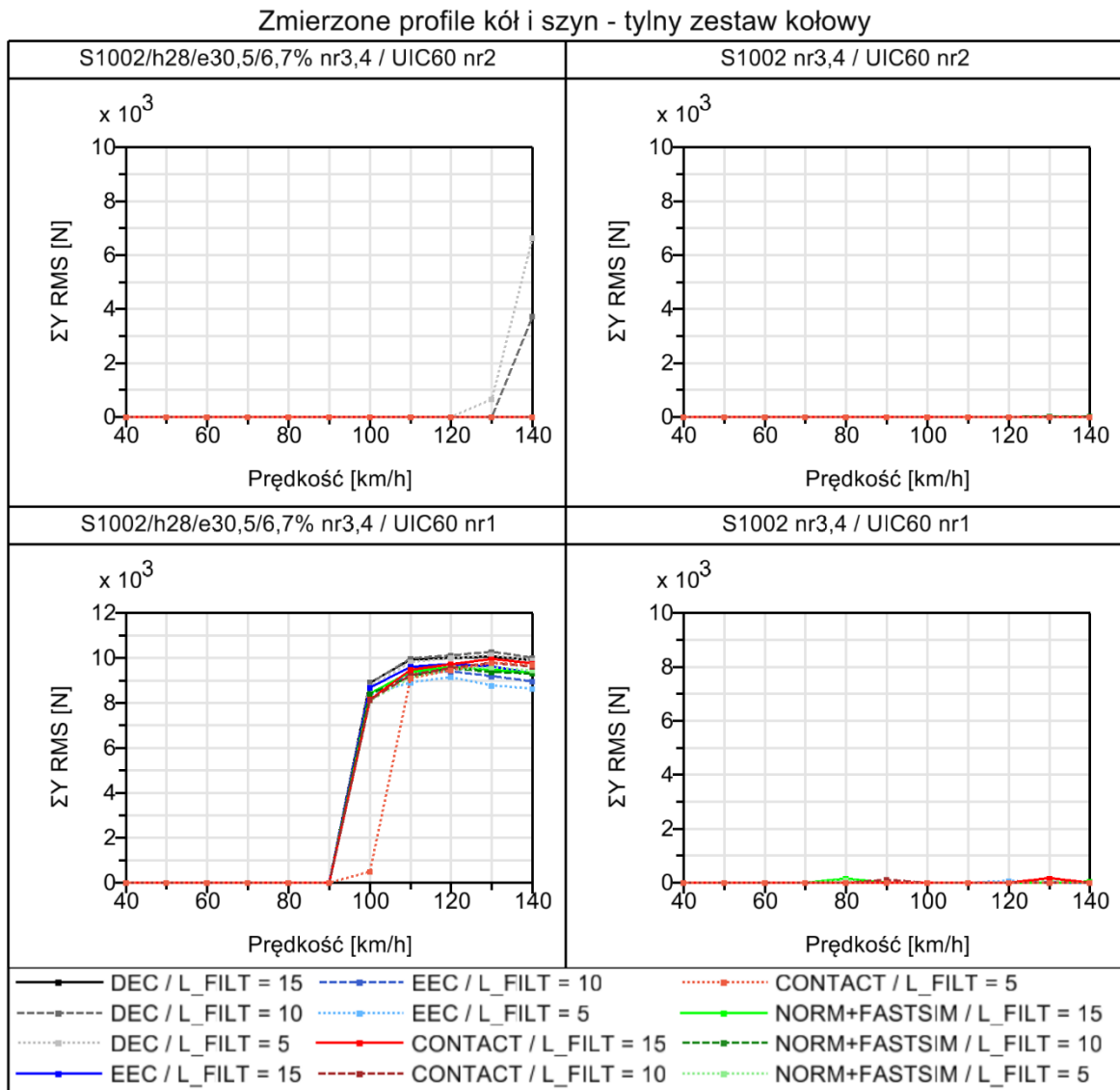
Obliczenia stabilności pojazdu ZTU-300.02 dla kierunku jazdy w przód (rysunek 52), z wykorzystaniem programu CONTACT wykazały zakres niestabilnej jazdy od prędkości 110 km/h dla nominalnego profilu S1002/h28/e30,5/6,7% przy zanikaniu ruchu wężykowania dla pozostałych profili nominalnych. Analogiczny wynik otrzymano dla metody NORM+FASTSIM, natomiast dla metod EEC i DEC dodatkowo występowała niestabilność również dla pozostałych profili nominalnych. Dla profilu podstawowego S1002 był to zakres prędkości od 70 do 90 km/h metody DEC i prędkości o 10 km/h mniejszych dla EEC. Z kolei dla profilu o wysokiej stożkowatości niestabilność wystąpiła poniżej prędkości 60 km/h tylko metody eliptycznej. Maksymalne odchylenia względne (od metody referencyjnej) sumy sił

przewodzących dla poszczególnych metod uproszczonych wyniosły: DEC – 7 %, EEC – 23 %, NORM+FASTSIM – 11 %.



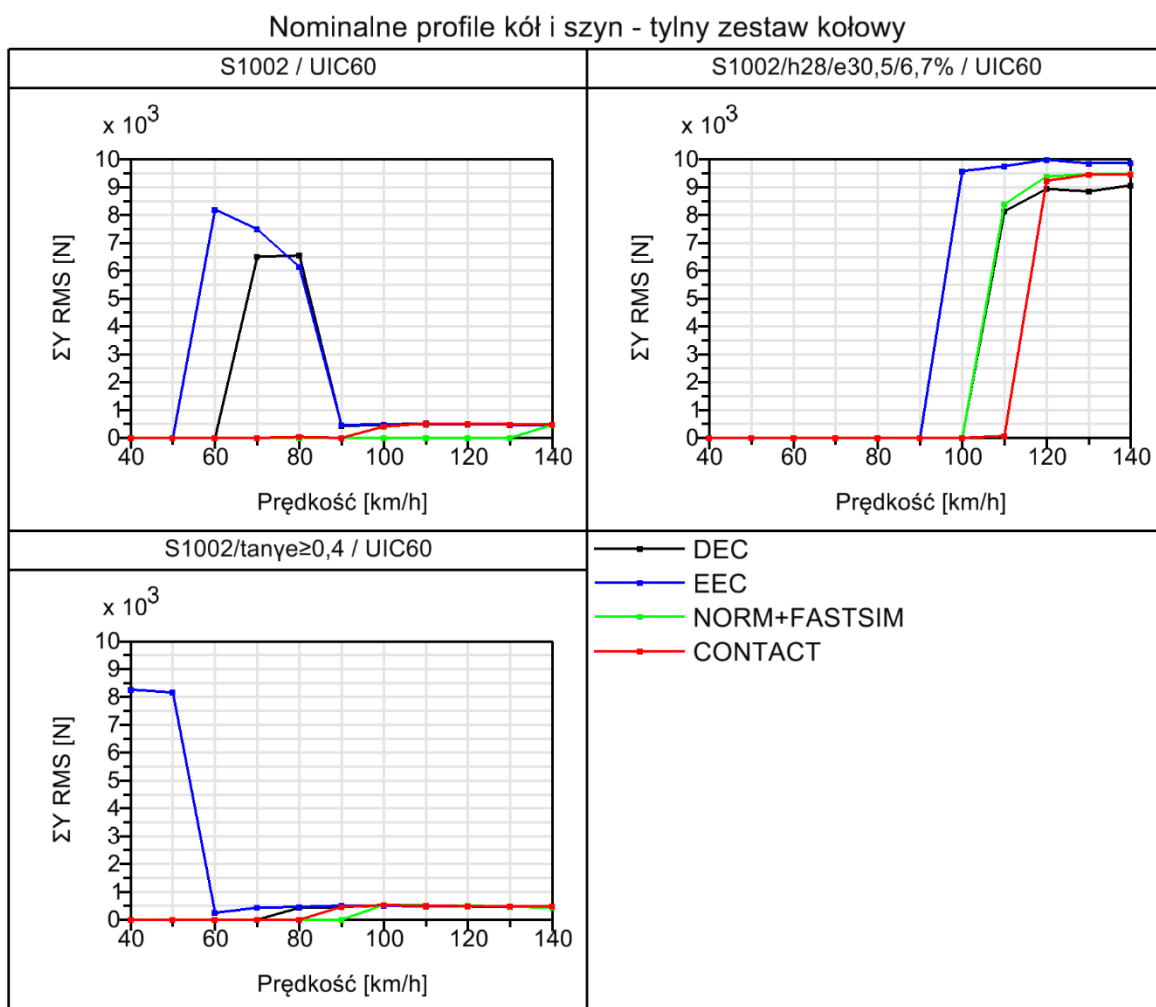
Rys. 52. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile nominalne, jazda w przód pojazdu ZTU-300.02 (tylny zestaw kołowy)

W przypadku wspomnianej konfiguracji pojazdu dla profili zmierzonych niestabilność wystąpiła tylko dla profili kół o zawężonym obrzeżu co przedstawiono na rysunku 53. Z czego dla kombinacji z szyną nr2 wystąpiły tylko dwa pojedyncze przypadki metody DEC. W przypadku szyny nr1 był to cały zakres od prędkości 100 km/h dla wszystkich metod zgodnie z wyjątkiem programu CONTACT w połączeniu z parametrem filtrowania profili 5 mm. Maksymalne odchylenie względne metod uproszczonych od CONTACT w przypadku ruchu niestabilnego wyniosły: DEC – 9 %, EEC – 11 %, NORM+FASTSIM – 6 %.



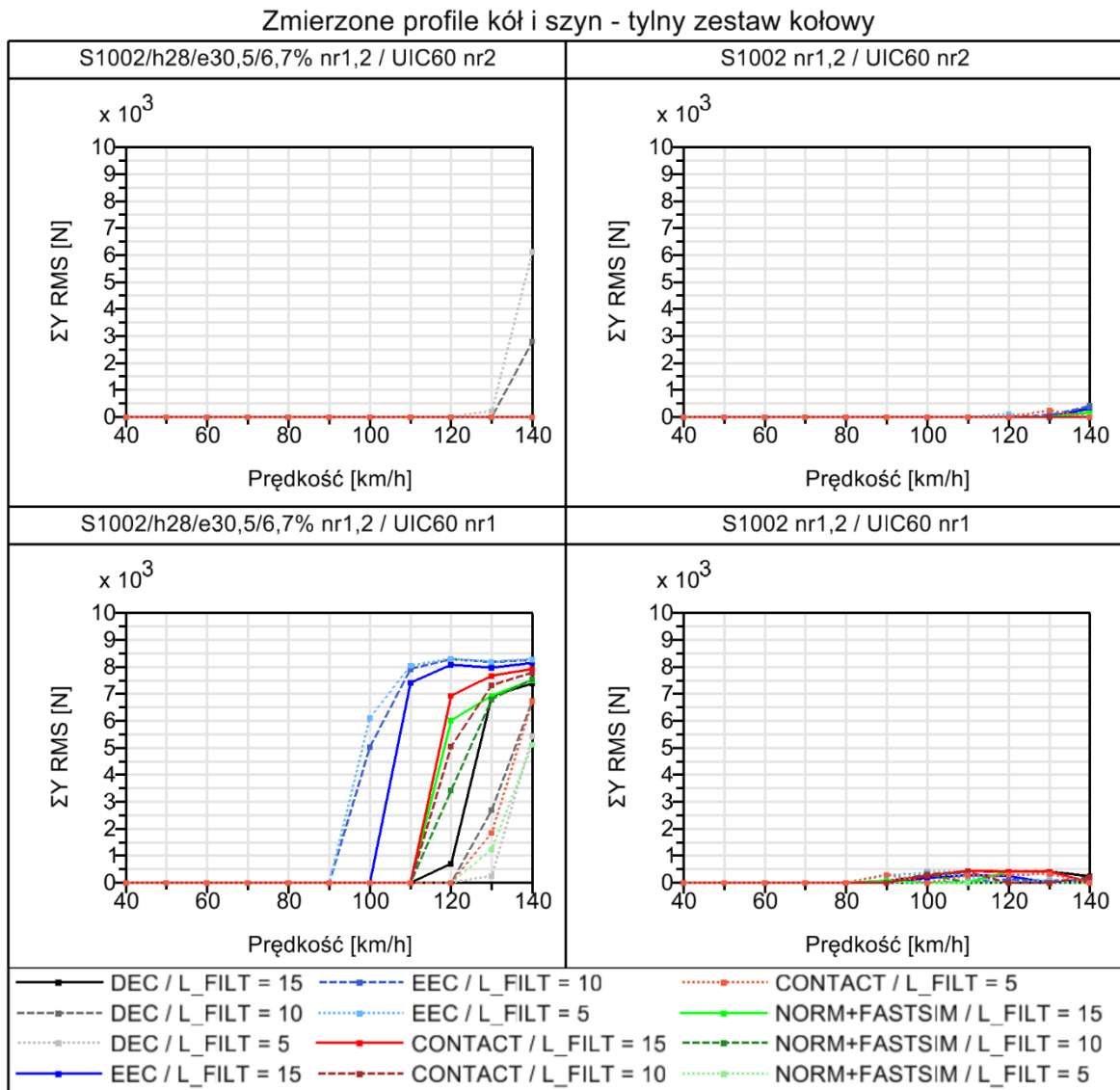
Rys. 53. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile zmierzone, jazda w przód pojazdu ZTU-300.02 (tylny zestaw kołowy)

Wyniki symulacji dla nominalnych profili podczas jazdy w tył pojazdu ZTU-300.02 są zbliżone do odpowiadających wyników jazdy w przód (rysunek 54). Zaobserwowano jedynie dwa przypadki o odmiennym zachowaniu: zakres prędkości ruchu niestabilnego metody DEC dla koła S1002 przestał obejmować prędkość 90 km/h, a dla koła S1002/h28/e30,5/6,7% prędkość 110 km/h tylko metody CONTACT. Natomiast odchylenia sumy sił prowadzących metod uproszczonych od metody referencyjnej osiągnęły wartości maksymalne: DEC – 6 %, EEC – 8 %, NORM+FASTSIM – 2 %.



Rys. 54. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile nominalne, jazda w tył pojazdu ZTU-300.02 (tylny zestaw kołowy)

Dla jazdy w tył omawianego pojazdu niestabilność zaobserwowano dla tych samych przypadków zmierzonych zarysów kół i szyn jak dla jazdy w przód (rysunek 55). Występują natomiast większe różnice pomiędzy wynikami uzyskanymi przy pomocy ocenianych metod względem CONTACT. Szczególnie rozbiega się metoda EEC dla wszystkich wartości parametru filtrowania: 15, 10 i 5 mm z rozszerzeniem zakresów jazdy niestabilnej o odpowiednio: 10, 20 i 30 km/h. Dla metody DEC te zakresy zmieniły się o maksymalnie 10 km/h, a dla metody NORM+FASTSIM są zbieżne z metodą CONTACT.



Rys. 55. Porównanie wpływu modeli kontaktu koła z szyną na kryterium ΣY_{rms} – profile zmierzone, jazda w tył pojazdu ZTU-300.02 (tylny zestaw kołowy)

Ze wszystkich powyższych wyników wyznaczono ilość przypadków, w których dla metod uproszczonych otrzymano odmienne od metody referencyjnej wyniki występowania stabilności. Przyjęto przy tym że pojazd jest stabilny jeśli wartość RMS sumy sił prowadzących tylnego zestawu kołowego na końcu symulacji nie przekracza 2 kN. Wyniki tej analizy zestawiono w tabeli 15, odnosząc liczbę błędnych wyników do całkowitej liczby symulacji dla danego pojazdu. Zdecydowanie największą liczbą niewłaściwych wyników wykazała się metoda EEC, co było spodziewane ze względu na założoną eliptyczność obszaru styku w tej metodzie. Natomiast najmniejszą liczbę niewłaściwych wyników otrzymano dla metody NORM+FASTSIM i nieco od niej większą dla DEC. Należy wspomnieć, że różnica między ostatnimi metodami wynika nie tylko z rozwiązania zagadnienia normalnego

(uproszczonego i dokładnego) ale także z odmiennej implementacji algorytmu FASTSIM i obliczania poślizgów sztywnych [47,34].

Tabela 15. Ilość przypadków (w odniesieniu do wszystkich symulacji) o odmiennym wyniku zachowania pojazdów w porównaniu do metody referencyjnej

Pojazd	DEC	EEC	NORM + FASTSIM
WM-15C	2,6 %	3,0 %	3,3 %
CA-26.12	0,7 %	3,0 %	1,5 %
ZTU-300.02	3,9 %	6,4 %	0,6 %
Wszystkie	2,5 %	4,3 %	1,7 %

Następnie w tabelach 16, 17 zestawiono porównanie średnich odchyłeń względnych ocenianego kryterium dla metod uproszczonych w odniesieniu do programu CONTACT, gdy dla porównywanych przypadków wartość RMS sumy sił prowadzących przekraczała 2 kN. Podobne jak dla powyższej analizy, dla nominalnych profili koła i szyny największymi ocenianymi odchyleniami względnymi wykazała się metoda EEC a najmniejszymi NORM+FASTSIM (tabela 16). Przy czym dla tych przypadków wyniki metody DEC są bliższe do EEC, a dla NORM+FASTSIM średnie odchylenia są około 2 razy mniejsze.

Tabela 16. Średnie odchylenia względne $\sum Y_{rms}$ dla metod uproszczonych względem metody referencyjnej CONTACT – nominalne profile koła i szyny

Pojazd	DEC	EEC	NORM + FASTSIM
WM-15C	8,1 %	9,3 %	4,7 %
CA-26.12	9,5 %	12,6 %	5,3 %
ZTU-300.02	5,3 %	6,4 %	2,6 %

Dla zmierzonych profili koła i szyny różnice między błędami średnimi metod są zdecydowanie mniejsze (tabela 17). Nie widać również znaczącej różnicy między wynikami dla poszczególnych pojazdów. Natomiast zauważalna jest tendencja wzrostu odchylenia od wyniku referencyjnego przy zmniejszającej się wartości parametru filtrowania zarysów koła i szyny.

Tabela 17. Średnie odchylenie względne $\sum Y_{rms}$ dla metod uproszczonych względem metody referencyjnej CONTACT – zmierzone profile koła i szyny

Pojazd	L_FILT	DEC	EEC	NORM + FASTSIM
WM-15C	15 mm	6,7 %	4,9 %	5,1 %
	10 mm	7,3 %	7,1 %	10,3 %
	5 mm	6,1 %	8,7 %	7,7 %
	Wszystkie	6,7 %	6,9 %	7,7 %

CA-26.12	15 mm	2,4 %	5,0 %	6,3 %
	10 mm	4,3 %	7,1 %	4,3 %
	5 mm	8,9 %	10,0 %	9,0 %
	Wszystkie	5,2 %	7,3 %	6,5 %
ZTU-300.02	15 mm	5,9 %	5,9 %	6,9 %
	10 mm	12,8 %	15,3 %	7,9 %
	5 mm	8,2 %	12,1 %	8,8 %
	Wszystkie	8,7 %	10,7 %	7,5 %

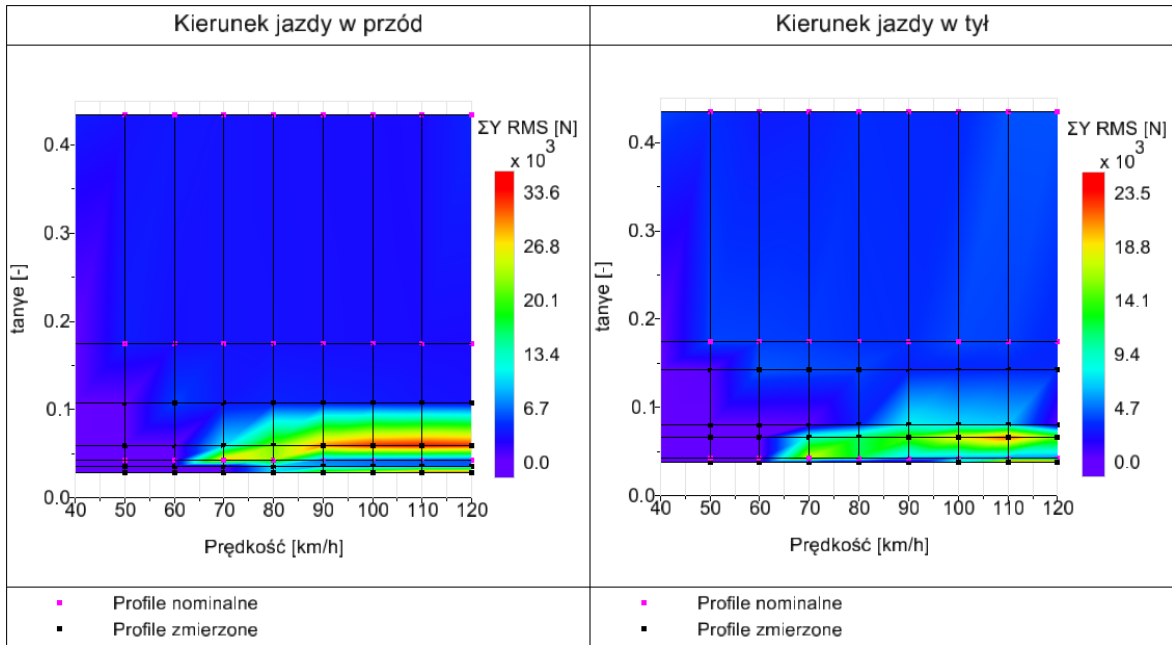
Na podstawie powyższych analiz można stwierdzić, że dla przeważającej liczby prób wyniki uzyskane przy pomocy metod uproszczonych są zbieżne z metodą referencyjną CONTACT. Jednakże dla kilku % przypadków otrzymano błędną predykcję występowania bądź niewystępowania ruchu niestabilnego (tabela 15). Dlatego wskazane jest minimalizowanie ryzyka błędnej akceptacji wyników poprzez stosowanie najmniej uproszczonych modeli kontaktu koła i szyny. Ponadto dla zmierzonych zarysów koła i szyny zauważono wielkie znaczenie sposobu filtrowania danych pomiarowych na otrzymywane wyniki. Mianowicie filtrowanie profilu z mniejszą długością fali zdecydowanie zwiększa otrzymywane odchylenia metod uproszczonych od referencyjnej, ponieważ wówczas występują większe zmiany krzywizny powierzchni w obszarze styku (rysunki 25 oraz 26), a co za tym idzie kształt obszaru bardziej odbiegający od elipsy. Podsumowując wszystkie przedstawione wyniki badań, powtarzalne jest otrzymywanie największego błędu symulacji, dla której korzystano z metody eliptycznej rozwiązania zagadnienia kontaktu koła i szyny. Zdecydowanie lepsze wyniki otrzymano dla uproszczonych metod nieeliptycznych, jednak nawet dla metody korzystającej z dokładnego rozwiązania normalnego i uproszczonego stycznego, nadal występują przypadki o odmiennych od referencyjnych wynikach. Z tego względu uzasadnione jest zaproponowanie w dalszej części pracy nowej metody uproszczonej rozwiązania zagadnienia stycznego kontaktu koła i szyny.

5.2. Ocena wpływu badanych parametrów na stabilność pojazdów szynowych

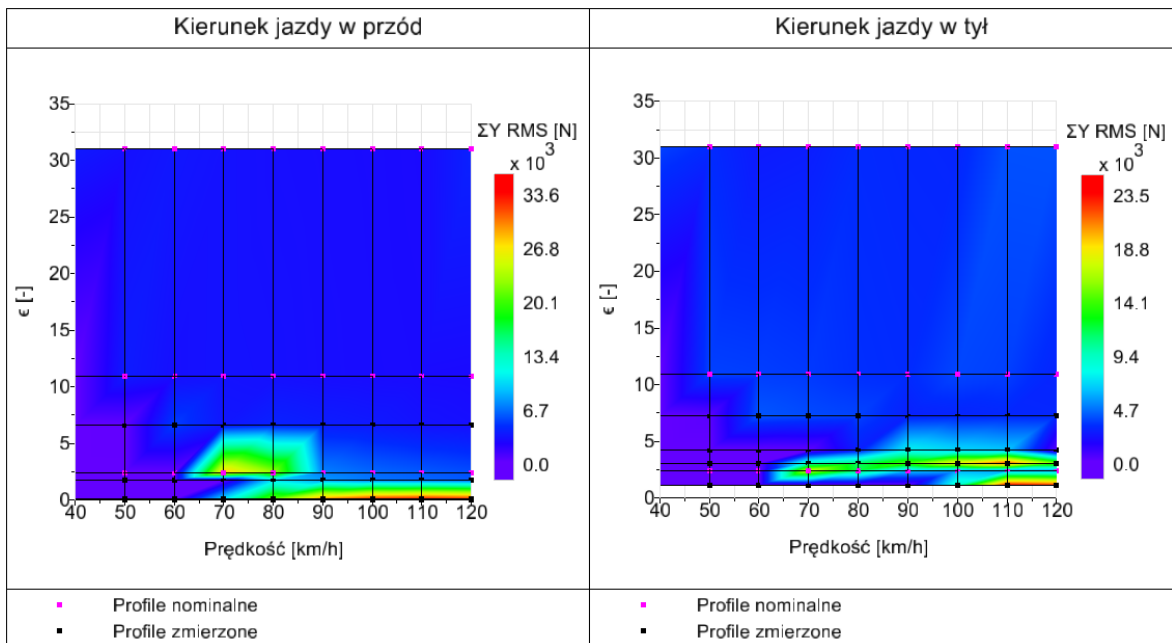
Na potrzeby prezentacji wyników wpływu geometrii styku koła i szyny na wyniki analiz stabilności pojazdów dwuosiowych wykorzystano wszystkie symulacje dla profili nominalnych oraz dla wybranego parametru $L_FILT = 15$ mm w przypadku profili zmierzonych. Co istotne poniższe wyniki odnoszą się do symulacji z zaimplementowanym programem CONTACT do rozwiązywania problemu kontaktu koła z szyną.

W ramach prezentacji wyników stabilności stworzono mapy rozkładu ocenianego kryterium $\sum Y_{rms}$ w zależności od stożkowatości ekwiwalentnej i parametru kąta styku w funkcji poszczególnych prędkości badanych pojazdów. Warto zaznaczyć, że wyniki mają charakter dyskretny (wyznaczone są w punktach zaznaczonych na mapach), a kolorowe obszary na mapach stabilności pomagają w wizualizacji wyników. Podobnie jak przy porównaniu metod obliczania sił kontaktu koła z szyną ograniczono się do przedstawienia wyników dla tylnych

zestawów kołowych. Stworzone mapy stabilności dla kolejnych pojazdów zestawiono na rysunkach 56÷61.

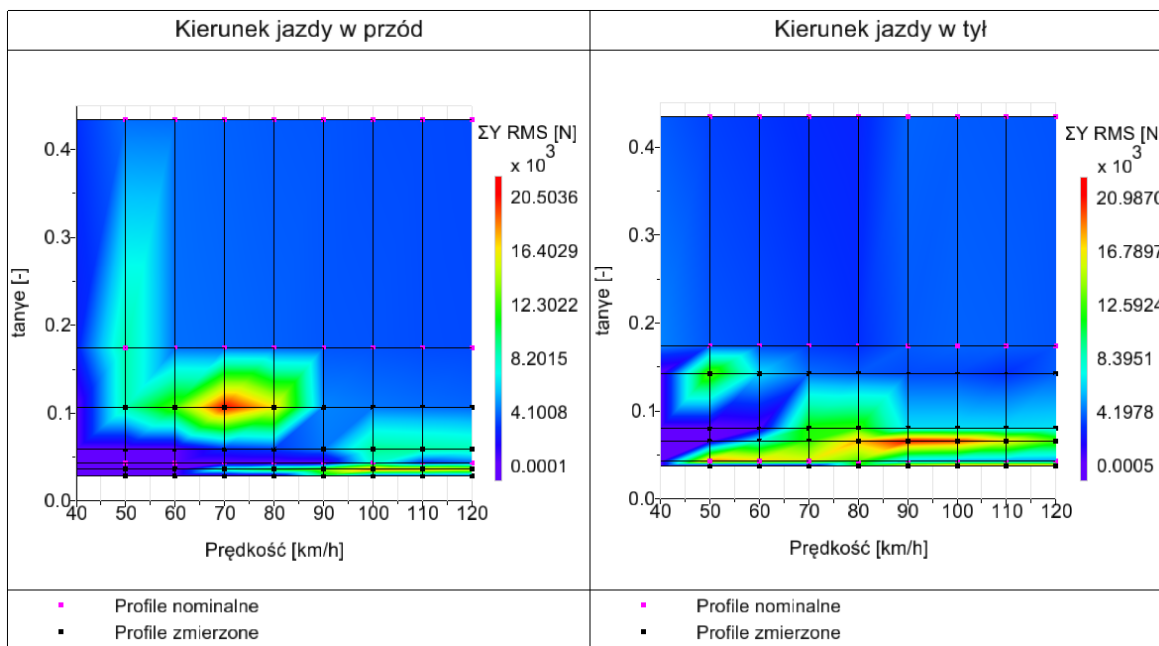


Rys. 56. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu WM-15C w zależności od stożkowości ekwiwalentnej i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównościami 10 mm

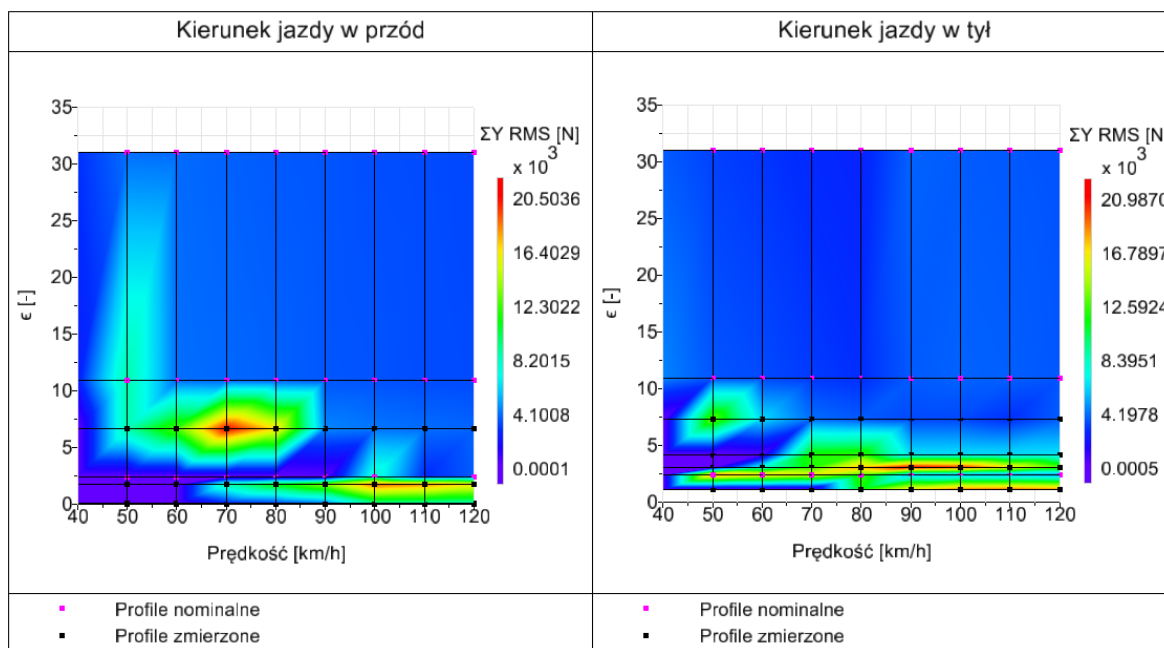


Rys. 57. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu WM-15C w zależności od parametru kąta styku i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównościami 10 mm

Wyniki dla wózka motorowego WM-15C jednoznacznie wskazują na związek wartości stożkowatości ekwiwalentnej i parametru kąta styku na stabilność. Obszar maksymalnych wartości kryterium sumy sił prowadzących wystąpił dla niskich wartości dwóch wspomnianych parametrów. Zbliżony wpływ tych parametrów jest uzasadniony ich wzajemną zależnością, co objawia się podobieństwem map stabilności szczególnie widocznym dla kierunku jazdy w tył. Jednakże dla jazdy w przód dla niskiej stożkowatości ekwiwalentnej obszary niestabilności przedzielają dwa przypadki profili wykazujących się ruchem stabilnym czego nie obserwuje się dla parametru kąta styku. Takie zachowanie tłumaczy bardziej skomplikowana zależność stabilności od geometrii styku w tym kształtu obszaru styku. Ponadto pod kątem zakresu prędkości ruchu niestabilnego, zdecydowanie wyróżnia się przypadek nominalnych profili koła i szyny, dla których pomimo zbliżonych wartości przytoczonych parametrów geometrycznych występuje inny charakter zmienności krzywizny w obszarze styku, względem pozostałych profili z tego obszaru. W części obszaru niestabilności wężykowanie utrzymywało się dla wyższych prędkości, a w pozostałej części obszar obejmował tylko pewien zakres badanych prędkości, po przekroczeniu którego pojazd wykazywał się stabilną jazdą.

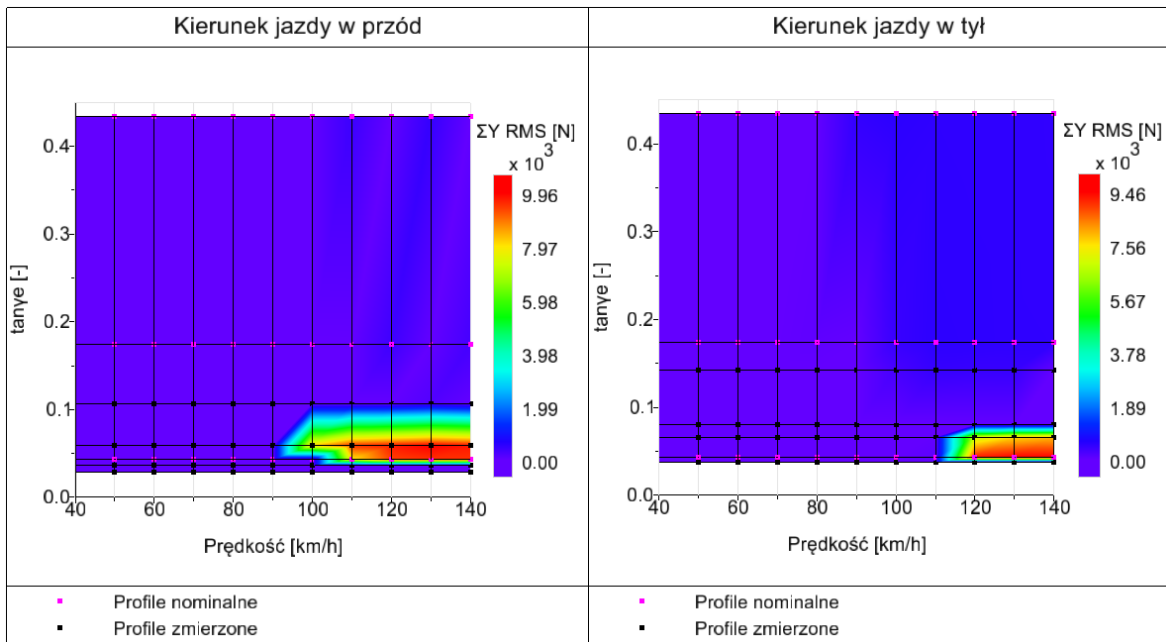


Rys. 58. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu CA-26.12 w zależności od stożkowatości ekwiwalentnej i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównością 10 mm

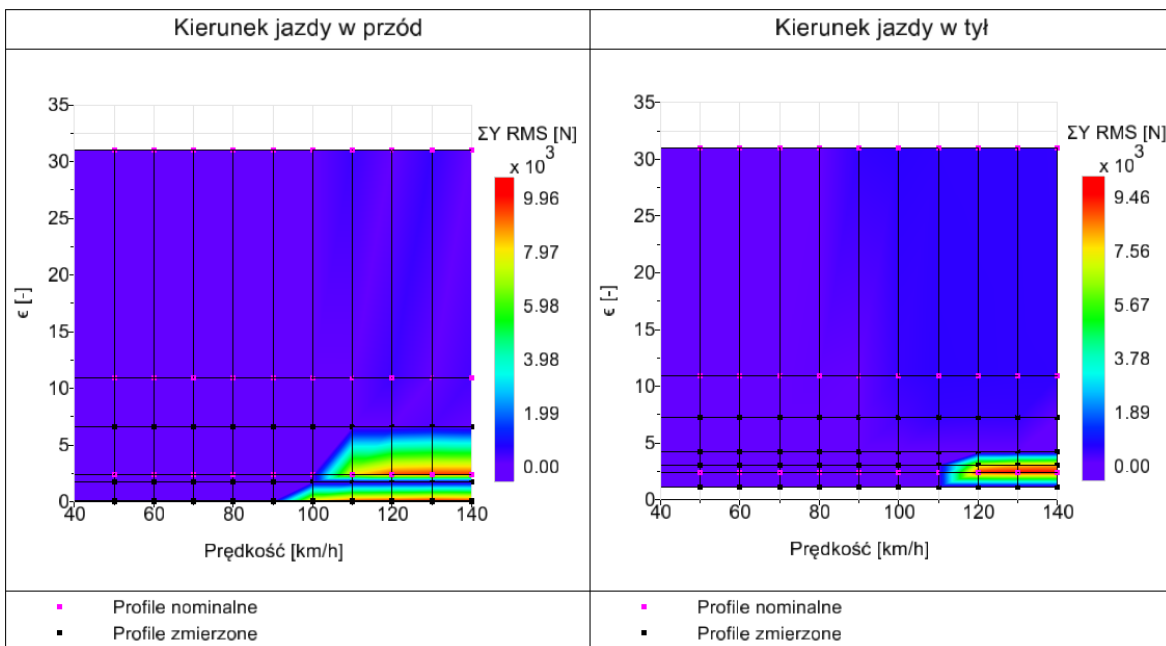


Rys. 59. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu CA-26.12 w zależności od parametru kąta styku i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównością 10 mm

Na mapach stabilności pojazdu CA-26.12, przedstawionych na rysunkach 58 oraz 59 również widać wzajemną zależność wybranych parametrów geometrycznych, ponieważ ich wpływ na stabilność jest bardzo zbliżony. Dość wyraźne na wspomnianych mapach stabilności jest występowanie dwóch odseparowanych obszarów zwiększonej wartości skutecznej sumy sił prowadzących. Poza obszarem dla niskich wartości wybranych parametrów geometrycznych jak dla pojazdu WM-15C, występuje dodatkowo niestabilność dla nieco wyższych wartości parametrów (stożkowatość ekwiwalentna ok. 0,1). Ponadto istotne są różnice między kierunkami jazdy objawiające się m.in. odmiennym zachowaniem pojazdu dla profili nominalnych o niskiej stożkowatości. W przypadku tego pojazdu na tą różnicę szczególnie wpływa niesymetria spowodowana napędem na tylko jedną oś a co za tym idzie większą bezwładnością jednego układu biegowego.



Rys. 60. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu ZTU-300.02 w zależności od stożkowatości ekwiwalentnej i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównością 10 mm



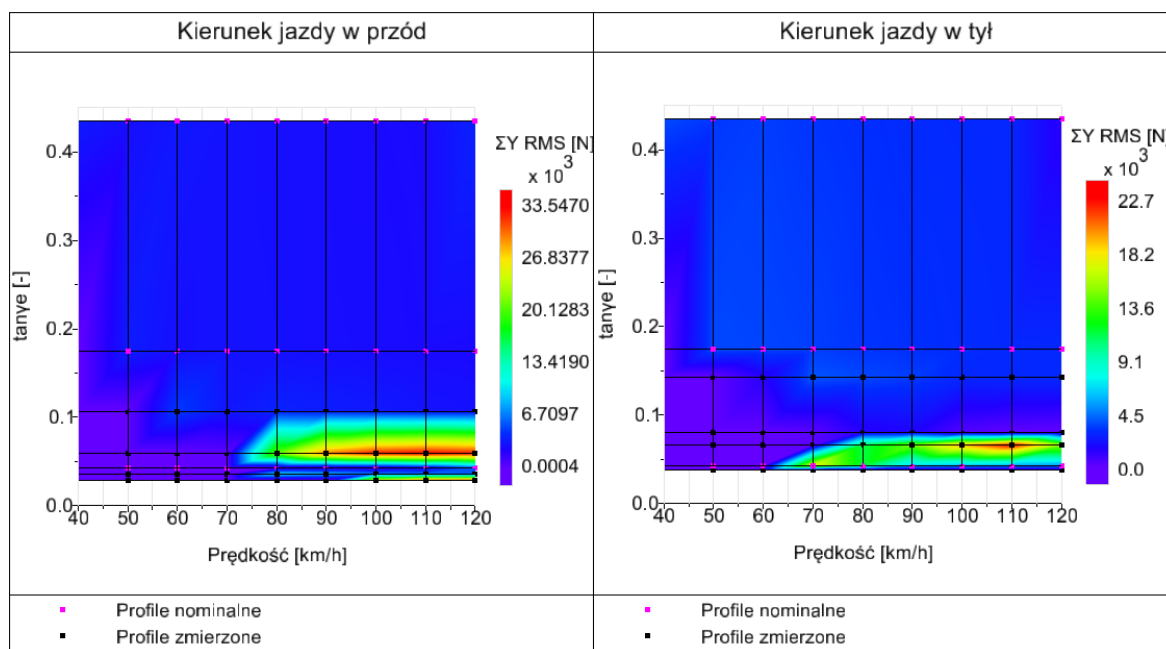
Rys. 61. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu ZTU-300.02 w zależności od parametru kąta styku i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównością 10 mm

Dla ostatniego badanego pojazdu ZTU-300.02 zaobserwowano mniejszy obszar niestabilności dla wyższych prędkości oraz podobnie jak dla poprzednich pojazdów dla niskiej stożkowatości ekwiwalentnej i parametru kąta styku. Ponadto niestabilność po

przekroczeniu prędkości krytycznej nie zanika. Porównując mapy stabilności z rysunków 60 i 61 generalnie obszary niestabilności się pokrywają, z widoczną różnicą dla jazdy w przód, gdzie zaobserwowano przedzielenie obszaru niestabilności jak dla pojazdu WM-15 C, z tym że w tym przypadku dla parametru kąta styku.

Podsumowując najbardziej ogólny obraz wpływu geometrii kontaktu koła i szyny uzyskuje się badając dwa wybrane parametry, możliwe jest wówczas wzajemne uzupełnienie brakujących informacji. Z kolei bez przeprowadzenia badań stabilności możliwie najszerszego zakresu wspomnianych paramentów trudno przewidzieć zachowanie pojazdów zaliczanych do badanej grupy z uwagi na silne nieliniowości modeli numerycznych. Jednakże powtarzalne dla badanych pojazdów było występowanie zakresów niestabilności dla niskiej stożkowatości ekwiwalentnej (i parametru kąta styku) i stabilna jazda dla jej wyższych wartości.

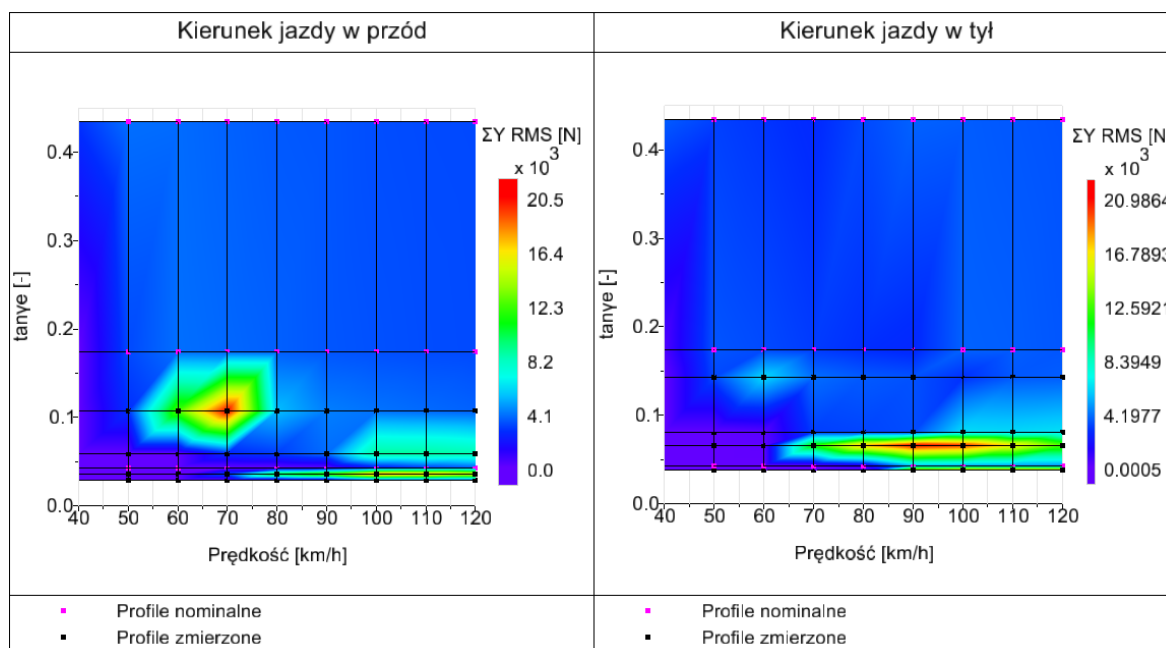
W celu zbadania wpływu amplitudy wymuszenia poprzeczną nierównością torową na stabilność, powyższe przypadki symulacyjne powtórzono z parametrem amplitudy równym 3 mm. Jest to stosunkowo niewielka wartość, dla której spodziewane są różnice w wynikach map stabilności (zaprezentowanym w zależności od stożkowatości ekwiwalentnej) względem amplitudy stosowanej w dotychczasowych badaniach równej 10 mm. Porównując mapę stabilności pojazdu WM-15C dotyczącą mniejszej amplitudy przedstawioną na rysunku 62 z wynikiem dla wysokiej amplitudy (rysunek 56) oraz kierunku jazdy w przód widoczny jest zanik obszaru niestabilności dla nominalnego profilu koła S1002/h28/e30,5/6,7%.



Rys. 62. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu WM-15C w zależności od stożkowatości ekwiwalentnej i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównośćią 3 mm

Jest to zgodne z przewidywaniami dotyczącymi wystąpienia podkrytycznej bifurkacji [53,55] z uwagi na wartość parametru nieliniowości dla tego zarysu (tabela 8). Jednakże dla kierunku jazdy w tył wspomniana niestabilność powtórzyła się dla dwóch wymuszeń. Natomiast po zmniejszeniu amplitudy znikły obszary niestabilności dla dwóch zmierzonych profili obejmujące zakres prędkości o wielkości 30 km/h.

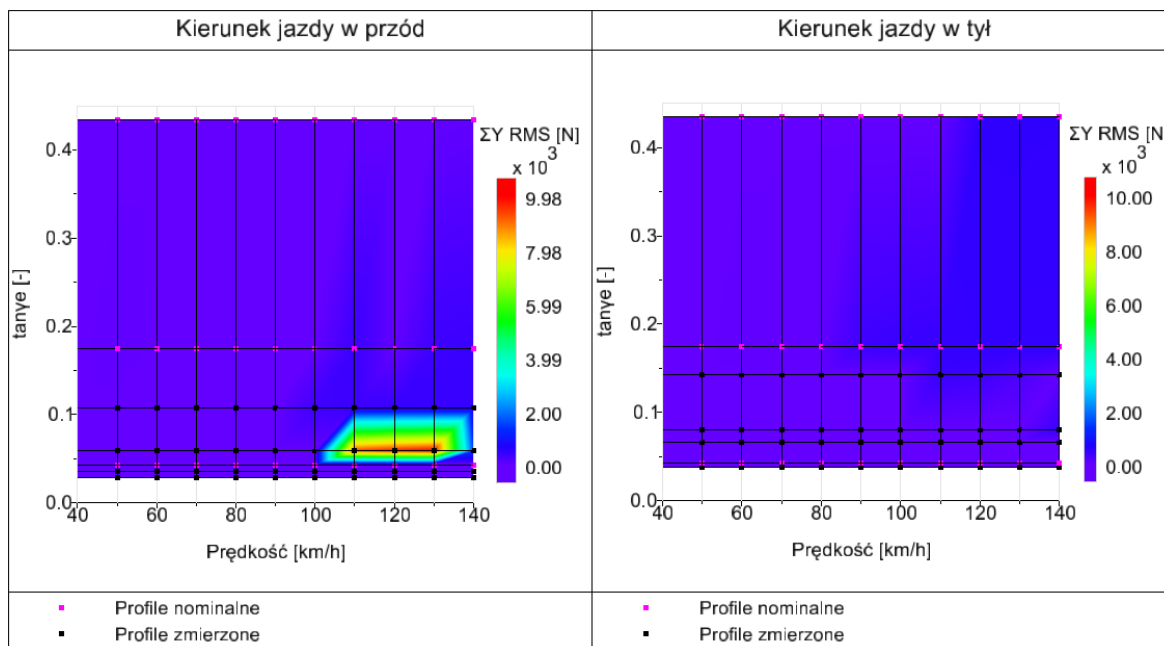
Przechodząc do wyników symulacji stabilności pojazdu CA-26.12 zaprezentowanych na rysunku 63 dla niskiej amplitudy wymuszenia widoczne jest niewielkie zmniejszenie obszarów stabilności względem wymuszenia większą nierównością torową.



Rys. 63. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu CA-26.12 w zależności od stożkowatości ekwiwalentnej i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównością 3 mm

Podobnie jak dla pojazdu WM-15C dla profilu nominalnego o niewielkiej stożkowatości ruch wężykowy nie został wzbudzony przy niewielkiej amplitudzie wymuszenia z tym, że tym razem zjawisko to wystąpiło dla kierunku jazdy w tył.

Wyniki dla ostatniego pojazdu dotyczące niewielkiej amplitudy wymuszenia zobrazowano na rysunku 64, na którym widać ewidentne różnice względem silniejszego wymuszenia (rysunek 60).



Rys. 64. Mapa kryterium ΣY_{rms} dla pojazdu ZTU-300.02 w zależności od stożkowatości ekwiwalentnej i prędkości (tylny zestaw kołowy) dla amplitudy wymuszenia nierównością 3 mm

Przede wszystkim dla kierunku jazdy w tył pojazd zachował stabilność dla wszystkich przypadków przy niskiej wartości amplitudy, a dla przeciwnego kierunku jazdy objawił się tylko niewielki obszar niestabilności dla jednego ze zmierzonych zarysów o niewielkiej stożkowatości. Co za tym idzie po raz kolejny powtórzyło się zjawisko braku wzbudzenia niestabilności niewielkim wymuszeniem dla zarysów z istotnie większym od zera parametrem nieliniowości.

Podsumowując parametr nieliniowości pozwala w pewnym stopniu przewidzieć zachowanie badanego pojazdu w zależności od wielkości wymuszenia. Jednakże, gdy ten parametr osiąga wartości bliskie zeru możliwe jest występowaniu zarówno pod jak i nadkrytycznej bifurkacji o czym świadczą powyższe wyniki.

6. ZAPROPONOWANA METODA ROZWIĄZYWANIA ZAGADNIENIA STYCZNEGO KONTAKTU KOŁA I SZYNY

6.1. Założenia metody

Genezą prac nad nową metodą rozwiązywania zagadnienia stycznego kontaktu koła i szyny jest stwierdzenie na podstawie analizy literaturowej występowania luki badawczej między „dokładnym” rozwiązaniem stycznym programu CONTACT a obecnie stosowanymi metodami uproszczonymi w oprogramowaniu MBS. W związku z czym dążono do opracowania metody o wydajności obliczeniowej i dokładności pomiędzy wspomnianymi grupami metod. Ponadto konieczność osiągnięcia wyniku bliższego metody referencyjnej CONTACT stwierdzono na podstawie wyników przeprowadzonych analiz symulacyjnych przedstawionych w rozdziale 5.1. Zasadność prac nad zagadnieniem stycznym potwierdziły wyniki o odmiennym zachowaniu pojazdu dla metody NORM+FASTSIM w porównaniu do CONTACT, co jest spowodowane uproszczeniami tylko rozwiązania zagadnienia stycznego algorytmu FASTSIM. Natomiast w celu umożliwienia osiągnięcia większej wydajności obliczeniowej w nowej metodzie należało wprowadzić dodatkowe uproszczenia względem metody referencyjnej. Jednakże, ponieważ zaproponowaną metodę zaimplementowano w innym środowisku symulacyjnym niż program CONTACT, w niniejszej pracy nie porównywano czasu obliczeń.

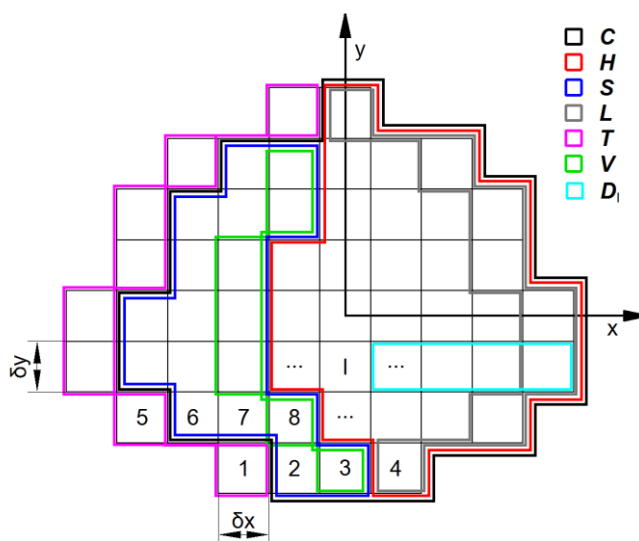
Podstawowe założenia nowej metody są zgodne z założeniami wykorzystywanej w niniejszej pracy metody referencyjnej, zatem:

- dyskretyzacja obszaru styku elementami prostokątnymi,
- tarcie Coulumbowskie,
- przybliżenie półprzestrzeni sprężystych
- quasiidentyczność ciał kontaktowych.
- kontakt toczny w stanie ustalonym (jako bardziej rozpoznaną metodę w zastosowaniu symulacji dynamiki pojazdów szynowych),

oraz dodatkowe założenie nowej metody:

- rezygnacja z dokładnych warunków kontaktu stycznego w strefie poślizgu, na rzecz podejścia uproszczonej teorii Kalkera.

Przyjętą dyskretyzację obszaru styku przedstawiono na rysunku 65.



Rys. 65. Numeracja elementów zdyskretyzowanego obszaru z uwzględnieniem określonych zbiorów elementów, na podstawie [41]

Poza podstawowymi zbiorami elementów C , H oraz S , na potrzeby dalszych rozważań wprowadzono dodatkowe zbiory elementów (widoczne na rysunku 65) [41]:

- L – zbiór elementów związanych z krawędzią prowadzącą,
- T – zbiór elementów sąsiadujących z obszarem kontaktu od strony krawędzi sływu,
- V – zbiór elementów należących do strefy poślizgu, pojawiających się tuż za strefą adhezji,
- D_I – zbiór, którego indeks I odnosi się do dowolnego elementu; zawiera on wszystkie elementy obszaru kontaktu, które w danym pasku znajdują się przed wskazanym elementem.

6.2. Parametry materiałowe algorytmu FASTSIM dla nieeliptycznych obszarów styku

Przedstawione w punkcie 1.3.3 wyprowadzenie formuł na parametry sztywności L dotyczą algorytmu FASTSIM dla eliptycznych obszarów styku. Wówczas możliwe było skorzystanie z rozwiązania liniowej teorii Kalkera. Natomiast odpowiednikiem takiego podejścia dla ogólnego obszaru styku jest skorzystanie z dokładnej teorii Kalkera i rozwiązania numerycznego programu CONTACT. Podejście to można nazwać bezpośrednią adaptacją algorytmu FASTSIM do przypadków niehertzowskich co przedstawiono w pracy [40]. Ponadto ze względu na możliwą niesymetrię obszaru styku spin może powodować powstanie wypadkowej siły wzdłużnej [36] (co nie ma miejsca w przypadku do obszarów eliptycznych (17)), stąd formuła na przyrost naprężeń stycznych w odniesieniu do dystansu przebytego w kroku czasowym przyjmuje postać [41]:

$$\frac{\delta \mathbf{p}_{I\tau}}{\delta q} = - \left[\begin{array}{c} \frac{\xi}{L_1} - \frac{\phi y_I}{L_4} \\ \frac{\eta}{L_2} + \frac{\phi(x_I + \delta q/6)}{L_3} \end{array} \right] \quad (32)$$

Zatem w odróżnieniu do pierwotnego algorytmu FASTSIM w przypadku nieeliptycznych obszarów styku problem charakteryzować powinny 4 parametry sztywności. Następnie biorąc pod uwagę powyższe oraz zakładając nieskończony współczynnik tarcia (cały obszar styku związany z adhezją) dla przyjętej dyskretyzacji obszaru styku możliwe jest wyprowadzanie związków na tzw. współczynniki poślizgu. Wielkości te stanowią stałe proporcjonalności między składowymi stycznej siły kontaktowej a poszczególnymi względnymi poślizgami sztywnymi podobnie jak dla liniowej teorii Kalkera. Zatem oznaczając dany współczynnik pierwszym indeksem dolnym odpowiadającym kierunkowi siły a drugim poślizgu otrzymać można następujące wyrażenia [41]:

$$\begin{aligned} f_{x\xi}^{FASTSIM} &= \delta x \delta y \frac{\sum_I x_I - x_I^L}{L_1} \\ f_{y\eta}^{FASTSIM} &= \delta x \delta y \frac{\sum_I x_I - x_I^L}{L_2} \\ f_{x\phi}^{FASTSIM} &= -\delta x \delta y \frac{\sum_I (x_I - x_I^L) y_I}{L_4} \\ f_{y\phi}^{FASTSIM} &= \delta x \delta y \frac{\sum_I (x_I - x_I^L)(x_I + x_I^L)}{2L_3} \end{aligned} \quad \forall I \in \mathcal{C} \quad (33)$$

gdzie: x_I^L oznacza współrzędną wzdłużną krawędzi prowadzącej dla każdego elementu wspólną dla elementów o takiej samej współrzędnej poprzecznej.

Kolejnym krokiem w wyznaczeniu poszukiwanych parametrów sztywności L w metodzie bezpośredniej jest rozwiązanie zagadnienia stycznego programu CONTACT dla nieskończonego współczynnika tarcia lub inaczej rozwiązanie Metody Elementów Brzegowych. Wiąże się to zatem z rozwiązaniem liniowego układu równań dla zerowego poślizgu z kroku **2**) algorytmu TANG. Jako, że ten układ charakteryzuje się niesymetryczną macierzą współczynników (przez warunki stanu ustalonego toczenia), jego bezpośrednie rozwiązanie możliwe jest przy pomocy ogólnej metody jak np. metoda dekompozycji LU. Możliwe jest jednak przeformułowanie problemu w celu pozbycia się wspomnianej niesymetrii co zostało zaimplementowane w solverze SteadyGS zagadnienia stycznego w programie CONTACT [50]. Wówczas jako zmienną, naprężenia styczne zastępuje się ich przyrostami oraz do równania należy dodać elementy znajdujące się poza obszarem styku ze zbioru \mathcal{T} [41].

$$\mathbf{s}_{I\tau} = \mathbf{w}_{I\tau} + V \frac{\sum_{J\alpha} \mathbf{A}_{I\tau J\alpha} \delta \mathbf{p}_{J\alpha}}{\delta x} = 0 \quad \forall I \in \mathcal{C}, \quad J \in \mathcal{C} \cup \mathcal{T} \quad (34)$$

Równanie (34) charakteryzuje się symetryczną i dodatnio określoną macierzą współczynników co pozwala na skorzystanie z bardziej wydajnej obliczeniowo metody dekompozycji Choleskiego w celu wyznaczenia macierzy odwróconej. Następnie zaproponowano iteracyjny algorytm obliczania kontaktowych naprężeń stycznych [41].

Algorytm 1:

- 1) Odwróć macierz współczynników: $\mathbf{A}_{I\tau J\alpha} \forall I, J \in \mathbf{C}$.
- 2) Inicjalizacja: $\delta \mathbf{p}_{I\tau} = 0 \forall I \in \mathbf{T}$; rozwiązanie poprzedniej iteracji $\delta \tilde{\mathbf{p}}_{I\tau} = 0 \forall I \in \mathbf{C}$.
 - 3) Wyznacz wyrazy wolne równania (34):
 $\mathbf{b}_{I\tau} = -\mathbf{w}_{I\tau} \delta x / V - \sum_{J\alpha} \mathbf{A}_{I\tau J\alpha} \delta \mathbf{p}_{J\alpha} \forall I \in \mathbf{C}, J \in \mathbf{T}$.
 - 4) Wyznacz przyrosty naprężeń: $\delta \mathbf{p}_{I\tau} = \sum_{J\alpha} \mathbf{A}_{I\tau J\alpha}^{-1} \mathbf{b}_{J\alpha} \forall I, J \in \mathbf{C}$.
 - 5) Sprawdź zbieżność: jeżeli $|\delta \mathbf{p}_{I\tau} - \delta \tilde{\mathbf{p}}_{I\tau}| < \epsilon \forall I \in \mathbf{C}$, gdzie ϵ to tolerancja: przejdź do 8).
 - 6) Zapamiętaj poprzednie rozwiązanie: $\delta \tilde{\mathbf{p}}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} \forall I \in \mathbf{C}$.
 - 7) Zaktualizuj przyrosty naprężeń w analizowanych elementach poza obszarem styku: $\delta \mathbf{p}_{I\tau} = -\sum_J \delta \mathbf{p}_{J\tau} \forall I \in \mathbf{T}, J \in \mathbf{D}_I$; przejdź do 3).
- 8) Oblicz naprężenia styczne: $\mathbf{p}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} \forall I \in \mathbf{L}$; $\mathbf{p}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} + \mathbf{p}_{(I+1)\tau} \forall I \in \mathbf{C} \setminus \mathbf{L}$
- 9) Koniec.

W zaproponowanej procedurze najbardziej kosztowny obliczeniowo krok odwrócenia macierzy współczynników wykonuje się tylko raz a zbieżność wyniku otrzymuje się po kilkudziesięciu iteracjach. Wartość tolerancji przyrostu naprężeń stycznych powinna być niewielka, na potrzeby niniejszej rozprawy przyjęto 10 Pa. Należy również podkreślić, że w kroku 3) na wyrazy wolne nie składają się same sztywne poślizgi, a również wpływ przyrostów naprężeń znajdujących się za krawędzią kończącą obszar styku, które są zależne od reszty elementów, z czego korzysta krok 7). Z kolei całkowite siły styczne otrzymuje się poprzez zsumowanie naprężeń stycznych pomnożonych przez pole obszaru elementów.

$$\begin{aligned}
 F_x &= \sum_I p_{Ix} \cdot \delta x \delta y \\
 F_y &= \sum_I p_{Iy} \cdot \delta x \delta y
 \end{aligned}
 \quad \forall I \in \mathbf{C} \quad (35)$$

Następnie algorytm 1 można zastosować dla trzech przypadków: czystego poślizgu wzdłużnego, poprzecznego oraz spinu. Pozwala to na wyznaczenie odpowiednich jak dla algorytmu FASTSIM współczynników poślizgu poprzez iloraz składowej siły i względnego poślizgu sztywnego [41]:

$$\begin{aligned}
 f_{x\xi}^{CONTACT} &= \frac{F_x}{\xi} \\
 f_{y\eta}^{CONTACT} &= \frac{F_y}{\eta} \\
 f_{x\phi}^{CONTACT} &= \frac{F_x}{\phi} \\
 f_{y\phi}^{CONTACT} &= \frac{F_y}{\phi}
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

W końcu przyrównanie odpowiednich współczynników poślizgu z równania (33) oraz (36) pozwala na wyznaczenie 4 wartości parametrów sztywności metody FASTSIM dla dowolnego obszaru styku. Jednakże jak pokazano w pracy [41], 4 wartości współczynników w szczególnych przypadkach dają błędne wyniki kierunku naprężeń stycznych metody FASTSIM, ponieważ duża różnica w parametrach L_3 oraz L_4 powoduje znacznie odmienny wpływ spinu na naprężenia wzdłużne i poprzeczne, czego nie zaobserwowano w rozwiązaniu programu CONTACT. W związku z tym przyjęto modyfikacje parametru L_4 gdy wspomniana różnica przyjmuje zbyt duże wartości [41].

6.3. Zaproponowany algorytm rozwiązywania zagadnienia stycznego kontaktu koła i szyny – FasTang

Nieliniowe równania w strefie poślizgu dla algorytmu TANG (oraz nowszych solverów w programie CONTACT) najbardziej ograniczają jego wydajność, dlatego w nowej metodzie zdecydowano się je wyeliminować wprowadzając uproszczenie odchodzące od dokładnego spełnienia warunków kontaktu stycznego (5) w strefie poślizgu. Z kolei algorytm FASTSIM ma unikatową cechę spośród innych metod uproszczonych pozwalającą na dość dokładne przewidywanie kierunku poślizgu w obecności znaczącego spinu [37]. Znany jest również moduł naprężeń stycznych w strefie poślizgu równa granicy tarcia. Dlatego postawiono hipotezę, że wykorzystanie wspomnianej cechy algorytmu FASTSIM w celu poszukiwania rozwiązania w strefie poślizgu, nie wprowadzi istotnego błędu kompletnego rozwiązania. Natomiast zrezygnowano z podejścia algorytmu FASTSIM w strefie adhezji, żeby zachować efekt wzajemnego wpływu naprężeń w elementach, korzystając z rozwiązania dla półprzestrzeni sprężystych. Dzięki temu możliwe jest uzyskanie zbliżonego do CONTACT rozkładu naprężeń stycznych oraz nie ma konieczności modyfikowania granicy tarcia jak dla algorytmu FASTSIM (również zastosowanego dla nieelitycznych obszarów styku [40]). Zatem nowy zaproponowany algorytm rozwiązywania zagadnienia stycznego kontaktu koła i szyny łączy w sobie pewne cechy algorytmu TANG oraz FASTSIM, stąd nazwa FasTang [41].

Ze względu na wykorzystanie podejścia metody FASTSIM w strefie poślizgu niezbędnym krokiem w obliczeniach sił stycznych zaproponowanej metody jest wyznaczenie parametrów sztywności co przedstawiono w rozdziale 6.2. Ponieważ algorytm FasTang cechuje się iteracyjnym wyznaczaniem podziału obszaru styku na strefy adhezji oraz poślizgu

stworzono strukturę podprocedur uruchamianych dla bieżących zbiorów elementów. Pierwszą podprocedurę stanowi Algorytm 2 obliczania naprężeń stycznych dla elementów w strefie adhezji biorąc pod uwagę wpływ rozwiązania w strefie poślizgu z poprzedniej iteracji [41]. Podobnie jak dla Algorytmu 1 skorzystano z przeformułowanego liniowego układu równań (34) oraz jego iteracyjnego rozwiązania z użyciem metody dekompozycji Choleskiego.

Algorytm 2:

1) Odwróć macierz współczynników: $\mathbf{A}_{I\tau J\alpha} \forall I, J \in \mathbf{H}$.

2) Inicjalizacja: $\delta \mathbf{p}_{I\tau} = \mathbf{p}_{I\tau} - \mathbf{p}_{(I+1)\tau} \forall I \in \mathbf{S} \setminus \mathbf{L}$; $\delta \mathbf{p}_{I\tau} = \mathbf{p}_{I\tau} \forall I \in \mathbf{L}$;

$\delta \mathbf{p}_{I\tau} = -\mathbf{p}_{(I+1)\tau} \forall I \in \mathbf{T}$; rozwiązanie poprzedniej iteracji $\delta \tilde{\mathbf{p}}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} \forall I \in \mathbf{H}$.

3) Wyznacz część wyrazów wolnych równania (34) odpowiadającą wpływowi elementów ze strefy poślizgu o niezmiennych przyrostach naprężenia:

$$\mathbf{b}_{I\tau}^{st} = -\mathbf{w}_{I\tau} \delta q / V - \sum_{J\alpha} \mathbf{A}_{I\tau J\alpha} \delta \mathbf{p}_{J\alpha} \forall I \in \mathbf{H}, J \in \mathbf{S} \setminus \mathbf{V}.$$

4) Wyznacz część wyrazów wolnych równania (34) odpowiadającą wpływowi elementów ze strefy poślizgu o zmiennych przyrostach naprężenia

$$\mathbf{b}_{I\tau}^{zm} = -\sum_{J\alpha} \mathbf{A}_{I\tau J\alpha} \delta \mathbf{p}_{J\alpha} \forall I \in \mathbf{H}, J \in \mathbf{V}.$$

5) Wyznacz całość wyrazów wolnych równania (34) z uwzględnieniem wpływu elementów za krawędzią kończącą obszaru styku:

$$\mathbf{b}_{I\tau} = \mathbf{b}_{I\tau}^{st} + \mathbf{b}_{I\tau}^{zm} - \sum_{J\alpha} \mathbf{A}_{I\tau J\alpha} \delta \mathbf{p}_{J\alpha} \forall I \in \mathbf{H}, J \in \mathbf{T}.$$

6) Wyznacz przyrosty naprężeń: $\delta \mathbf{p}_{I\tau} = \sum_{J\alpha} \mathbf{A}_{I\tau J\alpha}^{-1} \mathbf{b}_{J\alpha} \forall I, J \in \mathbf{H}$.

7) Sprawdź zbieżność: jeżeli $|\delta \mathbf{p}_{I\tau} - \delta \tilde{\mathbf{p}}_{I\tau}| < \epsilon \forall I \in \mathbf{H}$, gdzie ϵ to tolerancja:

przejdź do 10).

8) Zapamiętaj poprzednie rozwiązanie: $\delta \tilde{\mathbf{p}}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} \forall I \in \mathbf{H}$.

9) Zaktualizuj przyrosty naprężeń w elementach ze strefy poślizgu oraz analizowanych elementach za krawędzią kończącą obszaru styku:

$$\delta \mathbf{p}_{I\tau} = \mathbf{p}_{I\tau} - \sum_J \delta \mathbf{p}_{J\tau} \forall I \in \mathbf{V}, J \in \mathbf{D}_I; \delta \mathbf{p}_{I\tau} = -\sum_J \delta \mathbf{p}_{J\tau} \forall I \in \mathbf{T}, J \in \mathbf{D}_I$$

przejdź do 4).

10) Oblicz naprężenia styczne: $\mathbf{p}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} \forall I \in \mathbf{H} \cap \mathbf{L}$;

$$\mathbf{p}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} + \mathbf{p}_{(I+1)\tau} \forall I \in \mathbf{H} \setminus \mathbf{L}.$$

11) Koniec.

Następnie na algorytm FasTang składa się podprocedura rozwiązania dla elementów w strefie poślizgu bazująca na przedstawionym w równaniu (32) przyroście naprężeń stycznych dla wyznaczonych parametrów sztywności. Istotna dla podprocedury przedstawionej jako Algorytm 3 jest kolejność rozwiązania począwszy od krawędzi prowadzącej do kończącej dla danej współrzędnej poprzecznej [41]. Jest to uzasadnione skalowaniem modułu naprężeń w danym elemencie do granicy tarcia, co ma wpływ na kierunek naprężeń w kolejnym elemencie.

Algorytm 3:

1) Inicjalizacja: zbiór pomocniczy odpowiadający pętli po elementach w strefie poślizgu:

$$\widehat{\mathcal{S}} = \mathcal{S}.$$

2) Zapewnij obliczenia naprężeń od krawędzi prowadzącej do krawędzi kończącej:

$$I = \max \widehat{\mathcal{S}}.$$

3) Jeżeli $I \in \mathbf{L}$: $\delta q^L = x_I^L - x_I$
oblicz $\delta \mathbf{p}_{I\tau}$ z równania (32) oraz $\tilde{\mathbf{p}}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau}$.

4) W przeciwnym razie: $\delta q = \delta x$
oblicz $\delta \mathbf{p}_{I\tau}$ z równania (32) oraz $\tilde{\mathbf{p}}_{I\tau} = \delta \mathbf{p}_{I\tau} + \mathbf{p}_{(I+1)\tau}$.

5) Skaluj naprężenia styczne do granicy tarcia: $\mathbf{p}_{I\tau} = \frac{g_I}{|\tilde{\mathbf{p}}_{I\tau}|} \tilde{\mathbf{p}}_{I\tau}$

6) Usuń bieżący element ze zbioru pomocniczego: $\widehat{\mathcal{S}} = \widehat{\mathcal{S}} \setminus I$.

7) Jeżeli nie $\widehat{\mathcal{S}} = \emptyset$:
przejdź do 2)

8) Koniec

W niniejszym rozdziale przedstawiono wszystkie składowe obliczeń stycznych naprężeń kontaktowych algorytmu FasTang. Poza samymi podstawami algorytmu jakimi są powyższe podprocedury, istotne przede wszystkim dla wydajności obliczeniowej są warunki początkowe oraz kryterium zakończenia obliczeń. Zaproponowana metoda dla nieskończonego współczynnika tarcia jest tożsama z rozwiązaniem MEB, ponieważ wówczas nie ma wprowadzonych uproszczeń ze strefy poślizgu. Dlatego najlepszym podejściem jest rozpoczynanie obliczeń od stanu pełnej adhezji. Następnie, ponieważ błędy metody narastają z każdą kolejną iteracją, gdzie zyskuje na znaczeniu rozwiązanie w strefie poślizgu wskazane jest zakończenie obliczeń przy możliwie niskiej liczbie iteracji. Dlatego przyjęto tylko jednostronne przenoszenie elementów ze strefy adhezji do strefy poślizgu w odróżnieniu od algorytmu TANG, gdzie jest to możliwe w dwie strony [4].

Algorytm **FasTang**:

1) Inicjalizacja: $\mathbf{H} = \mathbf{C}$, $\mathcal{S} = \emptyset$; Algorytm 1; oblicz parametry sztywności L
Przejdź do 3)

2) Oblicz naprężenia styczne w strefie adhezji: Algorytm 2;

3) Zbiór pomocniczy elementów przekraczających granicę tarcia:

$$\check{\mathcal{S}} = \{I: |\mathbf{p}_{I\tau}| > g_I \forall I \in \mathbf{H}\};$$

usuń te elementy ze strefy adhezji: $\mathbf{H} = \mathbf{H} \setminus \check{\mathcal{S}}$ oraz

dodaj do strefy poślizgu: $\mathcal{S} = \mathcal{S} \cup \check{\mathcal{S}}$

4) Oblicz naprężenia styczne w strefie poślizgu: Algorytm 3;

5) Jeżeli nie $\check{\mathcal{S}} = \emptyset$ lub jeżeli nie $\mathbf{H} = \emptyset$:
przejdź do 2)

6) Koniec

Ostatecznie obliczenia kończą się, gdy żadne kolejne elementy nie są już przenoszone do strefy poślizgu lub gdy w strefie adhezji nie pozostają żadne elementy [41]. Dla większości przeanalizowanych przypadków kontaktu koła z szyną algorytm FasTang osiągał zbieżność w kilku iteracjach. Ponadto każda kolejna iteracja staje się coraz mniej kosztowna obliczeniowo, ze względu na malejącą liczbę elementów w strefie adhezji, gdzie wymagane jest rozwiązanie liniowych układów równań.

7. WERYFIKACJA ZAPROPONOWANEJ METODY – ANALIZA PORÓWNAWCZA

7.1. Referencyjne przypadki styku koła z szyną

W odpowiedzi na potrzebę walidacji i porównania różnych metod numerycznych stosowanych do modelowania kontaktu koła z szyną, w ramach wspólnoty naukowej powstał Manchester Wheel–Rail Contact Benchmark. Inicjatywa ta umożliwia systematyczne porównanie wyników uzyskanych przy pomocy zróżnicowanych metod obliczeniowych. Benchmark definiuje referencyjne, precyzyjnie określone warunki geometryczne, kinematyczne i materiałowe. Dzięki temu porównano wiele środowisk symulacyjnych pod kątem rozwiązania zagadnienia normalnego jak i stycznego [64]. W Manchester Wheel–Rail Contact Benchmark wyróżniono przypadek A, polegający na badaniu pojedynczego zestawu kołowego wymuszanego kinematycznie poprzez jego przesunięcie poprzeczne i obrót wokół osi pionowej inkrementalnie co 0,5 mm i 1,2 mrad odpowiednio. Ponadto zaproponowano badanie zestawu nowych i zużytych profili kół S1002 i szyn UIC60 o pochyleniu 1/40 przy zadanym obciążeniu pionowym. Badanie dla nominalnych profili zawarto również w pakiecie programu CONTACT [47]. Na potrzeby niniejszej rozprawy podobnie jak w pracy [41] zaproponowano zmodyfikowanie pionowej siły nacisku koła do 80 kN (ze względu na poziom nacisków statycznych badanych pojazdów) pozostawiając pozostałe parametry zgodne z wzorcowym plikiem wejściowym programu CONTACT [47]. Porównania wyników obliczeń w odniesieniu do metody CONTACT dokonano dla tych samych 3 przypadków referencyjnych [41], z tym że zamiast metody FASTSIMnH dodatkową porównywaną metodą była stosowana w badaniach online: NORM+FASTSIM.

Zatem dla każdej ocenianej metody uproszczonej rozwiązanie zagadnienia normalnego było identyczne (dokładne), a na błąd wyników w odniesieniu do programu CONTACT wpływało tylko rozwiązanie zagadnienia stycznego. Na potrzeby weryfikacji zaproponowanej metody, algorytm FasTang zaimplementowano w środowisku programistycznym Python oraz korzystano z programu CONTACT w wersji stand-alone [47].

Analogicznie jak w pracy [41], w tabelach 18 oraz 19 zestawiono odpowiednio porównanie sił wzdłużnych i poprzecznych wraz z błędem względnym w odniesieniu do programu CONTACT (w wartości bezwzględnej). Dla zaproponowanego algorytmu FasTang wnioski o wysokiej zbieżności wyników pozostają w mocy (maksymalny błąd siły wzdłużnej 6% a poprzecznej 2,3%), natomiast w przypadku metody NORM+FASTSIM dla niektórych przypadków uzyskano nieco mniejszy błąd w porównaniu do metody FASTSIMnH [41]:

przypadek 1 i 2 dla siły wzdłużnej oraz 2 i 3 dla siły poprzecznej. Dla pozostałych przypadków błąd się zwiększył, ale jego maksymalne wartości spadły, nadal pozostając większe niż dla algorytmu FasTang zwłaszcza dla siły wzdłużnej (maksymalny błąd siły wzdłużnej 17,3 % a poprzecznej 4,6%).

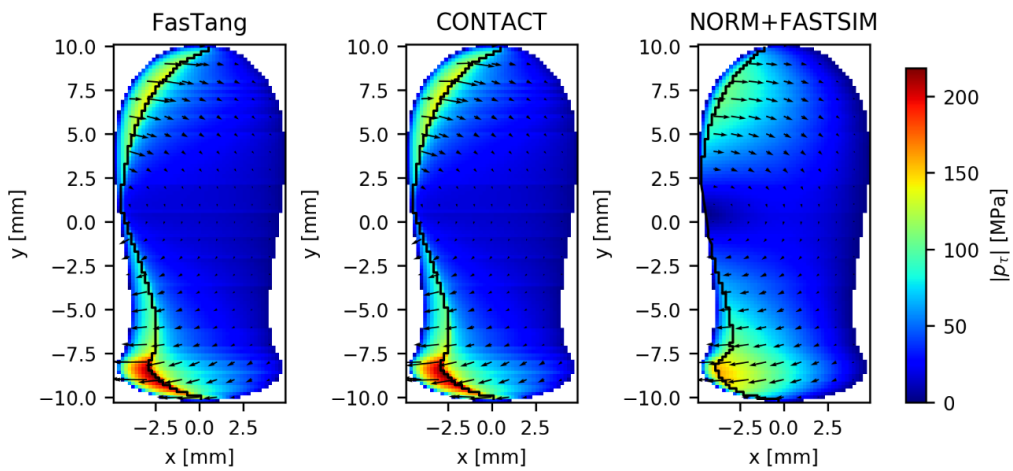
Tabela 18. Porównanie siły wzdłużnej dla referencyjnych przypadków styku koła z szyną

nr	CONTACT	FasTang	NORM+FASTSIM		
	F_x [N]	F_x [N]	błąd [%]	F_x [N]	błąd [%]
1	-944	-948	0,4	-781	17,3
2	-1527	-1618	6,0	-1429	6,4
3	3191	3194	0,1	3466	8,6

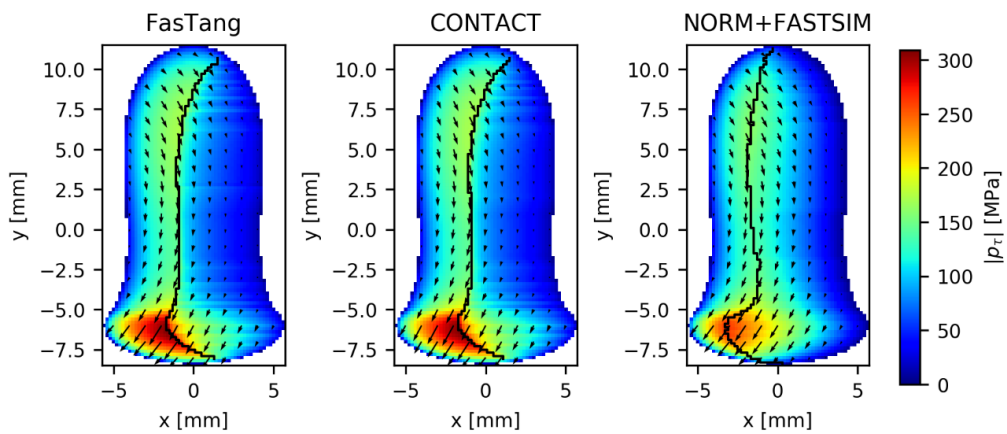
Tabela 19. Porównanie siły poprzecznej dla referencyjnych przypadków styku koła z szyną

nr	CONTACT	FasTang	NORM+FASTSIM		
	F_y [N]	F_y [N]	błąd [%]	F_y [N]	błąd [%]
1	-2320	-2267	2,3	-2251	3,0
2	-15380	-15043	2,2	-14680	4,6
3	-11520	-11473	0,4	-11970	3,9

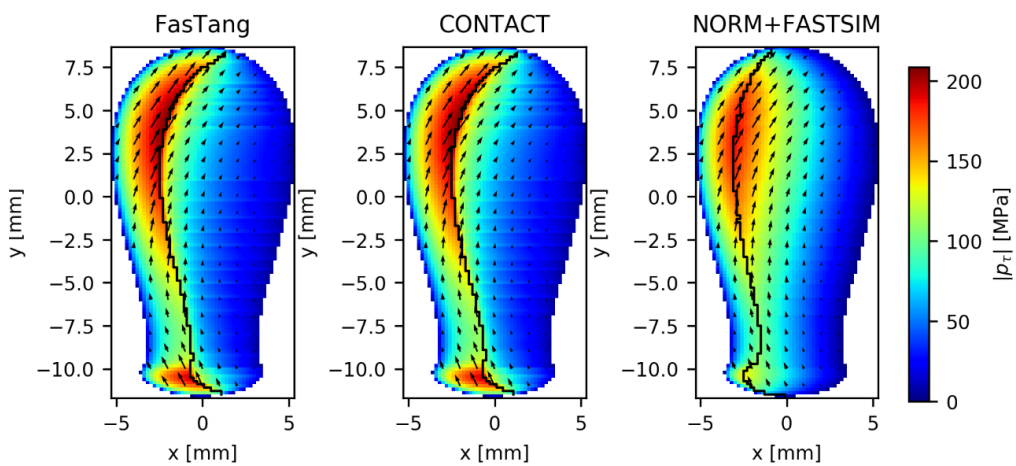
Na tej samej zasadzie co całkowite siły kontaktowe, na rysunkach 66, 67 i 68 przedstawiono rozkład naprężeń stycznych oraz podział obszaru styku na strefy adhezji i poślizgu z uwzględnieniem metody NORM+FASTSIM. Nie wpłynęło to na wnioski wyciągnięte z porównania wyników [41]: za pomocą programu CONTACT oraz algorytmu FasTang, uzyskano niemal identyczny rozkład naprężeń stycznych oraz podział obszaru kontaktu na strefy adhezji i poślizgu. W przypadku metody NORM+FASTSIM ogólny charakter rozkładu odpowiada wynikowi referencyjnemu, jednak widoczne są różnice zarówno w maksymalnej wartości naprężeń stycznych jak i ich gradientach, oraz w przebiegu granicy oddzielającej strefy adhezji i poślizgu. Różnice uwidaczniają się najbardziej w pobliżu granicy wspomnianych stref ze względu na liniowy charakter przyrostu naprężeń metody FASTSIM oraz nieliniowy (szybko narastający w tym rejonie) dla dwóch pozostałych metod.



Rys. 66. Rozkład naprężeń stycznych i podział powierzchni styku dla referencyjnego przypadku 1



Rys. 67. Rozkład naprężeń stycznych i podział powierzchni styku dla referencyjnego przypadku 2



Rys. 68. Rozkład naprężeń stycznych i podział powierzchni styku dla referencyjnego przypadku 3

Powyższe wyniki dla przypadków referencyjnych pozwoliły na niezależną weryfikację implementacji zaproponowanej metody obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny. Dzięki uzyskanym wynikom rozkładu naprężeń stycznych zauważono znaczny potencjał nowej metody wykraczający poza zakres niniejszej rozprawy – analizę zużycia kół i szyn. Z kolei dla zachowania dynamicznego pojazdów szynowych najistotniejsze są całkowite siły kontaktowe, które wykazały się niskim błędem w porównaniu do metody referencyjnej. Jednak kompletne wnioski odnośnie metody sformułować można dopiero po przeanalizowaniu większej liczby przypadków, stąd kolejny podrozdział poświęcony jest analizie przypadków towarzyszących symulacji stabilności badanych pojazdów.

7.2. Przypadki analizy stabilności pojazdów szynowych

Na potrzeby oceny zaproponowanej metody obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny wykorzystano część przypadków badań stabilności z rozdziału 5.1. W celu ograniczenia ilości prezentowanych wyników wybrano tylko analizy dla maksymalnej dopuszczalnej prędkości eksploatacyjnej pojazdów zwiększonej o 10 km/h oraz dla kierunku jazdy w przód. Natomiast zachowano wszystkie kombinacje profili kół i szyn przedstawionej w tabeli 14. Na potrzeby analizy wyszczególnionych przypadków badań stabilności wykorzystano takie same metody obliczania sił stycznych jak dla przypadków referencyjnych z rozdziału 7.1. Ponadto z uwagi na cel minimalizacji czasu obliczeń należało skorzystać z dyskretyzacji elementami prostokątnymi o stosunkowo dużych rozmiarach: w kierunku toczenia i poprzecznym odpowiednio $0,5 \times 1,0$ mm analogicznie jak podczas prezentowanych w rozdziale 5 badań. Natomiast z myślą o ocenie wyniku zawierającego błąd dyskretyzacji jako referencyjne dla całkowitych sił stycznych przyjęto wyniki metody CONTACT dla zagęszczonej siatki dyskretyzacji: $0,2 \times 0,2$ mm (jak dla przypadków referencyjnych). Ocenę wkładu gruboziarnistej siatki dyskretyzacji na całkowity błąd metod uproszczonych umożliwi porównanie z wynikami metody dokładnej lecz ze wspomnianą dyskretyzacją większymi elementami.

Procedura badań offline dla każdej metody obejmowała rekalkulację sił stycznych kontaktu koła i szyny dla jednego cyklu ruchu wężykowego [41]. Dane wejściowe do obliczeń stanowiły siła pionowego nacisku oraz względna kinematyka zestawu kołowego i toru, próbkowana z częstotliwością 200 Hz z zakresu nałożonego okna na przebieg nieprzefiltrowany (np. jak na rysunku 42), obejmującego pierwszy cykl ruchu sinusoidalnego. Następnie korzystając z programu CONTACT [47] rozwiązywano zagadnienie normalne oraz z uwzględnieniem wyznaczonych sztywnych poślizgów zagadnienie styczne przy pomocy porównywanych metod. Wyniki obliczeń stanowią naprężenia styczne oraz składowe całkowitej siły stycznej wyrażone w wyznaczonym w programie CONTACT [47] lokalnym układzie współrzędnych obszaru styku dla każdej chwili czasowej. Z uwagi na mnogość ocenianych przypadków kontaktu (między 100 a 200 chwil czasowych dla każdej konfiguracji badania stabilności) wyniki przedstawiono tylko dla prawego tylnego koła. Ponadto jako ilościową miarę całkowitego błędu danej metody dla pełnego cyklu ruchu wężykowego zastosowano średnią ważoną błędu względnego (w odniesieniu do CONTACT z gęstą

siatką dyskretyzacji), gdzie wagę stanowi wartość bezwzględna danej składowej siły stycznej [41].

Zestawienie ocenianego błędu średniego dla pojazdu WM-15C przedstawiono w tabeli 20. Zaproponowana metoda FasTang wykazała się bardzo niskim błędem średnim siły poprzecznej nieprzekraczającym 3 % w każdym przypadku badawczym podobnie jak program CONTACT z tą samą dyskretyzacją, co za tym idzie błąd ten w stosunku do wyniku referencyjnego wynika głównie z wielkości elementów siatki. Natomiast korzystając z metody NORM+FASTSIM otrzymano większe wartości błędu w każdym przypadku, nie przekraczając 10 %. W przypadku siły wzdłużnej błędy średnie porównywanych metod przyjmowały większe wartości. Dla metody FasTang największa wartość wyniosła około 10 %, w każdym przypadku nadal błąd dyskretyzacji był dominujący ze względu na niewielkie różnice między metodą CONTACT dla takiej samej dyskretyzacji. Z kolei błąd średni siły wzdłużnej dotyczący metody NORM+FASTSIM dla większości przypadków osiągnął znaczną wartość przekraczającą 10 % a nawet bliską 60 % w dwóch przypadkach dla profili zmierzonych. Jednakże pomimo tak znacznych błędów tej metody ze względu na stosunkowo niewielkie wartości siły wzdłużnej nieprzekraczającej 2 kN w ostatnich przypadkach nie wpłynęło to istotnie na wynik analizy stabilności pojazdu co jest widoczne na rysunku 44.

Tabela 20. Porównanie średniej ważonej błędów względnych sił kontaktowych w odniesieniu do CONTACT z dyskretyzacją 0,2x0,2 mm dla pojazdu WM-15C

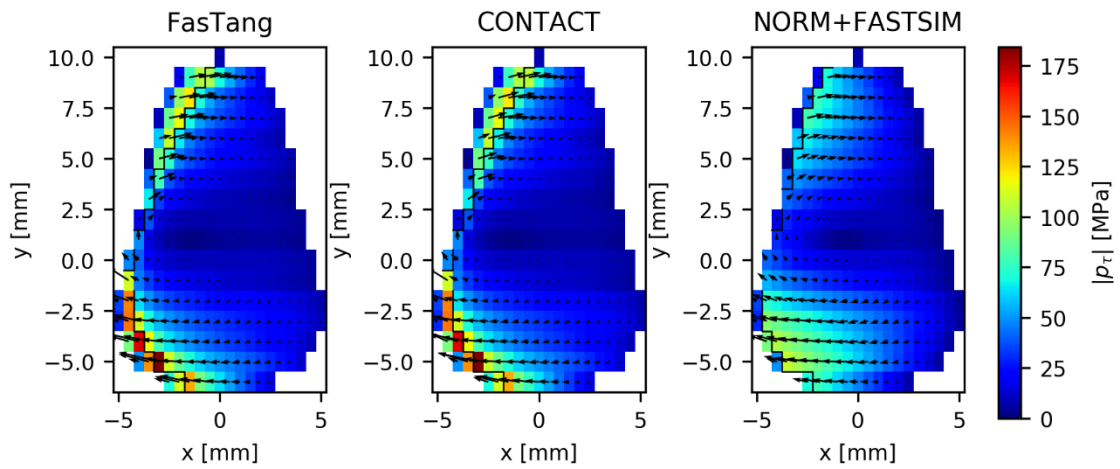
Nr zestawu profili z tabeli 14	CONTACT 0,5x1,0		FasTang 0,5x1,0		NORM+FASTSIM 0,5x1,0	
	błąd średni F _x [%]	błąd średni F _y [%]	błąd średni F _x [%]	błąd średni F _y [%]	błąd średni F _x [%]	błąd średni F _y [%]
1	2,0	2,0	2,1	2,1	10,3	5,5
2	3,1	1,6	3,2	1,5	24,9	8,8
3	2,3	1,6	2,7	2,7	11,1	7,7
4	4,9	2,2	9,8	2,0	9,7	9,3
5	7,4	2,1	10,2	1,9	11,7	8,5
6	6,0	2,1	8,1	2,0	21,7	5,3
7	3,0	2,6	3,5	2,5	10,9	7,8
8	2,3	2,3	2,5	2,2	7,4	6,3
9	2,2	2,4	2,4	2,2	6,9	3,3
10	6,3	2,4	8,3	2,2	17,9	8,2
11	6,3	2,5	9,9	2,4	25,5	7,1
12	7,0	2,2	7,1	2,1	58,1	4,7
13	4,2	2,9	5,4	2,8	22,2	7,4
14	3,6	2,8	6,7	2,6	25,5	6,6
15	4,3	2,6	4,9	2,8	59,7	4,1

W pracy [41] przedstawiono wyniki szczegółowe rozkładu naprężeń stycznych przypadków o największych błędach dla nominalnych profili koła i szyny. W zakresie bieżących analiz otrzymano zbliżone wyniki ze względu podobne kształty obszaru styku. Natomiast wyniki dla profili zmierzonych są szczególnie interesujące ze względu na uzyskane błędy średnie z powyższej tabeli. Mianowicie powtarzalny jest trend wzrostu błędu siły wzdłużnej metody NORM+FASTSIM wraz ze spadkiem wartości parametru filtrowania zarysów koła i szyny L_FILT. Przyczyną tego jest stopień odbiegania obszaru styku od kształtu eliptycznego, co zobrazowano na przykładzie jednego z kroków czasowych analizy dla profili zmierzonych S1002 w kombinacji z szyną UIC60nr1 (przypadki nr 13÷15 z tabeli 14). Tym celu wybrano krok dla wychylenia poprzecznego zestawu kołowego około 2 mm dający możliwie największe wartości błędu siły wzdłużnej i jej wartości bezwzględnej, które zestawiono w tabeli 21.

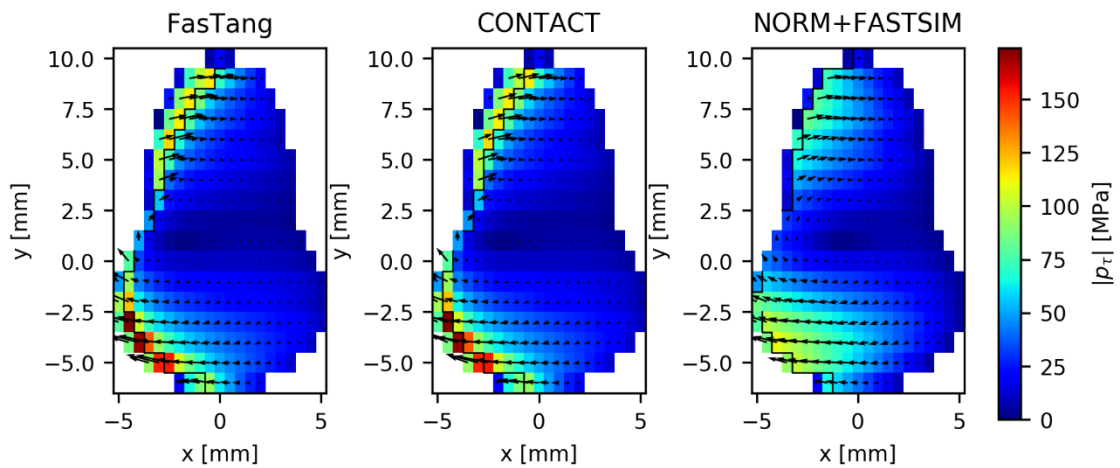
Tabela 21. Porównanie błędu względnego oraz wartości siły wzdłużnej w odniesieniu do CONTACT z dyskretyzacją 0,2×0,2 mm dla wybranej chwili czasowej analizy stabilności pojazdu WM-15C

Nr zestawu profili z tabeli 14	CONTACT 0,5×1,0		FasTang 0,5×1,0		NORM+FASTSIM 0,5×1,0	
	błąd F_x [%]	$ F_x $ [N]	błąd F_x [%]	$ F_x $ [N]	błąd F_x [%]	$ F_x $ [N]
13	1,8	751	4,0	767	29,9	958
14	1,6	750	1,5	751	28,5	979
15	7,5	778	8,4	770	45,4	1,223

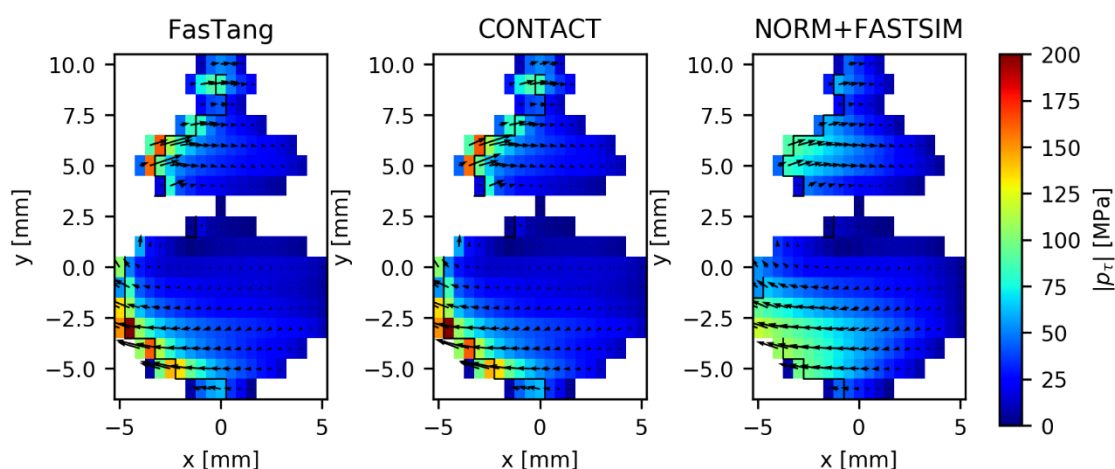
Następnie na rysunkach 69÷71 zobrazowano porównanie wyników naprężeń stycznych między ocenianymi metodami dla wyszczególnionej chwili czasowej. Dla każdego porównania wnioski o wysokiej zbieżności wyników algorytmu FasTang z programem CONTACT i wyraźnie gorszej w przypadku metody NORM+FASTSIM powtarzają się analogicznie jak przy ocenie dla przypadków referencyjnych. Z kolei porównując wyniki rozwiązania zagadnienia normalnego między przypadkami ze zmierzonymi profilami poddanymi filtrowaniu z różnym parametrem długości fali ewidentne są różnice w kształcie obszaru styku, który się wygładza wraz ze wzrostem długości fali filtru. Kształt obszaru dla parametru filtrowania L_FILT = 5 mm jest nieregularny, daleko odbiegający od elipsy. Odpowiada to spodziewanym rezultatom, ze względu na widoczne na rysunkach 25 i 26 fluktuacje krzywizny zarysów koła i szyny w zakresie obejmującym wielkość obszaru styku. Wówczas uzasadniony jest wysoki błąd metody NORM+FASTSIM opartej na wyznaczeniu parametrów sztywności algorytmu FSATSIM na podstawie zastępczej elipsy podczas gdy rzeczywisty obszar styku znacznie odbiega od tego kształtu.



Rys. 69. Rozkład naprężeń stycznych i podział powierzchni styku dla wybranej chwili czasowej analizy stabilności pojazdu WM-15C z zastosowaniem profili koła i szyny nr 13 z tabeli 14



Rys. 70. Rozkład naprężeń stycznych i podział powierzchni styku dla wybranej chwili czasowej analizy stabilności pojazdu WM-15C z zastosowaniem profili koła i szyny nr 14 z tabeli 14



Rys. 71. Rozkład naprężeń stycznych i podział powierzchni styku dla wybranej chwili czasowej analizy stabilności pojazdu WM-15C z zastosowaniem profili koła i szyny nr 15 z tabeli 14

W tabeli 22 przedstawiono odpowiadające dla pojazdu CA-26.12 wyniki średniej ważonej błędów składowych kontaktowej siły stycznej. W zakresie siły poprzecznej błędy poszczególnych metod osiągnęły wartości bardzo zbliżone do poprzednio opisywanych wyników. Natomiast w przypadku siły wzdłużnej wartości ważonego błędów średniego uległy wyraźnemu zmniejszeniu dla każdej porównywanej metody. Dla omawianego pojazdu niewielki błąd zaproponowanej metody FasTang nadal wynika głównie z dyskretyzacji, ze względu na wysoką zbieżność z wynikami programu CONTACT dla tożsamej dyskretyzacji. Ponadto utrzymał się trend narastania błędów siły wzdłużnej metody NORM+FASTSIM dla zmierzonych profili koła i szyny wraz ze spadkiem wartości parametru filtrowania L_FILT . Największe wartości wspomnianego błędów wystąpiły dla tych samych przypadków ze zmierzonym profilem szyny UIC60nr1.

Tabela 22. Porównanie średniej ważonej błędów względnego sił kontaktowych w odniesieniu do CONTACT z dyskretyzacją $0,2 \times 0,2$ mm dla pojazdu CA-26.12

Nr zestawu profili z tabeli 14	CONTACT $0,5 \times 1,0$		FasTang $0,5 \times 1,0$		NORM+FASTSIM $0,5 \times 1,0$	
	błąd średni F_x [%]	błąd średni F_y [%]	błąd średni F_x [%]	błąd średni F_y [%]	błąd średni F_x [%]	błąd średni F_y [%]
1	2,6	2,1	2,8	1,6	13,1	5,0
2	3,4	2,1	3,4	2,0	27,0	9,2
3	2,0	1,3	2,4	2,4	10,1	6,9
4	2,4	1,8	3,3	1,6	10,1	8,8
5	3,1	1,6	4,2	1,3	9,5	7,9
6	3,2	1,7	3,7	1,6	19,4	5,0
7	2,1	2,0	2,3	1,9	9,8	8,6

8	2,0	1,9	2,1	1,6	8,4	7,8
9	1,7	2,0	1,9	1,8	8,5	3,8
10	3,7	2,3	5,5	2,0	12,7	8,2
11	3,1	2,8	4,3	2,6	14,1	7,4
12	3,0	1,9	6,3	1,8	35,9	3,7
13	1,9	2,2	2,3	2,1	15,1	8,1
14	2,2	2,4	2,5	2,2	16,3	7,6
15	2,5	1,8	3,3	1,8	28,0	4,5

Wyniki analiz ostatniego badanego pojazdu przedstawiono w tabeli 23. Widoczne są jeszcze mniejsze w porównaniu do poprzednich pojazdów ważone błędy średnie. W przypadku algorytmu FasTang błąd również wynikał głównie z dyskretyzacji mimo to nie przekroczył 4 % dla siły wzdłużnej i 2 % dla poprzecznej co świadczy o wysokiej jakości wyników zaproponowanej metody. Natomiast dla metody uproszczonej NORM+FASTSIM przypadkiem z maksymalnym błędem średnim okazał się nominalny profil koła S1002/h28/e30,5/6,7%, dla którego na różnicę w stosunku do wyniku referencyjnego wpływają przede wszystkim przypadki styku dwupunktowego [41].

Tabela 23. Porównanie średniej ważonej błędów względnego sił kontaktowych w odniesieniu do CONTACT z dyskretyzacją 0,2×0,2 mm dla pojazdu ZTU-300.02

Nr zestawu profili z tabeli 14	CONTACT 0,5×1,0		FasTang 0,5×1,0		NORM+FASTSIM 0,5×1,0	
	błąd średni F_x [%]	błąd średni F_y [%]	błąd średni F_x [%]	błąd średni F_y [%]	błąd średni F_x [%]	błąd średni F_y [%]
1	2,0	1,6	2,1	1,4	9,5	6,2
2	1,8	1,8	2,1	1,8	30,6	7,7
3	1,5	1,3	1,6	1,5	7,7	5,4
4	3,1	1,6	3,8	1,5	10,1	7,8
5	2,9	1,7	3,6	1,6	8,9	7,6
6	2,3	1,7	2,8	1,5	8,2	6,7
7	1,8	1,5	2,2	1,3	9,5	8,1
8	1,7	1,5	1,9	1,4	7,9	7,3
9	1,5	1,3	1,9	1,1	6,3	3,4
10	2,7	1,8	3,6	1,7	11,0	7,7
11	2,8	1,6	3,5	1,4	11,7	6,7
12	2,3	1,6	2,9	1,5	18,5	2,7
13	1,8	1,8	2,0	1,7	15,0	6,9
14	1,6	1,8	1,8	1,8	15,1	6,1
15	1,4	2,1	1,6	1,6	20,6	3,2

Podsumowując wyniki analizy porównawczej przy pomocy badań offline stabilności wszystkich pojazdów, wykazano wysoką zbieżność wyników algorytmu FasTang z metodą referencyjną, przy zdecydowanie niższej dla innej metody uproszczonej NORM+FASTSIM. Zatem potwierdzono wysoki potencjał wdrożeniowy zaproponowanej metody obliczenia sił stycznych na potrzeby symulacji stabilności pojazdów.

8. WNIOSKI I KIERUNKI DALSZYCH PRAC

8.1. Udowodnienie tezy pracy

W nawiązaniu do pierwszej części wyników z rozdziału 5.1 pracy należy przywołać następującą tezę pomocniczą pracy: **Nadmierne uproszczenia modeli, wprowadzane w celu zwiększenia wydajności obliczeniowej, w skrajnych przypadkach prowadzą do niewłaściwych wyników analiz stabilności.** Powyższą tezę uznano za udowodnioną z uwagi na przyjęte warunki akceptacji:

- Dla badanych pojazdów dwuosioowych: WM-15C, CA-26.12 oraz ZTU-300.02 wartość graniczna $\sum Y_{rms,lim}$ – wielkości ocenianej dla stabilności wg. normy wynosi odpowiednio: 24600 N, 25029 N, 36065 N. Przytoczone wartości wyznaczono dla średniego nacisku osi. Przedstawione w rozdziale 5.1 wyniki błędów względnych odnoszono do wartości wielkości ocenianej uzyskanej za pomocą metody referencyjnej z uwagi na możliwość ich interpretacji bez odnoszenia do parametrów pojazdu co czyni je bardziej uniwersalnymi. Natomiast na potrzeby obrony tezy w celu uwzględnienia istotności błędu wyznaczono wartości błędu względnego odniesionego do wartości granicznej kryterium dla każdego pojazdu. Należy zaznaczyć, że błąd względny $\sum Y_{rms}$ dotyczy tylko przypadków, w których porównywane wyniki cechowało przekroczenie $\sum Y_{rms}$ wartości 2 kN.

Dla pierwszego badanego pojazdu spośród wszystkich symulacji stabilności uzyskano następujące błędy ocenianych metod uproszczonych: dla profili nominalnych: DEC – 17 %, EEC – 16 %, NORM+FASTSIM – 16 % oraz zmierzonych: DEC – 29 %, EEC – 13 %, NORM+FASTSIM – 29 %. W przypadku kolejnego pojazdu dla profili nominalnych: DEC – 27 %, EEC – 42 %, NORM+FASTSIM – 26 %, oraz zmierzonych: DEC – 24 %, EEC – 43 %, NORM+FASTSIM – 47 %. Dla ostatniego badanego pojazdu i profili nominalnych: DEC – 2 %, EEC – 5 %, NORM+FASTSIM – 2 %, oraz zmierzonych: DEC – 13 %, EEC – 9 %, NORM+FASTSIM – 5 %. Zatem dla każdego badanego pojazdu występowały przypadki symulacji, dla których metody uproszczone wykazywały się błędem przekraczającym przyjęty warunek akceptacji tezy pracy. Natomiast pomimo występowania przypadków o wspomnianym przekroczeniu, jest ich stosunkowo niewiele w odniesieniu do liczby przypadków dla których wyznaczano błąd względny. A mianowicie ze wszystkich metod uproszczonych dla pojazdu WM-15C – 3,1 %, CA-26.12 – 2,5 % oraz ZTU-300.02 – 0,6 %.

- Dla każdego z badanych pojazdów wystąpiły przypadki o błędnym wyniku występowania stabilności dla każdej badanej metody obliczania sił kontaktowych w ilości zestawionej w tabeli 15. Błędny wynik rozumiany jako występowanie odmiennego zachowania pojazdu dla metody uproszczonej względem referencyjnej wiąże się z różnicą zakresu prędkości występowania ruchu niestabilnego przy najmniej 10 km/h.

Do drugiej części wyników badań zawartych w rozdziale 5.2 odnosi się teza pomocnicza o brzmieniu: **Geometria kontaktu koła i szyny stanowią kluczowy czynnik determinujący prędkość krytyczną i wystąpienie zjawisk niestabilności pojazdu, przy czym podstawowe parametry nie niosą wystarczającej informacji na potrzeby oceny stabilności.** Na potrzeby udowodnienia tej tezy stworzono mapy stabilności badanych pojazdów zależności od wytypowanych parametrów geometrii kontaktu koła z szyną oraz prędkości pojazdu. Ogólnie analizując wyniki ewidentny jest związek wartości przyjętych parametrów: stożkowatości ekwiwalentnej i parametru kąta styku na występowanie niestabilności objawiającej się ze zwiększeniem wartości $\sum Y_{rms}$. Dla każdego badanego pojazdu dwuosioowego powtarzalne było występowanie zakresów niestabilności dla niskiej stożkowatości ekwiwalentnej i parametru kąta styku. Natomiast wnikliwie analizując opracowane wyniki można zauważyć, że już w zakresie niskich stożkowatości dla których pojazd wykazuje ruch niestabilny występują przypadki zestawienia zarysów kół i szyn dla których pojazd jest stabilny. Dowodzi to konieczności stosowania w symulacjach stabilności szerokiego zbioru zarysów kół i szyny, nie tylko z uwagi na wymagania odnośnie stożkowatości ekwiwalentnej.

Udowodnienie powyższych tez pomocniczych pozwala na stwierdzenie słuszności przyjętej głównej tezy pracy: **Wiarygodna ocena stabilności pojazdów szynowych wymaga zastosowania modeli kontaktu koła i szyny o ograniczonym stopniu uproszczeń, uwzględniających rzeczywistą geometrię profili kół i szyn dla szerokiego zakresu parametrów geometrycznych.**

8.2. Wnioski poznawcze

Niniejsze wnioski poznawcze rozprawy doktorskiej pogrupowano pod względem zagadnień. W kwestii technik modelowania pojazdów dwuosioowych na potrzeby symulacji stabilności sformułowano wnioski:

- Dla pojazdów wyposażonych w wieszakowe zawieszenie, konieczne jest uwzględnienie elementów trących z zamodelowanym efektem przetaczania powierzchni cylindrycznych wieszaków, kamieni i sworzni. Wyniki analiz stabilności są szczególnie czułe na stopień dyssypacji energii przez tarcie dla pojazdów, w których nie występuje dodatkowe źródło tłumienia np. wiskotycznego. Możliwe jest wyznaczenie parametrów modelu matematycznego w sposób analityczny jak np. w pracy [70], jednakże w celu osiągnięcia wyższej dokładności wskazana jest walidacja modelu z obliczeniami MES co zrealizowano na potrzeby niniejszej pracy (lub gdy to możliwe walidacja eksperymentalna).
- Z uwagi na kinematykę najczęściej spotykanych typów układów wieszakowych z podwójnymi wieszakami w pracy wskazano na istotność niektórych parametrów sztywnościach samych wieszaków jak i elementów współpracujących. Dla typu zawieszenia z resorem piórowym konieczne jest wyznaczenie sztywności wichrowania wieszaka, jego rozciągania z uwzględnieniem ugięcia sworzni oraz sztywności skrętnej samego resora piórowego. Z kolei, gdy układ wieszaków mocowany jest do

stosunkowo sztywnego elementu zamiast resora jak np. w przypadku pojazdu ZTU-300.02 konieczne jest wprowadzenie zastępczej sztywności od wszystkich elementów mocujących. Na potrzeby tego zaproponowano wykonanie modelu MES fragmentu układu zawieszenia oraz analizy podstawowych ruchów względnych zestawu kołowego względem nadwozia. Zauważono że szukane parametry wpływają szczególnie na postaci wężykowania ze względu na związek z poprzeczną sztywnością prowadzenia oraz obrotu zestawu kołowego a także współczynnik kołysania.

- Na przykładzie pojazdu ZTU-300.02, w którego układzie biegowym zastosowano tłumik poprzeczny, zauważono silny wpływ jego charakterystyki na otrzymywanie wyniki stabilności. Dopiero po zamodelowaniu efektu tarcia wewnętrznego tłumika oraz nieliniowej charakterystyki zgodnych z kartą techniczną otrzymano zadawające wyniki walidacji modelu wielobryłowego.
- Filtrowanie zmierzonych zarysów kół i szyn w sposób znaczący wpływa na wyniki nieliniowych symulacji stabilności pojazdów szynowych. Efekt ten jest widoczny mimo braku zmiany stożkowatości ekwiwalentnej, i tłumaczy się go zmianą kształtu obszaru styku w zależności od poziomu wygładzenia zarysu. Należy zaznaczyć, że wiele obecnie stosowanych modeli kontaktu koła i szyny dla niskiego poziomu wygładzenia wyznacza silnie nieeliptyczne obszary styku, co może prowadzić do zwiększenia błędów obliczeniowych sił stycznych. Jednocześnie ze względu na brak procedur rozróżniających szum pomiarowy od rzeczywistych nierówności powierzchni trudno jest stwierdzić jaki poziom wygładzenia jest właściwy.
- Na potrzeby obliczeń dynamiki pojazdów szynowych konieczna jest analiza drgań strukturalnych nadwozia. Zazwyczaj wystarczające jest udowodnienie braku występowania istotnego sprzężenia między postaciami własnymi nadwozia a drganiami elementów zawieszenia. W niniejszej pracy wykorzystano metodę porównania wyników analizy dla swobodnego nadwozia oraz podpartego na układzie zawieszenia, dzięki czemu odwodniono brak sprzężenia postaci giętej nadwozi badanych pojazdów mimo ich niskich częstotliwości własnych. Wytłumaczono to występowaniem „węzłów” linii ugięcia w okolicy mocowania elementów zawieszenia, co nie prowadzi do wzbudzenia danej formy.

Kolejne wnioski poznawcze odnoszą się do przeprowadzonej walidacji modeli numerycznych z dostępnymi wynikami badań eksperymentalnych.

- OMA ma znaczny potencjał zastosowania na potrzeby walidacji modeli numerycznych zgodnie z normą [1], gdy badania eksperymentalne nie zostały wykonane normalną metodą pomiarową. Ponadto OMA ze swojej definicji zakłada wymuszenie „białym szumem” w związku z czym nie wymaga pomiarów nierówności torowych. Stosując tą technikę można kwantytatywnie porównać parametry modalne modelu numerycznego parametrami wyznaczonymi na podstawie badań eksperymentalnych, zamiast przewidywanej w normie opinii eksperckiej w przypadku uproszczonej metody pomiarowej. Jednakże w celu uzyskania pełniejszych informacji podczas badań wskazane jest zastosowanie większej liczby sygnałów niż

tylko tych wymaganych we wspomnianej metodzie oraz wykonanie podstawowych pomiarów zarysów i torowiska.

- W przypadku pojazdów dwuosiowych o zawieszeniu wieszakowym trudne jest wykonanie pełnej walidacji z uwagi na niepewność współczynnika tarcia w elementach trących odpowiedzialnych za tłumienie drgań. Przyczynia się do tego przede wszystkim wrażliwość zjawiska tarcia na warunki środowiskowe, mogące zmieniać się losowo podczas eksperymentu.

Następne wnioski dotyczą uzyskanych wyników oceny wpływu modeli kontaktu koła i szyny na wyniki symulacji stabilności jazdy.

- Oceniając dokładność wyników otrzymanych przy pomocy porównywanych modeli uproszczonych można stwierdzić, że najmniejszą dokładność uzyskano dla metody kontaktu eliptycznego EEC a najwyższą dla metody NORM+FASTSIM, w której wynik zagadnienia normalnego był zgodny z metodą referencyjną CONTACT. Dlatego w ogólnym przypadku dowolnych profili koła i szyny powinno się stosować metody nieeliptyczne.
- Występowanie wyników o odmiennym zachowaniu pojazdu dla metody NORM+FASTSIM w porównaniu do CONTACT (w ilości 1,7 % wykonanych symulacji) jest spowodowane uproszczeniami rozwiązania zagadnienia stycznego algorytmu FASTSIM. Zatem w celu obniżenia ryzyka akceptacji błędnych wyników symulacji należy stosować metody pozwalające na zwiększenie precyzji obliczanych sił stycznych.
- W przedstawionych wynikach badań widoczny jest trend zwiększania odchylenia wartości skutecznej sumy sił prowadzących metod uproszczonych od referencyjnej, przy mniejszym stopniu wygładzania zmierzonych profili kół i szyn. Ma to ścisły związek z kształtem obszaru styku w większym stopniu odbiegającym wówczas od elipsy, z którego korzysta każda oceniana metoda uproszczona na pewnym etapie obliczeń.

Wyniki dla oceny wpływu badanych parametrów geometrycznych na stabilność pojazdów szynowych przyniosły za sobą następujące wnioski poznawcze:

- Najbardziej ogólny obraz wpływu geometrii kontaktu koła i szyny można uzyskać poprzez analizę jak największej liczby parametrów, co umożliwi wzajemne uzupełnienie brakujących informacji.
- Dla pojazdów dwuosiowych o parametrach zbliżonych do badanych pojazdów spodziewane jest występowanie zakresów niestabilności przy niskich wartościach stożkowatości ekwiwalentnej (oraz kąta styku), oraz stabilną jazdę przy ich wyższych wartościach. Jednakże spośród przedstawionych wyników znajdowały się przypadki zestawienia koła i szyny dla których uzyskano wynik jazdy stabilnej w odróżnieniu do bardzo bliskich wartości badanych parametrów.
- Z uwagi na powyższy wniosek, opis geometrii kontaktu koła i szyny tylko podstawowymi parametrami jest niewystarczający żeby przewidzieć występowanie ruchu niestabilnego, ponieważ odmienne zarysy kół i szyn mogą dawać takie same wartości parametrów jak ekwiwalentna stożkowatość czy parametr kąta styku.

- Badając wpływ amplitudy wymuszenia, w większości przypadkach potwierdziło się przewidywanie występowania podkrytycznej bifurkacji dla zestawień zarysów dających znaczną wartość parametru nieliniowości funkcji stożkowatości ekwiwalentnej. Najważniejszym rezultatem poznawczym niniejszej pracy jest zaproponowanie nowej metody obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny – FasTang. Analizy związane z autorskim algorytmem pozwoliły na wyciągnięcie wniosków:

- Algorytm FasTang wykazał się zdecydowanie niższymi wartościami błędów wyników sił stycznych w stosunku do porównywanej metody uproszczonej NORM+FASTSIM. Dotyczyło to zarówno przypadków referencyjnych kontaktu koła i szyny jak i warunków współpracy wyznaczonych przy pomocy symulacji stabilności badanych pojazdów. Analizy dla realnych przypadków pozwoliły również na zbadanie błędu dyskretyzacji zgrubną siatką, który okazał się niewielki. Przy stosowaniu przyjętej wielkości siatki możliwe jest osiągnięcie wysokiej wydajności obliczeniowej z uwagi na ograniczoną ilość zmiennych.
- Wykazano słuszność przyjętych założeń algorytmu FasTang. Wypełniono przy tym występującą lukę badawczą między rozwiązaniem dokładnym CONTACT, a obecnie wykorzystywanymi na potrzeby symulacji dynamiki metodami uproszczonymi rozwiązania zagadnienia stycznego kontaktu koła z szyną. W podejściu nowej metody wykorzystano iteracyjny charakter wyznaczenia podziału na strefy adhezji i poślizgu, czego do tej pory nie stosowano w metodach rozwiązania zagadnienia stycznego z wyjątkiem programu CONTACT. Natomiast metoda dokładna z uwagi na konieczność rozwiązywania nieliniowych układów równań ma większą złożoność matematyczną w porównaniu do algorytmu FasTang, który formułuje tylko liniowe układy równań.
- Zaproponowana metoda zachowuje wysoką precyzję obliczeń również dla wysoce nieeliptycznych obszarów styku co dowodzą przypadki nieznacznie wygładzonych profili zmierzonych. Cechę tą uzyskano z uwagi na całkowite porzucenie rozwiązania dla obszarów eliptycznych na potrzeby wyznaczenia parametrów sztywności w strefie poślizgu oraz uwzględnienie wzajemnego wpływu naprężeń stycznych w elementach dyskretyzacji przy wyznaczaniu rozwiązania w strefie adhezji.
- Algorytm FasTang pozwala na wyznaczenie bardzo zbliżonego rozkładu naprężeń stycznych w porównaniu do metody referencyjnej CONTACT.

8.3. Wnioski metodyczne

- Z uwagi na charakter otrzymanych wyników zasadne jest stosowanie metody nieliniowej analizy stabilności, ponieważ wykazano zachowanie nieliniowe objawiające się zależnością wystąpienia ruchu wężykowego od amplitudy początkowego wymuszenia oraz wspomnianą trudność w opisie kontaktu koła z szyną podstawowymi parametrami na potrzeby linearyzacji równań ruchu.
- Zaproponowany program badań trzech różnych pojazdów obejmujący szeroki zakres zarysów kół i szyn (w tym zmierzonych) i prędkości jazdy pozwolił na

wyciągnięcie ogólnych wniosków na temat badanej grupy pojazdów i udowodnienie postawionej tezy pracy. Należy podkreślić, że w niniejszej pracy udowodniono stosowalność procedury badań dla konkretnej grupy pojazdów, zatem w celu rozszerzenia zakresu jej stosowalności konieczna jest weryfikacja wyników z niezależną metodą.

- Wykorzystanie wielkości ocenianej stabilności z normy [1] – $\sum Y_{rms}$ wyznaczonej w stanie ustalonym każdej symulacji pozwoliło na jasną prezentację wyników. Ponadto sam wybór wielkości zamiast np. amplitudy ruchu wężykowego pozwala w łatwy sposób odnieść wyniki do wartości granicznej.
- Przy ocenie zaproponowanego algorytmu FasTang wykorzystano metodę offline, która sprawdza się dla wykonania szczegółowych porównań z uwagi na dokładnie takie same warunki kontaktu w każdej chwili czasu dla wszystkich porównywanych metod. Ponadto do oceny każdej metody zasadne jest wykorzystanie przypadków referencyjnych o szczegółowo znanych warunkach kontaktu.

8.4. Wnioski uytylitarne

- Na potrzeby udowodnienia tezy pracy zaproponowano kompletną procedurę badań symulacyjnych stabilności pojazdów dwuosioowych. Obejmowało to wskazanie odpowiednich technik modelowania najistotniejszych dla stabilności elementów układu biegowego takich jak układ wieszaków, czy resor piórowy. Następnie wytypowana metoda nieliniowej symulacji w dziedzinie czasu okazała się odpowiednia dla badań analizowanej grupy pojazdów. Ponadto na potrzeby otrzymania wyników referencyjnych skorzystano z zaimplementowanego w środowisku symulacyjnym programu CONTACT jako dokładny model kontaktu koła i szyny. Wdrożono przy tym możliwość stosowania metody dokładnej do szczegółowych analiz dynamiki pojazdów szynowych, która jednak w dalszym ciągu ogranicza wydajność symulacji.
- Wdrożenie zaproponowanej procedury badań symulacyjnych pozwala na otrzymywanie wysokiej jakości wyników stabilności jazdy pojazdów dwuosioowych. Umożliwiło to wykonywanie wiarygodnych obliczeń na potrzeby rynku, w tym procesów homologacyjnych oraz wsparcie producentów pojazdów w zakresie projektowania konstrukcji o pożądanym własnościach dynamicznych.
- Ponieważ wykazano konieczność wykonywania analiz dla szerokiego zakresu parametrów geometrycznych kontaktu koła i szyny, w celu optymalizacji procesu badawczego wdrożono technikę DOE pozwalającą na łatwe wykonywane serii symulacji badając wpływ parametrów modelu na otrzymywane wyniki. Wydajność prowadzonych analiz jest szczególnie istotna z punktu widzenia konkurencyjności na rynku. Wykonanie tak wielu scenariuszy badań byłoby w zasadzie niemożliwa przy pomocy badań eksperymentalnych, co podkreśla znaczenie wdrożonej metody.
- Zaproponowana metoda obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny FasTang ma znaczny potencjał wdrożenia w symulacjach stabilności pojazdów szynowych. Tym

samym umożliwi obniżenie czasu obliczeń w porównaniu do CONTACT ze względu na brak konieczności rozwiązywania nieliniowych układów równań, zachowując przy tym wysoką dokładność wyniku.

Planowana jest przy tym implementacja metody w wykorzystywanym środowisku symulacyjnym na potrzeby badań stabilności zgodnie z zaproponowaną procedurą ale również analizy wykraczające poza zakres niniejszej pracy.

- Zaproponowana metodyka badań i opracowany algorytm obliczania sił stycznych kontaktu koła i szyny stanowią znaczny krok w kierunku poprawy analiz symulacyjnych stabilności pojazdów szynowych i mogą być z powodzeniem stosowane w praktyce przemysłowej.

8.5. Kierunki dalszych prac

- Ze względu na potencjał nowo zaproponowanej metody rozwiązania zagadnienia stycznego kontaktu koła i szyny, wskazany jest jej dalszy rozwój. Przede wszystkim należy skupić się na optymalizacji jej wydajności obliczeniowej stosując jeszcze wydajniejszą metodę rozwiązywania liniowych układów równań prawdopodobnie metodę iteracyjną zamiast bezpośredniej. Wówczas zasadna będzie implementacja w oprogramowaniu MBS. Następnie z uwagi na bardzo wysoką zbieżność wyników naprężeń stycznych zaproponowanego rozwiązania z metodą referencyjną wskazane jest rozszerzenie zastosowania algorytmu FasTang do obliczeń zużycia profili kół i szyn. Wymagać to będzie wyznaczenia dodatkowych wielkości o wskaźniki zużycia ściernego oraz dodatkowej procedury obliczeń zużycia zmęczeniowego RCF. Przedstawione wyniki oceny dokładności, biorąc pod uwagę ogólność metody pozwalają przewidzieć również wysoką dokładność w obliczeniach stabilności pojazdów innego typu. Natomiast w przypadku innego typu symulacji jak np. pokonywanie łuków konieczne będą dodatkowe badania dowodzące jakości metody.
- Z uwagi na wykazaną istotność poziomu filtrowania mierzonych profili koła i szyny, konieczne są dalsze prace nad uściśleniem procedur obróbki danych pomiarowych na potrzeby ich wykorzystania w symulacjach dynamiki pojazdów szynowych.
- Należy w szerszym zakresie przetestować OMA do walidacji modeli wielomasowych pojazdów szynowych. Udowodnienie uniwersalności tej metody oraz postawienie kryteriów walidacyjnych stworzyłoby podstawy jej implementacji w normie [1] jako alternatywną technikę walidacji modeli numerycznych.
- Zaproponowana procedura badań stabilności pojazdów dwuosioowych ma ogólny charakter, dlatego wskazane jest jej przetestowanie również do badań obiektów innego typu jak np. pojazdy wózkowe. Ponadto z uwagi na ograniczony program badań stabilności przewidziany w normie [1] należy podjąć działania zmierzające do integracji zaproponowanej procedury z procesami certyfikacji.

LITERATURA

- [1] PN-EN 14363+A2:2023-01. Kolejnictwo -- Badania i symulacje modelowe właściwości dynamicznych pojazdów szynowych przed dopuszczeniem do ruchu -- Badania właściwości biegowych i próby stacjonarne.
- [2] K. L. Johnson, *Contact mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [3] J. J. Kalker, *Rolling Contact Phenomena: Linear Elasticity*, in: B. Jacobson, J. J. Kalker (red.), *Rolling Contact Phenomena* (seria: International Centre for Mechanical Sciences, wykłady 411), Springer, 2000, s. 1–85.
- [4] J. J. Kalker, *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, 1. wyd. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990. doi: <https://doi.org/10.1007/978-94-015-7889-9>.
- [5] M. S. Sichani, *On Efficient Modelling of Wheel-Rail Contact in Vehicle Dynamics Simulation*, KTH Royal Institute of Technology, Sztokholm 2016.
- [6] K. Knothe i S. Stichel, *Rail vehicle dynamics*. Springer International Publishing, 2016. doi: [10.1007/978-3-319-45376-7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-45376-7).
- [7] J. Santamaria, E. G. Vadillo, i J. Gomez, *A comprehensive method for the elastic calculation of the two-point wheel-rail contact*, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 44, nr. 1, s. 240–250, 2006, doi: [10.1080/00423110600870337](https://doi.org/10.1080/00423110600870337).
- [8] E. Vollebregt i G. Segal, *Solving conformal wheel-rail rolling contact problems*, *Veh. Syst. Dyn.*, Taylor and Francis Ltd., 2014, s. 455–468. doi: [10.1080/00423114.2014.906634](https://doi.org/10.1080/00423114.2014.906634).
- [9] M. Malvezzi, E. Meli, S. Falomi, i A. Rindi, *Determination of wheel-rail contact points with semianalytic methods*, *Multibody Syst Dyn*, t. 20, nr 4, s. 327–358, 2008, doi: [10.1007/s11044-008-9123-5](https://doi.org/10.1007/s11044-008-9123-5).
- [10] S. Iwnicki, *Handbook of railway vehicle dynamics*. CRC/Taylor & Francis, 2006.
- [11] V. L. Popov, M. Heß, i E. Willert, *Handbook of Contact Mechanics*, 1. wyd. Springer Berlin, Heidelberg, 2019. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-58709-6>.
- [12] J. B. Ayasse i H. Chollet, *Determination of the wheel rail contact patch in semi-Hertzian conditions*, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 43, nr 3, s. 161–172, 2005, doi: [10.1080/00423110412331327193](https://doi.org/10.1080/00423110412331327193).
- [13] P. Szeptyński, *Szczegółowe omówienie podstawowych zagadnień teorii sprężystości*. Wydawnictwo PK, 2020.
- [14] K. L. Johnson, *The Effect of a Tangential Contact Force Upon the Rolling Motion of an Elastic Sphere on a Plane*, *J Appl Mech*, t. 25, nr 3, s. 339–346, 1958, doi: [10.1115/1.4011823](https://doi.org/10.1115/1.4011823).
- [15] K. L. Johnson, *The Effect of Spin Upon the Rolling Motion of an Elastic Sphere on a Plane*, *J Appl Mech*, t. 26, nr 2, s. 314–315, 1958, doi: [10.1115/1.4012031](https://doi.org/10.1115/1.4012031).
- [16] P. J. Vermeulen i K. L. Johnson, *Contact of Nonspherical Elastic Bodies Transmitting Tangential Forces*, *J Appl Mech*, t. 31, nr 2, s. 338–340, 1964, doi: [10.1115/1.3629610](https://doi.org/10.1115/1.3629610).

- [17] J. J. Kalker, On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction, Delft University of Technology, Delft, 1967.
- [18] S. Z. Meymand, A. Keylin, i M. Ahmadian, A survey of wheel-rail contact models for rail vehicles, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 54, nr 3, s. 386-428, 2016, doi : 10.1080/00423114.2015.1137956
- [19] J. J. Kalker i J. Piotrowski, Some New Results in Rolling Contact, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 18, nr 4, s. 223–242, 1989, doi: 10.1080/00423118908968920.
- [20] J. J. Kalker, A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 11, nr 1, s. 1–13, 1982, doi: 10.1080/00423118208968684.
- [21] J. J. Kalker i A. Chudzikiewicz, Calculation of the Evolution of the Form of a Railway Wheel Profile Through Wear, *Unilateral Problems in Structural Analysis IV*, Basel: Birkhäuser Basel, 1991, s. 71–84. doi: 10.1007/978-3-0348-7303-1_7.
- [22] E. A. H. Vollebregt i P. Wilders, FASTSIM2: A second-order accurate frictional rolling contact algorithm, *Comput Mech*, t. 47, nr 1, s. 105–116, 2011, doi: 10.1007/s00466-010-0536-7.
- [23] E. A. H. Vollebregt i P. Voltr, Improved accuracy for FASTSIM using one or three flexibility values, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 61, nr 1, s. 309–317, 2023, doi: 10.1080/00423114.2022.2042331.
- [24] J. Piotrowski i W. Kik, A simplified model of wheel/rail contact mechanics for non-Hertzian problems and its application in rail vehicle dynamic simulations, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 46, nr 1–2, s. 27–48, 2008, doi: 10.1080/00423110701586444.
- [25] B. Liu, S. Bruni, i E. Vollebregt, A non-Hertzian method for solving wheel–rail normal contact problem taking into account the effect of yaw, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 54, nr 9, s. 1226–1246, 2016, doi: 10.1080/00423114.2016.1196823.
- [26] Y. Sun, W. Zhai, i Y. Guo, A robust non-Hertzian contact method for wheel–rail normal contact analysis, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 56, nr 12, s. 1899–1921, 2018, doi: 10.1080/00423114.2018.1439587.
- [27] X. Quost i in., Assessment of a semi-Hertzian method for determination of wheel-rail contact patch, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 44, nr 10, s. 789–814, 2006, doi: 10.1080/00423110600677948.
- [28] M. S. Sichani, R. Enblom, i M. Berg, A novel method to model wheel-rail normal contact in vehicle dynamics simulation, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 52, nr 12, s. 1752–1764, 2014, doi: 10.1080/00423114.2014.961932.
- [29] M. Sh. Sichani, R. Enblom, i M. Berg, A fast wheel–rail contact model for application to damage analysis in vehicle dynamics simulation, *Wear*, t. 366–367, s. 123–130, 2016, doi: 10.1016/j.wear.2016.06.015.
- [30] A. Qazi, Numerical modeling of the coupling between wheelset dynamics and wheel-rail contact, *Université Gustave Eiffel*, 2022.
- [31] A. Qazi, H. Yin, M. Sebès, H. Chollet, i C. Pozzolini, A semi-analytical numerical method for modelling the normal wheel–rail contact, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 60, nr 4, s. 1322–1340, 2022, doi: 10.1080/00423114.2020.1854319.

- [32] B. An i P. Wang, A wheel–rail normal contact model using the combination of virtual penetration method and strip-like Boussinesq’s integral, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 61, nr 6, s. 1583–1601, 2023, doi: 10.1080/00423114.2022.2085587.
- [33] J. Giner-Navarro, J. Gómez-Bosch, A. Alonso, i L. Baeza, A fast version of ‘CONTACT’ for normal problem calculations, *Wear*, t. 530–531, paź. 2023, doi: 10.1016/j.wear.2023.205074.
- [34] Simpack User Assistance 2024x.2.
- [35] E. A. H. Vollebregt, C. Weidemann, i A. Kienberger, Use of „CONTACT” in multi-body vehicle dynamics and profile wear simulation: initial results, Manchester, 2011.
- [36] A. Alonso i J. G. Giménez, Tangential problem solution for non-elliptical contact areas with the FastSim algorithm, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 45, nr 4, s. 341–357, 2007, doi: 10.1080/00423110600999763.
- [37] M. S. Sichani, R. Enblom, i M. Berg, An alternative to FASTSIM for tangential solution of the wheel–rail contact, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 54, nr 6, s. 748–764, 2016, doi: 10.1080/00423114.2016.1156135.
- [38] J. J. Kalker, A strip theory for rolling with slip and spin, TU Delft, 1966.
- [39] K. Knothe i H. Le-the, A method for the analysis of the tangential stresses and the wear distribution between two elastic bodies of revolution in rolling contact, *Int. J. Solids Struct.* t. 21, nr 8, s. 889–906, 1985.
- [40] J. Gómez-Bosch, J. Giner-Navarro, J. Carballeira, i L. Baeza, A direct method for the extension of FastSim under non-Hertzian contact conditions, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 61, nr 10, s. 2551–2569, 2023, doi: 10.1080/00423114.2022.2120022.
- [41] A. Szeszycki, A reliable simplified method for solving the tangential wheel-rail contact problem for non-Hertzian conditions, *Veh. Syst. Dyn.*, 2025, doi: 10.1080/00423114.2025.2473462.
- [42] J. Piotrowski, B. Liu, i S. Bruni, The Kalker book of tables for non-Hertzian contact of wheel and rail, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 55, nr 6, s. 875–901, 2017, doi: 10.1080/00423114.2017.1291980.
- [43] F. Marques i in., On the generation of enhanced lookup tables for wheel-rail contact models, *Wear*, t. 434–435, 2019, doi: 10.1016/j.wear.2019.202993.
- [44] E. A. H. Vollebregt, Comments on ‘the Kalker book of tables for non-Hertzian contact of wheel and rail’, *Veh Syst Dyn.* t. 56, nr 9, s. 1451–1459. 2018, doi: 10.1080/00423114.2017.1421767.
- [45] O. Polach, Influence of Locomotive Tractive Effort on the Forces Between Wheel and Rail, *Vehicle System Dynamics Supplement*, t. 35, s. 7-22, 2001.
- [46] J. J. Kalker, Survey of Wheel–Rail Rolling Contact Theory, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 8, nr 4, s. 317–358, 1979, doi: 10.1080/00423117908968610.
- [47] E. A. H. Vollebregt, User guide for CONTACT, Rolling and sliding contact with friction, Vtech CMCC, 2024.

- [48] E. A. H. Vollebregt, A new solver for the elastic normal contact problem using conjugate gradients, deflation, and an FFT-based preconditioner, *J Comput Phys*, t. 257, nr PA, s. 333–351, 2014, doi: 10.1016/j.jcp.2013.10.005.
- [49] E. A. H. Vollebregt, A Gauss-Seidel type solver for special convex programs, with application to frictional contact mechanics, *J Optim Theory Appl*, t. 87, nr 1, s. 47–1995, doi: 10.1007/BF02192041.
- [50] E. A. H. Vollebregt, Improving the Speed and Accuracy of the Frictional Rolling Contact Model „CONTACT”, 2010. doi: 10.4203/ccp.93.17.
- [51] K. Knothe i F. Böhm, History of stability of railway and road vehicles, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 31, nr 5–6, s. 283–323, 1999, doi: 10.1076/vesd.31.5.283.8362.
- [52] A. Wickens, *Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics*. CRC Press, 2003. doi: 10.1201/9780203970997.
- [53] PN-EN 15302:2022-03. Kolejnictwo -- Parametry geometrii styku koło-szyna -- Definicje i metody ewaluacji.
- [54] O. Polach i I. Kaiser, Comparison of methods analyzing bifurcation and hunting of complex rail vehicle models, *J Comput Nonlinear Dyn*, t. 7, nr 4, 2012, doi: 10.1115/1.4006825.
- [55] O. Polach, Influence of wheel/rail contact geometry on the behaviour of a railway vehicle at stability limit, *Proceedings ENOC-2005*, Eindhoven University of Technology, s. 2203-2210, 2005.
- [56] O. Polach, On non-linear methods of bogie stability assessment using computer simulations, *Proc Inst Mech Eng F J Rail Rapid Transit*, t. 220, nr 1, s. 13–27, 2006, doi: 10.1243/095440905X33251.
- [57] H. True, On the theory of nonlinear dynamics and its applications in vehicle systems dynamics, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 31, nr 5–6, s. 393–421, 1999, doi: 10.1076/vesd.31.5.393.8361.
- [58] S. Stichel, „Limit Cycle Behaviour and Chaotic Motions of Two-Axle Freight Wagons with Friction Damping”, 2002.
- [59] M. Hoffmann, *Dynamics of European two-axle freight wagons*, 2006.
- [60] E. A. H. Vollebregt, User-subroutine for on-line integration of CONTACT in Simpack Rail, Vtech CMCC, 2024.
- [61] Y. Sun i L. Ling, An optimal tangential contact model for wheel-rail non-Hertzian contact analysis and its application in railway vehicle dynamics simulation, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 60, nr 9, s. 3240–3268, 2022, doi: 10.1080/00423114.2021.1942078.
- [62] M. S. Sichani, R. Enblom, i M. Berg, Comparison of non-elliptic contact models: Towards fast and accurate modelling of wheel-rail contact, *Wear*, t. 314, nr 1–2, s. 111–117, 2014, doi: 10.1016/j.wear.2013.11.047.
- [63] B. Liu i S. Bruni, Comparison of wheel–rail contact models in the context of multi-body system simulation: Hertzian versus non-Hertzian, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 60, nr 3, s. 1076–1096, 2022, doi: 10.1080/00423114.2020.1847297.
- [64] P. Shackleton i S. Iwnicki, Comparison of wheel-rail contact codes for railway vehicle simulation: An introduction to the Manchester Contact Benchmark and initial

- results, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 46, nr 1–2, s. 129–149, 2008, doi: 10.1080/00423110701790749.
- [65] B. Liu, J. Rismantab-Sany, i E. A. H. Vollebregt, Effects of conformal wheel/rail contact modelling on the dynamic responses of a wheelset, *Veh. Syst. Dyn.*, s. 1–24, mar. 2025, doi: 10.1080/00423114.2025.2480819.
- [66] H. Magalhães i in., Implementation of a non-Hertzian contact model for railway dynamic application, *Multibody Syst Dyn*, t. 48, nr 1, s. 41–78, sty. 2020, doi: 10.1007/s11044-019-09688-y.
- [67] B. Liu, Q. Guan, B. Fu, i S. Bruni, Influence of wheel/rail contact modelling on vehicle stability assessment using numerical simulations, *Third International Conference on Rail Transportation*, Szanghaj, 2024.
- [68] E. A. H. Vollebregt, S. D. Iwnicki, G. Xie, i P. Shackleton, Assessing the accuracy of different simplified frictional rolling contact algorithms, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 50, nr 1, s. 1–17, 2012, doi: 10.1080/00423114.2011.552618.
- [69] A. Szeszycki, K. Bryk, i N. Stefańska, Review and comparison of selected methods of calculating wheel-rail contact tangential forces on the example of riding stability analysis of a two-axle vehicle, *Rail Vehicles/Pojazdy Szynowe*, 2024, doi: 10.53502/rail-186987.
- [70] J. Piotrowski, Model of the UIC link suspension for freight wagons, *Archive of Applied Mechanics*, t. 73, nr 7, s. 517–532, 2003, doi: 10.1007/s00419-003-0305-6.
- [71] P. A. Jönsson, *Multibody simulation model for freight wagons with UIC link suspension*, Stockholm, 2007.
- [72] PN-EN 13715:2020-12. Kolejnictwo -- Zestawy kołowe i wózki -- Koła -- Zarys powierzchni tocznej.
- [73] UIC 517 Wagons - Suspension gear - Standardisation.
- [74] S. D. Iwnicki, S. Stichel, A. Orlova, i M. Hecht, Dynamics of railway freight vehicles, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 53, nr 7, s. 995–1033, 2015, doi: 10.1080/00423114.2015.1037773.
- [75] S. Bruni, J. Vinolas, M. Berg, O. Polach, i S. Stichel, Modelling of suspension components in a rail vehicle dynamics context, *Veh. Syst. Dyn.*, s. 1021–1072, 2011, doi: 10.1080/00423114.2011.586430.
- [76] Abaqus 2024 User Manual.
- [77] E. Kutluay i H. Winner, Validation of vehicle dynamics simulation models - A review, *Veh. Syst. Dyn.* t. 52, nr 2, s. 186-200 2014. doi: 10.1080/00423114.2013.868500.
- [78] O. Polach i A. Böttcher, A new approach to define criteria for rail vehicle model validation, *Veh. Syst. Dyn.*, t. 52, s. 125-141, 2014, doi: 10.1080/00423114.2014.881515.
- [79] O. Polach i in., Validation of simulation models in the context of railway vehicle acceptance, *Proc Inst Mech Eng F J Rail Rapid Transit*, t. 229, nr 6, s. 729–754, 2015, doi: 10.1177/0954409714554275.

- [80] F. Bin Zahid, Z. C. Ong, i S. Y. Khoo, A review of operational modal analysis techniques for in-service modal identification, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2020, doi: 10.1007/s40430-020-02470-8.
- [81] F. Liu, J. Wang, M. Li, F. Gu, i A. D. Ball, Operational Modal Analysis of Y25 Bogie via Stochastic Subspace Identification for the Condition Monitoring of Primary Suspension Systems, *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, Pleiades Publishing, 2020, s. 166–181. doi: 10.1007/978-981-13-8331-1_12.
- [82] B. Peeters i H. Van Der Auweraer, PolyMax: a revolution in operational modal analysis, *Operational Modal Analysis Conference*, Kopenhaga, 2005.
- [83] R. ; Brincker, L. ; Zhang, i P. Andersen, Output-Only Modal Analysis by Frequency Domain Decomposition, *Proceedings of ISMA25: 2000 International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Leuven, 2000.

SUMMARY

The wheel-rail interaction is the foundation of all considerations related to the dynamics of railway vehicles. The dissertation focuses on the analysis of the stability problem of railway vehicles, using as a case study a group of two-axle vehicles particularly prone to hunting oscillations. A simulation-based research method was adopted, which allows for overcoming the limitations of experimental research typically conducted for the certification process of railway vehicles. In order to perform stability simulations, numerical models of three vehicles representative of the studied group were developed. The models of the analysed vehicles were validated based on available test results from runs on a straight track. The operational modal analysis technique was used for this purpose. By comparing the modal parameters of the characteristic modes obtained through simulations and experiments, the relevance of the models for further studies was demonstrated.

Among the complexities of the numerical model of the railway vehicle-track system, the most attention was given to modelling of the wheel-rail contact phenomena. A thorough analysis of the most popular methods for calculating wheel-rail contact forces in MBS software was conducted. For the research, the method considered exact CONTACT, was implemented in the numerical models. Using the developed procedure for stability simulations, which included a series of simulations for a wide range of wheel-rail contact conditions, the influence of geometric parameters on the stability of the vehicles of the studied group was assessed. The analysis covered both nominal and measured (actual) wheel and rail profiles, allowing for the investigation of a wide range of equivalent conicity. The crucial impact of contact geometry on the obtained results was demonstrated, as well as the occurrence of cases with unpredictable results based solely on the description of the contact geometry using standard parameters.

For the studies on the wheel-rail contact models, three simplified methods were selected, including two methods default available in Simpack 2024. For the proposed stability research procedure, results for the simplified methods were compared to those obtained using the CONTACT reference method. This comparison allowed for drawing conclusions recommending the use of the possible most accurate method for calculating contact forces for stability analysis.

Due to the occurrence of cases with divergent simulation results for the reference method and the simplified solution of the tangential contact problem using the FASTSIM method (adapted to non-elliptical contact areas), a new method was proposed for the simplified solution of the tangential wheel-rail contact problem in non-Hertzian conditions. Using the offline method for the contact conditions obtained during stability simulations, a high convergence of results calculated with the proposed FasTang algorithm and the reference CONTACT program was demonstrated.